

两阶段灰色综合测度决策模型与三角白化权函数的改进

刘思峰¹, 方志耕¹, 杨英杰^{1b,2}

(1. 南京航空航天大学 a. 经济与管理学院, b. 灰色系统研究所, 南京 211106;

2. 英国 De Montfort 大学 计算智能研究中心, Leicester LE1 9BH)

摘要: 首先将中心点三角白化权函数中对应于灰类 1 和灰类 s 的三角白化权函数分别取为下限测度白化权函数和上限测度白化权函数. 这一改进避免了将各聚类指标的取值范围向左、右延拓的困扰. 针对灰色聚类系数向量 δ_i 的各分量均衡取值或灰色聚类系数向量 δ_i 有若干个位于前列的主分量取值相近, 难以判定决策对象归属的问题, 构建一种新的两阶段灰色综合测度决策模型, 以解决灰色聚类系数向量 δ_i 的各分量取值趋于均衡或 δ_i 有若干个位于前列的主分量取值相近情形下的综合决策问题, 并通过应用实例验证了模型的有效性.

关键词: 三角白化权函数; 灰色综合测度; 两阶段决策模型; 学科建设项目评估

中图分类号: N941.5

文献标志码: A

Two stages decision model with grey synthetic measure and a betterment of triangular whitenization weight function

LIU Si-feng¹, FANG Zhi-geng¹, YANG Ying-jie^{1b,2}

(1a. College of Economic and Management, 1b. Institute for Grey System Studies, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China; 2. Centre for Computational Intelligence, De Montfort University, Leicester LE1 9BH, UK. Correspondent: LIU Si-feng, E-mail: sfliu@nuaa.edu.cn)

Abstract: Firstly, the triangular whitenization weight function which corresponds to class 1 is changed to a whitenization weight function of lower measure, and the triangular whitenization weight function which corresponds to class s is changed to a whitenization weight function of upper measure. The puzzle of extending the bound of value of each clustering index is avoided due to this betterment. A novel two stages decision model with grey synthetic measure is proposed for the problem that it is difficult to determine the ascription of decision object at the case of each ponderance with equilibrium value of the grey clustering coefficient vector δ_i or the case of some front main ponderances with close value of the grey clustering coefficient vector δ_i . Finally, two practical examples are presented to verify the effectiveness of the proposed model.

Key words: triangular whitenization weight function; grey synthetic measure; two stages decision model; evaluation of projects for subjects constructing

0 引言

基于白化权函数的灰色聚类评估模型是得到广泛应用的一类不确定性系统分析模型. 30年来, 关于模型技术的研究十分活跃, 新的研究成果不断涌现. 邓聚龙教授提出的变权灰色聚类模型^[1]和本文作者提出的定权灰色聚类评估模型^[2]、基于端点三角白化权函数的灰色聚类评估模型^[3-5]、基于中心点三角白

化权函数的灰色聚类评估模型^[6-8]等均得到广泛应用. 其中变权灰色聚类模型适用于聚类指标的意义、量纲均相同的情形, 定权灰色聚类评估模型和基于三角白化权函数的灰色聚类评估模型皆适用于聚类指标的意义、量纲不同的情形. 尤其是基于三角白化权函数的灰色聚类评估模型, 比变权灰色聚类模型和定权灰色聚类评估模型更适于用来解决贫信息聚类评估问

收稿日期: 2013-04-17; 修回日期: 2013-09-06.

基金项目: 国家自然科学基金与英国皇家学会国际合作交流项目(71111130211); 国家自然科学基金项目(90924022, 70971064, 71171113); 教育部博士点基金项目(20093218120032, 200802870020); 国家社会科学基金重大项目(10zd&014); 江苏省高等学校优秀科技创新团队基金项目(Y0553-091); 哲学社会科学重点研究基地基金项目; 江苏省科技思想库基金项目; 国家精品资源共享课程和国家级教学团队建设基金项目(10td128).

作者简介: 刘思峰(1955—), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论、系统分析方法与模型等研究; 方志耕(1962—), 男, 博士生导师, 从事灰色系统理论、复杂装备研制管理等研究.

题. 基于端点三角白化权函数的灰色聚类评估模型适用于各灰类边界清晰, 但最可能属于各灰类的点不明的情形; 基于中心点三角白化权函数的灰色聚类评估模型适用于较易判断最可能属于各灰类的点, 但各灰类边界不清晰的情形^[9-10]. 两类评估模型均以适中测度三角白化权函数为基础. 肖新平^[11]、熊和金^[12]、董奋义^[13]、裴玲玲^[14]、徐卫国^[15]等从不同视角对灰色聚类评估模型进行了改进和优化. 张岐山研究了灰色聚类评估结果灰性的测度问题^[16]. 上述各类灰色聚类评估模型均以灰色聚类系数向量对应分量最大准则作为判定决策对象归属的依据, 这与多目标加权灰靶决策模型^[17]有明显不同. 对于灰色聚类系数向量对应分量无显著性差异情况下的决策对象归属问题, 党耀国等^[18]提出了相应的解决方案.

本文首先对三角白化权函数进行改进, 并针对灰色综合聚类系数向量 δ_i 的各分量均衡取值或灰色聚类系数向量 δ_i 有若干个主分量取值相近, 导致最大聚类系数无法识别, 从而难以判定决策对象归属的情形, 构建一种新的两阶段灰色综合测度决策模型, 以解决灰色聚类系数向量 δ_i 的各分量取值趋于均衡或 δ_i 有若干个主分量取值相近情形下的综合决策问题. 最后运用本文提出的新模型研究了某高校学科建设项目评估决策问题.

1 中心点三角白化权函数的改进

定义 1 设有 n 个决策对象, m 个聚类指标, s 个不同灰类, 根据对象 i ($i = 1, 2, \dots, n$) 关于指标 j ($j = 1, 2, \dots, m$) 的样本观测值 x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$) 将对象 i 归入灰类 k ($k \in \{1, 2, \dots, s\}$), 称为灰色聚类.

首先对中心点三角白化权函数进行改进, 即将原中心点三角白化权函数中对应于灰类 1 和灰类 s 的三角白化权函数分别取为下限测度白化权函数和上限测度白化权函数, 能够避免将各聚类指标的取值范围向左、右延拓的困扰^[19-20].

定义 2 对于灰类 k ($k \in \{2, 3, \dots, s-1\}$), 称最可能属于灰类 k 的点为 k 灰类的中心点.

中心点可以是中点也可以不是, 以属于某灰类最大可能性为选取依据.

基于改进中心点三角白化权函数的灰色聚类评估模型的建模步骤如下:

Step 1 对于指标 j , 设其取值范围为 $[a_j, b_j]$. 按照评估要求所需划分的灰类数 s , 分别确定灰类 1、灰类 s 的转折点 λ_j^1, λ_j^s 和灰类 k ($k \in \{2, 3, \dots, s-1\}$) 的中心点 $\lambda_j^2, \lambda_j^3, \dots, \lambda_j^{s-1}$.

Step 2 对于灰类 1 和灰类 s , 构造相应的下限测

度白化权函数 $f_j^1[-, -, \lambda_j^1, \lambda_j^2]$ 和上限测度白化权函数 $f_j^s[\lambda_j^{s-1}, \lambda_j^s, -, -]$ (见图 1).

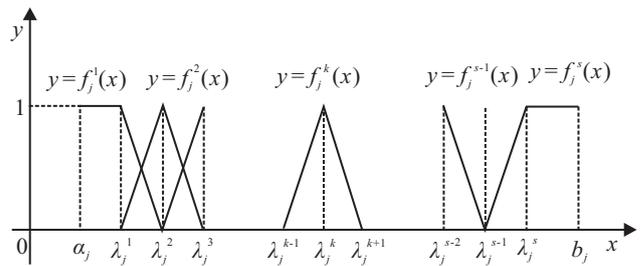


图 1 中心点混合白化权函数示意图

设 x 为指标 j 的一个观测值, 当 $x \in [a_j, \lambda_j^2]$ 或 $x \in [\lambda_j^{s-1}, b_j]$ 时, 可分别由公式

$$f_j^1(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [a_j, \lambda_j^2]; \\ 1, & x \in [a_j, \lambda_j^1]; \\ \frac{\lambda_j^2 - x}{\lambda_j^2 - \lambda_j^1}, & x \in [\lambda_j^1, \lambda_j^2]; \end{cases} \quad (1)$$

或

$$f_j^s(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [\lambda_j^{s-1}, b_j]; \\ \frac{x - \lambda_j^{s-1}}{\lambda_j^s - \lambda_j^{s-1}}, & x \in [\lambda_j^{s-1}, \lambda_j^s]; \\ 1, & x \in [\lambda_j^s, b_j] \end{cases} \quad (2)$$

计算出其关于灰类 1 和灰类 s 的隶属度 $f_j^1(x)$ 或 $f_j^s(x)$.

Step 3 对于灰类 k ($k \in \{2, 3, \dots, s-1\}$), 同时连接点 $(\lambda_j^k, 1)$ 与灰类 $k-1$ 的中心点 $(\lambda_j^{k-1}, 0)$ (或灰类 1 的转折点 $(\lambda_j^1, 0)$) 以及 $(\lambda_j^k, 1)$ 与灰类 $k+1$ 的中心点 $(\lambda_j^{k+1}, 0)$ (或灰类 s 的转折点 $(\lambda_j^s, 0)$), 得到 j 指标关于灰类 k 的三角白化权函数 $f_j^k[\lambda_j^{k-1}, \lambda_j^k, -, \lambda_j^{k+1}]$, $j = 1, 2, \dots, m, k = 2, 3, \dots, s-1$, 见图 1.

对于指标 j 的一个观测值 x , 当 $k = 2, 3, \dots, s-1$ 时, 可由下式:

$$f_j^k(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [\lambda_j^{k-1}, \lambda_j^{k+1}]; \\ \frac{x - \lambda_j^{k-1}}{\lambda_j^k - \lambda_j^{k-1}}, & x \in [\lambda_j^{k-1}, \lambda_j^k]; \\ \frac{\lambda_j^{k+1} - x}{\lambda_j^{k+1} - \lambda_j^k}, & x \in [\lambda_j^k, \lambda_j^{k+1}] \end{cases} \quad (3)$$

计算出其属于灰类 k ($k \in \{2, 3, \dots, s-1\}$) 的隶属度 $f_j^k(x)$.

Step 4 确定各指标的权重 $w_j, j = 1, 2, \dots, m$.

Step 5 计算对象 i ($i = 1, 2, \dots, n$) 关于灰类 k ($k = 1, 2, \dots, s$) 的聚类系数

$$\sigma_i^k = \sum_{j=1}^m f_j^k(x_{ij})w_j. \quad (4)$$

其中: $f_j^k(x_{ij})$ 为 j 指标 k 子类白化权函数, w_j 为指标 j 在综合聚类中的权重.

Step 6 由 $\max_{1 \leq k \leq s} \{\sigma_i^k\} = \sigma_i^{k^*}$ 判断对象 i 属于灰类 k^* . 当有多个对象同属于 k^* 灰类时, 还可以进一步根据综合聚类系数的大小确定同属于 k^* 灰类的各个对象的优劣或位次.

2 灰色聚类系数向量的熵

灰色聚类系数向量通常不是单位向量, 因而相互之间不能进行比较, 需要首先对灰色聚类系数向量单位化.

定义 3 令 $\delta_i^k = \sigma_i^k / \sum_{k=1}^s \sigma_i^k$, 称 δ_i^k 为决策对象 i 属于灰类 k 的单位化灰色聚类系数. 显然, $\delta_i^k (k = 1, 2, \dots, s)$ 满足 $\sum_{i=1}^s \delta_i^k = 1$.

定义 4 称 $\delta_i = (\delta_i^1, \delta_i^2, \dots, \delta_i^s) (i = 1, 2, \dots, n)$ 为决策对象 i 的单位化灰色聚类系数向量.

灰色聚类评估结果的灰度表现在综合聚类系数向量 σ_i 或单位化灰色聚类系数向量 δ_i 各分量取值的均衡性上, 亦即灰色聚类系数 σ_i^k 或对应的单位化聚类系数 $\delta_i^k (k = 1, 2, \dots, s)$ 取值的接近性上. σ_i 或 δ_i 的各分量取值越趋均衡, 评估结论越灰. 以下关于单位化灰色聚类系数向量 δ_i 的结论对 σ_i 同样适用, 故将单位化略去.

定义 5 称

$$I(\delta_i) = - \sum_{i=1}^s \delta_i^k \ln \delta_i^k \quad (5)$$

为灰色聚类系数向量 δ_i 的熵. 其中负号是为了保证熵值 $I(\delta_i) \geq 0$, $I(\delta_i)$ 可以作为灰色聚类系数向量 δ_i 的各分量取值均衡程度的一种度量. δ_i 的各分量 δ_i^k 的取值越趋于均衡, $I(\delta_i)$ 的值越大.

命题 1 灰色聚类系数向量 δ_i 的熵在各分量均衡分布时取得最大值 $\ln s$, 即

$$0 \leq I(\delta_i) \leq \ln s.$$

当 $I(\delta_i) = 0$ 时, 根据灰色聚类系数向量 δ_i 可以得到明确的结论. 事实上, 此时 δ_i 的某一分量取值为 1, 其余各分量的值全为 0.

当 $I(\delta_i) \rightarrow 0$ 时, δ_i 的某一分量取值接近于 1, 其余各分量的值均接近于 0. 此时根据灰色聚类系数向量 δ_i 得到的结论也具有较大的可靠性.

当 $I(\delta_i) = \ln s$ 时, 灰色聚类系数向量 δ_i 的各分量取值相等, δ_i 的熵在各分量均衡分布. 在此情形下, 根据灰色聚类系数向量 δ_i 无法得到任何有价值的结论.

当 $I(\delta_i) \rightarrow \ln s$ 时, 灰色聚类系数向量 δ_i 的各分

量取值相近, δ_i 的熵在各分量的分布接近均衡分布. 此时虽然可以比较出灰色聚类系数向量 δ_i 各分量数值的大小, 但由于各分量差异不大, 得到的结论可靠性较低.

将 δ_i 各分量按其数值大小依次排序, 可得 $\delta_i^{k_1} \geq \delta_i^{k_2} \geq \dots \geq \delta_i^{k_s} \geq \dots \geq \delta_i^{k_s}$.

定义 6 若 $\delta_i^{k_1} + \delta_i^{k_2} + \dots + \delta_i^{k_l} \geq 0.8$, 则称 $\delta_i^{k_1}, \delta_i^{k_2}, \dots, \delta_i^{k_l}$ 为灰色聚类系数向量 δ_i 的主分量.

当 $I(\delta_i) = 0$ 或 $I(\delta_i) \rightarrow 0$ 时, δ_i 只有一个主分量. 一般情况下, δ_i 可能有多个主分量. 若灰色聚类系数向量 δ_i 的最大主分量 $\delta_i^{k_1}$ 与其余主分量 $\delta_i^{k_2}, \dots, \delta_i^{k_l}$ 差异显著, 则仍可得到具有较大可靠性的决策结论. 而对于 δ_i 的最大主分量 $\delta_i^{k_1}$ 与其余主分量 $\delta_i^{k_2}, \dots, \delta_i^{k_l}$ 差异不显著, 即 δ_i 有若干个位于前列的主分量取值相近的情形, 则难以得到可靠的决策结论.

当 δ_i 的熵在各分量的分布接近均衡分布或 δ_i 有若干个位于前列的主分量取值相近时, 给出决策结论需要慎之又慎. 本文提出的两阶段灰色综合测度决策模型能够提高 δ_i 各分量取值相近或 δ_i 有若干个位于前列的主分量取值相近情形下的决策效率.

3 两阶段灰色综合测度决策模型

人们通常仅根据灰色聚类系数向量 δ_i 各分量的最大值对决策对象进行分类, 所得结果虽然有一定的合理性, 但有时也会产生偏颇, 尤其在最大主分量 $\delta_i^{k_1}$ 与其余主分量差异不显著的情形下, 难以得到可靠的决策结论. 例如, 设 $k = 1, 2, 3$ 分别对应于优、良、中 3 个不同的灰类, 对象 1 和对象 2 的灰色聚类系数向量分别为 $\delta_1 = (0.4, 0.35, 0.25)$, $\delta_2 = (0.41, 0.2, 0.39)$. 如果直接比较其聚类系数的最大值, 则由于 $0.41 > 0.4$, 结论应为对象 2 优于对象 1. 但是, 如果综合考察 δ_1, δ_2 各分量的值, 也许不少人会认为对象 1 优于对象 2.

造成这种认知差异的原因是在对灰色聚类系数向量进行比较时, 有时需把灰色聚类系数向量视为一个整体进行综合考察. 下文定义 7 和定义 8 给出的综合测度决策模型能够解决这一问题.

定义 7 设有 s 个不同的决策灰类, 令

$$\eta_1 = \frac{2}{s(s+1)}(s, s-1, s-2, \dots, 1),$$

$$\eta_2 = \frac{1}{\frac{s(s+1)}{2} + (s-2)}(s-1, s, s-1, s-2, \dots, 2),$$

$$\eta_3 = \frac{1}{\frac{s(s+1)}{2} + (2s-6)}(s-2, s-1, s, s-1, \dots, 3),$$

⋮

$$\eta_k = \frac{1}{\frac{s(s+1)}{2} + \left[(k-1)s - \frac{k(k-1)}{2} \right]} (s-k+1, s-k+2, \dots, s-1, s, s-1, \dots, k),$$

$$\vdots$$

$$\eta_{s-1} = \frac{2}{\frac{s(s+1)}{2} + (s-2)} (2, 3, \dots, s-1, s, s-1),$$

$$\eta_s = \frac{2}{s(s+1)} (1, 2, \dots, s-1, s).$$

称 $\eta_k (k = 1, 2, \dots, s)$ 为关于灰类 k 的综合加权决策向量.

注1 s 维向量 $\eta_k = (\eta_k^1, \eta_k^2, \dots, \eta_k^s) (k = 1, 2, \dots, s)$ 由数乘向量构成, 其中数乘因子的作用是保证 $\eta_k (k = 1, 2, \dots, s)$ 为单位向量. 向量部分的分量为 s , 以此为中心, 步长为1, 两侧的分量取值依次递减, 体现了第 k 个分量对决策对象属于灰类 k 的贡献最大, 因此被赋予最大的权重 s . 其他各分量的值则按“与第 k 个分量距离越近的分量对决策对象属于灰类 k 的贡献越大, 因而被赋予较大的权重; 与第 k 个分量距离越远的分量对决策对象属于灰类 k 的贡献越小, 因而被赋予较小的权重”的原则设定.

定义8 设有 n 个决策对象, s 个不同灰类, 则称 $\omega_i^k = \eta_k \delta_i^T$ 为对象 i 关于灰类 k 的灰色综合测度决策系数, 并称

$$\omega_i = (\omega_i^1, \omega_i^2, \dots, \omega_i^s), i = 1, 2, \dots, n$$

为对象 i 的灰色综合测度决策系数向量.

定义9 设 $\max_{1 \leq k \leq s} \{\omega_{i_1}^k\} = \omega_{i_1}^{k^*}, \max_{1 \leq k \leq s} \{\omega_{i_2}^k\} = \omega_{i_2}^{k^*}$, 当 $\omega_{i_1} > \omega_{i_2}$ 时, 称在 k^* 灰类中, 决策对象 i_1 优于决策对象 i_2 .

定义10 设 $\max_{1 \leq k \leq s} \{\omega_{i_1}^k\} = \omega_{i_1}^{k^*}, \max_{1 \leq k \leq s} \{\omega_{i_2}^k\} = \omega_{i_2}^{k^*}, \dots, \max_{1 \leq k \leq s} \{\omega_{i_l}^k\} = \omega_{i_l}^{k^*}$, 即对象 i_1, i_2, \dots, i_l 均属于 k^* 灰类, 且 $\omega_{i_1} > \omega_{i_2} > \dots > \omega_{i_l}$. 若决策灰类 k^* 容纳的对象个数为 l_1 , 则称对象 i_1, i_2, \dots, i_{l_1} 为 k^* 灰类的取入对象, 其余的对象为 k^* 灰类的候选对象.

两阶段灰色综合测度决策模型可按以下步骤构建 (Step 1 ~ Step 6 为第1阶段, Step 7 ~ Step 10 为第2阶段):

Step 1: 按照综合评价要求划分的灰类数 s , 分别确定灰类1、灰类 s 的转折点 λ_j^1, λ_j^s 和灰类 $k (k \in \{2, 3, \dots, s-1\})$ 的中心点 $\lambda_j^2, \lambda_j^3, \dots, \lambda_j^{s-1}$; 设定 j 指标 k 子类白化权函数 $f_j^k(x)$, $j = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, s$. 其中灰类1和灰类 s 的白化权函数分别取为下限测度白化权函数 $f_j^1[-, -, \lambda_j^1, \lambda_j^2]$ 和上限测度白化权函数 $f_j^s[\lambda_j^{s-1}, \lambda_j^s, -, -]$, 灰类 $k (k \in \{2, 3, \dots, s-1\})$ 的白化权函数均取为三角白化权

函数.

Step 2: 确定每个指标的聚类权 $w_j, j = 1, \dots, m$.

Step 3: 计算对象 i 关于灰类 k 的灰色聚类系数

$$\sigma_i^k = \sum_{j=1}^m f_j^k(x_{ij}) w_j.$$

其中: $f_j^k(x_{ij})$ 为对象 i 在指标 j 下属于灰类 k 的白化权函数, w_j 为指标 j 在灰色评估决策中的权重.

Step 4: 计算决策对象 i 属于灰类 k 的单位化灰色聚类系数

$$\delta_i^k = \sigma_i^k / \sum_{k=1}^s \sigma_i^k.$$

Step 5: 评估决策系数向量各分量之间的分辨率. 若最大聚类系数易于识别, 则转向 Step 6; 对于灰色聚类系数向量 δ_i 各分量取值相近或 δ_i 有若干个位于前列的主分量取值相近的情形, 最大决策系数难以识别, 则转向 Step 7.

Step 6: 由 $\max_{1 \leq k \leq s} \{\delta_i^k\} = \delta_i^{k^*}$, 判定对象 i 属于 k^* 灰类, 转 Step 10.

Step 7: 计算综合加权决策向量 $(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s)$.

Step 8: 计算决策对象 i 关于灰类 k 的综合测度决策系数向量

$$\omega_i = (\omega_i^1, \omega_i^2, \dots, \omega_i^s), i = 1, 2, \dots, n.$$

Step 9: 由 $\max_{1 \leq k \leq s} \{\omega_i^k\} = \omega_i^{k^*}$, 判定对象 i 属于 k^* 灰类.

Step 10: 若有多个对象同属于 k^* 灰类, 则根据定义9和定义10, 还可进一步根据灰色聚类系数或综合测度决策系数对同属于灰类 k 的所有对象进行排序.

4 应用实例

例1 此处以学科建设项目评估决策为例说明两阶段灰色综合测度决策模型的应用. 如图2所示, 基于广泛的专家调查, 得到表征学科建设项目执行效果评估的6个一级指标: 师资队伍、科学研究、人才培养、学科平台建设、条件建设和学术交流, 对应权重分别为0.21, 0.24, 0.23, 0.14, 0.1, 0.08.

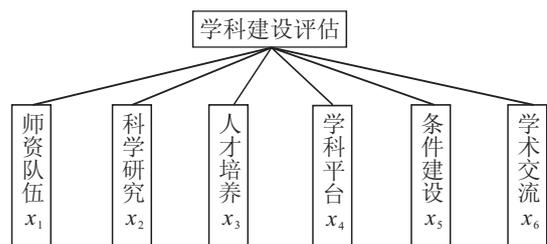


图2 学科建设项目评估指标体系

将各指标评价分值转化为百分制, 分为优、良、中、差4个灰类, 根据某高校41个学科建设项目最低、最高评价分值和灰类划分要求, 在区间 [40,100]

中依次确定优灰类的转折点 $\lambda_j^4 = 90$ 和差灰类的转折点 $\lambda_j^1 = 60$, 以及最可能属于良灰类和中灰类的点 $\lambda_j^3 = 80, \lambda_j^2 = 70$.

因为各指标评价分值均已转化为百分制, 故各指标关于差、中、良、优 4 个灰类的白化权函数相同, 分别为

$$f_j^1(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [40, 70]; \\ 1, & x \in [40, 60]; \\ \frac{70-x}{70-60}, & x \in [60, 70]; \end{cases}$$

$$f_j^2(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [60, 80]; \\ \frac{x-60}{70-60}, & x \in [60, 70]; \\ \frac{80-x}{80-70}, & x \in [70, 80]; \end{cases}$$

$$f_j^3(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [70, 90]; \\ \frac{x-70}{80-70}, & x \in [70, 80]; \\ \frac{90-x}{90-80}, & x \in [80, 90] \end{cases}$$

$$f_j^4(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [80, 100]; \\ \frac{x-80}{90-80}, & x \in [80, 90]; \\ 1, & x \in [90, 100]. \end{cases}$$

其中各指标关于差灰类的白化权函数为下限测度白化权函数, 各指标关于优灰类的白化权函数为上限测度白化权函数, 各指标关于中和良灰类的白化权函数均为三角白化权函数.

某高校某一学科建设项目的具体指标实现值如表 1 所示.

表 1 某高校某学科建设项目各指标实现值

指标	师资队伍	科学研究	人才培养	学科平台	条件建设	学术交流
实现值	81	87	92	78	74	53

根据各指标实现值和权重数据, 利用所构建的各灰类白化权函数和式 (4), 可计算出各指标关于不同灰类的白化权函数值和灰色聚类系数, 如表 2 所示.

表 2 各指标关于不同灰类的灰色聚类系数

灰类	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	δ_i
优	0.1	0.7	1.0	0	0	0	0.419
良	0.9	0.3	0	0.8	0.4	0	0.413
中	0	0	0	0.2	0.6	0	0.088
差	0	0	0	0	0	1.0	0.080

从表 2 可以看出, 改进模型各指标属于优、良、中、差 4 个灰类的白化权函数值满足规范性, 即 $f_j^1(x) + f_j^2(x) + \dots + f_j^s(x) = 1$, 而之前的模型均不满足规范性, 即通常有 $f_j^1(x) + f_j^2(x) + \dots + f_j^s(x) \neq 1$.

对表 2 中的结果进行分析, 由 $\max_{1 \leq k \leq 4} \{\delta_i^k\} = \delta_i^4 = 0.419$ 可知, 总体上看该学科建设项目执行效果属于

优灰类, 说明建设效果显著; 但其关于良灰类的聚类系数 $\delta_i^3 = 0.413$ 与 δ_i^4 十分接近, 说明该学科建设项目执行效果介于优灰类和良灰类之间. 从分项指标看, 该项目人才培养指标属于优灰类, 达到了较高水平; 科学研究指标处于良和优之间, 接近优灰类; 师资队伍建设和学科平台建设指标基本属于良灰类, 说明这两个指标执行情况也较好; 而条件建设指标处于良和中之间, 更接近中灰类; 学术交流指标属于差灰类, 说明该项目在条件建设和学术交流方面还存在明显不足之处, 有待重视和进一步加强.

例 2 对于例 1 中的学科建设项目评估问题, 假设 4 个学科建设项目的单位化灰色聚类系数向量分别为

$$\delta_1 = (\delta_1^1, \delta_1^2, \delta_1^3, \delta_1^4) = (0.056, 0.112, 0.323, 0.496),$$

$$\delta_2 = (\delta_2^1, \delta_2^2, \delta_2^3, \delta_2^4) = (0.099, 0.172, 0.211, 0.518),$$

$$\delta_3 = (\delta_3^1, \delta_3^2, \delta_3^3, \delta_3^4) = (0.124, 0.292, 0.338, 0.246),$$

$$\delta_4 = (\delta_4^1, \delta_4^2, \delta_4^3, \delta_4^4) = (0.197, 0.312, 0.352, 0.089).$$

若下一期计划重点建设两个优势学科, 试确定入选学科; 试求与 δ_3, δ_4 对应的综合测度决策向量; 若下一期除计划重点建设两个优势学科外, 还要支持一个培育学科, 试确定入选学科. 具体如下:

1) 由

$$\max_{1 \leq k \leq 4} \{\delta_1^k\} = 0.496 = \delta_1^4, \quad \max_{1 \leq k \leq 4} \{\delta_2^k\} = 0.518 = \delta_2^4,$$

$$\max_{1 \leq k \leq 4} \{\delta_3^k\} = 0.338 = \delta_3^3, \quad \max_{1 \leq k \leq 4} \{\delta_4^k\} = 0.352 = \delta_4^3$$

可知, 学科建设项目 1 和项目 2 为优, 学科建设项目 3 和项目 4 为良, 若下一期计划重点建设两个优势学科, 则应选择学科建设项目 1、项目 2 支持的学科.

2) 关于差、中、良、优 4 个灰类的综合加权决策向量分别为

$$\eta_1 = \frac{1}{10}(4, 3, 2, 1), \quad \eta_2 = \frac{1}{12}(3, 4, 3, 2),$$

$$\eta_3 = \frac{1}{12}(2, 3, 4, 3), \quad \eta_4 = \frac{1}{10}(1, 2, 3, 4).$$

求综合测度决策向量, 由 $\omega_i^k = \eta_k \delta_i^T$, 可得

$$\omega_3^1 = \eta_1 \delta_3^T = \sum_{k=1}^4 \eta_1^k \delta_3^k = 0.2294,$$

$$\omega_3^2 = \eta_2 \delta_3^T = \sum_{k=1}^4 \eta_2^k \delta_3^k = 0.2538,$$

$$\omega_3^3 = \eta_3 \delta_3^T = \sum_{k=1}^4 \eta_3^k \delta_3^k = 0.2678,$$

$$\omega_3^4 = \eta_4 \delta_3^T = \sum_{k=1}^4 \eta_4^k \delta_3^k = 0.2706;$$

$$\omega_3 = (\omega_3^1, \omega_3^2, \omega_3^3, \omega_3^4) = (0.2294, 0.2538, 0.2678, 0.2706).$$

类似可得

$$\omega_4 = (\omega_4^1, \omega_4^2, \omega_4^3, \omega_4^4) = (0.2517, 0.2561, 0.2504, 0.2233).$$

3) 从同属于良的项目3和项目4中选出一个学科. 若直接比较灰色聚类系数, 则 $\delta_4^3 > \delta_3^3$, 似乎应学科4入选, 但从灰色聚类系数向量 δ_3, δ_4 可以看出, 学科3关于优灰类的决策系数明显大于学科4. 对比2)中所得到的综合测度决策向量 ω_3, ω_4 发现: 与优、良两个灰类对应的分量, 有 $\omega_3^4 = 0.2706 > \omega_4^4 = 0.2233, \omega_3^3 = 0.2678 > \omega_4^3 = 0.2504$; 而对应于中、差两个灰类的分量, 有 $\omega_3^2 = 0.2538 < \omega_4^2 = 0.2561, \omega_3^1 = 0.2294 < \omega_4^1 = 0.2517$. 由此可以判定, 学科建设项目3整体上优于学科建设项目4, 所以入选的应为学科建设项目3对应的学科. 两阶段灰色综合测度决策模型较好地解决了不同聚类系数向量主分量接近, 难以取舍的综合决策问题.

5 结 论

本文对三角白化权函数的改进实质上是用混合白化权函数(包含下限测度白化权函数、上限测度白化权函数和三角白化权函数)取代了原来的纯三角白化权函数. 这一改进解决了20多年来对基于三角白化权函数的灰色聚类评估模型应用造成困扰的聚类指标取值范围延拓难题. 两阶段灰色综合测度决策模型解决了灰色聚类系数向量 δ_i 的各分量取值趋于均衡或 δ_i 有若干个位于前列的主分量取值相近情形下, 最大聚类系数无法识别, 从而难以判定决策对象归属的综合决策问题. 运用本文提出的新模型对某高校学科建设项目进行综合评估, 得到的结论对领导决策起到了重要支持作用.

参考文献(References)

- [1] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1986: 69-78.
(Deng J L. On basic methods of grey system[M]. Wuhan: Press of Huazhong University of Science and Technology, 1986: 69-78.)
- [2] 刘思峰. 定权灰色聚类评估模型——灰色系统新方法[M]. 北京: 农业出版社, 1993: 178-184.
(Liu S F. On grey clustering evaluation model with fixed weight—New methods of grey system[M]. Beijing: Agricultural Press, 1993: 178-174.)
- [3] 刘思峰, 朱永达, 李炳军. 区域经济评估指标三角隶属函数评估模型[J]. 农业工程学报, 1993, 9(2): 8-131.
(Liu S F, Zhu Y D, Li B J. Study on triangular model and indexes in synthetic evaluation of regional economy[J]. Trans on the Chinese Society of Agricultural Engineering, 1993, 9(2): 8-131.)
- [4] 刘思峰, 郭天榜. 灰色系统理论及其应用[M]. 开封: 河南大学出版社, 1991: 85-93.
(Liu S F, Guo T B. Grey systems theory and its applications[M]. Kaifeng: He'nan University Press, 1991: 85-93.)
- [5] Liu S F. On index system and mathematical model for evaluation of scientific and technical strength[J]. Kybernetes, 2006, 35(7/8): 1256-1264.
- [6] 刘思峰, 谢乃明. 基于改进三角白化权函数的灰评估新方法[J]. 系统工程学报, 2011, 26(2): 244-250.
(Liu S F, Xie N M. A new grey evaluation method based on reformative triangular whitenization weight function[J]. J of Systems Engineering, 2011, 26(2): 244-250.)
- [7] Liu S F, Lin Y. Grey systems: Theory and applications[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2011: 81-90.
- [8] Liu S F, Jeffrey Forrest, Yang Y J. A brief introduction to grey systems theory[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2012, 2(2): 89-104.
- [9] 刘思峰, 谢乃明. 灰色系统理论及其应用[M]. 第6版, 北京: 科学出版社, 2013: 87-95.
(Liu S F, Xie N M. Grey systems theory and its applications[M]. The 6th ed. Beijing: Science Press, 2013: 87-95.)
- [10] Liu S F, Xu Bin, Jeffrey Forrest, et al. On uniform effect measure functions and a weighted multi-attribute grey target decision model[J]. J of Grey System, 2013, 25(1): 1-12.
- [11] 肖新平, 肖伟. 灰色最优聚类理论模型及其应用[J]. 运筹与管理, 1997, 6(1): 21-26.
(Xiao X P, Xiao W. Optimal grey clustering model and application[J]. Operations Research and Management Science, 1997, 6(1): 21-26.)
- [12] 熊和金, 陈绵云. 灰色聚类的几个问题[J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(5): 6-91.
(Xiong H J, Chen M Y. Some problems on grey clustering[J]. Systems Engineering and Electronics, 1999, 21(5): 6-91.)
- [13] 董奋义, 刘俊娟, 刘斌, 等. 灰色综合聚类法的改进及其在河南省农村经济发展水平评价中的应用[J]. 农业系统科学与综合研究, 2010, 26(4): 478-483.
(Dong F Y, Liu J J, Liu B, et al. Improved grey integrated clustering method and its application in the evaluation to rural economic development of henan province[J]. System Sciences and Comprehensive Studies In Agriculture, 2010, 26(4): 478-483.)
- [14] 裴玲玲, 陈万明, 沈春光. 灰色聚类评估模型的优化研究[J]. 内蒙古师范大学学报, 2012, 41(5): 462-466.
(Pei L L, Chen W M, Shen C G. Study on optimization of

- grey clustering evaluation model[J]. J of Inner Mongolia Normal University, 2012, 41(5): 462-466.)
- [15] 徐卫国, 张清宇, 郭慧, 等. 灰色聚类模型的改进及应用研究[J]. 数学的实践与认识, 2006, 36(6): 200-205.
(Xu W G, Zhang Q Y, Guo H, et al. Improvement and application of grey clustering model in atmospheric quality comprehensive evaluation[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2006, 36(6): 200-205.)
- [16] 张岐山. 灰聚类分析结果灰性的测度[J]. 中国管理科学, 2002, 10(1): 54-561.
(Zhang Q S. Measure of grey characteristics of grey clustering result[J]. Chinese J of Management Science, 2002, 10(1): 54-561.)
- [17] 刘思峰, 袁文峰, 盛克勤. 一种新型多目标智能加权灰靶决策模型[J]. 控制与决策, 2010, 25(8): 1159-1163.
(Liu S F, Yuan W F, Sheng K Q. Multi-attribute intelligent grey target decision model[J]. Control and Decision, 2010, 25(8): 1159-1163.)
- [18] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 聚类系数无显著性差异下的灰色综合聚类方法研究[J]. 中国管理科学, 2005, 13(4): 69-73.
(Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Study on the integrated grey clustering method under the clustering coefficient without distinguished difference[J]. Chinese J of Management Science, 2005, 13(4): 69-73.)
- [19] Liu S F, Sheng K Q, Jeffrey Forrest. On uncertain systems and uncertain models[J]. Kybernetes: The Int J of Cybernetics, Systems And Management Sciences, 2012, 41(5): 548-556.
- [20] 郑静. 沪宁铁路沿线城市产业发展预测模型[D]. 南京: 南京航空航天大学经济与管理学院, 2013.
(Zheng J. On industrial development prediction model of cities along Shanghai-Nanjing railway[D]. Nanjing: College of Economics Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013.)

(责任编辑: 孙艺红)