

欠驱动航天器相对运动的姿轨耦合控制

吴锦杰, 刘 昆, 韩大鹏, 张 峰

(国防科学技术大学 航天科学与工程学院, 长沙 410073)

摘 要: 针对欠驱动的非对称航天器设计六自由度相对运动的姿轨耦合控制器. 首先, 给出用对偶四元数描述的六自由度相对运动模型; 然后, 基于矩阵广义逆和空控制向量提出广义的滑模控制器, 以实现相对姿态欠驱动控制的渐近稳定; 最后, 考虑姿轨耦合特性, 利用高斯伪谱法和非线性规划得到相对轨道运动能量最省的轨迹, 进而利用滑模变结构控制实现对该轨迹的跟踪. 仿真结果表明, 所提出的方法是有效和可行的, 而且较其他方法消耗的能量更少.

关键词: 欠驱动航天器; 六自由度相对运动; 广义逆; 滑模变结构控制; 伪谱法; 对偶四元数

中图分类号: V448.21

文献标志码: A

Coupled attitude and orbit control for relative motion of underactuated spacecraft

WU Jin-jie, LIU Kun, HAN Da-peng, ZHANG Feng

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China.

Correspondent: WU Jin-jie, E-mail: wujinjie746@163.com)

Abstract: A coupled attitude and orbit controller is proposed for the six-degrees-of-freedom(6-DOF) relative motion of an underactuated and asymmetrical spacecraft. Firstly, by using dual quaternion, a 6-DOF relative motion model is introduced. Then, a generalized sliding mode controller is proposed to achieve the asymptotic stabilization of underactuated relative attitude motion based on the generalized inversion of the matrix and null control vector. Finally, considering the coupling effect of attitude and orbit, Gauss pseudospectral method and nonlinear programming are adopted to obtain a power optimal trajectory which is tracked with sliding variable structure control. The simulation results show that the proposed method is effective and feasible, and it consumes less power than other methods.

Key words: underactuated spacecraft; 6-DOF relative motion; generalized inversion; sliding mode control; pseudospectral method; dual quaternion

0 引 言

按照空间任务的需求和应用模式的不同, 航天器的相对运动可以划分为两航天器的交会对接、卫星编队飞行、空间目标逼近等类型. 为了完成这些空间任务, 往往需要同时精确地控制伴星航天器相对于参考航天器的姿态和轨道.

国内外一些学者对航天器六自由度的相对运动控制进行了大量研究. 国内, 铁钰嘉等^[1]、朱志斌等^[2]、周稼康等^[3]采用传统的姿态和轨道模型分别针对航天器的交会对接和编队飞行设计了六自由度的控制器; 王剑颖等^[4]则在对偶四元数的框架下设计了用于航天器空间目标逼近的姿轨耦合控制器, 该模

型能够统一描述相对姿态运动和相对轨道运动. 国外, Xin等^[5]利用 θ -D方法设计了空间目标逼近的最优控制器; Wu等^[6]设计了变结构的跟踪控制器, 用以优化编队航天器六自由度跟踪控制时的推力矢量; Wang等^[7]和Wu等^[8]均利用对偶四元数描述航天器六自由度的相对运动, 分别设计了模型无关的PD控制器和考虑输入饱和的自适应变结构控制器, 以实现交会对接最终段的姿轨耦合控制.

上述这些方法在航天器六自由度的相对运动控制的收敛速度、控制精度、能量优化等方面均取得了较为满意的结果, 但这些结果都是在假定控制系统正常工作情况下得到的. 然而, 随着航天控制任务的

收稿日期: 2013-04-17; 修回日期: 2013-10-12.

基金项目: 国家863计划项目(2012AA7022019); 高分辨率对地观测系统重大专项(GFZX04010801).

作者简介: 吴锦杰(1983-), 男, 博士生, 从事飞行器动力学与控制、非线性滤波和粒子滤波的研究; 刘昆(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事磁悬浮飞轮技术、飞行器动力学与控制等研究.

多样化和复杂化, 控制系统不可避免地会出现执行机构故障甚至失效, 使得在航天器本体的某一个或两个方向上无法正常地输出控制力矩或控制力, 从而从一个全驱动系统退化为一个欠驱动系统. 对于这样的欠驱动航天器, 是否仍然能够实现六自由度的相对运动控制是需要重点考虑的问题.

目前, 欠驱动航天器的控制方法主要包括开环轨迹规划算法和闭环控制器设计. 前者的主要思想是对于一组给定的始末状态, 寻找一条连接这两个状态之间的轨迹, 使得该轨迹满足状态和控制的约束, 并同时优化期望的性能指标^[9-11]. 这种方法可通过离线计算得到, 但不能避免初始值扰动、外界干扰、噪声以及模型参数的不确定性等影响. 后者主要包括两种, 即对规划轨迹的跟踪控制^[12-13]和基于稳定性理论的控制^[14-16]. 前一种方法存在的问题是在欠驱动控制的情形下并不是所有状态轨迹都是可寻的; 后一种方法则是通过严格分析系统的稳定性来设计控制器, 这种方法比较复杂, 而且主要集中在单个欠驱动航天器的姿态稳定控制上. 对于欠驱动航天器六自由度相对运动的控制问题, 如何实现欠驱动系统的渐近稳定, 并克服外界干扰, 同时优化某些性能指标, 对于提高航天器的使用寿命, 实现航天器的在轨自主运行具有重要的应用价值.

本文考虑在航天器的姿态控制执行机构出现故障的情况下, 对仅有 2 个独立控制输入力矩和 3 个独立控制输入力的欠驱动航天器六自由度相对运动的姿轨耦合控制问题进行研究. 首先, 给出用对偶四元数表示的航天器六自由度相对运动模型; 然后, 基于广义逆和空控制向量设计广义的滑模控制器, 以实现相对姿态运动的渐近稳定; 最后, 对于相对轨道控制的耦合问题, 利用高斯伪谱法将连续的优化问题转化为非线性规划问题, 得到能量消耗最优的运动轨迹, 进而设计滑模变结构控制器跟踪该最优轨迹, 并通过数值仿真实验结果验证了所提出方法的有效性和可行性.

1 模 型

1.1 坐标系定义

O_I-XYZ 为地心惯性坐标系 (F_I): 原点在地球心, $O_I X_I$ 轴沿地球赤道面与黄道面的交线指向春分点, $O_I Z_I$ 轴指向地球北极, $O_I Y_I$ 轴与 $O_I X_I$ 轴和 $O_I Z_I$ 轴构成右手坐标系. $O_I-x_{I0}y_{I0}z_{I0}$ 为主星航天器质心轨道坐标系 (F_{I0}): 原点为主星航天器的质心, $O_I y_{I0}$ 轴由地心指向主星质心, $O_I z_{I0}$ 轴沿主星轨道面的负法线方向, $O_I x_{I0}$ 轴与 $O_I y_{I0}$ 轴和 $O_I z_{I0}$ 轴满足右手法则. $O_b-x_b y_b z_b$ 和 $O_b-x_{fb} y_{fb} z_{fb}$ 分别为主星航天器的本体坐标系 (F_{Ib}) 和伴星航天器的本体坐标系 (F_{fb}): 原

点均位于航天器的质心, 3 个方向轴均沿着航天器的惯量主轴方向.

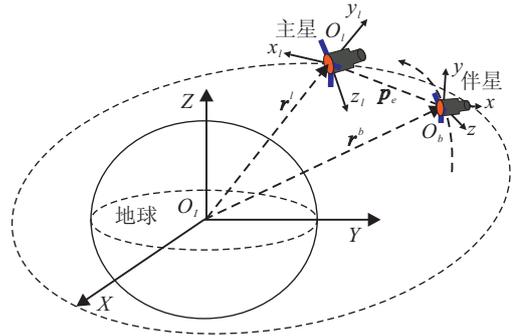


图 1 航天器相对运动的坐标系示意图

1.2 运动学和动力学方程

由上述定义的坐标系, 伴星航天器相对于主星航天器的姿态运动和轨道运动可以用 F_{fb} 相对于 F_{Ib} 的螺旋运动描述如下:

$$\hat{q}_{fl} = q_{fl} + \varepsilon \frac{1}{2} q_{fl} \circ P_{fl}^{fb}. \quad (1)$$

其中: $\hat{q}_{fl} = \hat{q}_{Ib}^* \circ \hat{q}_{fb}$ 为对偶四元数 \hat{q}_{Ib} 与 \hat{q}_{fb} 的差; q_{fl} 和 P_{fl}^{fb} 分别为 F_{fb} 相对于 F_{Ib} 的四元数和位置矢量; ε 为对偶因子, 满足 $\varepsilon^2 = 0$ 且 $\varepsilon \neq 0$ 的约束条件.

由对偶数的理论知识^[7-8]可得到伴星航天器相对于主星航天器的运动学方程和动力学方程分别为

$$\dot{\hat{q}}_{fl} = \frac{1}{2} \hat{q}_{fl} \circ \hat{\omega}_{fl}^{fb}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}}_{fl}^{fb} = & \hat{M}_f^{-1} \hat{F}^{fb} - \hat{M}_f^{-1} (\hat{\omega}_f^{fb} \times \hat{M}_f \hat{\omega}_f^{fb}) - \\ & \hat{q}_{fl}^* \circ \hat{\omega}_I^{Ib} \circ \hat{q}_{fl} + \hat{\omega}_{fl}^{fb} \times (\hat{q}_{fl}^* \circ \hat{\omega}_I^{Ib} \circ \hat{q}_{fl}). \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $\hat{\omega}_{fl}^{fb}$ 为伴星航天器相对于主星航天器的速度旋量在 F_{fb} 中的分量; \hat{M}_f 为伴星航天器的对偶惯性算子; \hat{F}^{fb} 为作用在伴星航天器质心上的对偶力, 它包括力 $F \in \mathbf{R}^3$ 和力矩 $T \in \mathbf{R}^3$; $\hat{\omega}_f^{fb}$ 为伴星航天器在 F_{fb} 中的速度旋量; $\hat{\omega}_I^{Ib}$ 为主星航天器在 F_{Ib} 中的速度旋量.

式 (3) 可拆分为实数部分和对偶部分^[7-8], 分别对应 2 个航天器之间的相对姿态运动和相对轨道运动.

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{fl}^{fb} = & -J_f^{-1} [(\omega_{fl}^{fb} + C_{Ib}^{fb} \omega_I^{Ib}) \times J_f (\omega_{fl}^{fb} + \\ & C_{Ib}^{fb} \omega_I^{Ib})] - C_{Ib}^{fb} \omega_I^{Ib} + (\omega_{fl}^{fb}) \times C_{Ib}^{fb} \omega_I^{Ib} + \\ & J_f^{-1} (T_u^{fb} + T_g^{fb} + T_d^{fb}), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_{fl}^{fb} = & \frac{d}{dt} (\dot{P}_{fl}^{fb} + \omega_{fl}^{fb} \times P_{fl}^{fb}) = \\ & -2C_{Ib}^{fb} \omega_I^{Ib} \times \dot{P}_{fl}^{fb} - C_{Ib}^{fb} \omega_I^{Ib} \times \\ & (C_{Ib}^{fb} \omega_I^{Ib} \times P_{fl}^{fb}) - C_{Ib}^{fb} \dot{\omega}_I^{Ib} \times P_{fl}^{fb} + \\ & \frac{\mu}{\|P_{Ib}^{Ib}\|^3} C_{Ib}^{fb} P_{Ib}^{Ib} - \omega_{fl}^{fb} \times \dot{P}_{fl}^{fb} - \\ & \omega_{fl}^{fb} \times (\omega_{fl}^{fb} \times P_{fl}^{fb}) - 2C_{Ib}^{fb} \omega_I^{Ib} \times \end{aligned}$$

$$(\omega_{fl}^{fb} \times P_{fl}^{fb}) - \frac{\mu}{\|P_f^{fb}\|^3} P_f^{fb} + \frac{F_u^{fb}}{m_f} + \frac{F_d^{fb}}{m_f}. \quad (5)$$

其中: T_u^{fb} 、 T_g^{fb} 、 T_d^{fb} 、 F_u^{fb} 和 F_d^{fb} 分别为伴星的控制力矩、重力梯度力矩、扰动力矩、控制力和扰动力, ω_{fl}^{fb} 、 V_{fl}^{fb} 、 P_{fl}^{fb} 分别为伴星相对于主星的角速度、速度、位置矢量在 F_{fb} 中的分量, J_f 和 m_f 分别为伴星航天器的转动惯量和质量, P_f^{fb} 为伴星的位置在 F_{fb} 中的分量, P_l^{fb} 和 ω_l^{fb} 分别为主星的位置矢量和角速度在 F_{lb} 中的分量, C_{lb}^{fb} 为 F_{fb} 相对于 F_{lb} 的方向余弦阵, μ 为地球引力常数. 在式(5)中, 相对位置的变化包含相对姿态的分量 ω_{fl}^{fb} 和 C_{lb}^{fb} , 因此, 六自由度相对运动的姿轨耦合特性得到了体现.

2 控制器设计

2.1 问题表述与分析

为方便问题分析, 首先给出4个合理的假设.

假设 1 主星航天器的飞行轨道为圆轨道, 即 $\dot{\omega}_l^{fb} = 0$, 且它的本体系与轨道系是重合的.

假设 2 伴星航天器是非对称的航天器, 它的转动惯量为对角阵

$$J_f = \text{diag}(J_{f_1}, J_{f_2}, J_{f_3}),$$

其中 $J_{f_1} \neq J_{f_2} \neq J_{f_3}$.

假设 3 伴星航天器本体 X 轴方向上的控制力矩为0, 即 $T_{u,1}^{fb} = 0$.

假设 4 伴星航天器与主星航天器之间的4个相对状态量, 即相对角度、相对角速度、相对位置和相对速度均是可测量的, 且不考虑观测噪声的影响.

控制目标 对于式(4)和(5)所示的六自由度相对运动模型, 在上述4个假设条件下对伴星航天器设计控制器, 使得二者之间的相对姿态和相对轨道收敛到零, 并确保能量的消耗最少, 即

$$\begin{aligned} \min J &= \int_0^{t_f} \left\| \frac{1}{m_f} F_u^{fb}(t) \right\| dt; \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} [q_{fl}(t)]_v = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_{fl}^{fb}(t) = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} P_{fl}^{fb}(t) = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} V_{fl}^{fb}(t) = 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $(q_{fl})_v$ 为 q_{fl} 的向量部分.

2.2 相对姿态的欠驱动控制

将式(4)展开, 分析其每个通道的运动特性. 取

$$\begin{aligned} a_1 &= (J_{f_2} - J_{f_3})/J_{f_1}, \\ a_2 &= (J_{f_3} - J_{f_1})/J_{f_2}, \\ a_3 &= (J_{f_1} - J_{f_2})/J_{f_3}, \end{aligned}$$

则可以得到

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{fl,1}^{fb} = a_1 \omega_{fl,2}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} + (a_1 + 1) \omega_{fl,2}^{fb} f_2 + (a_1 - 1) \omega_{fl,3}^{fb} f_1 + a_1 f_1 f_2 + d_1, \\ \dot{\omega}_{fl,2}^{fb} = a_2 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} + (a_2 - 1) \omega_{fl,1}^{fb} f_2 + (a_2 + 1) \omega_{fl,3}^{fb} f_3 + a_2 f_2 f_3 + \tau_2 + d_2, \\ \dot{\omega}_{fl,3}^{fb} = a_3 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,2}^{fb} + (a_3 + 1) \omega_{fl,1}^{fb} f_1 + (a_3 - 1) \omega_{fl,2}^{fb} f_3 + a_3 f_1 f_3 + \tau_3 + d_3. \end{cases} \quad (7)$$

其中: f_1 、 f_2 、 f_3 、 τ_2 、 τ_3 、 d_1 、 d_2 、 d_3 的表达式分别为

$$\begin{aligned} f_1 &= 2(q_{fl,0} q_{fl,1} + q_{fl,2} q_{fl,3}) \omega_l^{lb}, \\ f_2 &= (q_{fl,0}^2 - q_{fl,1}^2 - q_{fl,2}^2 - q_{fl,3}^2) \omega_l^{lb}, \\ f_3 &= 2(-q_{fl,0} q_{fl,2} + q_{fl,1} q_{fl,3}) \omega_l^{lb}, \\ \tau_2 &= \frac{T_{u,2}^{fb}}{J_{f_2}}, \quad \tau_3 = \frac{T_{u,3}^{fb}}{J_{f_3}}, \\ d_1 &= \frac{T_{d,1}^{fb}}{J_{f_1}}, \quad d_2 = \frac{T_{d,2}^{fb}}{J_{f_2}}, \quad d_3 = \frac{T_{d,3}^{fb}}{J_{f_3}}. \end{aligned} \quad (8)$$

在式(7)中取 ϑ_1 、 D_1 、 D_2 和 D_3 分别为

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= (a_1 + 1) \omega_{fl,2}^{fb} f_2 + (a_1 - 1) \omega_{fl,3}^{fb} f_1 + a_1 f_1 f_2, \\ D_1 &= \vartheta_1 + d_1, \\ D_2 &= (a_2 - 1) \omega_{fl,1}^{fb} f_2 + (a_2 + 1) \omega_{fl,3}^{fb} f_3 + a_2 f_2 f_3 + d_2, \\ D_3 &= (a_3 + 1) \omega_{fl,1}^{fb} f_1 + (a_3 - 1) \omega_{fl,2}^{fb} f_3 + a_3 f_1 f_3 + d_3. \end{aligned} \quad (9)$$

将式(9)代入(7), 得到简化的相对姿态运动模型为

$$\begin{cases} \dot{q}_{fl} = \frac{1}{2} q_{fl} \circ \omega_{fl}^{fb}, \\ \dot{\omega}_{fl,1}^{fb} = a_1 \omega_{fl,2}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} + D_1, \\ \dot{\omega}_{fl,2}^{fb} = a_2 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} + \tau_2 + D_2, \\ \dot{\omega}_{fl,3}^{fb} = a_3 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,2}^{fb} + \tau_3 + D_3. \end{cases} \quad (10)$$

因此, 问题便转化为如何设计 τ_2 和 τ_3 , 使得 ω_{fl}^{fb} 和 $(q_{fl})_v$ 收敛到0. 由式(10)可见, 伴星航天器本体 X 轴方向上无控制力矩, 而 $\dot{\omega}_{fl,1}^{fb}$ 是 $\omega_{fl,2}^{fb}$ 和 $\omega_{fl,3}^{fb}$ 的函数, 因此, X 轴方向上的控制必须利用它与 Y 轴和 Z 轴的耦合特性来实现, 即由控制输入 τ_2 和 τ_3 通过 $\omega_{fl,2}^{fb}$ 和 $\omega_{fl,3}^{fb}$ 来间接实现.

假定系统的欠驱动状态向量为

$$x_u = [q_{fl,1}, \omega_{fl,1}^{fb}]^T,$$

则式(10)中的欠驱动子系统为

$$\begin{cases} \dot{q}_{fl,1} = \frac{1}{2} (\omega_{fl,1}^{fb} q_{fl,0} + \omega_{fl,2}^{fb} q_{fl,2} - \omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,3}), \\ \dot{\omega}_{fl,1}^{fb} = a_1 \omega_{fl,2}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} + D_1. \end{cases} \quad (11)$$

为了实现上述欠驱动子系统的稳定性, 定义标量函数 $\phi_u(\omega_{fl,1}^{fb}, q_{fl,1}) : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ 为

$$\phi_u(\omega_{fl,1}^{fb}, q_{fl,1}) = \omega_{fl,1}^{fb} + \gamma q_{fl,1}, \quad (12)$$

其中 $\gamma > 0$. 对 ϕ_u 分别计算相对于时间的一阶和二阶导数, 有

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_u &= \dot{\omega}_{fl,1}^{fb} + \gamma \dot{q}_{fl,1} = \\ &a_1 \omega_{fl,2}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} + D_1 + 0.5\gamma(\omega_{fl,1}^{fb} q_{fl,0} + \\ &\omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,2} - \omega_{fl,2}^{fb} q_{fl,3}), \\ \ddot{\phi}_u &= \\ &a_1(\dot{\omega}_{fl,2}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} + \omega_{fl,2}^{fb} \dot{\omega}_{fl,3}^{fb}) + \dot{D}_1 + \\ &0.5\gamma(\dot{\omega}_{fl,1}^{fb} q_{fl,0} + \omega_{fl,1}^{fb} \dot{q}_{fl,0} + \dot{\omega}_{fl,3}^{fb} q_{fl,2} + \\ &\omega_{fl,3}^{fb} \dot{q}_{fl,2} - \dot{\omega}_{fl,2}^{fb} q_{fl,3} - \omega_{fl,2}^{fb} \dot{q}_{fl,3}) = \\ &(a_1 \omega_{fl,3}^{fb} - 0.5\gamma q_{fl,3})\tau_2 + \\ &(a_1 \omega_{fl,2}^{fb} + 0.5\gamma q_{fl,2})\tau_3 + \\ &a_1 \omega_{fl,1}^{fb} [a_2 (\omega_{fl,3}^{fb})^2 + a_3 (\omega_{fl,2}^{fb})^2] + \\ &0.5\gamma(\omega_{fl,1}^{fb} \dot{q}_{fl,0} + \omega_{fl,3}^{fb} \dot{q}_{fl,2} - \omega_{fl,2}^{fb} \dot{q}_{fl,3}) + \\ &0.5\gamma(a_3 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,2}^{fb} q_{fl,2} - a_2 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,3} + \\ &a_1 \omega_{fl,2}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,0}) + (a_1 \omega_{fl,3}^{fb} - 0.5\gamma q_{fl,3})D_2 + \\ &(a_1 \omega_{fl,2}^{fb} + 0.5\gamma q_{fl,2})D_3 + 0.5\gamma q_{fl,0}D_1 + \dot{D}_1. \end{aligned} \quad (13)$$

为使得 ϕ_u 渐近收敛, 令

$$\begin{cases} \ddot{\phi}_u + 2\zeta w_n \dot{\phi}_u + w_n^2 \phi_u = D, \\ D = (a_1 \omega_{fl,3}^{fb} - 0.5\gamma q_{fl,3})D_2 + \\ (a_1 \omega_{fl,2}^{fb} + 0.5\gamma q_{fl,2})D_3 + \\ (0.5\gamma q_{fl,0} + 2\zeta w_n)D_1 + \dot{D}_1. \end{cases} \quad (15)$$

其中: ζ 和 w_n 均为大于 0 的常数, D 可视为一个有界的干扰. 式 (15) 中的第 1 式的特征根和解可计算得到.

$$\begin{aligned} \lambda_i &= -\zeta w_n \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} w_n, \quad i = 1, 2; \\ \phi_u &= c e^{\lambda_i t} + D/w_n^2. \end{aligned} \quad (16)$$

因此, 可通过调整 ζ 和 w_n 的取值使得 $\lambda_i < 0 (i = 1, 2)$ 成立, 同时使得 D/w_n^2 尽量小, 从而 ϕ_u 将渐近收敛到接近于零的一个小邻域 $\varepsilon > 0$ 内, 即 $|\phi_u| < \varepsilon$.

将式 (12)~(14) 代入 (15) 中的第 1 式, 整理得到

$$\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\tau} = b.$$

其中: $\boldsymbol{\tau} = [\tau_2, \tau_3]^T$, $\mathbf{A} = [a_1 \omega_{fl,3}^{fb} - 0.5\gamma q_{fl,3}, a_1 \omega_{fl,2}^{fb} + 0.5\gamma q_{fl,2}]$, 而 b 的表达式为

$$\begin{aligned} b &= \\ &- a_1 \omega_{fl,1}^{fb} [a_2 (\omega_{fl,3}^{fb})^2 + a_3 (\omega_{fl,2}^{fb})^2] - \\ &0.5\gamma(\omega_{fl,1}^{fb} \dot{q}_{fl,0} + \omega_{fl,3}^{fb} \dot{q}_{fl,2} - \omega_{fl,2}^{fb} \dot{q}_{fl,3}) - \\ &0.5\gamma(a_3 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,2}^{fb} q_{fl,2} - a_2 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,3} + \\ &a_1 \omega_{fl,2}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,0}) - 2\zeta w_n [a_1 \omega_{fl,2}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} + \\ &0.5\gamma(\omega_{fl,1}^{fb} q_{fl,0} + \omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,2} - \omega_{fl,2}^{fb} q_{fl,3})] - \\ &w_n^2 (\omega_{fl,1}^{fb} + \gamma q_{fl,1}). \end{aligned} \quad (17)$$

则所有满足式 $\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\tau} = b$ 的控制输入 $\boldsymbol{\tau}$ 均可以实现欠

驱动子系统的稳定控制. 由它计算得到向量 \mathbf{A} 的雅克比矩阵为

$$\text{Jac}(\mathbf{A}) = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial (\omega_{fl,2}^{fb}, \omega_{fl,3}^{fb})^T} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 \\ a_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

由假设 2 可知 $a_1 \neq 0$, 从而矩阵 $\partial \mathbf{A} / \partial (\omega_{fl,2}^{fb}, \omega_{fl,3}^{fb})^T$ 非奇异, 因此式 $\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\tau} = b$ 有可行解. 另一方面, 根据文献 [17] 的分析, 可以得到使得式 (11) 所示系统全局渐近稳定的控制律为

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{A}^+ b + \mathbf{P} \mathbf{y}. \quad (19)$$

其中: \mathbf{P} 为控制系数 \mathbf{A} 的空投影矩阵, \mathbf{A}^+ 为控制系数 \mathbf{A} 的广义逆, \mathbf{y} 为待确定的空控制向量. \mathbf{P} 和 \mathbf{A}^+ 的表达式分别为

$$\mathbf{P} = \mathbf{E}_{2 \times 2} - \mathbf{A}^+ \mathbf{A}; \quad (20)$$

$$\mathbf{A}^+ = \begin{cases} \mathbf{A}^T / \|\mathbf{A}\|^2, & \|\mathbf{A}\| \neq 0; \\ 0, & \|\mathbf{A}\| = 0. \end{cases} \quad (21)$$

根据式 (21) 中广义逆 \mathbf{A}^+ 的定义, 有

$$\lim_{\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{0}_{1 \times 2}} \mathbf{A}^+ = \infty_{2 \times 1},$$

此时会导致闭环系统稳定性的奇异. 因此, 可使用阻尼控制系数的广义逆 \mathbf{A}_d^+ 来替代控制系数的广义逆 \mathbf{A}^+ [18], 即

$$\mathbf{A}_d^+ = \begin{cases} \mathbf{A}^T / \|\mathbf{A}\|^2, & \|\mathbf{A}\| \geq \eta_r; \\ \mathbf{A}^T / \eta_r^2, & \|\mathbf{A}\| < \eta_r. \end{cases} \quad (22)$$

其中: $\eta_r > 0$ 为阻尼系数, 对应的阻尼控制系数的空投影矩阵 \mathbf{P}_d 为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_d &= \mathbf{E}_{2 \times 2} - \mathbf{A}_d^+ \mathbf{A} = \\ &\begin{cases} \mathbf{E}_{2 \times 2} - \frac{1}{\|\mathbf{A}\|^2} \mathbf{A}^T \mathbf{A}, & \|\mathbf{A}\| \geq \eta_r; \\ \mathbf{E}_{2 \times 2} - \frac{1}{\eta_r^2} \mathbf{A}^T \mathbf{A}, & \|\mathbf{A}\| < \eta_r. \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

则此时的控制律可以表示为

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{A}_d^+ b + \mathbf{P}_d \mathbf{y}. \quad (24)$$

式 (24) 所示的控制能够使欠驱动子系统渐近稳定. 然而, 为了使得 ω_{fl}^{fb} 和 $(q_{fl})_v$ 均收敛到 0, 需通过设计 \mathbf{y} 来实现. 为此, 给出如下定理.

定理 1 对于式 (10) 所示的航天器相对姿态运动的欠驱动模型, 设计广义的滑模控制器为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= [\tau_2, \tau_3]^T = \\ &\mathbf{A}_d^+ b + \mathbf{P}_d \begin{bmatrix} -a_2 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} - \frac{1}{2} k_2 (\omega_{fl,2}^{fb} q_{fl,0} - \\ \omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,1} + \omega_{fl,1}^{fb} q_{fl,3}) - \chi \text{sign}(S_2) \\ -a_3 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,2}^{fb} - \frac{1}{2} k_3 (\omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,0} + \\ \omega_{fl,2}^{fb} q_{fl,1} - \omega_{fl,1}^{fb} q_{fl,2}) - \chi \text{sign}(S_3) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (25)$$

其中: $S_2 = \omega_{fl,2}^{fb} + k_2 q_{fl,2}$ 和 $S_3 = \omega_{fl,3}^{fb} + k_3 q_{fl,3}$ 为系

统的滑模面, $k_2 > 0$ 、 $k_3 > 0$ 和 $\chi > 0$ 均为控制器的设计参数, χ 满足 $\chi > \max(|\bar{D}_2|, |\bar{D}_3|)$ 的条件, $|\bar{D}_2|$ 和 $|\bar{D}_3|$ 分别为扰动 D_2 和 D_3 的绝对值的最大值. 则闭环系统的滑模面将渐近收敛到 0, 且 ω_{fl}^{fb} 和 $(q_{fl})_v$ 也最终收敛到 0.

证明 首先证明 $S_2 \rightarrow 0$ 和 $S_3 \rightarrow 0$, 再证明 $\omega_{fl}^{fb} \rightarrow \mathbf{0}$ 和 $(q_{fl})_v \rightarrow \mathbf{0}$.

1) 考虑式 (10) 中的 $\omega_{fl,2}^{fb}$ 和 $\omega_{fl,3}^{fb}$ 两个通道的方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{fl,2} \\ \dot{q}_{fl,3} \\ \dot{\omega}_{fl,2}^{fb} \\ \dot{\omega}_{fl,3}^{fb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\omega_{fl,2}^{fb} q_{fl,0} - \omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,1} + \omega_{fl,1}^{fb} q_{fl,3}) \\ \frac{1}{2}(\omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,0} + \omega_{fl,2}^{fb} q_{fl,1} - \omega_{fl,1}^{fb} q_{fl,2}) \\ a_2 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} \\ a_3 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,2}^{fb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

选取李雅普诺夫函数为

$$V_1 = \frac{1}{2}(S_2^2 + S_3^2),$$

对其求导并代入式 (26), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & S_2(\dot{\omega}_{fl,2}^{fb} + k_2 \dot{q}_{fl,2}) + S_3(\dot{\omega}_{fl,3}^{fb} + k_3 \dot{q}_{fl,3}) = \\ & S_2 \left[a_2 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,3}^{fb} + \tau_2 + D_2 + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} k_2 (\omega_{fl,2}^{fb} q_{fl,0} - \omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,1} + \omega_{fl,1}^{fb} q_{fl,3}) \right] + \\ & S_3 \left[a_3 \omega_{fl,1}^{fb} \omega_{fl,2}^{fb} + \tau_3 + D_3 + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} k_3 (\omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,0} + \omega_{fl,2}^{fb} q_{fl,1} - \omega_{fl,1}^{fb} q_{fl,2}) \right]. \quad (27) \end{aligned}$$

由文献 [18] 的理论分析可知

$$\phi_u(x_u, t) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{A} = \mathbf{0}_{1 \times 2}.$$

因此, 当 τ 使得 ϕ_u 渐近收敛到零的一个小邻域内时有 \mathbf{A}_d^+ 收敛到 $\mathbf{0}_{2 \times 1}$, \mathbf{P} 收敛到 $\mathbf{E}_{2 \times 2}$. 将式 (25) 和 $\chi > \max(|\bar{D}_2|, |\bar{D}_3|)$ 代入式 (27), 可得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & S_2[-\chi \text{sign}(S_2) + D_2] + S_3[-\chi \text{sign}(S_3) + D_3] = \\ & -\chi |S_2| + D_2 S_2 - \chi |S_3| + D_3 S_3 \leq \\ & -(\chi - |\bar{D}_2|)|S_2| - (\chi - |\bar{D}_3|)|S_3| \leq 0, \quad (28) \end{aligned}$$

因此滑模面 S_2 和 S_3 将渐近收敛到 0.

2) 当 S_2 和 S_3 收敛到 0 时, 有

$$\omega_{fl,2}^{fb} + k_2 q_{fl,2} = 0,$$

$$\omega_{fl,3}^{fb} + k_3 q_{fl,3} = 0.$$

选取李雅普诺夫函数为

$$V_2 = q_{fl,1}^2 + q_{fl,2}^2 + q_{fl,3}^2 + (1 - q_{fl,0})^2,$$

对其求导并由 $\phi_u = 0$ 可得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & 2 \frac{d}{dt}(1 - q_{fl,0}) = \\ & \omega_{fl,1}^{fb} q_{fl,1} + \omega_{fl,2}^{fb} q_{fl,2} + \omega_{fl,3}^{fb} q_{fl,3} = \\ & -\gamma q_{fl,1}^2 - k_2 q_{fl,2}^2 - k_3 q_{fl,3}^2 \leq 0. \quad (29) \end{aligned}$$

因此, 当滑模面 S_2 和 S_3 收敛到 0 时, ω_{fl}^{fb} 和 $(q_{fl})_v$ 也将渐近收敛到 0. \square

注 1 由式 (16), 为了使得 ϕ_u 以较快的速度收敛到一个充分小的值, ζ 和 w_n 的取值很重要.

注 2 式 (25) 中的符号函数可能会引起颤振现象, 因此可以用饱和函数来替代符号函数, 即

$$\text{sat}(S, \sigma) = \begin{cases} S/\sigma, & |S| \leq \sigma; \\ \text{sign}(S), & |S| > \sigma. \end{cases} \quad (30)$$

2.3 相对位置的耦合控制

上述广义滑模控制器能够使得欠驱动的相对姿态运动渐近收敛, 受姿轨耦合特性影响, 相对轨道的控制必须考虑相对姿态的运动. 为了实现式 (6) 所示的控制目标, 将相对轨道的耦合控制分为导引和跟踪两部分. 导引部分通过轨迹规划得到相对位置、相对速度和控制力的最优曲线; 跟踪部分则考虑了外部干扰力, 将轨迹规划得到的相对位置和相对速度的最优曲线作为参考轨迹, 设计控制器对其进行跟踪.

2.3.1 最优轨迹规划

利用高斯伪谱法, 将式 (5) 所示的连续最优控制问题转化为离散的非线性规划问题, 求得离散的最优解. 对于 N 个离散时刻 $t_n \in [t_0, t_f] (n = 0, 1, \dots, N-2, f)$, 利用下式线性变换到区间 $\tau \in [-1, 1]$ 上:

$$\tau = \frac{2t}{t_f - t_0} - \frac{t_f + t_0}{t_f - t_0}. \quad (31)$$

由 Lagrange 插值多项式, 相对位置和相对速度可近似为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\tau) & \approx \sum_{i=1}^N L_i(\tau) \mathbf{P}(\tau_i), \\ \mathbf{V}(\tau) & \approx \sum_{i=1}^N L_i(\tau) \mathbf{V}(\tau_i), \quad (32) \end{aligned}$$

其中 $L_i(\tau) = \prod_{j=1, j \neq i}^N \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j}$. 因此, 将式 (5) 在 LG 点处离散化, 有

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N D_{ki} \mathbf{P}_{fl}^{fb}(\tau_i) = \\ \mathbf{V}_{fl}^{fb}(\tau_k) - \omega_{fl}^{fb}(\tau_k) \times \mathbf{P}_{fl}^{fb}(\tau_k), \quad (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^N D_{ki} \mathbf{V}_{fl}^{fb}(\tau_i) = \\
& [-2\mathbf{C}_{lb}^{fb}(\tau_k) \boldsymbol{\omega}_l^{lb}(\tau_k)] \times \sum_{i=1}^N D_{ki} \mathbf{P}_{fl}^f(\tau_i) - \\
& \mathbf{C}_{lb}^{fb}(\tau_k) \boldsymbol{\omega}_l^{lb}(\tau_k) \times [\mathbf{C}_{lb}^{fb}(\tau_k) \boldsymbol{\omega}_l^{lb}(\tau_k) \times \\
& \mathbf{P}_{fl}^{fb}(\tau_k)] + \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_l^{lb}(\tau_k)\|^3} \mathbf{C}_{lb}^{fb}(\tau_k) \mathbf{P}_l^{lb}(\tau_k) - \\
& [\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}(\tau_k)] \times \sum_{i=1}^N D_{ki} \mathbf{P}_{fl}^{fb}(\tau_i) - \\
& \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}(\tau_k) \times [\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}(\tau_k) \times \mathbf{P}_{fl}^{fb}(\tau_k)] - \\
& \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_f^{fb}(\tau_k)\|^3} \mathbf{P}_f^{fb}(\tau_k) - 2\mathbf{C}_{lb}^{fb}(\tau_k) \boldsymbol{\omega}_l^{lb}(\tau_k) \times \\
& [\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}(\tau_k) \times \mathbf{P}_{fl}^{fb}(\tau_k)] + \frac{\mathbf{F}_u^{fb}(\tau_k)}{m_f}. \quad (34)
\end{aligned}$$

其中: $D \in \mathbf{R}^{N \times (N+1)}$ 为微分矩阵, $D_{ki} = \dot{L}_i(\tau_k)$ 是它的元素, 可以离线计算得到.

式(6)中的代价函数可离散化为

$$J = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^N w_i \|\mathbf{F}_u^{fb}(\tau_i)\|, \quad (35)$$

其中 w_i 是与 LG 点相关的高斯权系数. 而对于连续最优问题中的初末状态的边界条件, 也可以直接利用 LG 点得到离散化的边界条件. 至此, 便将连续的最优控制问题转化为非线性规划问题. 然后利用数值算法求取离散的最优解, 即相对运动的最优轨迹 $[(\mathbf{P}_{fl,d}^{fb})^T, (\mathbf{V}_{fl,d}^{fb})^T]^T$ 和对应的最优控制输入 $(\mathbf{F}_u^{fb})_d$, 再根据各个离散点信息使用拉格朗日插值多项式法拟合出连续的曲线即为所求得的最优曲线.

2.3.2 轨迹跟踪的耦合控制器设计

上节得到的 $(\mathbf{F}_u^{fb})_d$ 是一种开环控制, 它对外界干扰不具有鲁棒性, 因此需要设计一种闭环的控制器. 为了能够精确地跟踪最优路径并抑制空间扰动力的影响, 采用滑模变结构控制设计闭环的轨迹跟踪控制器. 分别定义跟踪误差为

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_p &= \mathbf{P}_{fl}^{fb} - \mathbf{P}_{fl,d}^{fb}, \\
\mathbf{e}_v &= \mathbf{V}_{fl}^{fb} - \mathbf{V}_{fl,d}^{fb},
\end{aligned}$$

则由 $\mathbf{P}_l^{fb} = \mathbf{C}_{lb}^{fb} \mathbf{P}_l^{lb}$, $\mathbf{P}_f^{fb} = \mathbf{P}_{fl}^{fb} + \mathbf{P}_l^{fb}$ 和 $\|\mathbf{P}_f^{fb}\| \gg \|\mathbf{P}_{fl}^{fb}\|$ 可以得到

$$\begin{aligned}
& \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_l^{lb}\|^3} \mathbf{C}_{lb}^{fb} \mathbf{P}_l^{lb} - \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_f^{fb}\|^3} \mathbf{P}_f^{fb} = \\
& \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_l^{lb}\|^3} \mathbf{P}_l^{fb} - \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_f^{fb}\|^3} \mathbf{P}_f^{fb} \approx \\
& - \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_l^{lb}\|^3} \mathbf{P}_{fl}^{fb}. \quad (36)
\end{aligned}$$

将 \mathbf{e}_p 、 \mathbf{e}_v 和式(36)代入(5)可以得到用跟踪误差表示的动力学方程

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{e}}_v &= \\
& - (2\mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} + \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}) \times (\mathbf{e}_v + \mathbf{e}_p \times \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}) - \\
& \mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times (\mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times \mathbf{e}_p) - \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p) - \\
& 2\mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p) - \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_l^{lb}\|^3} \mathbf{e}_p - \dot{\mathbf{V}}_{fl,d}^{fb} - \\
& (2\mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} + \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}) \times \dot{\mathbf{P}}_{fl,d}^{fb} - \mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times \\
& (\mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times \mathbf{P}_{fl,d}^{fb}) - \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{P}_{fl,d}^{fb}) - \\
& 2\mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{P}_{fl,d}^{fb}) - \\
& \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_l^{lb}\|^3} \mathbf{P}_{fl,d}^{fb} + \frac{\mathbf{F}_u^{fb}}{m_f} + \frac{\mathbf{F}_d^{fb}}{m_f}, \quad (37)
\end{aligned}$$

其中 $\boldsymbol{\rho}_d$ 的表达式为

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\rho}_d &= \\
& - \dot{\mathbf{V}}_{fl,d}^{fb} - (2\mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} + \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}) \times \dot{\mathbf{P}}_{fl,d}^{fb} - \\
& \mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times (\mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times \mathbf{P}_{fl,d}^{fb}) - \\
& \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{P}_{fl,d}^{fb}) - \\
& 2\mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{P}_{fl,d}^{fb}) - \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_l^{lb}\|^3} \mathbf{P}_{fl,d}^{fb}, \quad (38)
\end{aligned}$$

则可以得到

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{e}}_p &= \mathbf{e}_v - \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p, \\
\dot{\mathbf{e}}_v &= \\
& - (2\mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} + \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}) \times (\mathbf{e}_v + \mathbf{e}_p \times \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}) - \\
& \mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times (\mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times \mathbf{e}_p) - \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \\
& (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p) - 2\mathbf{C}_{lb}^{fb} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p) - \\
& \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_l^{lb}\|^3} \mathbf{e}_p + \boldsymbol{\rho}_d + \frac{\mathbf{F}_u^{fb}}{m_f} + \frac{\mathbf{F}_d^{fb}}{m_f}. \quad (39)
\end{aligned}$$

对式(39)所示的跟踪误差模型设计控制器使得 \mathbf{e}_p 和 \mathbf{e}_v 收敛到 0, 则当前的相对位置和相对速度就能够达到期望值. 在开始控制器设计之前, 首先给出两个合理的假设.

假设 5 存在两个大于 0 的参数 v_1 和 v_2 使得下式成立:

$$\begin{aligned}
& m_f \|\left[-2(\mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} + \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}) \times + \lambda \mathbf{E}_{3 \times 3}\right] \mathbf{e}_v\| + \\
& m_f \left\| \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p) - \mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times \right. \\
& \left. (\mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times \mathbf{e}_p) + \left[\frac{\mu}{\|\mathbf{P}_l^{lb}\|^3} \mathbf{E}_{3 \times 3} - \lambda (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}) \times \right] \mathbf{e}_p \right\| \leq \\
& v_1 \|\mathbf{e}_v\| + v_2 \|\mathbf{e}_p\|. \quad (40)
\end{aligned}$$

假设 6 存在两个大于 0 的参数 v_3 和 v_4 使得下式成立:

$$\|\mathbf{m}_f \boldsymbol{\rho}_d\| \leq v_3 \|\mathbf{e}_v\| + v_4 \|\mathbf{e}_p\|. \quad (41)$$

其中

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\varepsilon}_v &= [(\mathbf{V}_{fl,d}^{fb})^T, (\dot{\mathbf{V}}_{fl,d}^{fb})^T, (\mathbf{e}_v)^T, \mathbf{m}_f]^T, \\
\boldsymbol{\varepsilon}_p &= [(\mathbf{P}_{fl,d}^{fb})^T, (\dot{\mathbf{P}}_{fl,d}^{fb})^T, (\mathbf{e}_p)^T, \mathbf{m}_f]^T.
\end{aligned}$$

根据上述两个假设条件, 给出如下定理.

定理 2 对于式 (39) 所示的跟踪误差模型, 设计自适应的滑模变结构控制器为

$$\mathbf{F}_u^{fb} = -\mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{S}_t - \mathbf{\Gamma}_2 \text{sgn}(\mathbf{S}_t) - \mathbf{F}_a^{fb}. \quad (42)$$

其中: $\mathbf{S}_t = \mathbf{e}_v + \lambda \mathbf{e}_p$ 为系统的滑模面; $\lambda > 0$ 为设计参数; $\mathbf{\Gamma}_1$ 和 $\mathbf{\Gamma}_2$ 均为正定的对角矩阵; \mathbf{F}_a^{fb} 为自适应的控制律, 其表达式为

$$\mathbf{F}_a^{fb} = \frac{\mathbf{S}_t}{\|\mathbf{S}_t\|} (\hat{v}_1 \|\mathbf{e}_v\| + \hat{v}_2 \|\mathbf{e}_p\| + \hat{v}_3 \|\boldsymbol{\varepsilon}_v\| + \hat{v}_4 \|\boldsymbol{\varepsilon}_p\|). \quad (43)$$

其中: \hat{v}_1 、 \hat{v}_2 、 \hat{v}_3 和 \hat{v}_4 分别为式 (40) 和 (41) 中的 v_1 、 v_2 、 v_3 和 v_4 的估计值, 它们的动态更新律分别为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{v}}_1 &= p_1 \cdot \|\mathbf{S}_t\| \cdot \|\mathbf{e}_v\|, \\ \dot{\hat{v}}_2 &= p_2 \cdot \|\mathbf{S}_t\| \cdot \|\mathbf{e}_p\|, \\ \dot{\hat{v}}_3 &= p_3 \cdot \|\mathbf{S}_t\| \cdot \|\boldsymbol{\varepsilon}_v\|, \\ \dot{\hat{v}}_4 &= p_4 \cdot \|\mathbf{S}_t\| \cdot \|\boldsymbol{\varepsilon}_p\|, \end{aligned}$$

$p_1 > 0$ 、 $p_2 > 0$ 、 $p_3 > 0$ 和 $p_4 > 0$ 均为设计参数. 则系统的滑模面 \mathbf{S}_t 将渐近收敛到有界的小区域

$$\|\mathbf{S}_t\| \leq \delta_t = \|\mathbf{F}_d^{fb}\|_{\max} / \underline{\sigma} (1 - \theta).$$

其中: $\|\mathbf{F}_d^{fb}\|_{\max}$ 为 \mathbf{F}_d^{fb} 的最大范数, $\underline{\sigma}$ 为 $\mathbf{\Gamma}_1$ 的最小奇异值, θ 满足 $0 < \theta < 1$. 系统的跟踪误差也分别渐近收敛到有界区域 $\|\mathbf{e}_p\| \leq \delta_{e_p}$ 和 $\|\mathbf{e}_v\| \leq \delta_{e_v}$, 且满足 $\delta_{e_p} + \lambda \delta_{e_v} \leq \delta_t$.

证明 1) 考虑如下李雅普诺夫函数:

$$V_3 = \frac{1}{2} \left(m_f \mathbf{S}_t^T \mathbf{S}_t + \frac{1}{p_1} \tilde{v}_1^2 + \frac{1}{p_2} \tilde{v}_2^2 + \frac{1}{p_3} \tilde{v}_3^2 + \frac{1}{p_4} \tilde{v}_4^2 \right). \quad (44)$$

其中: $\tilde{v}_1 = v_1 - \hat{v}_1$, $\tilde{v}_2 = v_2 - \hat{v}_2$, $\tilde{v}_3 = v_3 - \hat{v}_3$, $\tilde{v}_4 = v_4 - \hat{v}_4$. 式 (44) 对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= m_f \mathbf{S}_t^T \dot{\mathbf{S}}_t + \frac{1}{p_1} \tilde{v}_1 \dot{\tilde{v}}_1 + \frac{1}{p_2} \tilde{v}_2 \dot{\tilde{v}}_2 + \\ &\quad \frac{1}{p_3} \tilde{v}_3 \dot{\tilde{v}}_3 + \frac{1}{p_4} \tilde{v}_4 \dot{\tilde{v}}_4. \end{aligned} \quad (45)$$

由式 (39)~(41), \dot{V}_3 等号右边第 1 项可以表示为

$$\begin{aligned} m_f \mathbf{S}_t^T \dot{\mathbf{S}}_t &= m_f \mathbf{S}_t^T (\dot{\mathbf{e}}_v + \lambda \dot{\mathbf{e}}_p) = \\ m_f \mathbf{S}_t^T &\left[-2(\mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} + \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}) \times (\mathbf{e}_v + \right. \\ &\mathbf{e}_p \times \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}) - \mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times (\mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times \mathbf{e}_p) - \\ &\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p) - 2\mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p) + \\ &\left. \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_l^{lb}\|^3} \mathbf{e}_p + \lambda(\mathbf{e}_v - \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p) \right] + \\ m_f \mathbf{S}_t^T \boldsymbol{\rho}_d &+ \mathbf{S}_t^T \mathbf{F}_u^{fb} + \mathbf{S}_t^T \mathbf{F}_d^{fb} = \\ m_f \mathbf{S}_t^T &\left\{ [-2(\mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} + \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb})] \times \mathbf{e}_v + \right. \\ &\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p) - \mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times (\mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times \mathbf{e}_p) + \\ &\left. \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_l^{lb}\|^3} \mathbf{e}_p + \lambda(\mathbf{e}_v - \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p) \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_f \mathbf{S}_t^T \boldsymbol{\rho}_d &+ \mathbf{S}_t^T \mathbf{F}_u^{fb} + \mathbf{S}_t^T \mathbf{F}_d^{fb} = \\ m_f \mathbf{S}_t^T &\left\{ [-2(\mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} + \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb}) \times \right. \\ &\lambda \mathbf{E}_{3 \times 3}] \mathbf{e}_v + \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times (\boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p) - \\ &\mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times (\mathbf{C}_{fl} \boldsymbol{\omega}_l^{lb} \times \mathbf{e}_p) + \\ &\left. \frac{\mu}{\|\mathbf{P}_l^{lb}\|^3} \mathbf{e}_p - \lambda \boldsymbol{\omega}_{fl}^{fb} \times \mathbf{e}_p \right\} + \mathbf{S}_t^T \mathbf{F}_u^{fb} + \\ m_f \mathbf{S}_t^T \boldsymbol{\rho}_d &+ \mathbf{S}_t^T \mathbf{F}_d^{fb} \leq \\ v_1 \|\mathbf{S}_t\| \cdot &\|\mathbf{e}_v\| + v_2 \|\mathbf{S}_t\| \cdot \|\mathbf{e}_p\| + \\ v_3 \|\mathbf{S}_t\| \cdot &\|\boldsymbol{\varepsilon}_v\| + v_4 \|\mathbf{S}_t\| \cdot \|\boldsymbol{\varepsilon}_p\| + \\ \mathbf{S}_t^T \mathbf{F}_u^{fb} &+ \mathbf{S}_t^T \mathbf{F}_d^{fb}. \end{aligned} \quad (46)$$

由动态更新律可知, \dot{V}_3 等号右边第 1 项之外的其他项之和为

$$\begin{aligned} \frac{1}{p_1} \tilde{v}_1 \dot{\tilde{v}}_1 &+ \frac{1}{p_2} \tilde{v}_2 \dot{\tilde{v}}_2 + \frac{1}{p_3} \tilde{v}_3 \dot{\tilde{v}}_3 + \frac{1}{p_4} \tilde{v}_4 \dot{\tilde{v}}_4 = \\ -\frac{1}{p_1} \tilde{v}_1 \dot{\tilde{v}}_1 &- \frac{1}{p_2} \tilde{v}_2 \dot{\tilde{v}}_2 - \frac{1}{p_3} \tilde{v}_3 \dot{\tilde{v}}_3 - \frac{1}{p_4} \tilde{v}_4 \dot{\tilde{v}}_4 = \\ -\tilde{v}_1 \|\mathbf{S}_t\| \cdot &\|\mathbf{e}_v\| - \tilde{v}_2 \|\mathbf{S}_t\| \cdot \|\mathbf{e}_p\| - \\ \tilde{v}_3 \|\mathbf{S}_t\| \cdot &\|\boldsymbol{\varepsilon}_v\| - \tilde{v}_4 \|\mathbf{S}_t\| \cdot \|\boldsymbol{\varepsilon}_p\|. \end{aligned} \quad (47)$$

将式 (46) 和 (47) 代入 (45), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \\ m_f \mathbf{S}_t^T \dot{\mathbf{S}}_t &+ \frac{1}{p_1} \tilde{v}_1 \dot{\tilde{v}}_1 + \\ \frac{1}{p_2} \tilde{v}_2 \dot{\tilde{v}}_2 &+ \frac{1}{p_3} \tilde{v}_3 \dot{\tilde{v}}_3 + \frac{1}{p_4} \tilde{v}_4 \dot{\tilde{v}}_4 \leq \\ \hat{v}_1 \|\mathbf{S}_t\| \cdot &\|\mathbf{e}_v\| + \hat{v}_2 \|\mathbf{S}_t\| \cdot \|\mathbf{e}_p\| + \\ \hat{v}_3 \|\mathbf{S}_t\| \cdot &\|\boldsymbol{\varepsilon}_v\| + \hat{v}_4 \|\mathbf{S}_t\| \cdot \|\boldsymbol{\varepsilon}_p\| + \\ \mathbf{S}_t^T &\left[-\mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{S}_t - \mathbf{\Gamma}_2 \text{sgn}(\mathbf{S}_t) - \right. \\ &\left. \frac{\mathbf{S}_t}{\|\mathbf{S}_t\|} (\hat{v}_1 \|\mathbf{e}_v\| + \hat{v}_2 \|\mathbf{e}_p\| + \right. \\ &\hat{v}_3 \|\boldsymbol{\varepsilon}_v\| + \hat{v}_4 \|\boldsymbol{\varepsilon}_p\|) \left. \right] + \mathbf{S}_t^T \mathbf{F}_d^{fb} \leq \\ \mathbf{S}_t^T &[-\mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{S}_t - \mathbf{\Gamma}_2 \text{sgn}(\mathbf{S}_t) + \mathbf{F}_d^{fb}] \leq \\ -\sum_{i=1}^3 &(\mathbf{\Gamma}_2)_{i,i} |\mathbf{S}_{t,i}| - \underline{\sigma} \|\mathbf{S}_t\|^2 + \\ \|\mathbf{S}_t\| \cdot &\|\mathbf{F}_d^{fb}\|_{\max} \leq \\ -\sum_{i=1}^3 &(\mathbf{\Gamma}_2)_{i,i} |\mathbf{S}_{t,i}| - \sigma \theta \|\mathbf{S}_t\|^2 - \\ &\underline{\sigma} (1 - \theta) \|\mathbf{S}_t\|^2 + \|\mathbf{S}_t\| \cdot \|\mathbf{F}_d^{fb}\|_{\max}. \end{aligned} \quad (48)$$

在式 (48) 中, 可通过选择 $\mathbf{\Gamma}_1$ 得到合适的 $\underline{\sigma}$ 使得下式成立:

$$-\underline{\sigma} (1 - \theta) \|\mathbf{S}_t\|^2 + \|\mathbf{S}_t\| \cdot \|\mathbf{F}_d^{fb}\|_{\max} \leq 0, \quad (49)$$

因此能够保证 $\dot{V}_3 \leq 0$, 滑模面将渐近收敛到有界区域 $\|\mathbf{S}_t\| \leq \varsigma_t = \|\mathbf{F}_d^{fb}\|_{\max} / [\underline{\sigma} (1 - \theta)]$.

2) 当滑模面收敛到有界区域 ς_t 时, 有 $\|\mathbf{e}_v + \lambda \mathbf{e}_p\|$

$\leq \zeta_t$. 因此, 存在一个 $0 < \bar{\zeta} < \zeta_t$, 使得 $\|e_v + \lambda e_p\| \leq \bar{\zeta}$ 成立, 从而必然存在 $\|e_p\| \leq \zeta_{e_p}$ 和 $\|e_v\| \leq \zeta_{e_v}$, 满足 $\zeta_{e_p} + \lambda \zeta_{e_v} \leq \bar{\zeta}$, 即跟踪误差 e_p 和 e_v 分别收敛到有界区域 ζ_{e_p} 和 ζ_{e_v} . \square

注 3 为使得滑模面收敛到足够小的有界区域, 可通过改变 Γ_1 的取值使得 σ 尽量大.

注 4 由 $\|e_v + \lambda e_p\| \leq \zeta_t$ 和 $\zeta_{e_p} + \lambda \zeta_{e_v} \leq \bar{\zeta}$, 可通过增大 λ 和 σ 的取值使得跟踪误差 e_p 和 \dot{e}_p 的有界区域 ζ_{e_p} 和 ζ_{e_v} 尽量小.

注 5 由式 (43), 当 $\|S_t\| \rightarrow 0$ 时可能会出现奇异的情况. 为了解决这个问题, 在滑模面附近引入一个边界值 $\eta_t > 0$ ^[19], 即

$$F_a^{fb} = \begin{cases} \frac{S_t}{\|S_t\|} (\hat{v}_1 \|e_v\| + \hat{v}_2 \|e_p\| + \hat{v}_3 \|\epsilon_v\| + \hat{v}_4 \|\epsilon_p\|), & \|S_t\| > \eta_t; \\ \frac{S_t}{\eta_t} (\hat{v}_1 \|e_v\| + \hat{v}_2 \|e_p\| + \hat{v}_3 \|\epsilon_v\| + \hat{v}_4 \|\epsilon_p\|)^2, & \|S_t\| \leq \eta_t. \end{cases} \quad (50)$$

注 6 式 (42) 所示的相对轨道控制器中不包含

伴星航天器的质量 m_f , 而且在定理 2 的证明过程中考虑了外界扰动力的影响, 因此该控制器对伴星航天器质量的变化和外界扰动力具有较强的鲁棒性.

3 仿真结果与分析

利用 Matlab 进行数值仿真实验, 以验证本文方法的有效性和可行性. 主星航天器为 400 km 的圆轨道, 伴星航天器的质量为 $m_f = 100$ kg, 转动惯量矩为 $J_f = \text{diag}[32, 22, 27]$ kg·m². 伴星航天器在控制过程中受到外部扰动力和外部扰动力矩的干扰, 其中外部扰动力主要考虑 J_2 摄动力, 取 $J_2 = 0.0010826$, 假定外部扰动力矩 (N·m) 为

$$T_d^{fb}(t) = 10^{-4} \begin{bmatrix} 5 \sin\left(\frac{\pi}{100}t\right) - 3 \cos\left(\frac{2\pi}{60}t\right) + 2 \\ -4 \sin\left(\frac{\pi}{80}t\right) + 2 \cos\left(\frac{2\pi}{120}t\right) - 1 \\ 3 \sin\left(\frac{\pi}{120}t\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{70}t\right) + 3 \end{bmatrix}.$$

伴星航天器与主星航天器的初始相对位置和相对姿态误差如表 1 所示.

表 1 初始相对误差

相对位置/m	相对角度/deg	相对速度/(m/s)	相对角速度/(deg/s)
$[130.45, -126.87, -142.13]^T$	$[-6.93, 21.21, 6.93]^T$	$[0.032, 0.046, -0.057]^T$	$10^{-3} \cdot [-1, -2, 3]^T$

本文所设计的控制器参数取值为

$$\gamma = 0.5, \zeta = 1.5, w_n = 5,$$

$$\eta_r = 0.02, k_2 = 5,$$

$$k_3 = 5, \chi = 0.01, N = 40,$$

$$\lambda = 0.02, \eta_t = 0.01,$$

$$\Gamma_1 = \text{diag}[0.1, 0.1, 0.1],$$

$$\Gamma_2 = \text{diag}[0.05, 0.05, 0.05],$$

$$v_1(0) = 0.01, v_2(0) = 0.0001,$$

$$v_3(0) = v_4(0) = 0.00001,$$

$$p_1 = 10^{-5}, p_2 = 10^{-6},$$

$$p_3 = 10^{-6}, p_4 = 10^{-6}.$$

为了体现本文设计的控制器能够节省能量消耗, 将本文算法与文献 [20] 的算法进行比较. 文献 [20] 的控制器为

$$F_u^{fb} = -k_p P_{fl}^{fb} - k_d V_{fl}^{fb} + 2m_f \omega_l^{lb} \times V_{fl}^{fb} + m_f \omega_l^{lb} \times (\omega_l^{lb} \times P_{fl}^{fb}) - \frac{m_f \mu}{\|P_l^{lb}\|^3} P_l^{lb} + \frac{m_f \mu}{\|P_f^{fb}\|^3} P_f^{fb},$$

仿真时参数取值为 $k_p = 0.3, k_d = 2$.

图 2~图 8 为由本文算法得到的数值仿真结果, 分别对应相对姿态、相对姿态角速度、相对位置、相对速度、控制力矩、控制力、能量消耗比较仿真曲线.

从图 2、图 3 和图 6 可以看出, 在伴星航天器本体 X 方向上的控制力矩为 0 且考虑外界干扰力矩的情况下, 本文所设计的广义滑模控制器仍然能够使得相

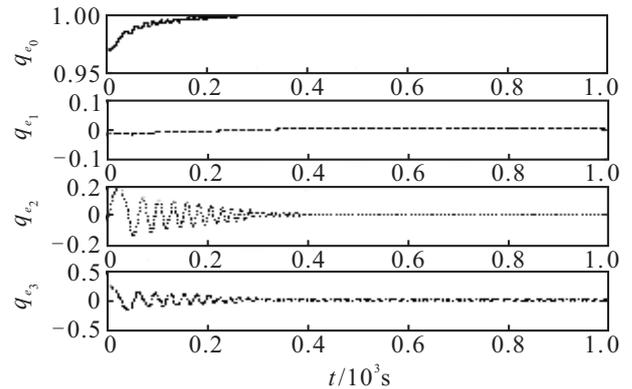


图 2 相对姿态

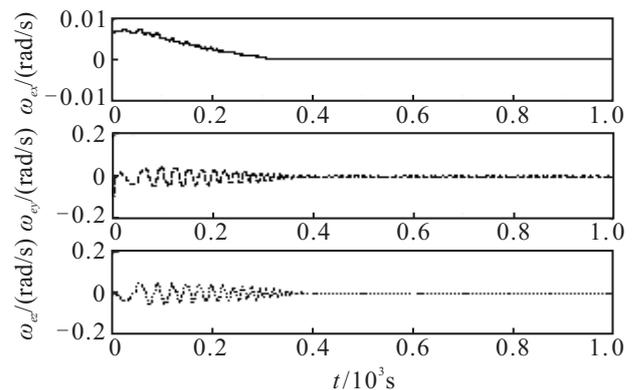


图 3 相对角速度

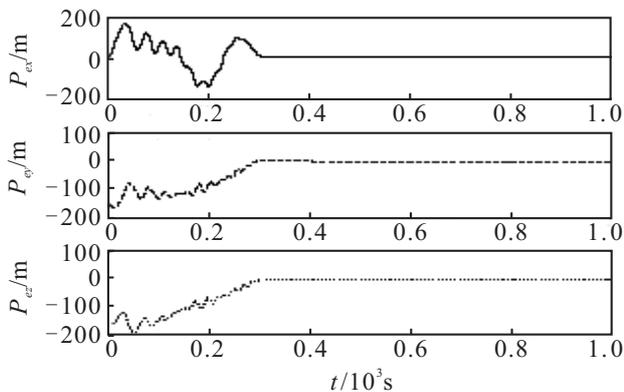


图4 相对位置

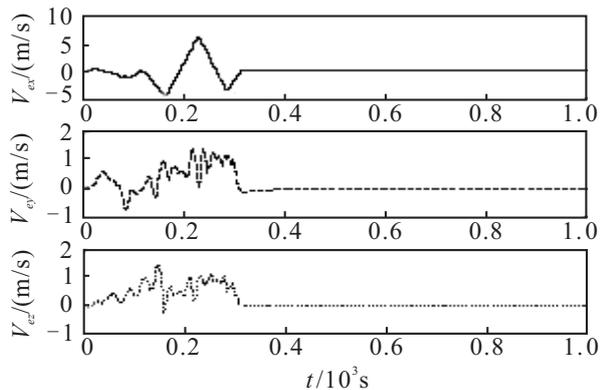


图5 相对速度

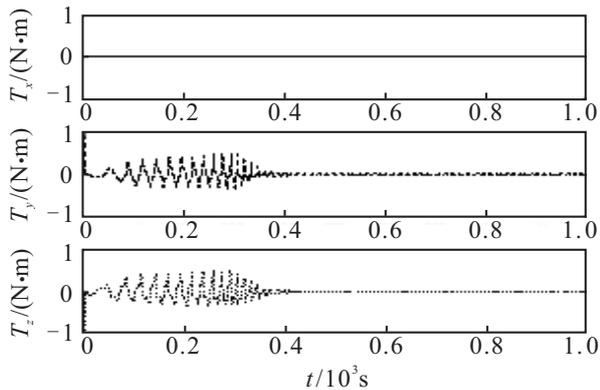


图6 控制力矩

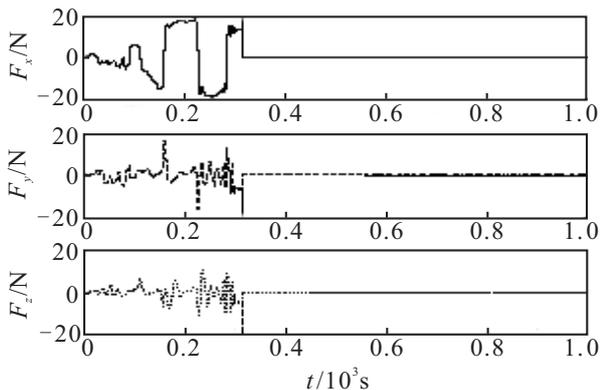


图7 控制力

对姿态渐近收敛到0, 收敛时间约为400s. 图3所示的可控轴 ω_{ey} 和 ω_{ez} 呈现出周期衰减的振荡趋势, 这

是因为欠驱动的X轴是通过控制另外两个可控轴的运动而达到间接控制的作用.

从图4、图5和图7可以看出, 利用轨迹规划和轨迹跟踪的方法能够使得相对轨道运动渐近收敛到0, 收敛时间约为400s. 在图5中, 3个方向的相对速度均呈现渐近衰减的振荡趋势, 这是由可控轴 ω_{ey} 和 ω_{ez} 的振荡所引起的, 所以也体现了六自由度相对运动控制时的姿轨耦合特性.

从图8可以看出, 本文方法在能量消耗上优于文献[20]的方法.

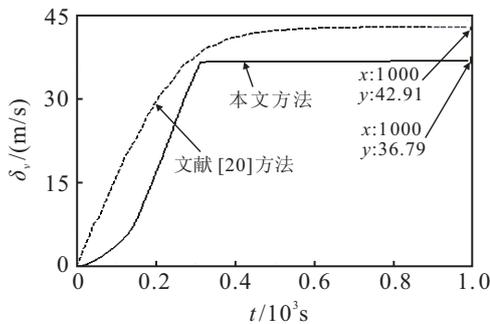


图8 能量消耗比较

4 结 论

本文在对偶四元数的框架下研究了欠驱动非对称航天器六自由度相对运动的姿轨耦合控制, 提出了一种广义的滑模控制器, 用以实现相对姿态的欠驱动控制. 而对于相对轨道的控制, 考虑了姿轨耦合特性, 利用高斯伪谱法规划得到最优轨线作为期望的运动轨迹, 再利用滑模变结构控制跟踪期望的轨迹. 仿真结果表明, 本文方法能够实现欠驱动航天器六自由度的相对运动控制, 对外界干扰具有较强的鲁棒性, 而且能够节省能量的消耗.

参考文献(References)

- [1] 铁钰嘉, 岳晓奎, 曹静. 基于航天器姿轨耦合模型的非线性前馈控制[J]. 中国空间科学技术, 2010, 30(6): 11-16. (Tie Y J, Yue X K, Cao J. Nonlinear feed forward control on attitude and orbital coupling model for spacecraft[J]. Chinese Space Science and Technology, 2010, 30(6): 11-16.)
- [2] 朱志斌, 李果, 何英姿, 等. 基于滚动优化的模块航天器姿轨协同控制[J]. 中国空间科学技术, 2011, 31(2): 1-8. (Zhu Z B, Li G, He Y Z, et al. Relative cooperative attitude and position control of fractioned spacecraft based on iterative optimization[J]. Chinese Space Science and Technology, 2011, 31(2): 1-8.)
- [3] 周稼康, 胡庆雷, 马广富, 等. 基于一致性算法的卫星编队姿轨耦合的协同控制[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(4): 825-832.

- (Zhou J K, Hu Q L, Ma G F, et al. Cooperative attitude and translation control of satellite formation flying using consensus algorithm[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(4): 825-832.)
- [4] 王剑颖, 梁海朝, 孙兆伟. 基于对偶四元数的相对耦合动力学与控制[J]. *宇航学报*, 2010, 31(7): 1711-1717.
(Wang J Y, Liang H Z, Sun Z W. Dual number-based relative coupled dynamics and control[J]. *J of Astronautics*, 2010, 31(7): 1711-1717.)
- [5] Xin M, Pan H J. Integrated nonlinear optimal control of spacecraft in proximity operations[J]. *Int J of Control*, 2010, 83(2): 347-363.
- [6] Wu Y H, Cao X B, Xing Y J, et al. Relative motion coupled control for formation flying spacecraft via convex optimization[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2010, 14(6): 415-428.
- [7] Wang J Y, Liang H Z, Sun Z W, et al. Relative motion coupled control based on dual quaternion[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2013, 25(1): 102-113.
- [8] Wu J J, Liu K, Han D P. Adaptive sliding mode control for six-DOF relative motion of spacecraft with input constraint[J]. *Acta Astronautica*, 2013, 87(2): 64-76.
- [9] 庄宇飞, 马广富, 黄海滨. 欠驱动刚性航天器时间最优轨迹规划设计[J]. *控制与决策*, 2010, 25(10): 1469-1473.
(Zhuang Y F, Ma G F, Huang H B. Time-optimal motion planning of an underactuated rigid spacecraft[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(10): 1469-1473.)
- [10] 戈新生, 吕杰. 欠驱动双刚体航天器姿态运动规划的数值方法[J]. *宇航学报*, 2009, 30(2): 645-651.
(Ge X S, Lv J. Numerical algorithm for the attitude motion planning of an underactuated system of coupled rigid bodies spacecraft[J]. *J of Astronautics*, 2009, 30(2): 645-651.)
- [11] 陈硕, 戈新生. 基于微分平滑的欠驱动航天器运动轨迹设计[J]. *北京科技大学学报*, 2010, 25(2): 30-36.
(Chen S, Ge X S. Feasible trajectory generation of an underactuated spacecraft base on differential flatness[J]. *J of Beijing Information Science and Technology University*, 2010, 25(2): 30-36.)
- [12] Tsiotras P, Luo J. Reduced effort control laws for underactuated rigid spacecraft[J]. *J of Guidance Control and Dynamics*, 1997, 20(6): 1089-1095.
- [13] Tsiotras P. Feasible trajectory generation for underactuated spacecraft using differential flatness[C]. *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conf. Girdwood*, 1999: 1-11.
- [14] Tsiotras P, Luo J H. Control of underactuated spacecraft with bounded inputs[J]. *Automatica*, 2000, 36(8): 1153-1169.
- [15] 崔祜涛, 程小军. 考虑输入饱和的两飞轮驱动航天器视线轴控制[J]. *航空学报*, 2013, 34(3): 644-654.
(Cui G T, Cheng X J. Line-of-sight pointing control of spacecraft considering input saturation[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(3): 644-654.)
- [16] Godard, Kumar K D. Robust attitude stabilization of spacecraft subject to actuator failures[J]. *Acta Astronautica*, 2011, 68(7/8): 1242-1459.
- [17] Bajodah A H. Singularity perturbed feedback linearization with linear attitude deviation dynamics realization[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2008, 53(4): 321-343.
- [18] Hall J S. Analysis and experimentation of control strategies for underactuated spacecraft[D]. *Department of Mechanical and Astronautical Engineering, Naval Postgraduate School*, 2009.
- [19] Wheeler G, Su C, Stepanenko Y. A sliding mode controller with improved adaptation laws for the upper bounds on the norm of uncertainties[J]. *Automatica*, 1998, 34(12): 1657-1661.
- [20] Kristiansen R, Nicklasson P J. Spacecraft formation flying: A review and new results on state feedback control[J]. *Acta Astronautica*, 2009, 65(11/12): 1537-1552.

(责任编辑: 曹洪武)