

多元质量特性的满意参数设计

顾晓光, 马义中, 汪建均, 吴 锋

(南京理工大学 经济管理学院, 南京 210094)

摘要: 针对多元质量特性的参数设计问题, 借鉴满意控制理论, 引入指标相容性思想, 提出了基于多元质量特性的满意参数设计方法. 首先用双响应曲面法建立均值-方差模型并确定指标要满足的约束范围; 然后对指标约束进行分解并设计约束放宽策略; 最后通过指标相容性分析来求解参数的满意解集. 实例分析表明, 满意参数设计方法能为质量设计的改进提供较大的满意解集, 在满意解集中选取的满意解比最优解更可靠.

关键词: 满意控制; 相容性分析; 满意解集; 满意参数设计

中图分类号: O212.6

文献标志码: A

Satisfactory parameter design for multivariate quality characteristics

GU Xiao-guang, MA Yi-zhong, WANG Jian-jun, WU Feng

(School of Economics and Management, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China.

Correspondent: MA Yi-zhong, E-mail: yzma-2004@163.com)

Abstract: A satisfactory parameter design approach is proposed to solve the multivariate quality characteristics problem. The mean-variance model is built by using dual response surface method and the range of constraint is defined according to the actual situation. Constraint relaxed strategy is then designed and the satisfactory set is obtained through the consistency analysis. The example results show that the satisfactory parameter design not only provides many solutions for the improvement of quality design but also avoids the unreliable factors.

Key words: satisfactory control; consistency analysis; satisfactory set; satisfactory parameter design

0 引言

20世纪80年代,著名质量工程专家Taguchi博士提出了稳健设计方法. 稳健设计也被称为参数设计,它主要应用在产品或工艺设计阶段,通过优化设计参数,达到减小波动、提高产品/过程质量的目的. 尽管田口方法还存在着很多争议,但其“波动造成质量损失,波动越小,质量损失越小”的质量哲学,已被学术界、工业界广泛接受^[1].

在工程实践中,产品的性能往往是由多个质量特性刻画的,因此多元质量特性的参数设计具有重要意义. 一些研究者^[2-6]提出:通过对响应曲面法的改进,可以弥补田口方法的不足并解决多元质量特性的参数优化设计问题. 随工业技术的发展和工艺水平要求的提高,多指标冲突问题成为多元质量特性参数设计中亟待解决的热点问题^[7-9]. 目前国内外学者已对此进行了许多研究,如Pal等^[10]通过加权的

方法建立综合信噪比函数为目标函数,以信噪比最大时的解为最优设计因子,解决了多指标间的冲突问题;Lee等^[11]针对多个质量特性建立响应曲面模型,根据决策者的后验偏好,在非劣解中选取最优因子. 但上述两种方法将响应权重设计为固定值,并不合理. Lee等^[12]为弥补权重为固定值的缺陷,提出基于两两对比法的交互方法,通过估计响应权重来建立效用函数,并寻找最优解. 何桢等^[13]以区间的形式刻画质量特性的预测值,用最差策略法建立综合满意度函数,并运用搜索算法寻找最优设计因子. 从以上的研究来看,目前对多质量特性质量设计问题的研究方法主要有两种:一种是选取一个响应为目标函数,其他的响应作为约束条件,求目标函数的最优解;另一种是通过加权等办法设计一个综合目标函数,求综合目标函数的最优解,从而将多响应问题转化为单响应的最优化问题. 但这些基于最优化思想的方法,无法解决以

收稿日期: 2013-04-21; 修回日期: 2013-09-14.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(70931002); 国家自然科学基金面上项目(71371099); 江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(CXZZ13_210).

作者简介: 顾晓光(1986—),男,博士生,从事质量控制技术、质量管理的研究; 马义中(1964—),男,教授,博士生导师,从事质量工程、质量管理等研究.

下 3 个问题: 1) 对于一些产品的质量参数设计往往要求首先满足某些重要指标, 然后再考虑其他的指标, 这就要考虑指标间的优先级问题; 2) 由于产品生产环境的复杂性, 导致某些因素未被考虑, 最优设计因子可能会不可靠; 3) 产品实际生产过程中常常出现工况发生改变或参数发生漂移, 导致复杂产品性能指标恶化的情况, 这就要求有更大的备选空间, 以满足后继改进和设计。

席裕庚等在文献 [14-15] 中分析了在复杂工业过程中优化控制的问题, 指出最优化准则的不足, 提出了满意控制理论框架, 同时指出这类问题是一个有约束多目标多自由度的优化问题, 与最优化相比具有更多的自由度并能更好地考虑人的因素。郭治等 [16] 总结发展了满意控制, 提出了“直接以多项区域形式的期望性能指标为目标函数, 然后求解参数的满意解区域”的满意控制理论。王远钢等 [17-19] 提出并论述了指标相容性思想, 解决了以多项区域形式期望性能指标为目标函数的多指标冲突的问题, 并对具体指标的相容性进行了研究。该理论将理想值点迹扩展成动态区域, 为满足多项性能指标提供了尽可能大的满意解集, 为工程论证和设计提供了更多选择空间, 具有多自由度、能充分考虑约束优先级等优势。

针对多元质量特性的参数设计问题, 本文借鉴满意控制理论及指标相容性思想, 提出了基于多元质量特性的满意参数设计方法。该方法直接以多项区域形式的期望性能指标为目标函数, 将性能指标及约束条件分为硬约束和软约束并确定软约束优先级, 设计约束放宽策略, 通过对约束进行相容性分析得到满意解集, 设计者根据情况在解集中选取满意解为参数值。本文方法考虑了生产环境的复杂性和性能指标的优先性, 为后续的设计和实现提供了理论依据和参考。

1 满意参数设计

1.1 满意参数设计的数学描述

本文对满意参数设计问题作了以下数学描述。

定义 1 给定约束集合 A , 满意区域 Ω 和函数

$$G: A \rightarrow R, \quad (1)$$

其中 G 为一个属性函数。满意质量设计问题是寻找尽可能大的集合 $A \subset A$, 满足 $\forall \omega \in A, G(\omega) \subset \Omega$ 的过程。

1.2 满意参数设计指标相容性分析

产品的多个指标约束之间往往存在冲突, 这就需要对指标进行相容性分析。

假设 a 和 b 为某一问题的两个指标且分别满足约束条件 $a \in [l_a, h_a], b \in [l_b, h_b]$ 。 Ω_a 和 Ω_b 为分别满足约束条件 $a \in [l_a, h_a]$ 和 $b \in [l_b, h_b]$ 时设计变量的取值范围。本文对满意参数设计的指标相容性作出如下定义。

定义 2 若满足以下条件:

$$\Omega_c = \Omega_a \cap \Omega_b \neq \emptyset, \quad (2)$$

则称指标 a, b 在约束条件 $a \in [l_a, h_a], b \in [l_b, h_b]$ 下是相容的。记 Ω_c 为指标 a, b 在约束条件 $a \in [l_a, h_a], b \in [l_b, h_b]$ 下相容性的解集, 反之, 则说明不相容。

如果指标相容, 则说明可以在该性能指标下求得满意解集; 如果指标不相容, 则说明系统要求的某些性能指标相对于现有的技术条件过于苛刻, 以至于无法获得满意解。

1.3 满意参数设计方法流程

根据上面的分析和定义, 本文提出了满意参数设计理论框架, 具体内容及步骤如下。

Step 1: 分析数据信息并建立数学模型。

Step 2: 确定并分析目标函数及指标约束, 将其划分为硬约束和软约束, 同时确定软约束的优先级。

Step 3: 设计软约束冲突时的约束放宽策略。约束放宽策略如图 1 所示, 指标约束按照其重要性程度依次放宽。

Step 4: 对指标进行相容性分析。当指标不相容时, 在考虑软约束优先级的情况下, 通过对软约束适当放宽以求解满足所有指标要求的解集, 即满意解集。

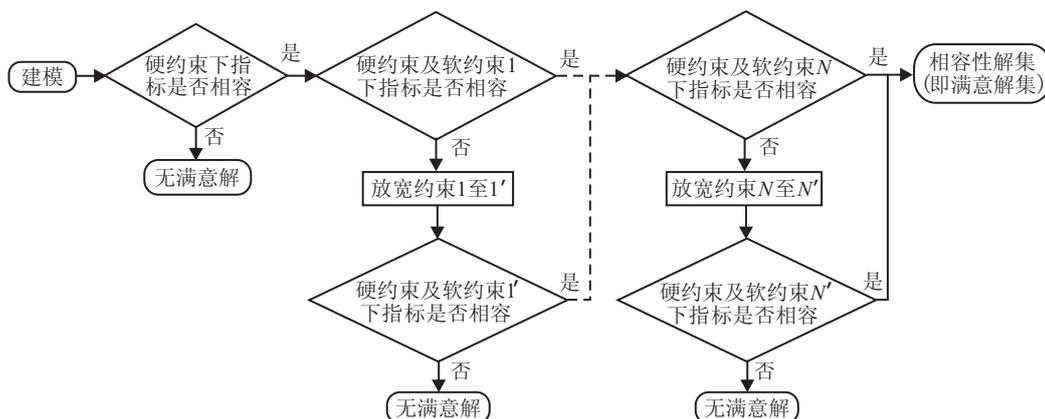


图 1 约束放宽策略设计及指标相容性分析

如果满意解集为空集, 则说明满足约束条件的设计因子不存在, 即该参数设计是不可行的.

2 多元质量特性的满意参数设计

2.1 基于双响应曲面法的均值-方差模型构建

令 Y_m 表示第 m 个响应, X_i 表示第 i 个影响因子, Z_i 为第 i 个影响因子的编码值, 则响应曲面模型的一般描述如下:

$$Y_m(Z) = \beta_{m0} + \sum_{i=1}^n \beta_{mi} Z_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \beta_{mij} Z_i Z_j + \varepsilon_m. \quad (3)$$

其中: β_{m0} , β_{mi} 和 β_{mij} 分别为常数项、一次项系数和二次项系数, ε_m 为随机误差, 可以假定 $\varepsilon_m \sim N(0, \sigma_{\varepsilon m}^2)$. 通过对实验数据的最小二乘估计, 可以得到模型函数为

$$\hat{Y}_m(Z) = \hat{\beta}_{m0} + \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_{mi} Z_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \hat{\beta}_{mij} Z_i Z_j, \quad (4)$$

其中 $\hat{\beta}_{m0}$, $\hat{\beta}_{mi}$ 和 $\hat{\beta}_{mij}$ 分别为常数项、一次项系数和二次项系数的最小二乘估计值. 通过对 Z_i 的解码, 可以得到

$$\hat{Y}_m(X) = b_{m0} + \sum_{i=1}^n b_{mi} X_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n b_{mij} X_i X_j. \quad (5)$$

在工程应用中, 设计变量 X_i 是一个在标称值 Δ_i 附近变化的随机变量, 服从以标称值为均值的正态分布, 因此可以假设设计变量 $X_i \sim N(\Delta_i, \sigma_i^2)$. 通过 Taylor 公式展开得到响应的估计均值和估计方差函数分别为

$$\hat{\mu}_m = \hat{Y}_m(X) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n b_{mii} \sigma_i^2, \quad (6)$$

$$\hat{\sigma}_m^2 = \sum_{i=1}^n \left(b_{mi} + 2b_{mii} X_i + \sum_{j=i+1}^n b_{mij} X_j + \sum_{j=1}^{i-1} b_{mji} X_j \right)^2 \sigma_i^2 + \sigma_{m\varepsilon}^2. \quad (7)$$

2.2 均值-方差指标的相容性分析

假设 $\hat{\mu}_p, \hat{\mu}_q$ 分别为响应 $\hat{Y}_p(X), \hat{Y}_q(X)$ 的估计均值, $\hat{\sigma}_p^2, \hat{\sigma}_q^2$ 分别为响应 $\hat{Y}_p(X), \hat{Y}_q(X)$ 的估计方差, 且要求 $\hat{\mu}_p, \hat{\mu}_q, \hat{\sigma}_p^2, \hat{\sigma}_q^2$ 分别满足如下约束条件:

$$\hat{\mu}_p \in [l_{\hat{\mu}_p}, h_{\hat{\mu}_p}], \quad \hat{\mu}_q \in [l_{\hat{\mu}_q}, h_{\hat{\mu}_q}],$$

$$\hat{\sigma}_p^2 \in [l_{\hat{\sigma}_p^2}, h_{\hat{\sigma}_p^2}], \quad \hat{\sigma}_q^2 \in [l_{\hat{\sigma}_q^2}, h_{\hat{\sigma}_q^2}].$$

$\Omega_{\hat{\mu}_p}, \Omega_{\hat{\mu}_q}, \Omega_{\hat{\sigma}_p^2}, \Omega_{\hat{\sigma}_q^2}$ 为指标分别满足如下约束条件时设计变量的取值范围:

$$\hat{\mu}_p \in [l_{\hat{\mu}_p}, h_{\hat{\mu}_p}], \quad \hat{\mu}_q \in [l_{\hat{\mu}_q}, h_{\hat{\mu}_q}],$$

$$\hat{\sigma}_p^2 \in [l_{\hat{\sigma}_p^2}, h_{\hat{\sigma}_p^2}], \quad \hat{\sigma}_q^2 \in [l_{\hat{\sigma}_q^2}, h_{\hat{\sigma}_q^2}].$$

本文对多元质量特性的均值-方差指标相容性作出如下定义.

定义 3 若满足以下条件:

$$\Omega_{\hat{\mu}_p \hat{\mu}_q} = \Omega_{\hat{\mu}_p} \cap \Omega_{\hat{\mu}_q} \neq \emptyset, \quad (8)$$

则称指标 $\hat{\mu}_p, \hat{\mu}_q$ 在约束条件 $\hat{\mu}_p \in [l_{\hat{\mu}_p}, h_{\hat{\mu}_p}], \hat{\mu}_q \in [l_{\hat{\mu}_q}, h_{\hat{\mu}_q}]$ 下是相容的. 记 $\Omega_{\hat{\mu}_p \hat{\mu}_q}$ 为相容性解集, 反之, 则说明不相容.

定义 4 若满足以下条件:

$$\Omega_{\hat{\sigma}_p^2 \hat{\sigma}_q^2} = \Omega_{\hat{\sigma}_p^2} \cap \Omega_{\hat{\sigma}_q^2} \neq \emptyset, \quad (9)$$

则称指标 $\hat{\sigma}_p^2, \hat{\sigma}_q^2$ 在约束条件 $\hat{\sigma}_p^2 \in [l_{\hat{\sigma}_p^2}, h_{\hat{\sigma}_p^2}], \hat{\sigma}_q^2 \in [l_{\hat{\sigma}_q^2}, h_{\hat{\sigma}_q^2}]$ 下是相容的. 记 $\Omega_{\hat{\sigma}_p^2 \hat{\sigma}_q^2}$ 为相容性解集, 反之, 则说明不相容.

定义 5 若满足以下条件:

$$\Omega_{\hat{\mu}_p \hat{\sigma}_q^2} = \Omega_{\hat{\mu}_p} \cap \Omega_{\hat{\sigma}_q^2} \neq \emptyset, \quad (10)$$

则称指标 $\hat{\mu}_p, \hat{\sigma}_q^2$ 在约束条件 $\hat{\mu}_p \in [l_{\hat{\mu}_p}, h_{\hat{\mu}_p}], \hat{\sigma}_q^2 \in [l_{\hat{\sigma}_q^2}, h_{\hat{\sigma}_q^2}]$ 下是相容的. 记 $\Omega_{\hat{\mu}_p \hat{\sigma}_q^2}$ 为相容性解集, 反之, 则说明不相容.

以上定义描述了满意参数设计中均值-方差指标相容性问题, 给出了判定均值-方差指标相容性的依据.

2.3 流程步骤及策略分析

根据上文的分析和定义, 本文针对多元质量特性的参数设计问题, 提出了基于均值-方差模型的满意参数设计方法, 具体内容及步骤如下.

Step 1: 根据数据信息, 建立基于双响应曲面法的均值-方差模型.

Step 2: 分析均值-方差指标及成本等约束条件, 并将它们划分为硬约束和软约束, 同时确定软约束的优先级.

Step 3: 设计软约束冲突时的放宽策略.

Step 4: 对指标进行相容性的分析. 当约束指标不相容时, 按照已设计好的策略放宽相应约束指标, 并在此基础上求解满意解集. 如果满意解集为空集, 则说明没有满足所有指标约束条件的参数.

3 实例分析

本文以 IIR 内胎制品配方设计来说明和分析多元质量特性的满意参数设计方法^[20]. IIR 内胎制品的生产过程涉及多个质量特性和输入因子. 该产品的参数设计要考虑多个利益相关方, 不同的利益相关方有不同的目标 (如质量、成本等) 和优先级. 本文以半补强炉黑、硫磺和促进剂 TMTD 的用量为因子 (见表 1), 其他原材料 IIR、氧化锌、硬脂酸、石蜡、快压出炉黑等固定在同一个水平, 考察产品撕裂强度的均值和方

差、拉伸强度的均值和方差及产品的成本.

表 1 IIR 内胎制品配方试验设计因子和水平

因子	水平				
	-1.682	-1	0	1	1.682
半补强炉黑	20	24.05	30	35.95	40
硫磺	0.8	1.04	1.4	1.76	2.0
促进剂TMTD	0.8	1.08	1.5	1.92	2.2

3 种配合剂半补强炉黑 (X_1)、硫磺 (X_2) 和促进剂 TMTD (X_3) 的单价依次为 5.892 元/kg、2.4 元/kg 和 27 元/kg, 配方中其他固定原材料 IIR、氧化锌、硬脂酸、石蜡、快压出炉黑等用量共为 146.9 份 (IIR 按 100 份计), 其他固定原材料成本和为 1496.01 元.

依经验, 配方中设计因子的用量范围为

$$20 \leq X_1 \leq 40, 0.8 \leq X_2 \leq 2, 0.8 \leq X_3 \leq 2.2.$$

实际情况中, 设计变量是一个在标称值附近变化的随机变量, 服从以标称值为均值的正态分布, 根据本实验情况可以假设满足

$$X_1 \sim N(\Delta_1, 4), X_2 \sim N(\Delta_2, 0.01),$$

$$X_3 \sim N(\Delta_3, 0.01),$$

其中 $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ 分别为 X_1, X_2, X_3 的标称值. 记 Z_1, Z_2, Z_3 分别为配方因子 X_1, X_2, X_3 的编码值. 为说明本文提出的方法, 假设要满足的目标为:

1) 质量性能撕裂强度 Y_1 (kN/m) 和拉伸强度 Y_2 (Mpa) 的方差分别必须满足 $\sigma_1^2 \leq 1.5$ 和 $\sigma_2^2 \leq 0.15$;

2) 均值尽量满足 $\mu_1 \geq 55.7$ 和 $\mu_2 \geq 15.5$. 当约束指标不相容时, 可将约束指标放宽至 $\mu_1 \geq 55.6$ 和 $\mu_2 \geq 15.4$.

3) $C = \frac{5.892X_1 + 2.4X_2 + 27X_3 + 1496.01}{X_1 + X_2 + X_3 + 146.9}$ 为成本函数, 要尽量满足 $C \leq 9.6$. 当约束指标不相容时, 可将成本指标放宽至 $C \leq 9.7$.

Step 1 根据表 2 中实验数据, 用双响应曲面法得到响应撕裂强度 Y_1 的估计均值和估计方差函数分别为

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_1 = & 54.8351 + 1.897X_1 - 11.151X_2 - 20.7X_3 - \\ & 0.052X_1^2 + 0.373X_1X_2 + 0.373X_1X_3 + \\ & 0.927X_2^2 - 3.577X_2X_3 + 1.697X_3^2, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_1^2 = & 19.927 - 1.816X_1 + 6.728X_2 + 5.053X_3 + \\ & 0.046X_1^2 - 0.323X_1X_2 - 0.312X_1X_3 + \\ & 0.719X_2^2 + 0.738X_2X_3 + 0.8X_3^2. \end{aligned} \quad (12)$$

同样, 响应拉伸强度 Y_2 的估计均值和估计方差函数分别为

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_2 = & 17.612 + 0.371X_1 - 3.7X_2 - 5.615X_3 - \\ & 0.01X_1^2 + 0.068X_1X_2 + 0.032X_1X_3 + \\ & 0.456X_2^2 - 0.088X_2X_3 + 1.357X_3^2, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_2^2 = & 1.003 - 0.068X_1 + 0.124X_2 - 0.203X_3 + \\ & 0.002X_1^2 - 0.01X_1X_2 - 0.004X_1X_3 + \\ & 0.027X_2^2 + 0.011X_2X_3 + 0.078X_3^2. \end{aligned} \quad (14)$$

表 2 IIR 内胎制品配方试验的试验数据

序号	因子			质量特性	
	Z_1	Z_2	Z_3	Y_1	Y_2
1	1	1	1	44.1879	12.9381
2	1	1	-1	51.2797	13.3977
3	1	-1	1	45.6349	13.0368
4	1	-1	-1	50.6012	13.4433
5	-1	1	1	42.2110	13.7450
6	-1	1	-1	52.9933	14.5209
7	-1	-1	1	46.8187	14.4232
8	-1	-1	-1	55.4755	15.1460
9	1.682	0	0	43.6759	11.8112
10	-1.682	0	0	46.1107	13.9201
11	0	1.682	0	48.7573	13.7621
12	0	-1.682	0	52.0316	14.3652
13	0	0	1.682	44.3294	14.0705
14	0	0	-1.682	57.4533	15.0558
15	0	0	0	50.0635	13.9020
16	0	0	0	50.0633	13.9017
17	0	0	0	50.0640	13.9024
18	0	0	0	50.0628	13.9012
19	0	0	0	50.0613	13.8997
20	0	0	0	50.0639	13.9024

Step 2 根据假设, 分解指标和约束条件为硬约束和软约束并确定软约束的优先级. 为了说明本文所提出的方法, 对硬约束和软约束作如下规定:

1) 硬约束为

$$\begin{cases} H_1 : \sigma_1^2 \leq 1.5; \\ H_2 : \sigma_2^2 \leq 0.15. \end{cases} \quad (15)$$

2) 软约束为

$$\begin{cases} S_1 : \mu_1 \geq 55.7, \text{ 可放宽至 } S'_1 : \mu_1 \geq 55.6; \\ S_2 : \mu_2 \geq 15.5, \text{ 可放宽至 } S'_2 : \mu_2 \geq 15.4; \\ S_3 : C \leq 9.6, \text{ 可放宽至 } S'_3 : C \leq 9.7. \end{cases} \quad (16)$$

3) 软约束的优先级为

$$S_1 > S'_1 > S_2 > S'_2 > S_3 > S'_3. \quad (17)$$

Step 3 根据满意参数设计的流程步骤, 约束放宽策略设计及相容性分析的流程如图 2 所示.

按照满意参数设计的流程求取满意解集 (相容性解集). 由于软约束条件 $S_1S_2S_3$ 与硬约束条件不相容,

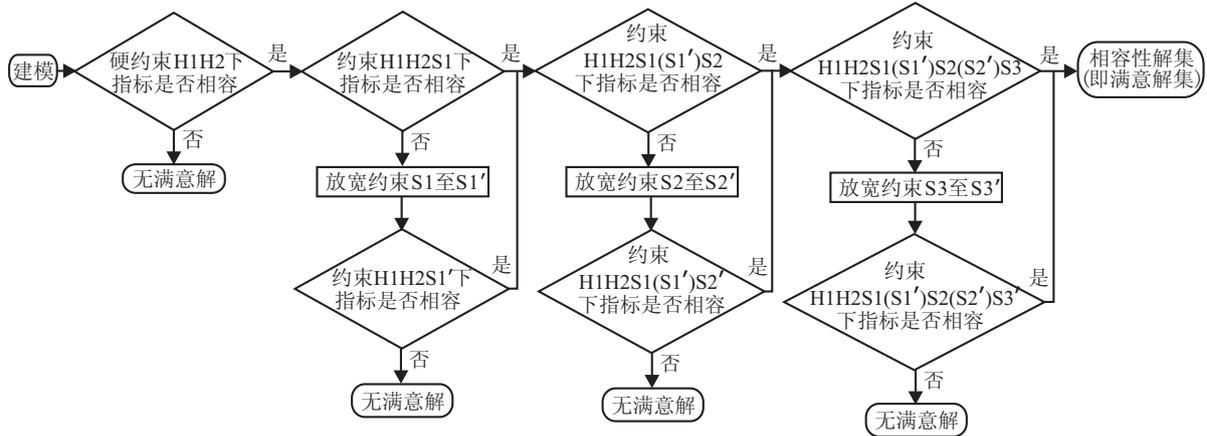


图 2 约束放宽策略设计及指标相容性分析流程

设计者将软约束条件放宽到 $S'_1S'_2S'_3$, 可以得到满意解集如图 3 中阴影区域所示. 在满意解集内随机抽取 10 个点, 设计因子取值及相应的质量性能指标值如表 3 所示. 显然, 选取的 10 个点均能满足: 硬约束 $\sigma_1^2 \leq 1.5, \sigma_2^2 \leq 0.15$; 放宽后的软约束 $\mu_1 \geq 55.6, \mu_2 \geq 15.4, C \leq 9.7$.

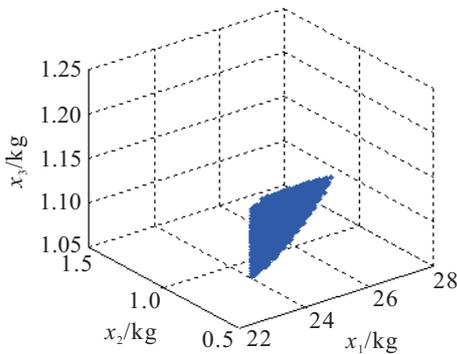


图 3 满足硬约束及软约束 $S'_1S'_2S'_3$ 的满意解集

用如下 3 种传统方法对该产品进行参数设计, 并与本文所提出的满意参数设计方法作对比.

方法 1 以制造成本最低为目标设计目标函数, 则优化设计的目标为

$$\begin{aligned} \min C, \\ \text{s.t. } X \in R_c. \end{aligned} \tag{18}$$

方法 2 将各质量特性重要性等同看待, 以多个质量特性的总质量损失最小为目标设计目标函数, 则优化设计的目标为

$$\begin{aligned} \min \text{MQL} = & 0.5 \times [(\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_{1\max})^2 + \hat{\sigma}_1^2] + \\ & 0.5 \times [(\hat{\mu}_2 - \hat{\mu}_{2\max})^2 + \hat{\sigma}_2^2], \\ \text{s.t. } X \in R_c. \end{aligned} \tag{19}$$

其中: $\hat{\mu}_{1\max}$ 为 $\hat{\mu}_1$ 的最大值, $\hat{\mu}_{2\max}$ 为 $\hat{\mu}_2$ 的最大值.

方法 3 用熵权系数法确定各质量特性质量损失的系数, 以加权质量损失函数和制造成本之和为目标设计目标函数, 则优化设计的目标为

$$\begin{aligned} \min \text{MQCL} = & k_1 \times [(\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_{1\max})^2 + \hat{\sigma}_1^2] + \\ & k_2 \times [(\hat{\mu}_2 - \hat{\mu}_{2\max})^2 + \hat{\sigma}_2^2] + C, \\ \text{s.t. } X \in R_c. \end{aligned} \tag{20}$$

其中: $\hat{\mu}_{1\max}$ 为 $\hat{\mu}_1$ 的最大值, $\hat{\mu}_{2\max}$ 为 $\hat{\mu}_2$ 的最大值, k_1 和 k_2 分别为质量特性 Y_1 和 Y_2 质量损失的权重系数. 经计算可以得到 k_1 和 k_2 的值分别为 0.31 和 0.69.

采用列举的 3 种传统方法得到设计因子取值及指标值如表 4 所示, 均满足硬约束 $\sigma_1^2 \leq 0.15, \sigma_2^2 \leq 1.5$; 放宽后的软约束 $\mu_1 \geq 55.6, \mu_2 \geq 15.4, C \leq 9.7$.

表 3 设计因子取值及相应的约束指标值

序号	因子			约束指标				
	X_1	X_2	X_3	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1^2$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2^2$	C
1	24.1000	0.8060	1.0800	56.2607	1.4395	15.6438	0.1465	9.6543
2	24.3000	0.8840	1.1080	55.6251	1.4684	15.4776	0.1395	9.6495
3	24.4000	0.9200	1.0520	56.1082	1.4906	15.5393	0.1498	9.6403
4	24.6000	0.9560	1.0660	55.8222	1.4831	15.4607	0.1467	9.6358
5	24.9000	0.8360	1.1290	55.6545	1.3179	15.4867	0.1399	9.6407
6	25.0000	1.0040	1.0520	55.8268	1.4585	15.4211	0.1500	9.6238
7	25.3000	0.8240	1.1360	55.6403	1.2575	15.4747	0.1416	9.6333
8	25.5000	0.9320	1.0800	55.8002	1.3259	15.4341	0.1498	9.6189
9	25.9000	0.8840	1.1080	55.6725	1.2517	15.4209	0.1493	9.6151
10	26.1000	0.8240	1.1290	55.6750	1.2065	15.4467	0.1498	9.6154

表4 3种传统方法所得设计因子取值及其约束指标值

传统方法	因子			约束指标				
	X_1	X_2	X_3	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1^2$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2^2$	C
方法1	26.1010	0.8832	1.1140	55.6005	1.2369	15.4001	0.1500	9.6115
方法2	24.7996	0.8000	1.0810	56.3161	1.3223	15.6301	0.1500	9.6395
方法3	25.3425	0.8000	1.1000	56.1136	1.2569	15.5712	0.1500	9.6297

显然,若考虑制造成本,方法1所得设计因子优于方法2和方法3;若考虑总质量损失,方法2优于方法1和方法3;若综合考虑质量损失和制造成本,方法3优于方法1和方法2.

由3种传统方法所得设计因子及使用满意参数设计法所得满意解集如图4所示,其中的点 Q_1, Q_2, Q_3 (用圆圈表示)分别为由3种传统方法所求得的点,阴影区域为 X_1 设定为最优值时对应的满意解集.由图4可知,3个最优点均在满意质量设计方法所求得的满意解集的边界上,当环境发生变化时,设计因子确定为最优点情况下的质量特性很可能无法满足要求.依

据本文所提出的满意参数设计方法,设计者可以在满意解集内根据实际情况(如考虑原材料变化、昼夜温差、天气湿度等问题)来选择合适的因子.如图4所示,选择满意点 M_1, M_2, M_3 (用星号表示)要比点 Q_1, Q_2, Q_3 更可靠.

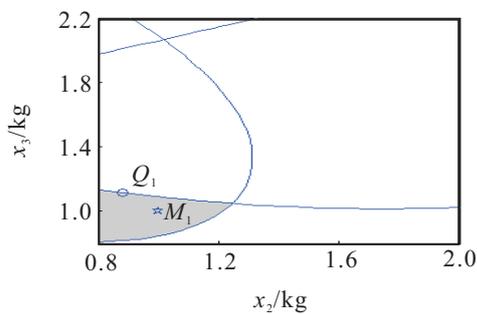
综上所述,设计者通过满意参数设计方法能很好地考虑各指标的优先性,可以根据实际情况进行有效的调整.满意参数设计方法具有更大的自由度,为进一步的参数设计和选取提供了可能.

4 结论

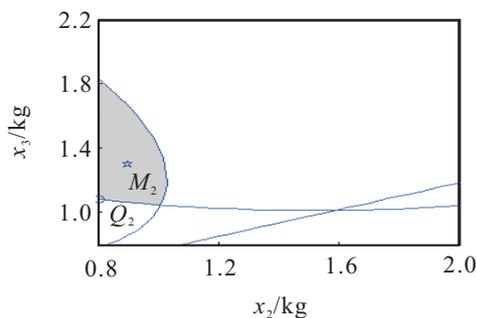
本文分析了目前多元质量特性的参数设计方法所遇到的问题,提出了基于多元质量特性的满意参数设计方法.该方法舍弃对单个目标函数或综合目标函数最优化的思想,根据工程实际情况确定目标满意范围,通过对目标和约束的分解、约束放宽策略的设计和指标相容性分析来求解参数的满意解集,使设计者可以在满意解集中根据实际情况及具体原则选择设计因子值.满意参数设计方法的提出为设计人员对参数设计的可行性分析提供了理论参考,为进一步采用优化技术或选取原则(如易实现性原则、经济性原则、非脆弱性原则等)创造了条件,同时也为工程实际中部件的标准化提供了依据.然而,满意参数设计方法也存在许多需要完善的地方,如针对具体不确定性问题,如何设计满意的参数将是下一步研究的方向.

参考文献(References)

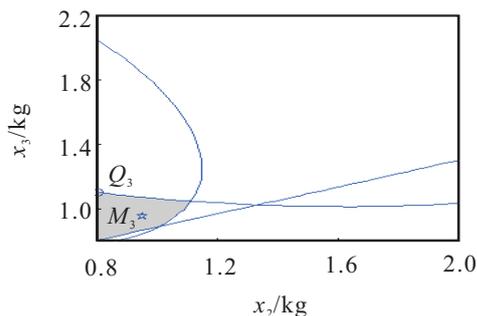
- [1] 马义中,赵逢禹.多元质量特性的稳健设计及其实现[J].系统工程与电子技术,2005,27(9):1580-1582.
(Ma Y Z, Zhao F Y. Robust design and implementation for multivariate quality characteristics[J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(9): 1580-1582.)
- [2] Quesada G M, Castillo E D. A dual-response approach to the multivariate robust parameter design problem[J]. Technometrics, 2004, 46(2): 176-187.
- [3] He Z, Wang J, Oh J, et al. Robust optimization for multiple responses using response surface methodology[J]. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 2010, 26(2): 157-171.
- [4] Lee D H, Kim K J. Interactive weighting of bias and variance in dual response surface optimization[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(5): 5900-5906.



(a) 方法1中 $x_1=26.1010$ 时的等高线



(b) 方法2中 $x_1=24.7996$ 时的等高线



(c) 方法3中 $x_1=25.3425$ 时的等高线

图4 3种传统方法所得设计因子及相应满意解集

- [5] 汪建均, 马义中. 基于 GLM 的双响应曲面法及其稳健设计[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(11): 2306-2311. (Wang J J, Ma Y Z. Dual response surface methodology based on generalized linear models and its application on robust design[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(11): 2306-2311.)
- [6] Zhou X J, Ma Y Z, Tu Y L, et al. Ensemble of surrogates for dual response surface modeling in robust parameter design[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2013, 29(2): 173-197.
- [7] Park K S, Kim K J. Optimizing multi-response surface problems: How to use multi-objective optimization technique[J]. IIE Trans, 2005, 37(6): 523-532.
- [8] Beyer H G, Sendhoff B. Robust optimization—A comprehensive survey[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, 196(33): 3190-3218.
- [9] Stinstra E, Hertog D. Robust optimization using computer experiments[J]. European J of Operational Research, 2008, 191(3): 816-837.
- [10] Pal S, Gauri S K. Multi-response optimization using multiple regression based weighted signal-to-noise ratio (MRWSN)[J]. Quality Engineering, 2010, 22(4): 336-350.
- [11] Lee D H, Kim K J, Köksalan M. A posterior preference articulation approach to multiresponse surface optimization[J]. European J of Operational Research, 2011, 210(2): 301-309.
- [12] Lee D H, Kim K J, Köksalan M. An interactive method to multiresponse surface optimization based on pairwise comparisons[J]. IIE Trans, 2012, 44(1): 13-26.
- [13] He Z, Zhu P F, Park S H. A robust desirability function method for multi-response surface optimization considering model uncertainty[J]. European J of Operational Research, 2012, 221(1): 241-247.
- [14] 席裕庚. 复杂工业系统的满意控制[J]. 信息与控制, 1995, 24(1): 4-20. (Xi Y G. Satisfactory control of complex industrial process[J]. Information and Control, 1995, 24(1): 4-20.)
- [15] 李少远, 席裕庚. 基于模糊目标和模糊约束的满意控制[J]. 控制与决策, 2000, 15(6): 674-677. (Li S Y, Xi Y G. Satisfactory control based on fuzzy goals and fuzzy constraints[J]. Control and Decision, 2000, 15(6): 674-677.)
- [16] Guo Zhi, Qian Longjun. A survey of satisfying control and estimation[C]. Proc of the 14th IFAC World Congress. Beijing: Pergamon Press, 1999: 443-447.
- [17] 王远钢, 郭治. 状态反馈中圆形极点与状态方差约束的相容性[J]. 自动化学报, 2001, 27(2): 207-213. (Wang Y G, Guo Z. Consistency of circular pole and state variance constraints in state-feedback control[J]. Acta Automatica Sinica, 2001, 27(2): 207-213.)
- [18] 李银侠, 盛安冬, 王远钢, 等. PI 控制中衰减度与 H_∞ 指标的相容性[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 498-502. (Li Y Y, Sheng A D, Wang Y G, et al. Consistency of decay ratio and H_∞ in PI control[J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(3): 498-502.)
- [19] 刘胜, 王五桂. 不确定广义系统多约束指标的相容性[J]. 控制与决策, 2012, 27(12): 1876-1879. (Liu S, Wang W G. Consistency of multiple constraint indices for uncertain descriptor systems[J]. Control and Decision, 2012, 27(12): 1876-1879.)
- [20] 耿金花, 高齐圣, 张嗣瀛. 多因素、多指标产品系统的建模与优化[J]. 系统工程学报, 2008, 23(4): 450-454. (Geng J H, Gao Q S, Zhang S Y. Modeling and optimization of multi-factor and multi-index product system[J]. J of Systems Engineering, 2008, 23(4): 450-454.)

(责任编辑: 孙艺红)