第 29 卷 第 8 期
Vol. 29 No. 8

控 制 与 决 策
Control and Decision

2014 年 8 月
Aug. 2014

文章编号: 1001-0920 (2014) 08-1517-05 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2013.0536

多分配枢纽站集覆盖问题的随机 p- 鲁棒优化模型及算法

商丽媛, 谭清美

(南京航空航天大学 经济与管理学院，南京 211106)

摘 要: 枢纽站选址是轴辐式网络优化设计的重要问题, 枢纽站覆盖则是该问题的一个类型. 考虑枢纽站建站成本和节点间运输距离的不确定性, 结合随机优化和鲁棒优化方法, 建立了完备轴辐式网络中多分配枢纽站集覆盖问题的随机 p- 鲁棒优化模型; 采用二进制编码, 对量子粒子群算法进行改进, 加入免疫思想, 设计了免疫量子粒子群求解算法. 最后通过算例对模型进行仿真计算, 结果表明了该模型及算法的可行性和有效性.

关键词: 多分配枢纽站覆盖选址；不确定性；鲁棒优化；免疫量子粒子群算法

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Stochastic p-robust optimization model and algorithm of multiple allocation hub set covering problem

SHANG Li-yuan, *TAN Qing-mei*

(College of Economics and Management，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 211106, China．Correspondent：SHANG Li-yuan，E-mail：yuyu24501@126.com)

Abstract: The hub location is an important issue for the hub-and-spoke network optimization design, and hub covering is a type of the hub location problem. The uncertainty of the hub station construction costs and the uncertainty of the distance between two nodes are considered. The model of stochastic p -robust multiple allocation hub set covering problem is proposed with combination of stochastic optimization and robust optimization. Binary quantum-behaved particle swarm optimization algorithm is improved based on immunity thought. Immune quantum-behaved particle swarm optimization algorithm is proposed to solve the stochastic p-robust multiple allocation hub set covering model. The simulation example of this model is given, and the result shows the feasibility and effectiveness of the proposed model and algorithm.

Key words: multiple allocation hub set covering problem；uncertainty；robust optimization；immune quantum-behaved particle swarm optimization algorithm

0 引 言

枢纽站选址问题是轴辐式网络[1]优化设计的重要问题, 其数学模型是由 O’Kelly[2]首先提出的, 已广泛地应用于航空、供应链和计算机网络等多个领域[3]. 枢纽站覆盖问题是枢纽站选址问题的一个类型, 按照其分配方式和覆盖模型可分为单分配枢纽站最大覆盖 (SAHMCo)、多分配枢纽站最大覆盖 (MAHMCo)、单分配枢纽站集覆盖 (SAHSCo) 和多分配枢纽站集覆盖 (MAHSCo) 4 种类型[4], 其覆盖约束条件有 3 种情况[5]. 人们对多分配枢纽站集覆盖问题的模型和算法等所进行的研究[6-8], 大都是针对该问题的确定模型进行讨论, 较少考虑到模型参数的不确定性. 鲁棒优化[9]可用于求解特定情形下随机优化[10]问题的鲁棒解, 国内外学者对不确定选址问题的鲁棒优化进行了研究[11-12]. 目前, 不确定枢纽站选址问题已逐渐成为研究热点[13-14], 但尚未涉及多分配枢纽站集覆盖问题的不确定性模型.

本文在前人的研究成果基础上, 考虑到枢纽站建站成本和节点间运输距离的不确定性, 构建了不确定环境下多分配枢纽站集覆盖问题的随机 p- 鲁棒优化模型, 对量子粒子群算法进行改进, 加入免疫思想, 设计出求解该模型的免疫量子粒子群算法, 并通过仿真算例验证了所提出模型及算法的有效性和可行性.

收稿日期: 2013-04-30；**修回日期:** 2013-09-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71073079).

作者简介: 商丽媛(1981−), 女, 博士生, 从事物流管理、应急管理的研究；谭清美(1961−), 男, 教授, 博士生导师, 从事区域经济、国防经济等研究.

1 多分配枢纽站集覆盖问题

在给定的连通网络 $G(N,A)$ 中, A 为边集合, $N=\{1,2,\cdots,n\}$ 为节点集合. MAHSCo 问题需要从给定节点集合中选出枢纽站, 将节点分配给一个或多个枢纽站, 以满足从节点 i 经过枢纽站 k 和 m 到达节点 j 的每段距离 (或时间、成本) 均小于给定的覆盖半径限制. 令 $c_{ij}=c_{ji}$ 表示节点 i 与 j 之间的距离 (或时间、成本); $\alpha\in[0,1]$ 表示枢纽站之间转运的折扣系数; θ 表示覆盖半径限制; f_k 表示在 k 点建立枢纽站的成本; $X_{ik}=1$ 表示节点 i 由枢纽站 k 服务, 否则 $X_{ik}=0$; $X_{kk}=1$ 表示在节点 k 建立枢纽站. MAHSCo 问题模型 P1 如下:

$$\min \sum_{k\in N} f_k X_{kk}. \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \sum_{k\in N} X_{ik}\geqslant 1,\ \forall i\in N; \tag{2}$$

$$X_{ik}\leqslant X_{kk},\ \forall i,k\in N; \tag{3}$$

$$c_{ik}X_{ik}\leqslant\theta,\ \forall i,k\in N; \tag{4}$$

$$\alpha c_{km}(X_{kk}+X_{mm}-1)\leqslant\theta,\ \forall k,m\in N; \tag{5}$$

$$X_{ik}\in\{0,1\},\ \forall i,k\in N. \tag{6}$$

式 (1) 为目标函数, 表示最小化总建站成本. 式 (2) ∼ (6) 为约束条件: 式 (2) 表示节点 i 被多个枢纽站服务; 式 (3) 表示只有节点 k 为枢纽站, 节点 i 才被分配给 k; 式 (4) 和 (5) 表示两个非枢纽节点路径的每段距离小于覆盖半径限制[4]; 式 (6) 为变量取值约束.

2 MAHSCo 问题的随机 p- 鲁棒优化模型

若枢纽站建站成本 f_k 和节点 i 与节点 j 之间的距离 c_{ij} 不确定, 在已知概率的不同离散情景下, f_k 和 c_{ij} 具有不同取值, 则应考虑建立 MAHSCo 问题的随机 p- 鲁棒优化模型.

p- 鲁棒定义[11]: 令 $p\geqslant 0$ 为常数, X 为所有情景 $s\in S$ 下的可行解, $Z_s(X)$ 为情景 s 下解 X 的目标函数值, Z_s^* 为情景 s 下的最优目标函数值, 若 $(Z_s(X)-Z_s^*)/Z_s^*$ 或 $Z_s(X)\leqslant(1+p)Z_s^*$ 成立, 则称 X 为 p- 鲁棒.

令 S 表示情景集合, $s\in S$, s 情景下的 k 点枢纽站建站成本为 f_k^s, i 与 j 两点间的距离为 c_{ij}^s, 情景 s 发生的概率已知, 为 q_s 且 $\sum\limits_{s\in S} q_s=1$, 则由模型 P1 可知, 确定情景 s 下, MAHSCo 问题的模型 P2 为

$$\min\ Z_s(X)=\sum_{k\in N} f_k^s X_{kk}. \tag{7}$$

s.t. 式 (2), (3), (6);

$$c_{ik}^s X_{ik}\leqslant\theta,\ \forall i,k\in N; \tag{8}$$

$$\alpha c_{km}^s(X_{kk}+X_{mm}-1)\leqslant\theta,\ \forall k,m\in N. \tag{9}$$

式 (7) 为目标函数; 由于 s 情景下的 k 点枢纽站建站成本为 f_k^s, i 与 j 两点间的距离为 c_{ij}^s, 式 (4) 和 (5) 的约束条件改为式 (8) 和 (9); 约束条件中与 P1 相同的有式 (2)、(3) 和 (6).

令 Z_s^* 为情景 s 下模型 P2 的最优目标函数值, 结合 p- 鲁棒定义和随机规划中的期望值模型, MAHSCo 问题的随机 p- 鲁棒优化模型 P3 为

$$\min \sum_{s\in S}\sum_{k\in N} q_s f_k^s X_{kk}. \tag{10}$$

s.t. 式 (2), (3), (6);

$$\sum_{s\in S} q_s c_{ik}^s X_{ik}\leqslant\theta,\ \forall i,k\in N; \tag{11}$$

$$\sum_{s\in S} q_s\alpha c_{km}^s(X_{kk}+X_{mm}-1)\leqslant\theta,\ \forall k,m\in N; \tag{12}$$

$$Z_s(X)\leqslant(1+p)Z_s^*,\ \forall s\in S. \tag{13}$$

式 (10) 为目标函数值, 表示最小化所有情景下建站成本的期望值; 式 (11) 和 (12) 为期望值模型的期望约束条件; 式 (13) 是 p- 鲁棒优化需要满足的约束条件; 约束条件 (2)、(3) 和 (6) 与模型 P1、P2 相同.

3 免疫量子粒子群算法 (IQPSO)

MAHSCo 是 NP-hard 问题[6], 其鲁棒优化模型不容易用精确算法求解. 量子粒子群算法 (QPSO)[15] 是由粒子群算法 (POS)[16] 发展而来的一种群体智能优化算法, 能够有效求解大规模 NP 问题. 本文对量子粒子群算法进行改进, 将免疫思想与量子粒子群算法相结合, 形成了免疫量子粒子群算法 (IQPSO)[17], 对 MAHSCo 问题的随机 p- 鲁棒优化选址模型进行求解.

3.1 IQPSO 的关键技术

3.1.1 粒子编码方式

算法采用二进制编码[18], 假设节点集合 N 包含 n 个节点, 粒子的编码为一个 n 位的二进制编码序列. 若第 i 个位置的值为 1, 则表示在第 i 个节点建立枢纽站; 否则为普通节点. 如粒子编码 $(1,0,0,1,0)$ 表示网络中有 5 个节点, 1、4 为枢纽站, 2、3、5 为普通节点.

3.1.2 粒子适应度值计算

令 $\text{fitness1}=\sum\limits_{s\in S}\sum\limits_{k\in N} q_s f_k^s X_{kk}$, $\text{fitness2}=\text{FM}$, FM 为较大的数值. 采用罚函数法, 若粒子编码不满足约束条件 (2)、(3)、(6)、(11)、(12), 则粒子适应度函数取值为 $\text{fitness}=\text{fitness1}+\text{fitness2}$, 否则 $\text{fitness}=\text{fitness1}$.

3.1.3 粒子位置更新方式[18]

1) 通过统计粒子二进制编码的每一位出现 0, 1 的概率的大小, 决定 mbest 对应位置的值.

2) 采用交叉算子产生群体局部吸引子 p_i, 父代

pbest 和 gbest 进行随机多点交叉, 在产生的两个子代中随机选择一个作为 p_i 的值.

3) $d_H(X_{id}, p_{id}) = \lceil b \rceil$ 为粒子更新方程, $b = \beta * d_H(X_{id}, \text{mbest}_d) * \ln(1/u), u = \text{rand}()$, $d_H(X_{id}, p_{id})$ 是粒子 i 第 d 维的 X_{id} 与局部吸引子第 d 维 p_{id} 的 Hamming 距离. 粒子编码方式的维数为 1. 通过变异 p_i 的每一位的值生成新的 X_i, 变异的概率表达式为

$$\text{pr} = \begin{cases} b,\ b \leqslant 1; \\ 1,\ b > 1. \end{cases}$$

3.1.4　免疫思想

将免疫选择、接种机制以及生成新粒子等免疫思想引入 QPSO, 从而形成免疫量子粒子群算法 (IQPSO).

1) 免疫选择. 通过对粒子进行多样性评价, 保留适应度高的个体, 抑制浓度高的个体. 设粒子种群的个数为 N, $x(i)$ 和 $x(j)$ 分别为第 i 和第 j 个粒子个体. 个体与种群间亲和力 $A(x(i)) = 1/\text{fitness}(x(i))$ 表示个体对种群的识别程度. 个体之间亲和力 $S(x(i), x(j)) = k(x(i), x(j))/L$ 表示个体之间的相似程度, $k(x(i), x(j))$ 为个体 i 与 j 中相同的位数, L 为个体的长度. 个体浓度 $C(x(i)) = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{j \in N} b(x(i), x(j))$ 为种群中相似个体所占的比例, 而

$$b(x(i), x(j)) = \begin{cases} 1,\ S(x(i), x(j)) > \text{ps}; \\ 0,\ 其他; \end{cases}$$

ps 为预先设定的一个阈值. 期望繁殖概率

$$p(x(i), x(j)) = \gamma \frac{A(x(i))}{\sum\limits_{i \in N} A(x(i))} + (1-\gamma) \frac{C(x(i))}{\sum\limits_{i \in N} C(x(i))},$$

$0 < \gamma < 1$ 为常数. 采取精英保留策略, 在每次更新记忆库时, 先将较优的若干个体存入, 再按照期望繁殖概率将剩余种群中优秀个体存入.

2) 随机产生新粒子, 扩大算法搜索空间, 以较高概率使得算法跳出局部最优.

3) 接种机制采用最优保留策略, 将较好的粒子位置储存于记忆库中, 在适当的时候将这些粒子位置重新选入种群, 以提高算法的收敛性.

3.2　IQPSO 求解鲁棒最优解步骤

Step 1: 初始化各个参数, 如粒子种群规模 N、迭代次数 T 等; 对于每一情景 s, 赋初值 $Z_s^* = +\infty$.

Step 2: 计算粒子 $x(i)$ $(i \in N)$ 的适应度值, 从群体中选择最好的若干个体作为免疫粒子, 储存在记忆库. 对于每一情景 $s \in S$: 若 $Z_s(x(i)) \geqslant Z_s^*$, 则 Z_s^* 保持不变; 若 $Z_s(x(i)) < Z_s^*$, 则更新 $Z_s^* = Z_s(x(i))$.

Step 3: 更新各粒子的位置.

Step 4: 随机产生 M 个新粒子并加入.

Step 5: 计算 $N + M$ 个粒子的适应度值.

Step 6: 计算 $N + M$ 个粒子的浓度和繁殖选择概率, 并重新选择 N 个粒子.

Step 7: 选择群体中适应度值较差的个体, 用记忆库中的免疫粒子代替; 重复 Step 2.

Step 8: 若满足终止准则, 则输出整个群体的最优位置并终止迭代, 否则转向 Step 3.

4　算例分析

假设有 15 个设施点, 3 个情景, 各情景发生概率已知, 分别为 0.7、0.25 和 0.05, 各情景下设施点之间的最短距离如表 1～表 3 所示, 设施点在各情景下建立枢纽站的成本如表 4 所示. 在所有情景下, 从 15 个设施点中进行选择, 建立若干枢纽站, 在约束条件限制下, 满足各情景下目标函数为建站总成本的 p- 鲁棒优化, 最小化所有情景下建站成本的期望值.

表 1　情景 1 下 15 个设施点之间的距离

设施点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	582	259	247	311	315	190	144	237	521	384	486	188	119	446
2	582	0	307	780	927	790	589	744	640	881	232	57	806	545	744
3	259	307	0	498	587	500	288	426	340	577	100	222	488	216	448
4	247	780	498	0	355	491	459	84	499	720	627	713	203	396	710
5	311	927	587	355	0	221	420	264	374	401	727	832	109	388	613
6	315	790	500	491	221	0	227	392	122	171	595	716	281	285	404
7	190	589	288	459	420	227	0	341	74	358	394	514	341	45	314
8	144	744	426	84	264	392	341	0	393	625	545	653	117	283	593
9	237	640	340	499	374	122	74	393	0	254	444	565	327	125	197
10	521	881	577	720	401	171	358	625	254	0	678	797	517	415	211
11	384	232	100	627	727	595	394	545	444	678	0	127	619	351	543
12	486	57	222	713	832	716	514	653	565	797	127	0	716	454	667
13	188	806	488	203	109	281	341	117	327	517	619	716	0	301	540
14	119	545	216	396	388	285	45	283	125	415	351	454	301	0	371
15	446	744	448	710	613	404	314	593	197	211	543	667	540	371	0

表 2 情景 2 下 15 个设施点之间的距离

设施点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	603	281	270	338	336	217	165	264	546	412	513	217	148	469
2	603	0	334	802	947	818	614	769	669	907	258	86	834	571	766
3	281	334	0	520	616	520	313	447	370	604	125	247	508	243	468
4	270	802	520	0	375	516	480	112	527	747	648	740	228	426	737
5	338	947	616	375	0	249	444	288	403	421	748	853	133	417	641
6	336	818	520	516	249	0	247	416	147	195	622	742	304	309	424
7	217	614	313	480	444	247	0	371	95	379	418	536	366	68	344
8	165	769	447	112	288	416	371	0	423	645	573	675	141	309	623
9	264	669	370	527	403	147	95	423	0	278	474	588	354	152	222
10	546	907	604	747	421	195	379	645	278	0	705	824	538	436	241
11	412	258	125	648	748	622	418	573	474	705	0	148	639	377	572
12	513	86	247	740	853	742	536	675	588	824	148	0	743	476	691
13	217	834	508	228	133	304	366	141	354	538	639	743	0	326	570
14	148	571	243	426	417	309	68	309	152	436	377	476	326	0	392
15	469	766	468	737	641	424	344	623	222	241	572	691	570	392	0

表 3 情景 3 下 15 个设施点之间的距离

设施点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	624	307	297	364	360	244	192	291	572	442	535	244	170	490
2	624	0	360	826	972	845	642	792	696	931	287	115	856	597	792
3	307	360	0	545	645	542	336	468	400	631	150	274	533	270	493
4	297	826	545	0	402	541	510	134	548	768	668	764	252	450	765
5	364	972	645	402	0	275	472	318	433	443	769	880	154	442	666
6	360	845	542	541	275	0	276	441	171	222	650	767	327	330	450
7	244	642	336	510	472	276	0	393	115	407	440	560	393	91	372
8	192	792	468	134	318	441	393	0	447	672	600	699	161	332	647
9	291	696	400	548	433	171	115	447	0	300	496	617	378	181	246
10	572	931	631	768	443	222	407	672	300	0	733	848	566	464	265
11	442	287	150	668	769	650	440	600	496	733	0	170	667	407	595
12	535	115	274	764	880	767	560	699	617	848	170	0	770	500	720
13	244	856	533	252	154	327	393	161	378	566	667	770	0	354	591
14	170	597	270	450	442	330	91	332	181	464	407	500	354	0	421
15	490	792	493	765	666	450	372	647	246	265	595	720	591	421	0

表 4 3 种情景下 15 个设施点枢纽站建站成本

情景	设施点														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	57	74	28	65	56	47	52	38	36	78	51	72	45	59	42
2	53	78	56	69	57	64	37	39	42	82	59	66	47	47	38
3	51	73	47	64	49	55	44	38	41	79	53	55	46	51	41

利用 Matlab R2009a 软件对算例问题的随机 p-鲁棒优化模型进行数值实验, IQPSO 的种群规模为 100, 迭代次数为 100, 枢纽站间转运折扣系数 $\alpha = 0.6$, 覆盖半径限制 $\theta = 400$, 相对遗憾值限制 $p = 0.05$. Z_s^* 为 s 情景下模型 P2 的最优目标函数值, Z_s^r 为鲁棒解在 s 情景下的模型 P2 的目标函数值, Z_s^r 与 Z_s^* 的相对差值 $\epsilon_{r-d} = (Z_s^r - Z_s^*)/Z_s^* \times 100\%$, 计算结果见表 5. 鲁棒解为 3 (1, 2, 7, 11, 12, 14), 8 (1, 4, 5, 6, 7, 13, 14), 9 (1, 5, 6, 7, 10, 13, 14, 15), 鲁棒优化模型最优值为 111.95. 情景 1～情景 3 的确定性模型最优值分别为 102、132、126, 鲁棒解对应目标函数值分别为 102、137、126, 两者相对差值分别为 0%、3.7%、0%, 波动较小. 结果表明, 鲁棒解不能在所有情景下取得最优值, 但适用于所有情景, 与确定性模型最优值相差不大, 能够降低不确定性导致的风险.

表 5 $\alpha = 0.6$, $\theta = 400$, $p = 0.05$ 时算例计算结果

情景	Z_s^*	Z_s^r	$\epsilon_{r-d}/\%$	各情景最优解: 枢纽点 (可分配的非枢纽点)	鲁棒解 (最优值: 111.95)
1	102	102	0	3 (1, 2, 7, 11, 12, 14), 8 (1, 4, 5, 6, 7, 13, 14), 9 (1, 5, 6, 7, 10, 13, 14, 15)	3 (1, 2, 7, 11, 12, 14)
2	132	137	3.7	3 (1, 2, 9, 11, 12, 14), 7 (1, 6, 9, 10, 13, 14, 15), 8 (1, 4, 5, 13, 14)	8 (1, 4, 5, 6, 7, 13, 14)
3	126	126	0	3 (1, 2, 7, 11, 12, 14), 8 (1, 4, 5, 6, 7, 13, 14), 9 (1, 5, 6, 7, 10, 13, 14, 15)	9 (1, 5, 6, 7, 10, 13, 14, 15)

5 结 论

本文考虑枢纽站建站成本和节点间运输距离的不确定性, 结合随机优化和鲁棒优化方法, 建立了完备轴辐式网络中多分配枢纽站集覆盖问题的随机p-鲁棒优化模型; 采用二进制编码, 对量子粒子群算法进行改进; 加入免疫思想, 设计了求解该模型的免疫量子粒子群算法; 通过算例对模型进行仿真计算, 表明了模型和算法的可行性与有效性. 本文建立的模型和算法为进一步研究不确定环境下枢纽站选址问题提供了理论依据.

参考文献(References)

[1] Tunc H, Eksioglu B, Eksioglu S, et al. Hub based network design: A review[J]. Int J of Networking, 2011, 1(2): 17-24.

[2] O'Kelly M E. The location of interacting hub facilities[J]. Transportation Science, 1986, 20(2): 92-106.

[3] Campbell J F, O'Kelly M E. Twenty-five years of hub location research[J]. Transportation Science, 2012, 46(2): 153-169.

[4] Karimi H, Bashiri M. Hub covering location problems with different coverage types[J]. Scientia Iranica Trans E: Industrial Engineering, 2011, 18(6): 1571-1578.

[5] Campbell J F. Integer programming formulations of discrete hub location problems[J]. European J of Operational Research, 1994, 72(2): 387-405.

[6] Weng K, Wang Y. Evolutionary algorithms for multiple allocation hub set covering problem[C]. Int Conf on Networking, Sensing and Control. Beijing: IEEE, 2008: 408-411.

[7] Wagner B. Model fomulations forhub covering problem[J]. J of Operational Research Society, 2008, 59(7): 932-938.

[8] Fazel Zarandi M H, Davari S, Haddad Siskht S A. The Q-coverage multiple allication hub covering problem with mandatory dispersion[J]. Scientia Iranica Trans E: Industrial Engineering, 2012, 19(3): 902-911.

[9] Mulvey J M, Vanderbei R J, Zenios S A. Robust optimization of large-scale systems[J]. Operations Research, 1995, 43(2): 264-281.

[10] 刘宝碇, 赵瑞清. 随机规划与模糊规划[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998: 64-73.
(Liu B D, Zhao R Q. Stochastic programming and fuzzy programming[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998: 64-73.)

[11] Snyder L V, Daskin M S. Stochastic p-robust location problem[J]. IIE Transaction, 2006, 38(11): 971-985.

[12] Ghezavati V R, Saidi-Mehrabad M, Sadjadi S J. A robust approach to location-allocation problem under uncertainty[J]. J of Uncertain Systems, 2009, 3(2): 131-136.

[13] Contreras I, Cordeau J, Laporte G. Stochastic uncapacited hub location[J]. European J of Operational Research, 2011, 212(3): 518-528.

[14] Alumur S A, Nickel S, Saldanha-da-Gama F. Hub location under uncertainty[J]. Transportation Research Part B, 2012, 46(4): 529-543.

[15] Sun J, Xu W B, Feng B. A global search strategy of quantum-behaved particle swarm optimization[C]. Proc of IEEE Conf on Cybernetics and Intelligent Systems. Singapore: IEEE, 2004: 111-116.

[16] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C]. Proc of IEEE Int Conf on Neural Networks. Piscataway: IEEE, 1995: 1942-1948.

[17] 吕士颖, 郑晓鸣, 王晓东. 基于免疫量子粒子群优化的属性约简[J]. 电子科技大学学报, 2007, 36(6): 1268-1272.
(Lv S Y, Zheng X M, Wang X D. Attribute reduction based on quantum-behaved particle swarm optimization[J]. J of Uniwersity of Electronic Science and Technology of China, 2007, 36(6): 1268-1272.)

[18] 奚茂龙, 孙俊, 吴勇. 一种二进制编码的量子粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2010, 25(1): 99-104.
(Xi M L, Sun J, Wu Y. Quantum-behaved particle swarm optimization with binary encoding[J]. Control and Decision, 2010, 25(1): 99-104.)

(责任编辑: 李君玲)