

## 基于经验模式分解和极限学习机的 铀资源价格预测方法

颜七笙<sup>1,2</sup>, 王士同<sup>1</sup>, 张延飞<sup>2</sup>, 丁木华<sup>2</sup>

(1. 江南大学 数字媒体学院, 江苏 无锡 214122; 2. 东华理工大学 理学院, 南昌 330013)

**摘要:** 针对国际铀资源价格预测问题, 提出一种基于经验模式分解(EMD)、相空间重构(PSR)和极限学习机(ELM)的非线性组合预测方法. 首先通过EMD分解, 将原始价格序列分解为若干固有模态分量(IMF), 按频率高低将各IMF分组叠加成3个新序列; 然后在重构相空间的基础上构建不同的ELM模型, 分别对各IMF序列进行预测; 最后对预测结果进行合成. 将该方法应用于实际铀资源价格预测, 并与径向基神经网络(RBF)方法及单独ELM方法进行比较, 仿真结果表明该方法预测精度有明显的提高.

**关键词:** 铀资源价格; 经验模式分解; 固有模态函数; 相空间重构; 极限学习机; 组合预测

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Uranium resource price prediction based on empirical mode decomposition and extreme learning machine

YAN Qi-sheng<sup>1,2</sup>, WANG Shi-tong<sup>1</sup>, ZHANG Yan-fei<sup>2</sup>, DING Mu-hua<sup>2</sup>

(1. School of Digital Media, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. School of Science, East China Institute of Technology, Nanchang 330013, China. Correspondent: YAN Qi-sheng, E-mail: yanqs93@126.com)

**Abstract:** In order to predict world uranium resource price, an empirical mode decomposition(EMD), phase space reconstruction(PSR) based extreme learning machine(ELM) ensemble learning paradigm is proposed. The original uranium resource price series are first decomposed into a finite number of independent intrinsic mode functions(IMFs), with different frequencies. Then the IMFs are composed into three sub-series based on the fine-to-coarse reconstruction rule, and different ELM models are used to model based on phase space reconstruction and forecast the three sub-series respectively according to the intrinsic characteristic time scales. Finally, these forecasting results are combined to output the ultimate forecasting result. The proposed model is applied to uranium resource price tendency forecasting example, and the simulation results show that the forecasting performance of the hybrid model outperforms the single ELM and RBF ahead forecasting.

**Key words:** uranium resource price; EMD; IMF; PSR; ELM; ensemble forecasting

### 0 引言

铀矿资源产品已被世界各国广泛地应用于军事、经济和社会生活等方面, 对世界诸多领域产生了革命性的影响. 铀资源既是核能发展的物质基础, 同时也是一种战略资源. 铀资源价格定量预测对核能开发及利用政策和发展规划的制定具有重要的参考价值.

由于铀资源价格时间系列数据的非线性性和非平稳性, 使得较精确的预测铀资源价格是一项非常具

有挑战性的工作. 传统的统计模型和计量经济学模型, 如多元线性回归、自回归移动平均等模型, 大都基于数据是线性的假设, 因此, 隐藏在铀资源价格序列中的非线性模式很难被其捕捉到, 模型预测精度也不高. 为了克服传统模型的局限性, 近年来, 灰色模型、人工神经网络和支持向量机等智能方法被用于价格预测. 实验结果表明, 智能方法在预测精度上通常高于传统的统计模型和计量经济学模型.

经验模式分解(EMD)<sup>[1]</sup>是 Hilbert-Huang 变换中

收稿日期: 2013-05-01; 修回日期: 2013-08-14.

基金项目: 江西省自然科学基金项目(20114BAB201022); 江西省高校人文社会科学研究项目(GL1202); 教育部人文社会科学研究青年基金项目(12YJC630298).

作者简介: 颜七笙(1976—), 男, 教授, 博士生, 从事系统建模与优化等研究; 王士同(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事神经网络学习、模糊系统、智能计算等研究.

的一种适用于非线性、非平稳时间序列的信号分解方法,它从根本上摆脱了傅里叶变换理论的束缚,很好地诠释了瞬时频率的概念.在对信号进行分解时,与小波变换不同的是,Hilbert-Huang变换不需要先验基底,将时间信号分解成若干固有模态函数(IMF)和一个余项.每一个固有模态函数包含的频率成分不仅与采样频率有关,而且还具有自适应性,它随着信号本身的变化而变化,这些基本模态分量彼此间影响甚微且具有不同的尺度,从而简化了系统间特征信息的干涉或耦合<sup>[2]</sup>.玄兆燕等<sup>[3]</sup>将经验模式分解方法应用于大气时间序列预测,结合神经网络方法对月降水量进行了预测.王军栋等<sup>[4]</sup>针对江水浊度序列宽频、非线性、非平稳的特点,将经验模式分解和支持向量机(SVM)回归方法引入浊度预测领域,建立了基于EMD-SVM的浊度预测模型.杨云飞等<sup>[5]</sup>提出了一种基于经验模式分解和支持向量机的原油价格预测方法.叶林等<sup>[6]</sup>提出了一种基于经验模式分解和支持向量机的短期风电功率组合预测方法.上述方法均取得了较好的效果.

极限学习机(ELM)是Huang等<sup>[7]</sup>于2006年提出的一种性能优良的机器学习方法,其本质上是一种单隐层前馈神经网络.该方法无需通过多次迭代调整神经网络权值,不但极大地提高了学习速度和泛化能力,而且避免了一般神经网络容易陷入局部极小的风险.相关研究表明,与SVM相比,ELM在预测精度上与之相当,而在学习速度和参数选择方面则具有明显的优势,已成功应用于信号检测、混沌时间序列预测等问题<sup>[8-9]</sup>.根据铀资源价格时间序列的特点,结合EMD和ELM两种方法的不同功能,本文在相空间重构(PSR)的基础上,基于EMD和ELM方法对铀资源价格序列进行建模与预测.仿真结果表明了该方法的有效性.

## 1 基本理论

### 1.1 经验模态分解

EMD方法分解出的IMF包含了原始信号不同时间的局部特征信息,它满足两个条件:1)极值点个数和过零点数至多相差1个;2)在任何时刻,由极小值确定的下包络线和极大值确定的上包络线均值为0.具体分解步骤如下:

1) 确定时间序列 $x(t)$ 的极小值点和极大值点.

2) 利用三次样条插值分别连接所有极小值点和极大值点,形成下包络线 $x_{\min}(t)$ 和上包络线 $x_{\max}(t)$ .对每个时刻的 $x_{\min}(t)$ 和 $x_{\max}(t)$ ,计算包络均值 $m_1(t)$ ,即

$$m_1(t) = [x_{\max}(t) + x_{\min}(t)]/2. \quad (1)$$

3) 计算 $x(t)$ 与 $m_1(t)$ 之差,记为 $h_1(t)$ , $h_1(t) = x(t) - m_1(t)$ .如果 $h_1(t)$ 满足IMF的两个条件,记 $c_1(t) = h_1(t)$ ,则 $c_1(t)$ 就是第1个IMF分量;如果 $h_1(t)$ 不是IMF,则将 $h_1(t)$ 视为新的信号 $x(t)$ .重复以上步骤直到 $h_1(t)$ 是一个IMF,记为 $c_1(t)$ .

通过将剩余部分 $r_1(t) = x(t) - c_1(t)$ 视为新的信号并重复上述步骤,可提取出其余固有模态函数和一个余项,即

$$\begin{cases} r_1(t) - c_2(t) = r_2(t), \\ r_2(t) - c_3(t) = r_3(t), \\ \vdots \\ r_{n-1}(t) - c_n(t) = r_n(t). \end{cases} \quad (2)$$

原始数据序列 $x(t)$ 可表示为IMF与余项之和,即

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t). \quad (3)$$

因此,任何一个时间信号都可分解为 $n$ 个包含不同频率段成分的IMF分量与一个余项之和.

### 1.2 分解分量组合

以上分解提取的固有模态函数具有不同时间尺度,故可对IMF分量 $c_i(t)$ 按频率从高到低排列后进行组合.实际应用中,常采用频率由高到低的原则对固有模态函数进行组合<sup>[5]</sup>,具体步骤如下:

1) 依次计算固有模态函数 $c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)$ 的均值;

2) 确定均值显著偏离于零的首个固有模态函数 $c_i(t)$ ;

3) 将前 $i-1$ 个固有模态函数累加重构为高频部分 $\tilde{c}_1(t)$ ,即

$$\tilde{c}_1(t) = \sum_{k=1}^{i-1} c_k(t),$$

后 $n-i+1$ 个固有模态函数累加重构为低频部分 $\tilde{c}_2(t)$ ,即

$$\tilde{c}_2(t) = \sum_{k=i}^n c_k(t).$$

### 1.3 相空间重构及混沌特性的识别

在混沌时间序列预测中,相空间重构是将混沌时间序列演化轨迹无奇异地表达出来,恢复混沌时间序列原动力系统.当选择了合适的嵌入维数和延迟时间后,便可利用预测模型对重构后的混沌时间序列数据集进行学习建模,并对未来时刻的值进行预测.

1) 最佳延迟时间 $\tau$ 的确定.

时间延迟的选取方法主要有线性自相关函数法和互信息法.线性自相关函数法确定最佳延迟时间一般不适用于非线性系统,而Fraser等<sup>[10]</sup>提出的互信息法适合于提取序列空间的非线性相关性.本文选用互

信息法确定重构相空间最佳延迟时间, 通过计算时间序列的互信息值, 提取其第1次达到极小值点时对应的时间作为最佳延迟时间。

### 2) 最小嵌入维数 $m$ 的计算。

嵌入维数的选择一般有饱和关联维数法(G-P法)<sup>[11]</sup>、伪近邻法<sup>[12]</sup>、Cao方法<sup>[13]</sup>等。G-P法和伪近邻法有时会存在假临近现象, 故本文利用Cao方法确定重构相空间中的最小嵌入维数  $m$ 。

### 3) 混沌特性的识别。

混沌系统具有对初始值敏感的特性, 若系统的最大Lyapunov指数  $\lambda > 0$ , 则该系统一定是混沌的<sup>[14]</sup>。判断一个系统是否混沌的方法主要有Lyapunov指数、Kolmogorov熵与拓扑熵、关联维数、功率谱等。本文采用Wolf法计算最大Lyapunov指数。经计算得到国际铀资源价格序列最大Lyapunov指数为0.0339, 说明该序列具有混沌特性。

## 1.4 极限学习机

设  $N$  个训练样本为  $\{(x_k, t_k)\}_{k=1}^N$ , 其中:  $x_k \in R^n$ ,  $t_k \in R^m$ 。具有  $M$  个隐层神经元的标准单隐层前馈神经网络的数学模型为

$$\sum_{i=1}^M \beta_i g(w_i x_k + b_i) = o_k, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

其中:  $w_i = [w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{in}]^T$  为连接输入神经元与第  $i$  个隐层神经元的输入权值向量,  $\beta_i = [\beta_{i1}, \beta_{i2}, \dots, \beta_{im}]^T$  为连接第  $i$  个隐层神经元与输出神经元的输出权值向量,  $o_i = [o_{i1}, o_{i2}, \dots, o_{im}]^T$  为网络的输出向量,  $b_i$  为第  $i$  个隐层神经元的偏置,  $g(\cdot)$  为隐层神经元的激活函数。

如果该单隐层前馈神经网络能以零误差逼近训练样本, 即  $\sum_{k=1}^N \|o_k - t_k\| = 0$ , 则存在  $\beta_i$ 、 $w_i$  和  $b_i$  使下式成立:

$$\sum_{i=1}^M \beta_i g(w_i x_k + b_i) = t_k, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

将式(5)写成紧凑的矩阵形式为

$$H\beta = T. \quad (6)$$

其中

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1^T \\ \vdots \\ \beta_M^T \end{bmatrix}_{M \times m}, \quad T = \begin{bmatrix} t_1^T \\ \vdots \\ t_N^T \end{bmatrix}_{N \times m},$$

$$H(w_1, \dots, w_M, b_1, \dots, b_M, x_1, \dots, x_N) = \begin{bmatrix} g(w_1 x_1 + b_1) & \cdots & g(w_M x_1 + b_M) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g(w_1 x_N + b_1) & \cdots & g(w_M x_N + b_M) \end{bmatrix}_{N \times M}$$

表示隐含层输出矩阵。Huang等<sup>[7]</sup>证明了当激活函数  $g(\cdot)$  无限可微时, 单隐层前馈神经网络的训练误差可以逼近任意小的正数  $\varepsilon$ , 即  $\sum_{k=1}^N \|o_k - t_k\| < \varepsilon$ , 此时

ELM的参数并不需要全部进行调整, 其中输入层神经元的权值和隐层神经元的偏置可随机选择, 且在训练过程中保持不变。通过求解  $H\beta = T$  的最小二乘解  $\|H\hat{\beta} - T\| = \min_{\beta} \|H\beta - T\|$ , 可获得隐层神经元与输出层神经元间的唯一连接权值  $\beta$ , 其解为  $\hat{\beta} = H^+T$ , 其中  $H^+$  是隐层输出矩阵  $H$  的Moore-Penrose广义逆。

## 2 基于EMD-PSR-ELM的铀资源价格预测模型

由于经验模式分解方法在非线性、非平稳数据处理中的突出优势, 本文尝试将经验模式分解(EMD)与极限学习机(ELM)结合, 在相空间重构的基础上提出一种基于EMD-PSR-ELM的铀资源价格时间序列组合预测模型。首先利用EMD方法将非线性、非平稳的铀资源价格序列按其内在特性自适应地分解为  $n$  个不同频率的IMF分量及余项; 为进一步突出铀资源价格的局部特征, 将IMF按其频率由高到低重新组合得到高频部分、低频部分及余项; 然后对分解组合得到的高频部分、低频部分及余项在相空间重构(PSR)的基础上分别采用极限学习机进行建模预测; 最后将3部分得到的预测值合成重构得到整个铀资源价格的预测值, 具体步骤如下。

**Step 1:** 对铀资源价格序列进行EMD分解, 得到  $n$  个不同频率的IMF分量和1个剩余分量。

**Step 2:** 根据频率的高低对分解得到的不同频率IMF分量重新组合, 得到高频和低频两个部分, 剩余分量不变。

**Step 3:** 首先, 分别通过互信息法和Cao方法确定延迟时间  $\tau$  和嵌入维数  $m$ ; 然后分别将高频部分、低频部分及余项的一维时间序列数据集  $D = \{x(i), i = 1, 2, \dots, N\}$  进行相空间重构, 得到相空间域中的数据集  $\bar{D} = \{X(t), Y(t)\}, t = 1, 2, \dots, M$ 。其中

$$X(t) = [x(t), x(t + \tau), \dots, x(t + (m - 1)\tau)],$$

$$Y(t) = x(t + 1 + (m - 1)\tau), \quad t = 1, 2, \dots, M.$$

用矩阵  $X$  和  $Y$  分别表示输入和输出样本, 则有

$$X = \begin{bmatrix} x(1) & x(1 + \tau) & \cdots & x(1 + (m - 1)\tau) \\ x(2) & x(2 + \tau) & \cdots & x(2 + (m - 1)\tau) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(M) & x(M + \tau) & \cdots & x(M + (m - 1)\tau) \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} x(2 + (m - 1)\tau) \\ x(3 + (m - 1)\tau) \\ \vdots \\ x(M + 1 + (m - 1)\tau) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Step 4: 分别对 3 个相空间域中的数据按公式  $\bar{x}_{ij} = (x_{ij} - x_j^{\min}) / (x_j^{\max} - x_j^{\min})$  进行归一化预处理, 并划分为训练样本集和检验样本集. 其中:  $\bar{x}_{ij}$  为经过归一化后的第  $i$  个样本的第  $j$  维数据,  $x_{ij}$  为归一化前

第  $i$  个样本的第  $j$  维数据,  $x_j^{\min}$  和  $x_j^{\max}$  分别为样本集中第  $j$  维的最小和最大数据.

Step 5: 分别针对高频部分、低频部分及剩余分量建立 ELM 回归预测模型, 得到预测值并进行反归一化.

Step 6: 将反归一化后得到的预测值合成重构, 得到整个铀资源价格的最终预测值.

图 1 给出了 EMD-PSR-ELM 组合预测模型的工作流程.

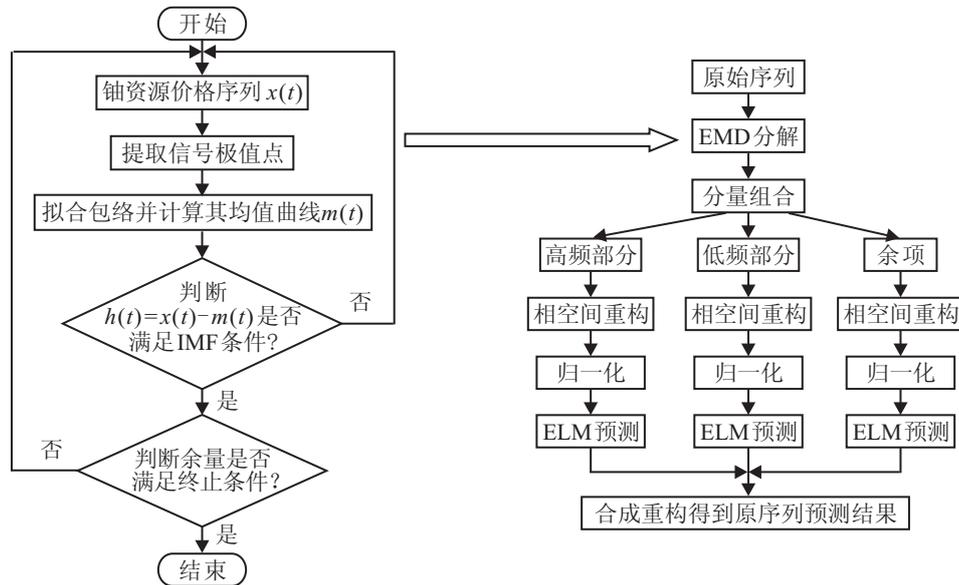


图 1 EMD-PSR-ELM 组合预测流程

### 3 仿真实验

#### 3.1 实验数据及评价准则

本文采用国际 Uranium 月价格真实时间序列数据, 包括 1982 年 10 月~2012 年 9 月共 360 个月的月数据 (数据来源于 IndexMundi 数据库, <http://www.indexmundi.com>), 数据均以美元/磅计价. 分别利用互信息法和 Cao 方法确定延迟时间  $\tau$  和嵌入维数  $m$ , 计算结果分别为 4 和 3, 进而得到重构相空间后的样本数据为 351 个.

为了便于比较, 本文中所有模型均取前 326 个数据作为训练样本, 后 25 个数据作为检验样本. 为了评价预测性能, 本文使用平均绝对误差 (MAE)、均方根误差 (RMSE)、方向预测统计 ( $D_{stat}$ )<sup>[15]</sup> 作为模型的评价准则. MAE、RMSE、 $D_{stat}$  分别定义为

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |\hat{x}_t - x_t|, \quad (8)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{x}_t - x_t)^2}, \quad (9)$$

$$D_{stat} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n a_t \times 100\%. \quad (10)$$

其中:  $x_t$  为实际值,  $\hat{x}_t$  为预测值,  $n$  为测试期数, 而

$$a_t = \begin{cases} 1, & (x_t - x_{t-1})(\hat{x}_t - x_{t-1}) \geq 0; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

显然, MAE、RMSE 越小,  $D_{stat}$  越大, 则预测精度越高, 预测模型越好.

#### 3.2 实验结果分析与比较

首先对国际 Uranium 月价格真实时间序列进行 EMD 分解, 得到 7 个 IMF 分量和 1 个剩余分量. 原始铀资源价格时间序列及经 EMD 分解后得到的各分量如图 2 所示.

对分解后的 7 个 IMF 进行均值分析. 从图 3 可以看出: 均值显著偏离于 0 的第 1 个 IMF 是 IMF3, 说明 IMF1 和 IMF2 是均值在 0 附近的高频分量, 将其叠加得到国际铀资源价格分解后的高频部分, 代表正常市场波动项; 将 IMF3~IMF7 叠加得到国际铀资源价格分解后的低频部分, 代表重大事件影响项; 剩余分量不变, 代表长期趋势项. 重新组合后的 3 个分量及铀资源价格原始序列关系如图 4 所示.

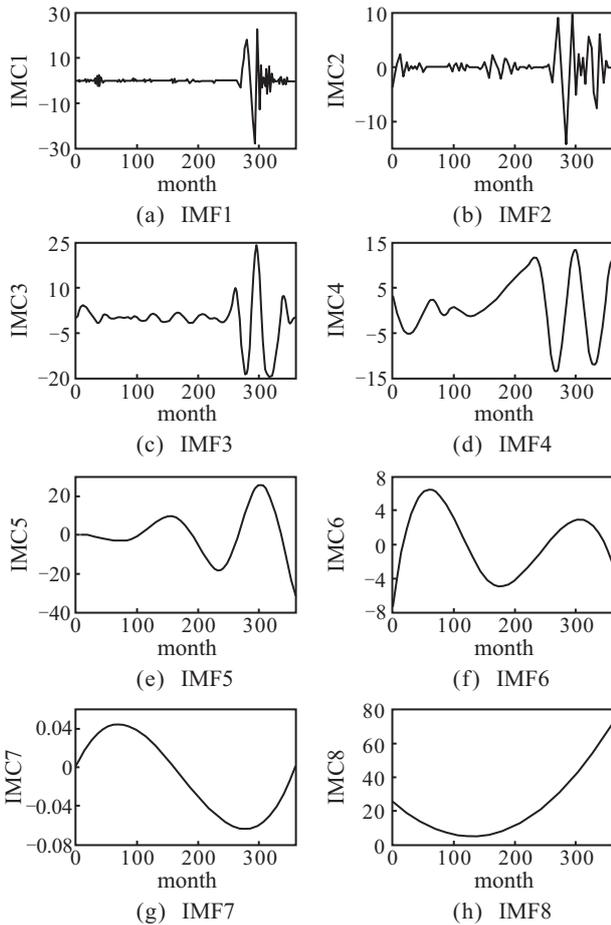


图2 原始铀资源价格时间序列及EMD分量

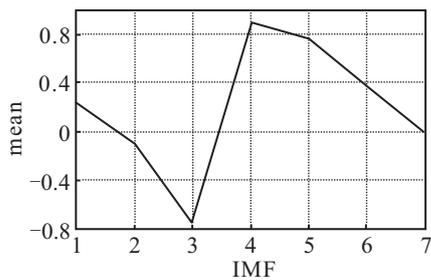


图3 铀资源价格序列的各EMD分量均值

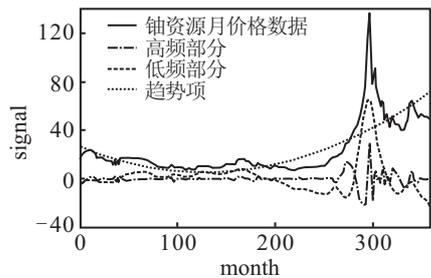


图4 铀资源价格序列及分解重组后的3个分量

对分解组合得到的高频部分、低频部分及余项在相空间重构(PSR)的基础上,分别采用极限学习机(ELM)进行建模并对未来25个月铀资源价格进行预测.这里ELM隐层神经元个数均取9,各个分量ELM预测误差统计见表1.从表1可以看出,ELM模型在低频和趋势项上的预测能力相当出色.

表1 各个分量ELM预测误差统计

评价准则	高频部分	低频部分	剩余分量
RMSE	1.3845	0.4799	$4.6901 \times 10^{-4}$
MAE	1.0524	0.4181	$3.2714 \times 10^{-4}$
$D_{stat}$	64	84	96

为了比较预测性能,分别采用RBF神经网络和单一极限学习机对同样的数据集进行建模预测.其中RBF神经网络调用Matlab神经网络工具箱函数,目标误差取为0.1,扩展系数取为1.6,其余参数取默认值.ELM隐层神经元个数也取9,延迟时间 $\tau = 4$ ,嵌入维数 $m = 3$ .预测曲线如图5所示,3种预测方法的预测结果如表2所示.

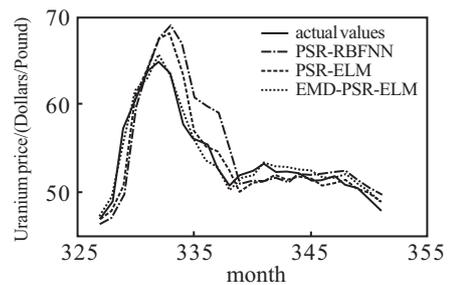


图5 未来25个月铀资源价格不同模型预测效果对比

表2 不同模型预测误差比较

评价准则	RBFNN	ELM	EMD-ELM
RMSE	3.4425	2.2389	0.8246
MAE	2.4205	1.4750	0.6919
$D_{stat}$	44	68	80

从表2可以看出,EMD-ELM模型的预测精度较之直接对序列进行ELM预测及用RBF神经网络进行预测有了较大的提高.此外,从预测时间上看,由于对原始时间序列使用经验模式分解方法进行了处理,增加了预测的时间复杂度,但因ELM无需多次迭代调整神经网络权值,故相对于RBF神经网络学习速度更快.鉴于其具有较高的预测精度,从总体上看,本模型的运算时间是可以接受的.

### 4 结论

1) 采用EMD方法能够有效地分离出原始铀资源价格序列中的不同特征分量,降低了各分量的非平稳性.

2) 模型的拓扑结构对预测精度有很大的影响,通过计算最大Lyapunov指数来识别序列的混沌特征,分别利用互信息法和Cao方法确定重构相空间的延迟时间和嵌入维数,并以嵌入维数作为RBF神经网络和极限学习机输入参数的个数,具有更好的客观性.

3) 建立了一种基于EMD-PSR-ELM的铀资源价格预测模型,仿真实验表明该方法较之PSR-RBFNN

方法和 PSR-ELM 方法具有更好的泛化能力, 为非线性复杂系统建模提供了一种新的思路.

### 参考文献(References)

- [1] Huang N E, Wu M L, Qu W L, et al. Applications of Hilbert-Huang transform to non-stationary financial time series analysis[J]. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 2003, 19(3): 246-268.
- [2] Huang N E. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[C]. *Proc of the Royal Society of London Series A — Mathematical Physical and Engineering Sciences*. London, 1998, 454(1971): 903-995.
- [3] 玄兆燕, 杨公训. 经验模态分解法在大气时间序列预测中的应用[J]. *自动化学报*, 2008, 34(1): 97-101.  
(Xuan Z Y, Yang G X. Application of EMD in the atmosphere time series prediction[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(1): 97-101.)
- [4] 王军栋, 齐维贵. 基于 EMD-SVM 的江水浊度预测方法研究[J]. *电子学报*, 2009, 37(10): 2130-2133.  
(Wang J D, Qi W G. Prediction of river water turbidity based on EMD-SVM[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(10): 2130-2133.)
- [5] 杨云飞, 鲍玉昆, 胡忠义, 等. 基于 EMD 和 SVMs 的原油价格预测方法[J]. *管理学报*, 2010, 7(12): 1884-1889.  
(Yang Y F, Bao Y K, Hu Z Y, et al. Crude oil price prediction based on empirical mode decomposition and support vector machines[J]. *Chinese J of Management*, 2010, 7(12): 1884-1889.)
- [6] 叶林, 刘鹏. 基于经验模态分解和支持向量机的短期风电功率组合预测模型[J]. *中国电机工程学报*, 2011, 31(31): 102-108.  
(Ye L, Liu P. Combined model based on EMD-SVM for short-term wind power prediction[J]. *Proc of the CSEE*, 2011, 31(31): 102-108.)
- [7] Huang G B, Zhu Q Y, Siew C K. Extreme learning machine: Theory and applications[J]. *Neurocomputing*, 2006, 70(1/2/3): 489-501.
- [8] 袁琦, 周卫东, 李淑芳, 等. 基于 ELM 和近似熵的脑电信号检测方法[J]. *仪器仪表学报*, 2012, 33(3): 514-519.  
(Yuan Q, Zhou W D, Li S F, et al. Approach of EEG detection based on ELM and approximate entropy[J]. *Chinese J of Scientific Instrument*, 2012, 33(3): 514-519.)
- [9] 李彬, 李贻斌. 基于 ELM 学习算法的混沌时间序列预测[J]. *天津大学学报*, 2011, 44(8): 701-704.  
(Li B, Li Y B. Chaotic time series prediction based on ELM learning algorithm[J]. *J of Tianjin University*, 2011, 44(8): 701-704.)
- [10] Fraser A M, Swinney H L. Independent coordinates for strange attractors from mutual information[J]. *Physica Review A: General Physics*, 1986, 33(2): 1134-1140.
- [11] Grassberger P, Procaccia L. Measuring the strangeness if strange attractors[J]. *Physica D*, 1983, 9(1/2): 189-208.
- [12] Kennel M B, Brown R, Abarbanel H D I, et al. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(6): 3403-3411.
- [13] Cao L Y. Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series[J]. *Physica D*, 1997, 110(1/2): 43-50.
- [14] 张华强, 张晓燕. 基于混沌理论和 LSSVM 的蒸汽负荷预测[J]. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(4): 1058-1066.  
(Zhang H Q, Zhang X Y. Steam load forecasting based on chaos theory and LSSVM[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2013, 33(4): 1058-1066.)
- [15] Yu L A, Wang S Y, Lai K K. A novel nonlinear ensemble forecasting model incorporating GLAR and ANN for foreign exchange rates[J]. *Computer & Operation Research*, 2005, 32(10): 2523-2541.

(责任编辑: 李君玲)