

容积法则辅助的交互式多模型滤波算法

王树磊, 魏瑞轩, 关旭宁

(空军工程大学 无人机运用工程系, 西安 710038)

摘要: 交互式多模型滤波(IMM)的交互环节使得系统状态量不再服从单纯的高斯分布,用现有方法对其概率分布的估计存在较大的误差.对此,考虑到模型的混合概率是时变的,IMM的交互过程可以用非线性方程来描述,因而采用容积卡尔曼滤波(CKF)中的容积法则对高斯随机变量经非线性函数传播后的概率分布进行估计,并从理论上证明了容积法则的近似精度.仿真实验表明,由于提高了对交互后随机变量概率分布的估计精度,所提出的方法能够有效改善IMM在量测噪声较大时的滤波效果.

关键词: 交互式多模型滤波; 容积卡尔曼滤波; 容积法则

中图分类号: U249

文献标志码: A

Cubature rule aided interacting multiple model filter algorithm

WANG Shu-lei, WEI Rui-xuan, GUAN Xu-ning

(UAV Utilization Engineering Department, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China. Correspondent: WANG Shu-lei, E-mail: 290048662@qq.com)

Abstract: The mixing operation which is a key component in interacting multiple model(IMM) filter yields a non-Gaussian probability density function(PDF), IMM approximates the PDF of mixed random variable by a single Gaussian, the estimated covariance matrix is much larger than the real covariance. As the mixing probability is time-varying, the mixing operation can be described as a nonlinear function, then the cubature rule in cubature Kalman filter(CKF) can be used to compute probability density function(PDF) of the mixture, that algorithm is called cubature rule aided interacting multiple model(CR-IMM) filter. The accuracy of the resulting mean and covariance are analyzed by Taylor expansion. Simulation results show the CR-IMM performs better than IMM when the measurement becomes less accurate.

Key words: interacting multiple model filter; cubature Kalman filter; cubature rule

0 引言

小型无人机因其具有结构简单、经济性好、易于隐蔽等优点而被广泛地应用于目标搜索和跟踪任务.目标跟踪的目的是采用滤波算法对目标的状态进行估计和预测^[1].多模型滤波算法采用多个模型描述目标的运动规律,可以有效地提高滤波精度^[2].交互式多模型算法(IMM)^[3]主要包含交互、滤波和融合3个过程.交互过程能够实现多个模型之间的“软切换”,使得IMM具有自动调整滤波带宽的能力^[4],这是IMM与自动多模型滤波器(AMM)的核心区别^[5].

在IMM的交互过程中,多个随机变量加权求和后所得到的随机变量不再符合单纯的高斯分布^[2,6].通常有两类方法解决这一问题.一类方法是采用高斯分布对交互后随机变量的分布进行近似^[7].Lainiotis

等^[8]假设交互后的随机变量服从混合高斯混合分布,采用均方差(MSE)计算交互后随机变量的协方差矩阵,但该方法得到的协方差矩阵较为保守,导致对应的增益矩阵也偏大.由于小型无人机的负载能力有限,机载传感器通常存在较大的量测噪声,此时,较大的增益矩阵会使IMM的滤波精度下降^[9].另外一类方法是采用非高斯滤波器对交互的结果进行滤波^[10].例如IMM-PF滤波方法^[11],但粒子滤波存在粒子退化、实时性不强等问题^[12].

由于IMM交互环节中的混合概率是时变的,本文考虑将交互过程用非线性方程进行描述,采用容积卡尔曼滤波(CKF)中的容积法则对交互后随机变量的概率密度函数进行估计.理论和实验结果表明,本文方法能够提高量测噪声较大时IMM的滤波精度.

收稿日期: 2013-05-13; 修回日期: 2013-11-26.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074007); 航空科学基金项目(20135896027).

作者简介: 王树磊(1983—),男,博士生,从事无人机导航、制导与控制的研究;魏瑞轩(1968—),男,教授,博士生导师,从事多无人机协同控制等研究.

1 交互导致的非高斯分布问题

图 1 给出了两个模型 IMM 的结构图, 其中 z 表示单位延迟环节. 为了进行区分, 将交互过程的输出记为 $\hat{\mathbf{y}}_j$ 和 \mathbf{S}_{y_j} , 后者为协方差矩阵的 Cholesky 因子, 是上三角矩阵, 其对角线上的值为协方差矩阵的平方根.

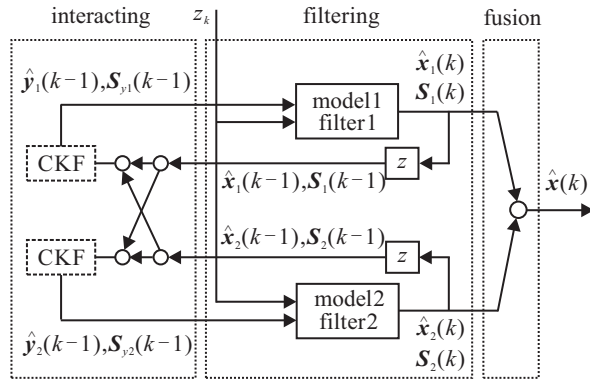


图 1 IMM 的结构

交互环节的目的在于对滤波器进行重新初始化, 使得任一滤波器的迭代输入 (均值和协方差矩阵) 均为前一时刻 m 个滤波器输出的加权混合值, m 表示滤波器 (模型) 的个数. 权重称为混合概率, 其值是当前时刻模型 i 的正确概率 $u_i(k-1)$ 经过一次马尔科夫链转移的结果, 即

$$\pi_{ij} = P\{m_j(k)|m_i(k-1), z(k-1)\} = \frac{u_i(k-1)P_{ij}}{\sum_{i=1}^m u_i(k-1)P_{ij}}, \quad (1)$$

其中 $u_i(k-1)$ 为系统状态量的估计值和观测值的隐函数, 所对应的一步转移概率矩阵称为模型概率转移矩阵 \mathbf{P} .

对于 IMM 中的滤波器, 将其输入记为 $\hat{\mathbf{y}}_j$ 和 \mathbf{S}_{y_j} , 分别是交互后随机变量的均值和协方差矩阵的平方根, 省略下标 j 和 $(k-1)$, 即有

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^m \pi_i \mathbf{x}_i, \quad \sum_{i=1}^m \pi_i = 1. \quad (2)$$

Lainiotis 将加权系数视为常值, 并假设 \mathbf{y} 服从混合高斯分布^[8], 即有

$$\Pr(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^m \pi_i N\{\mathbf{y} : \hat{\mathbf{x}}_i, (\mathbf{S}_i \mathbf{S}_i^T)\}, \quad \sum_{i=1}^m \pi_i = 1. \quad (3)$$

此时, \mathbf{y} 的均值和协方差矩阵可由下式算得:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}} &= \sum_{i=1}^m \pi_i \hat{\mathbf{x}}_i, \\ \mathbf{P}_y^{\text{MSE}} &= E((\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T) = E(\mathbf{y}\mathbf{y}^T) - \hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}^T = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{i=1}^m \pi_i \mathbf{y}\mathbf{y}^T N\{\mathbf{y} : \hat{\mathbf{x}}_i, \mathbf{S}_i \mathbf{S}_i^T\} \right\} d\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}^T = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^m \pi_i (\mathbf{S}_i \mathbf{S}_i^T + \hat{\mathbf{x}}_i \hat{\mathbf{x}}_i^T - \hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}^T) = \\ &\sum_{i=1}^m \pi_i (\mathbf{S}_i \mathbf{S}_i^T + (\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{y}})(\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{y}})^T). \end{aligned} \quad (4)$$

采用式 (4) 对 \mathbf{y} 的协方差矩阵进行估计时会存在一定的误差, 以 x_i 为标量且为常数的情况进行说明. 假设 \mathbf{y} 的概率密度为 3 个高斯分布的加权和, 有 $[\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3] = [-3, 0, 5]$, $[\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \mathbf{S}_3] = [3, 2.25, 1.8]$, $[\pi_1, \pi_2, \pi_3] = [0.3, 0.4, 0.3]$, 则 \mathbf{y} 服从混合高斯分布, 由图 2 中的粗实线可以看出其中存在多个峰值.

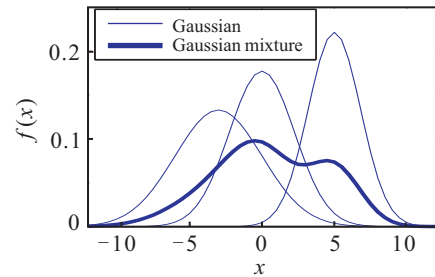


图 2 混合高斯分布的概率密度

仍以上述一维情况为例, 采用 Monte Carlo 方法选取 2000 个随机采样点^[13], 计算经过式 (2) 传递后系统的均值和方差, 结果如表 1 所示.

表 1 对 \mathbf{y} 均值和方差的计算结果

方法	均值	方差
MSE	0.6	3.9417
MC	0.5953	1.3921

由表 1 可知, Lainiotis 的方法对 \mathbf{y} 方差的估计存在一定的误差, 即 $\mathbf{P}_y^{\text{MSE}} > \mathbf{P}_y$. 由于协方差矩阵还要参与滤波迭代, 这相当于人为地放大了滤波过程中的系统噪声, 解算得到的增益矩阵也就偏大, 当量测噪声也较大时, 滤波效果会下降. Kirubarajan 等^[9]提出了机动系数的概念来衡量 IMM 的精度, 其定义为

$$\lambda = \frac{\sigma_a T}{\sigma_w}, \quad (5)$$

其中 σ_a 和 σ_w 分别为加速度噪声和量测噪声的均方根. 文献[14]指出, 当 $\lambda < 0.5$, 即量测噪声较大时, IMM 的滤波效果较差.

2 容积法则对交互后随机变量的估计

2.1 容积法则

容积卡尔曼滤波 (CKF) 由 Arasaratnam 提出, 作为确定性采样滤波算法的典型代表, CKF 具备无迹卡尔曼滤波 (UKF) 的特点, 但前者使用的采样点更少, 而且具有更好的数值稳定性^[14]. 孙枫等^[15-16]将 CKF 与 UKF 做了详细的对比并指出, 对于三维以上的非线性系统建议选择 CKF 为滤波方法. 容积法则是 CKF 的基础, 其思想是: 通过计算有限个容积点通过

非线性传播后的一阶矩和二阶矩, 从而对非线性系统的后验概率密度进行估计. 设 $\boldsymbol{\chi} \sim N(\boldsymbol{\chi} : \hat{\boldsymbol{\chi}}, \boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^T)$, $\boldsymbol{\chi}$ 的维数为 $l \times 1$, 则任意函数 $\boldsymbol{y} = f(\boldsymbol{\chi})$ 的一阶矩和二阶矩可以采用如下积分形式进行求解:

$$\hat{\boldsymbol{y}} = E(\boldsymbol{y}) = \int_{R^l} f(\boldsymbol{\chi})N(\boldsymbol{\chi} : \hat{\boldsymbol{\chi}}, \boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^T)d\boldsymbol{\chi},$$

$$P_y = D(\boldsymbol{y}) = \int_{R^l} f(\boldsymbol{\chi})f^T(\boldsymbol{\chi})N(\boldsymbol{\chi} : \hat{\boldsymbol{\chi}}, \boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^T)d\boldsymbol{\chi}. \quad (6)$$

式(6)为多维积分问题, 很难通过解析的方法进行求解. 容积法则指出, 可以选择 $2l$ 个具有权重值的容积点来近似多维函数的积分. 选择容积点的方法如下:

$$\boldsymbol{\chi}_{\pm r} = \hat{\boldsymbol{\chi}} \pm \boldsymbol{S}\boldsymbol{\xi}_r, \quad r = 1, 2, \dots, l. \quad (7)$$

其中

$$\boldsymbol{\xi}_r = \sqrt{l}e_r, \quad r = 1, 2, \dots, l, \quad (8)$$

e_r 为单位矩阵 $I_{l \times l}$ 的第 r 列.

2.2 容积法则对交互后概率密度的估计

由于混合概率是时变的, 可将交互过程抽象为非线性函数, 采用容积法则对交互后随机变量的概率分布进行近似, 即把 CKF 引入 IMM 的交互环节, 如图 1 中的虚线框内所示.

首先, 用非线性函数描述交互过程. 构造增广状态向量 $\boldsymbol{\chi} = [\boldsymbol{x}_1, \dots, \boldsymbol{x}_m]^T$ ($\boldsymbol{x}_i \sim N(\boldsymbol{x}_i : \hat{\boldsymbol{x}}_i, \boldsymbol{S}_i\boldsymbol{S}_i^T)$, $i = 1, 2, \dots, m$) 为 $n \times 1$ 维的随机变量, 分别代表 IMM 中模型 i 的状态变量. 记 $l = m \times n$, 则 $\boldsymbol{\chi}$ 的维数为 $l \times 1$, 且 $\hat{\boldsymbol{\chi}} = [\hat{\boldsymbol{x}}_1, \dots, \hat{\boldsymbol{x}}_m]^T$. 假设 \boldsymbol{x}_i 相互独立, 即有 $\text{cov}(\hat{\boldsymbol{x}}_i, \hat{\boldsymbol{x}}_j)_{i \neq j} = 0$, 则 $\boldsymbol{\chi}$ 的协方差矩阵的平方根 $\boldsymbol{S} = \text{diag}([\boldsymbol{S}_1, \dots, \boldsymbol{S}_m])$, 故 $\boldsymbol{\chi} \sim N(\boldsymbol{\chi} : \hat{\boldsymbol{\chi}}, \boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^T)$. IMM 的交互过程可描述为

$$\boldsymbol{y} = f(\boldsymbol{\chi}) = \sum_{i=1}^m \pi_i \boldsymbol{x}_i, \quad \sum_{i=1}^m \pi_i = 1, \quad (9)$$

其中 $f(\boldsymbol{\chi})$ 为 R^l 到 R^n 的非线性映射.

然后, 选择容积点并进行非线性传播. 按照式(6)选取容积点, 并将 \boldsymbol{S} 改写为 $\boldsymbol{S} = \sigma_r \boldsymbol{V}$, 是 \boldsymbol{V} 对角线上元素为 1 的上三角矩阵, $\sigma_r = \boldsymbol{S}(r, r)$ 为 \boldsymbol{S} 对角线上的元素值, 则容积点可以写为

$$\boldsymbol{\chi}_{\pm r} = \hat{\boldsymbol{\chi}} \pm \sqrt{l}\sigma_r \boldsymbol{v}_r, \quad r = 1, 2, \dots, l, \quad (10)$$

其中 \boldsymbol{v}_r 为 \boldsymbol{V} 的第 r 列. 计算容积点经过交互过程的传播结果, 即

$$\boldsymbol{y}_{\pm r} = f(\boldsymbol{\chi}_{\pm r}). \quad (11)$$

最后, 根据容积法则可得 \boldsymbol{y} 的均值和协方差为

$$\hat{\boldsymbol{y}} \approx \sum_{r=-l}^l \omega_r \boldsymbol{y}_r, \quad (12a)$$

$$P_y \approx \sum_{r=-l}^l \omega_r ((\boldsymbol{y}_r - \hat{\boldsymbol{y}})(\boldsymbol{y}_r - \hat{\boldsymbol{y}})^T). \quad (12b)$$

其中: $\omega_r = 1/2l$ 为容积点的加权系数, $r \neq 0$. 将式(12)中 \boldsymbol{y} 的均值和协方差矩阵进行迭代滤波, 即为容积法则辅助的交互式多模型滤波 (CR-IMM).

2.3 容积法则估计精度分析

文献[15]分析了使用容积法则求取高斯随机变量经非线性传播后的均值的近似精度, 下面将就容积法则对协方差矩阵的估计精度进行分析. 设 $f(\boldsymbol{\chi}) \in R^n$ 为 R^l 到 R^n 的非线性映射, 并设 $\boldsymbol{\chi} \sim N(\boldsymbol{\chi} : \hat{\boldsymbol{\chi}}, \boldsymbol{P})$, $\Delta\boldsymbol{\chi} \sim N(\Delta\boldsymbol{\chi} : 0, \boldsymbol{P})$. 将函数 $\boldsymbol{y} = f(\boldsymbol{\chi})$ 在 $\hat{\boldsymbol{\chi}}$ 处进行泰勒级数展开, 保留二阶导数, 可得

$$\boldsymbol{y} = f(\hat{\boldsymbol{\chi}} + \Delta\boldsymbol{\chi}) = f(\hat{\boldsymbol{\chi}}) + f'(\hat{\boldsymbol{\chi}})\Delta\boldsymbol{\chi} + \frac{1}{2}[\Delta\boldsymbol{\chi}^T f_i''(\hat{\boldsymbol{\chi}})\Delta\boldsymbol{\chi}]_i. \quad (13)$$

其中: $f'(\hat{\boldsymbol{\chi}})$ 为 $l \times l$ 的 Jacobian 矩阵; $f_i''(\hat{\boldsymbol{\chi}})$ 为第 i 个 $l \times l$ 的 Hessian 矩阵, 并有

$$f_i'(\hat{\boldsymbol{\chi}}) = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_1}, \frac{\partial f_i}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f_i}{\partial x_l} \right]_{\boldsymbol{\chi}=\hat{\boldsymbol{\chi}}},$$

$$f_i''(\hat{\boldsymbol{\chi}}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_1 \partial x_l} \\ \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_2 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_2 \partial x_l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_l \partial x_1} & \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_l \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_l \partial x_l} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{\chi}=\hat{\boldsymbol{\chi}}}. \quad (14)$$

对式(13)求一阶矩和二阶矩, 可得

$$E(\boldsymbol{y}) = f(\hat{\boldsymbol{\chi}}) + \frac{1}{2}[\text{tr}(f_i''(\hat{\boldsymbol{\chi}})\boldsymbol{P})]_i,$$

$$D(\boldsymbol{y}) = f'(\hat{\boldsymbol{\chi}})\boldsymbol{P}(f'(\hat{\boldsymbol{\chi}}))^T +$$

$$\frac{1}{2}[\text{tr}(f_i''(\hat{\boldsymbol{\chi}})\boldsymbol{P}f_j''(\hat{\boldsymbol{\chi}})\boldsymbol{P})]_{i,j}. \quad (15)$$

其中: $[A]_{i,j}$ 表示矩阵 $A(i, j)$ 的元素, tr 表示矩阵的迹. 将式(12a)进行变换, 可得

$$\hat{\boldsymbol{y}} = f(\hat{\boldsymbol{\chi}}) + \frac{1}{2l} \sum_{r=1}^l (f(\boldsymbol{\chi}_r) - 2f(\hat{\boldsymbol{\chi}}) + f(\boldsymbol{\chi}_{-r})). \quad (16)$$

记 $\boldsymbol{D} = \sum_{r=1}^l (f(\boldsymbol{\chi}_r) - 2f(\hat{\boldsymbol{\chi}}) + f(\boldsymbol{\chi}_{-r}))$, 并将式(16)代入(12b), 有

$$P_y = \frac{1}{2l} \sum_{r=-l}^l (f(\boldsymbol{\chi}^r) - f(\hat{\boldsymbol{\chi}}))(\cdot)^T - \frac{1}{4l^2} \boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^T. \quad (17)$$

考虑式(10)中选择容积点的过程, 当 $\Delta\boldsymbol{\chi}_r = \sqrt{l}\sigma_r \boldsymbol{v}_r \rightarrow 0$ 时, 有

$$\frac{f(\boldsymbol{\chi}^r) - f(\hat{\boldsymbol{\chi}})}{\sqrt{l}\sigma_r} \rightarrow f'(\hat{\boldsymbol{\chi}})\boldsymbol{u}_r,$$

$$\frac{f(\boldsymbol{\chi}^r) - 2f(\hat{\boldsymbol{\chi}}) + f(\boldsymbol{\chi}^{r+l})}{l\sigma_r^2} \rightarrow [\boldsymbol{u}_r^T f_i''(\hat{\boldsymbol{\chi}})\boldsymbol{u}_r]_i. \quad (18)$$

将式(18)代入(16)和(17),可得

$$\hat{\mathbf{y}} \rightarrow f(\hat{\mathbf{x}}) + \frac{1}{2} [\text{tr}(f_i''(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{P})]_i,$$

$$\mathbf{P}_y \rightarrow f'(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{P}(f'(\hat{\mathbf{x}}))^T + \frac{1}{2} [\text{tr}(f_i''(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{P}f_j''(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{P})]_{i,j}. \quad (19)$$

式(15)和(19)表明,采用容积点对随机变量经过非线性函数传播后,均值和方差的估计可以达到二阶泰勒级数展开的精度.仍采用第1节中一维的情况进行说明.采用容积法则得到 \mathbf{y} 的均值为0.6,方差 $P_y = 1.3826$,比MSE对方差的估计更接近于Monte Carlo方法得到的结果.

3 仿真验证

3.1 容积法则估计精度验证

为验证容积法则(CR)对概率分布的估计精度,假设 \mathbf{y} 是3个二维随机变量的加权和,且 $\hat{\mathbf{x}}_1 = [10, 10]^T$, $\hat{\mathbf{x}}_2 = [36, 53]^T$, $\hat{\mathbf{x}}_3 = [70, 40]^T$;对应的方差矩阵分别为 $\mathbf{P}_{x_1} = \text{diag}(2, 8)$, $\mathbf{P}_{x_2} = \text{diag}(10, 3)$, $\mathbf{P}_{x_3} = \text{diag}(12, 4)$;加权系数分别为 $[\pi_1, \pi_2, \pi_3] = [0.5, 0.2, 0.3]$.随机选取1000个Monte Carlo点来计算 \mathbf{y} 的均值和方差,如表2所示.

表2 对 \mathbf{y} 均值和方差的计算结果

方法	均值	协方差矩阵
MSE	33.2	$\begin{bmatrix} 27.234 & 18.849 \\ 18.849 & 19.2 \end{bmatrix}$
	27.6	
CR	33.2	$\begin{bmatrix} 4.238 & 0 \\ 0 & 4.219 \end{bmatrix}$
	27.6	
MC	32.9	$\begin{bmatrix} 4.189 & 0.045 \\ 0.045 & 4.349 \end{bmatrix}$
	27.7	

可以看出,对交互后随机变量的概率密度进行估计时,容积法则更接近Monte Carlo(MC)的结果.

3.2 目标跟踪滤波

为验证本文算法用于目标跟踪时的滤波效果,分两种场景进行仿真.场景1: $\mathbf{Q} = \text{diag}(\sigma_w^2, \sigma_w^2) = \text{diag}(15, 15)$;场景2: $\mathbf{Q} = \text{diag}(5, 5)$.将是否在交互环节中引入CKF的方法(即CR-IMM)与文献[8]中的IMM滤波方法进行比较.两种方法中的滤波环节均采用平方根无迹卡尔曼滤波(SR-UKF)算法,并采用匀速运动和匀转弯运动两种模型描述目标的运动,量测值为斜距以及观测站与目标的方向角.

设观测站位于坐标原点,目标在二维平面内先是作近似的匀速运动,后开始进行转弯运动,观测时间为100s,采样周期 T 为1s.对于匀速运动模型,用向量 $\mathbf{x} = [x, y, \dot{x}, \dot{y}]$ 描述系统状态量.其中: x 和 y 为目标在 X 轴和 Y 轴方向的位置分量, \dot{x} 和 \dot{y} 为相应的速度分量.目标状态的初始值为 $\mathbf{x}_0 = [1000, 0, 21, 21]^T$.

系统噪声和量测噪声均为独立的零均值高斯噪声.对于匀速运动模型,系统噪声方差矩阵为

$$\mathbf{Q} = \sigma_a^2 \begin{bmatrix} T^4/4 & 0 & T^3/2 & 0 \\ 0 & T^4/4 & 0 & T^3/2 \\ T^3/2 & 0 & T^2 & 0 \\ 0 & T^3/2 & 0 & T^2 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

其中 $\sigma_a = 1$.故场景1对应的机动系数为 $\lambda \approx 0.25$,场景2的机动系数为 $\lambda \approx 0.45$.对上述两个场景分别进行100次Monte Carlo仿真,采用均方根误差(RMSE)评估两种滤波方法.在一次仿真独立实验中,目标的真实运动轨迹如图3所示.

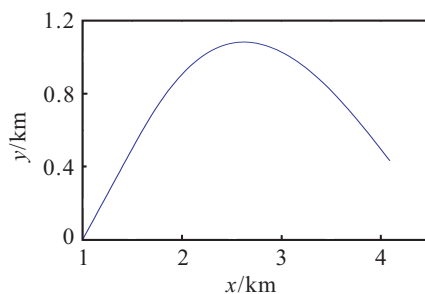


图3 目标的真实轨迹

图4为场景1下的均方根误差曲线.表3为两种滤波算法的均方根误差的统计数据.

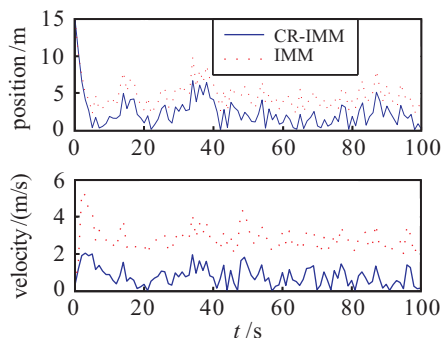


图4 场景1均方根误差曲线

表3 场景1下各滤波算法的RMSE

方法	位置RMSE/m	速度RMSE/(m/s)
IMM	5.2711	3.3421
CR-IMM	2.8897	1.1051

结合表3和图4可以看出,对于机动系数较小的场景1,由于对交互后随机变量的概率分布的估计更为准确,CR-IMM算法能够明显地提高IMM的滤波精度.

图5为场景2下的均方根误差曲线,表4是场景2下两种滤波算法的均方根误差的统计数据.

由表4和图5可以看出,由于场景2的量测噪声较小,CR-IMM与IMM在机动系数较大时的滤波效果差别不大.

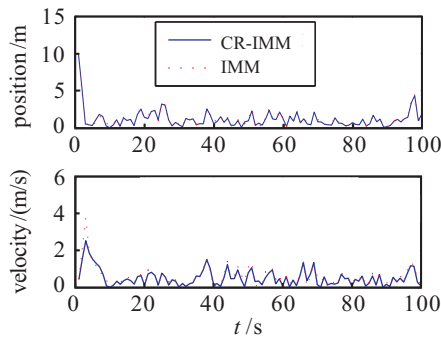


图5 场景2均方根误差曲线

表4 场景2下各滤波算法的RMSE

方法	位置RMSE/m	速度RMSE/(m/s)
IMM	2.0132	1.0030
CR-IMM	2.0260	0.8613

综上所述, 容积法则辅助的交互式多模型滤波(CR-IMM)相比于IMM对量测噪声具有更强的适应能力, 能够提高IMM在量测噪声较大时的滤波精度.

4 结 论

针对IMM交互的结果会使随机变量不再服从高斯分布的问题, 为提高对其概率密度函数近似的精度, 本文将交互过程用非线性函数来描述, 采用容积法则求取高斯随机变量经过非线性传递后的一阶矩和二阶矩, 并作为新的随机变量均值和方差的估计. 理论分析和仿真实验表明, 本文所提出的方法在系统噪声较小、量测噪声较大的情况下能够显著提高IMM的滤波精度.

参考文献(References)

[1] 石勇, 韩崇昭. 自适应UKF算法在目标跟踪中的应用[J]. 自动化学报, 2011, 37(6): 754-759.
(Shi Y, Han C Z. Adaptive UKF method with applications to target tracking[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(6): 754-759.)

[2] Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking, Part V: Multiple-model methods[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1255-1321.

[3] Blom H A P, Bar-Shalom Y. The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1988, 33(8): 780-783.

[4] 盛琥, 杨景曙, 曾芳玲, 等. 引入输入估计的交互式多模型跟踪算法[J]. 电子学报, 2009, 37(12): 2810-2814.
(Sheng H, Yang J S, Zeng F L, et al. Interacting multiple model tracking algorithm with modified input estimation[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(12): 2810-2814.)

[5] Jian L, Li X R, Chundi M. Second order Markov chain based multi-model algorithm for maneuvering target tracking[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(1): 3-19.

[6] Cui N Z, Hong L, Jeffery R L. A comparison of nonlinear filtering approaches with an application to ground target tracking[J]. Signal Processing, 2005, 8(8): 1469-1492.

[7] Li W L, Jia Y M. Gaussian mixture PHD filter for jump Markov models based on best-fitting Gaussian approximation[J]. Signal Processing, 2011, 91(4): 1036-1042.

[8] Lainiotis D G, Sims F L. Performance measure for adaptive Kalman estimators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1970, 15(2): 249-250.

[9] Kirubarajan T, Bar-Shalom Y. Kalman filter versus IMM estimator: When do we need the latter[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1452-1456.

[10] Williams J L. Gaussian mixture reduction for tracking multiple maneuvering targets in clutter[D]. Ohio: Department of the Air Force, Air University, 2003: 31-64.

[11] 侯代文, 殷福亮. 基于粒子滤波的交互式多模型说话人跟踪方法[J]. 电子学报, 2010, 38(4): 835-841.
(Hou D W, Yin F L. An IMM particle filtering method for speaker tracking[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(4): 835-841.)

[12] Ienkaran A, Simon H. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.

[13] Fredrik G, Gustaf H. Some relations between extended and unscented Kalman filters[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2012, 60(2): 545-555.

[14] Ienkaran A, Simon H, Thomas R H. Cubature Kalman filtering for continuous-discrete systems: Theory and simulations[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(10): 4977-4993.

[15] 孙枫, 唐李军. Cubature 卡尔曼滤波器-卡尔曼滤波算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(10): 1561-1565.
(Sun F, Tang L J. Cubature Kalman filter-Kalman filter algorithm[J]. Control and Decision, 2012, 27(10): 1561-1565.)

[16] 孙枫, 唐李军. Cubature 卡尔曼滤波器与 Unscented 卡尔曼滤波估计精度比较[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 303-312.
(Sun F, Tang L J. Estimation precision comparison of Cubature Kalman filter and Unscented Kalman filter[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 303-312.)

(责任编辑: 李君玲)