

文章编号: 1001-0920(2014)08-1471-06

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2013.0655

## 基于个人偏好的多目标优化问题目标权重计算方法

张华军, 赵金, 罗慧, 解相朋

(华中科技大学 自动化学院, 武汉 430074)

**摘要:** 针对多目标优化过程中如何根据个人偏好确定各目标权重的问题, 提出一种约束优化方法以获得各目标的最佳权重. 首先, 将目标权重计算问题转化为综合适应度最大方差计算问题; 然后, 将个人偏好转化为最大方差问题不等式约束条件; 最后, 利用遗传算法和梯度投影法求解约束优化问题以获得最佳的目标权重. 在电力机车故障维修策略决策过程中应用该算法计算各部件经济性、安全性等目标权重, 实验结果验证了所提出方法能够获得满足个人偏好的最佳目标权重.

**关键词:** 个人偏好; 多目标优化; 约束优化; 方差

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## Objective weight computation based on personal preference for multi-objective optimization problem

ZHANG Hua-jun, ZHAO Jin, LUO Hui, XIE Xiang-peng

(College of Automation, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China. Correspondent: ZHANG Hua-jun, E-mail: zhanghj\_hust@163.com)

**Abstract:** For the problem that how to compute the objective weight based on personal preference during multi-objective optimization process, a method which decides the objective weights by solving a constrained optimization problem is proposed. Firstly, by using this method, the objective weight computation problem is transformed into a synthetical fitness optimization problem according to the statistics theory. Then the personal preference is transformed into the constrain condition of the synthetical fitness optimization problem. Finally, the gradient projection method is used to solve the constrained synthetical fitness optimization problem to get optimum objective weights. The proposed method is used to compute the objective weight of economical efficiency and safety during the electric locomotive repair strategy decision process, and the test result shows that the proposed method can get the optimum objective weight under the constraint of personal preference.

**Key words:** personal preference; multi-objective optimization; constrained optimization; variance

### 0 引言

自从 Vilfredo Pareto 将最优性系统化, 研究人员先后提出了各种形式的多目标优化算法, 归纳起来可分为多目标转化为单目标法、Pareto 法、非统一模型法及直接法等类型<sup>[1]</sup>. 当前 Pareto 法和多目标转化为单目标法的研究较多, 在 Pareto 法研究方面, 主要有双极偏好法<sup>[2-3]</sup>、偏好区间法<sup>[4-5]</sup>、偏好选择量子多目标优化算法<sup>[6-7]</sup>、微粒群偏好多目标算法<sup>[8-9]</sup>、免疫偏好多目标优化算法<sup>[10]</sup>以及模糊多目标遗传算法<sup>[11]</sup>; 在多目标转化为单目标研究方面, 主要有模糊偏好法<sup>[12]</sup>、不确定偏好法<sup>[13-14]</sup>等. 虽然带有偏好的 Pareto

法能够将最优解集分布范围缩小到满足偏好要求的较小区域, 但是决策者从该区域选择相应的最优解时依然是一个多目标优化的过程, 优化算法无法完成全部的决策过程. 与 Pareto 法不同, 多目标转化为单目标法最终收敛于一个满足偏好的全局最优解, 整个过程无需决策者参与即可自行完成. 在多目标转化为单目标法中, 目标权重的选择对优化结果具有决定性的作用, 而决策者往往根据个人经验来确定各个目标权重大小, 导致优化结果往往偏离实际全局最优解<sup>[1]</sup>.

为了在多目标优化过程中获得合理的目标权重值, 本文提出一种求解约束优化问题的方法以确定各

收稿日期: 2013-05-20; 修回日期: 2013-09-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61273174, 61034006, 60874047).

作者简介: 张华军(1980—), 男, 博士后, 从事多目标优化与智能控制的研究; 赵金(1967—), 男, 教授, 博士生导师, 从事运动控制与智能控制等研究.

个待优化目标的最佳权重. 该方法首先根据统计学理论将目标权重计算问题等效为计算待优化问题综合适应度最大方差问题, 再将个人偏好信息作为不等式约束条件加入可行解最大方差计算过程, 最后利用遗传算法和梯度投影法相结合求解约束优化问题以获得最佳的目标权重.

## 1 目标权重计算问题分析

假设多目标优化问题包括  $k$  个性能指标,  $f_i$  表示第  $i$  个目标函数值, 按照多目标转化为单目标算法的原理, 将各目标函数值  $f_i$  依据一定权重进行线性求和, 则多目标问题转化为单目标优化问题, 其具体公式为

$$f(x) = \sum_{i=1}^k w_i \times f_i(x), \quad (1)$$

其中  $(w_1, w_2, \dots, w_k)$  为目标权重, 满足  $\sum_{i=1}^k w_i = 1$ .

由式(1)可知,  $w_1, w_2, \dots, w_k$  等目标权重决定着优化算法的搜索方向, 目标权重选择不合理会导致算法收敛于局部最优解. 文献[12-14]采用模糊逻辑、不确定偏好等方法按照偏好要求来计算目标权重, 由于选择规则与设计者密切相关, 若优化问题发生改变, 则选择规则也随之变化, 算法的通用性还有待改进. 文献[15]通过种群各个体综合适应度方差最大化来确定目标权重, 从而目标权重计算转化为如下约束优化问题:

$$\begin{aligned} \min F &= \frac{n}{\omega^T H \omega}. \\ \text{s.t. } G \times \omega &\geq 0; \\ E \times \omega &= 1. \end{aligned} \quad (2)$$

其中:  $H = \bar{A}^T \bar{A}$ ;  $\omega = (w_1, w_2, \dots, w_k)^T$ ;  $\bar{A}$  为种群适应度归一化矩阵;  $E = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$ ;  $G$  为权重不等式约束矩阵,  $G$  中各元素根据目标权重之间的大小关系确定. 若  $w_1 > w_2 > \dots > w_k > 0$ , 则  $G_{ii} = 1, G_{i(i+1)} = -1, G_{ij} = 0 (j < i \text{ 或 } j > i + 1)$ . 式(2)中归一化矩阵  $\bar{A}$  的计算公式为

$$\bar{A}(i, j) = \frac{f_{ij}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_{ij}}, \quad (3)$$

其中  $f_{ij}$  为第  $i$  个可行解的第  $j$  个指标值.

## 2 利用混合算法求解目标权重

### 2.1 待优化问题收敛性分析

分析待优化问题(2)可以发现, 因为  $H = \bar{A}^T \bar{A}$  为正定矩阵, 所以方差  $\text{var}(B) = \frac{1}{n} w^T H w - 1$  为凸函数, 而待优化问题(2)的函数性质还需要重新分析. 首先分析问题(2)的可行域是否为凸集. 假设问题(2)的可行域为集合  $D (x \in D, y \in D)$ , 则  $G \times x \geq 0, G \times y \geq 0, E \times x = 1, E \times y = 1$ , 任取  $\lambda \in [0 \ 1]$ , 按照凸集定

义<sup>[16]</sup>, 只要  $z = \lambda x + (1 - \lambda)y \in D$ , 则问题(2)的可行域为凸集. 因为  $Gz = G\lambda(x - y) + Gy = \lambda Gx + (1 - \lambda)Gy \geq 0$ , 所以  $z$  满足问题(2)的不等式约束条件; 又因  $Ez = \lambda(Ex - Ey) + Ey = Ey = 1$ , 所以  $z$  满足问题(2)的等式约束条件. 由上面的分析可知, 问题(2)的可行域  $D$  为凸集. 在可行域  $D$  为凸集的基础上, 再检验问题(2)是否为凸函数. 由文献[16]可知, 若函数  $F$  的 Hessian 矩阵为正定矩阵, 则问题(2)为凸函数. 函数  $F$  的 Hessian 矩阵为

$$F_h = \frac{2n}{(w^T H w)^3} \begin{bmatrix} fh_{11} & fh_{12} & \dots & fh_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & fh_{ij} & \vdots & \vdots \\ fh_{k1} & \dots & \dots & fh_{kk} \end{bmatrix}_{k \times k}. \quad (4)$$

其中:  $fh_{ij} = H_{ij} \left( 4 \sum_{j=1}^k H_{ij} w_j - w^T H w \right), i, j \in [1 \ k]$ .

由式(4)可知, 函数  $F$  的 Hessian 矩阵行列式与权重  $w$  取值有关, 不能获得矩阵  $F_h$  在任何情况下正定的论断, 因此问题(2)为非凸函数.

### 2.2 约束遗传算法进行全局搜索

鉴于问题(2)的局部极小值不是全局极小值, 只有利用遗传算法等随机搜索方法才能获得全局最优解. 然而, 相较于基于梯度的搜索方法, 遗传算法等随机搜索算法存在着收敛速度和逼近精度的问题, 因此有必要将二者结合以快速、准确地逼近全局最优解.

假设  $\omega_1, \omega_2$  为遗传算法进化过程中的父个体, 针对问题(2), 按照梯度投影法原理<sup>[17-18]</sup>, 假设父个体  $\omega_1$  满足  $E\omega_1 = 1, G_1\omega_1 = b_1, G_2\omega_1 > b_2$ , 其中:  $G = [G_1; G_2], b = [b_1; b_2] = \mathbf{0}_{k \times 1}$ . 若令满秩矩阵  $M = [G_1; E]$ , 则此时父个体  $\omega_1$  处梯度投影矩阵为

$$P = \begin{cases} I_n, & M = \emptyset; \\ I_n - M^T(MM^T)^{-1}M, & M \neq \emptyset. \end{cases} \quad (5)$$

结合梯度投影法和交叉操作, 可得满足线性约束条件的交叉操作为

$$\begin{cases} \omega_{\text{new1}} = \omega_1 + \alpha_c P(\omega_2 - \omega_1), \\ \omega_{\text{new2}} = \omega_1 - \beta_c P(\omega_2 - \omega_1). \end{cases} \quad (6)$$

其中  $\alpha_c, \beta_c$  为大于 0 的随机数. 将矩阵  $M$  与子个体  $\omega_{\text{new1}}$  相乘可得

$$\begin{aligned} M\omega_{\text{new1}} &= M\omega_1 + \alpha_c MP(\omega_2 - \omega_1) = \\ M\omega_1 + \alpha_c (M - I_n M)(\omega_2 - \omega_1) &= \\ M\omega_1 = \begin{bmatrix} b_1 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

由式(7)的推导可知, 式(6)交叉操作产生的新个体满足等式约束条件. 为了让新个体满足不等式约束, 必须有  $G(\omega_1 + \alpha_c P(\omega_2 - \omega_1)) \geq b, G(\omega_1 - \beta_c P(\omega_2 - \omega_1)) \geq b$ .

$\omega_1)) \geq b$ , 此时  $\alpha_c GP(\omega_2 - \omega_1) \geq b - G\omega_1$ ,  $\beta_c GP(\omega_2 - \omega_1) \leq G\omega_1 - b$ , 由于  $\omega_1$  已经满足不等式约束条件  $G\omega_1 - b \geq 0$ ,  $\alpha_c$  和  $\beta_c$  的上限计算公式分别为

$$\alpha_c = \min \left\{ \frac{(b - G\omega_1)_i}{(GP(\omega_2 - \omega_1))_i} \mid (GP(\omega_2 - \omega_1))_i < 0 \right\}, \quad (8)$$

$$\beta_c = \min \left\{ \frac{(G\omega_1 - b)_i}{(GP(\omega_2 - \omega_1))_i} \mid (GP(\omega_2 - \omega_1))_i > 0 \right\}. \quad (9)$$

同理, 结合梯度投影法和遗传算法变异操作的原理, 可得满足约束条件的变异操作为

$$\begin{cases} \omega_{\text{new1}} = \omega_1 + \alpha_m PL\Delta, \\ \omega_{\text{new2}} = \omega_1 - \beta_m PL\Delta. \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $\alpha_m$ 、 $\beta_m$  为大于0的随机数,  $L$  为权重  $\omega$  的取值范围. 由矩阵  $M$  与子个体  $\omega_{\text{new1}}$  相乘可得

$$\begin{aligned} M\omega_{\text{new1}} &= M\omega_1 + \alpha_c MPL\Delta = \\ M\omega_1 + \alpha_c(M - I_n M)L\Delta &= \\ M\omega_1 &= \begin{bmatrix} b_1 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11)的推导可知, 式(10)变异操作产生的新个体满足等式约束条件. 为了保证变异操作(10)产生的新个体满足不等式约束, 必须有  $G(\omega_1 + \alpha_m PL\Delta) \geq b$ ,  $G(\omega_1 - \beta_m PL\Delta) \geq b$ ,  $\beta_m GPL\Delta \leq G\omega_1 - b$ , 从而  $\alpha_m$  和  $\beta_m$  的上限计算公式分别为

$$\alpha_m = \min \left\{ \frac{(b - A\omega_1)_i}{(GPL\Delta)_i} \mid (GPL\Delta)_i < 0 \right\}, \quad (12)$$

$$\beta_m = \min \left\{ \frac{(A\omega_1 - b)_i}{(APL\Delta)_i} \mid (APL\Delta)_i > 0 \right\}. \quad (13)$$

遗传算法按照式(6)和(10)的交叉变异操作不仅沿着梯度下降方向进行搜索, 而且还能够同时满足线性等式和不等式约束条件, 显然式(6)和(10)的交叉变异操作没有改变遗传算法随机优化的特性, 算法依旧具有全局收敛性.

根据问题(2)中不等式约束  $G \times \omega \geq 0$  和等式约束  $E \times \omega = 1$ , 可按照如下方法初始化可行解:

$$\begin{cases} w_k = \text{rand}(0, 1), \\ w_i = \text{rand}\left(0, \min\left(w_{i+1}, 1 - \sum_{i+1}^k w_i\right)\right), \\ w_1 = 1 - \sum_2^k w_i. \end{cases} \quad (14)$$

其中:  $\text{rand}(0, 1)$  表示在区间  $(0, 1)$  上生成随机数,  $\min\left(w_{i+1}, 1 - \sum_{i+1}^k w_i\right)$  表示求  $w_{i+1}$  与  $1 - \sum_{i+1}^k w_i$  之间的最小值. 按照式(14)获得的初始权重  $w_1$  可能不

是最小, 因此需要将  $w_1, w_2, \dots, w_k$  重新排序以获得满足不等式约束.

### 2.3 梯度投影法进行局部搜索

当遗传算法逼近全局最优解时, 由于遗传算法缺少梯度信息的指引而容易在局部振荡, 因此可利用梯度投影法在遗传算法搜索的基础上对约束优化问题(2)进行局部搜索. 若在  $\omega_k$  处确定有效约束为  $G_1\omega_k = 0$  和非有效约束  $G_2\omega_k > 0$ , 其中  $G = [G_1; G_2]$ , 则按照梯度投影法<sup>[19]</sup>令  $M = [G_1; E]$ , 由式(5)计算  $\omega_k$  处梯度投影矩阵  $P$ .  $\omega_k$  处梯度为

$$d_k = -\nabla F(\omega_k). \quad (15)$$

若  $\|d_k\| \neq 0$ , 则计算步长因子上限为

$$\bar{\alpha} = \min \left\{ \frac{-(G_2\omega_k)_i}{(G_2d_k)_i} \mid ((G_2d_k)_i < 0, (G_2\omega_k)_i > 0) \right\}. \quad (16)$$

由式(16)只能确定步长的上限, 而最佳迭代步长还需要进一步计算. 假设当前可行解为  $\omega_k$ , 梯度为  $d_k$ , 步长为  $\alpha_k$ , 则

$$F(\omega_k + \alpha_k d_k) = \frac{1}{a\alpha_k^2 + b\alpha_k + c}. \quad (17)$$

其中:  $a = d_k^T H d_k$ ,  $b = \omega_k^T H d_k + d_k^T H \omega_k$ ,  $c = \omega_k^T H \omega_k$ . 因为矩阵  $H$  为正定矩阵, 所以  $a = d_k^T H d_k > 0$ , 从而  $F(\omega_k + \alpha_k d_k)$  的分母为开口向上的抛物线, 对称轴横坐标为

$$\alpha_p = -\frac{\omega_k^T H d_k + d_k^T H \omega_k}{2d_k^T H d_k}. \quad (18)$$

距离对称轴越远的  $\alpha_k$  具有更小的  $F(\omega_k + \alpha_k d_k)$  函数值, 根据  $\alpha_p$  与梯度投影法确定的步长区间上下限相对位置可确定最佳步长.

### 3 目标权重计算的应用

以电力机车牵引供电系统维修决策为例, 应用本文所提出的目标权重计算方法计算机车牵引供电系统接触导线、绝缘子、承力索、补偿器的可靠性和维修费用权重, 获得各种不同维修间隔时间策略中的最佳方案. 以某型机车为例<sup>[20]</sup>, 其不同维修间隔数目对应的可靠性和维修费用如表1所示. 不同的维修间隔导致机车各部件具有不同的可靠性和维修费用, 需要综合考虑各部件的可靠性和费用才能决定采用何种维修间隔进行牵引系统的维修保养.

根据表1中的各种数据, 待优化目标分别为牵引供电系统中接触导线可靠性  $f_1$ 、绝缘子可靠性  $f_2$ 、承力索可靠性  $f_3$ 、补偿器可靠性  $f_4$ 、接触导线维修费用  $f_5$ 、绝缘子维修费用  $f_6$ 、承力索维修费用  $f_7$ 、补偿器维修费用  $f_8$  这8种指标. 实际维修中要求可靠性高而维修费用小, 因此需要将二者的评估方向统一, 本文将各个部件维修费用分别求倒数, 从而使维修费用

表 1 某型机车牵引接触网不同维修间隔对应的可靠性和维修费用

维修间隔	导线可靠性	导线费用	承力索可靠性	承力索费用	绝缘子可靠性	绝缘子费用	补偿器可靠性	补偿器费用
16	0.91	777	0.947	652	0.985	510	0.944	372
17	0.924	769	0.900	653	0.939	504	0.947	392
18	0.936	770	0.952	725	0.944	553	0.903	391
19	0.945	778	0.909	725	0.903	524	0.908	411
20	0.953	792	0.913	761	0.908	548	0.912	431
21	0.921	775	0.917	798	0.953	598	0.916	452
22	0.927	796	0.92	834	0.916	597	0.920	472
23	0.99	811	0.93	689	0.913	543	0.953	395
24	0.947	815	0.942	725	0.970	532	0.954	413
25	0.947	814	0.951	725	0.922	556	0.916	413

表 2 机车牵引接触网不同维修间隔对应的指标归一化值

维修策略	$f_1^*$	$f_2^*$	$f_3^*$	$f_4^*$	$f_5^*$	$f_6^*$	$f_7^*$	$f_8^*$
策略 1	1.0204	1.0531	0.9681	1.0180	1.0158	1.0683	1.1114	1.108
策略 2	0.9697	1.0040	0.9830	1.0212	1.0264	1.0810	1.1097	1.0517
策略 3	1.0258	1.0093	0.9957	0.9738	1.025	0.9852	0.9995	1.0544
策略 4	0.9794	0.9655	1.0053	0.9792	1.0145	1.0397	0.9995	1.0031
策略 5	0.9837	0.9708	1.0138	0.9835	0.9966	0.9942	0.9522	0.9565
策略 6	0.9880	1.0189	0.9798	0.9878	1.0184	0.9111	0.9080	0.9121
策略 7	0.9913	0.9794	0.9862	0.9921	0.9916	0.9126	0.8688	0.8734
策略 8	1.0020	0.9762	1.0532	1.0277	0.9732	1.0034	1.0517	1.0437
策略 9	1.0150	1.0371	1.0074	1.0288	0.9684	1.0241	0.9995	0.9982
策略 10	1.0247	0.9858	1.0074	0.9878	0.9696	0.9799	0.9995	0.9982

与可靠性评估方向相统一;另外,由于各种指标量纲不一样,必须按照式(3)对8种指标值进行归一化处理,获得矩阵  $H = A^T \bar{A}$ , 然后按照问题(8)中正定矩阵的定义获得  $H$ , 如表2所示.

由表1和表2可知,不同的维修策略具有不同的部件可靠性和维修费用,若要选择最佳的维修策略,则必须综合考虑各种指标值大小,不能简单地将各种指标相加而选择加权和最大的维修策略.从机车实际运行安全性出发,部件运行可靠性重要程度大于维修费用,因此前4个指标权重大于后4个指标权重,本文首先采用偏好  $w_1 > w_2 > \dots > w_8 > 0$  对各个指标权重进行约束优化.按照上述偏好约束,利用前文提出的基于遗传算法和梯度投影法的优化算法对问题(2)进行极小值搜索,其中遗传算法种群规模选择  $N = 30$ ,交叉因子  $\alpha_c = 10$ ,  $\beta_c = 10$ ,变异因子  $\alpha_m = 1$ ,  $\beta_m = 1$ ,待优化参数取值范围  $L = [1; 1]$ .通过全局搜索获得全局最优权重组合  $\omega_1$ ,混合算法搜索过程中每一次迭代最佳值如图1所示,最佳权重  $\omega_1$  对应的维修策略加权值曲线如图2所示,优化结果如表3所示.

从图2中各种权重组合对应的维修策略综合加权值曲线可知:利用本文所提出的混合优化算法按照维修策略综合加权值方差最大化计算获得的权重组合能够最大程度区分各种维修策略优劣,而随机权重法获得的权重组合则只能在一定程度上描述不同维修策略之间的差异,且随机权重组合具有随机性,并不是每一次都能够充分描述不同维修策略之间的差

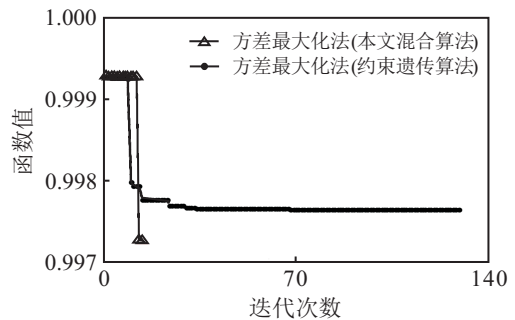


图 1 偏好1约束下两种优化算法收敛曲线

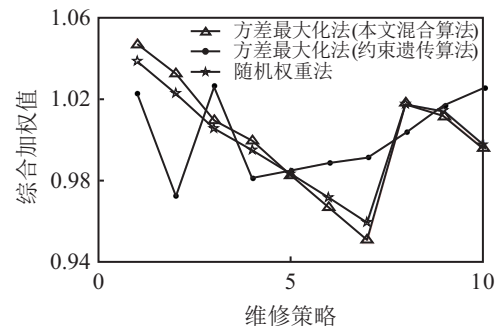


图 2 偏好1约束下各种维修策略综合加权值曲线

表 3 偏好1约束下的算法性能比较

算法类型	函数极值	计算时间/s	迭代次数
本文混合算法	0.997 264 385 046 422	0.628	14
约束遗传算法	0.997 646 246 494 463	3.105	129

异;另外,从图2中约束遗传算法获得权重组合对应的综合加权值曲线可以发现,即使按照问题(2)所示的方差最大化法进行求解,若优化算法不能收敛于全

局最优解, 则优化得到的权重组合依然不能最大程度区分各维修策略之间的差异. 分析图 1 和表 3, 针对问题 (2) 所示的约束优化问题, 本文所提出的混合优化算法计算精度和收敛速度均优于文献 [21] 中的约束遗传算法.

为了检验不同偏好对目标权重的影响, 本文采用第 2 种偏好  $w_5 > w_6 > w_7 > w_8 > w_1 > w_2 > w_3 > w_4 > 0$  对目标权重进行约束. 利用本文所提出的混合算法在第 2 种偏好约束下获得了最优权重组合  $\omega_2$ , 第 2 种偏好约束下混合算法搜索过程中每一次迭代最佳值如图 3 所示, 最佳权重  $\omega_2$  对应的维修策略加权值曲线如图 4 所示, 优化结果如表 4 所示.

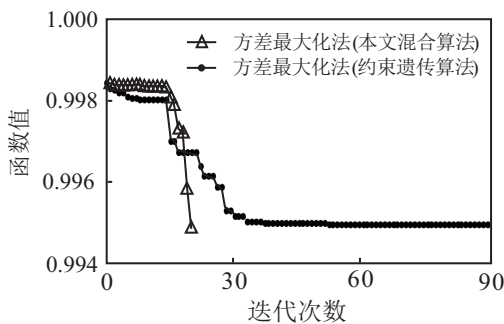


图 3 偏好 2 约束下两种优化算法收敛曲线

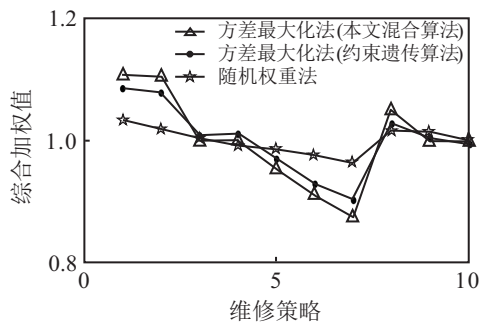


图 4 偏好 2 约束下各种维修策略综合加权值曲线

表 4 偏好 2 约束下的算法性能比较

算法类型	函数极值	计算时间/s	迭代次数
本文混合算法	0.994 910 294 858 354	0.617	20
约束遗传算法	0.995 008 964 671 686	2.423	89

同偏好 1 约束一样, 偏好 2 约束下利用本文所提出的混合优化算法按照维修策略综合加权值方差最大化计算获得的权重组合能够最大程度区分各种维修策略优劣, 但这次图 4 中约束遗传算法获得的权重组合比随机权重法获得的权重组合能够更好区分维修策略之间的差异. 从图 3 中两种算法收敛曲线可知, 在偏好 2 约束下约束遗传算法能够更精确地逼近全局最优权重, 因此其权重组合比随机权重法获得的权重组合能更好地地区分维修策略之间的差异是合理的. 同样, 图 3 和表 4 表明本文所提出的混合优化算法计算精度和收敛速度均优于文献 [21] 中的约束遗传算法.

## 4 结 论

多目标优化过程中, 若目标权重既能满足个人偏好要求, 又能使得各种可行解对应的综合加权值数组具有最大方差, 则此时的目标权重能够将各种可行解之间的差距充分展开, 便于设计者清晰地选择最佳的可行解. 通过本文在机车维修策略优化中的应用, 验证了上述结论.

## 参考文献(References)

- [1] Coello C A. Evolutionary multi-objective optimization: A historical view of the field[J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2006, 1(1): 28-36.
- [2] Kaliszewski I, Miroforidis J, Podkopaev D. Interactive multiple criteria decision making based on preference driven evolutionary multiobjective optimization with controllable accuracy[J]. European J of Operational Research, 2012, 216(1): 188-199.
- [3] 邱飞岳, 吴裕市, 邱启仓, 等. 基于双极偏好占优的高维目标进化算法[J]. 软件学报, 2013, 24(3): 476-489. (Qiu F Y, Wu Y S, Qiu Q C, et al. Many-objective evolutionary algorithm based on bipolar preferences dominance[J]. J of Software, 2013, 24(3): 476-489.)
- [4] Rachmawati L, Srinivasan D. Multiobjective evolutionary algorithm with controllable focus on the knees of the pareto front[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2009, 13(4): 810-824.
- [5] 麦雄发, 李玲. 基于决策者偏好区域的多目标粒子群算法研究[J]. 计算机应用研究, 2010, 27(4): 1301-1303. (Mai X F, Li L. Multiobjective particle swarm optimization algorithm based on dms preference region[J]. Application Research of Computers, 2010, 27(4): 1301-1303.)
- [6] Jong Hwan K, Ji Hyeong H, Ye Hoon K. Preference-based solution selection algorithm for evolutionary multiobjective optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2012, 16(1): 20-34.
- [7] Si Jung R, Ki Baek L, Jong Hwan K. Improved version of a multiobjective quantum-inspired evolutionary algorithm with preference-based selection[C]. 2012 IEEE Congress on Evolutionary Computation(CEC). New Jersey, 2012: 1-7.
- [8] Ki Baek L, Jong Hwan K. Multi-objective particle swarm optimization with preference-based sorting[C]. 2011 IEEE Congress on Evolutionary Computation(CEC). New Jersey, 2011: 2506-2513.
- [9] 余进, 何正友, 钱清泉. 基于偏好信息的多目标微粒群优化算法研究[J]. 控制与决策, 2009, 24(1): 66-70. (Yu J, He Z Y, Qian Q Q. Study on multiobjective particle swarm optimization algorithm based on preference[J]. Control and Decision, 2009, 24(1): 66-70.)

- [10] 杨咚咚, 焦李成, 公茂果, 等. 求解偏好多目标优化的克隆选择算法[J]. 软件学报, 2010, 21(1): 14-33.  
(Yang D D, Jiao L C, Gong M G, et al. Clone selection algorithm to solve preference multi-objective optimization[J]. J of Software, 2010, 21(1): 14-33.)
- [11] 申晓宁, 李涛, 张敏. 一种基于模糊逻辑引入偏好信息的多目标遗传算法[J]. 南京理工大学学报, 2011, 35(2): 245-251.  
(Shen X N, Li T, Zhang M. Multi-objective optimization genetic algorithm incorporating preference information based on fuzzy logic[J]. J of Nanjing University of Science and Technology, 2011, 35(2): 245-251.)
- [12] 王军民, 谭跃进. 基于模糊偏好的多目标成像卫星调度方法研究[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(11): 26-30.  
(Wang J M, Tan Y J. Research on multi-objective imaging satellites scheduling techniques based on fuzzy preferences[J]. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(11): 26-30.)
- [13] 乐琦, 樊治平. 基于悲观度的双边匹配决策问题研究[J]. 管理科学, 2012, 25(2): 112-120.  
(Yue Q, Fan Z P. Research on two-sided matching decision problems based on pessimism degree[J]. J of Management Science, 2012, 25(2): 112-120.)
- [14] 乐琦, 樊治平. 具有不确定偏好序信息的双边匹配决策问题研究[J]. 运筹与管理, 2012, 21(1): 57-63.  
(Yue Q, Fan Z P. Study on two-sided matching decision-making problems with uncertain preference ordinal information[J]. Operations Research and Management Science, 2012, 21(1): 57-63.)
- [15] 张华军, 赵金, 王瑞. 最大化个人偏好的多目标优化进化算法[J]. 信息与控制, 2010, 39(2): 212-217.  
(Zhang H J, Zhao J, Wang R. The evolutionary multi-objective optimization algorithm with maximization of personal preference[J]. Information and Control, 2010, 39(2): 212-217.)
- [16] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 第2版. 北京: 清华大学出版社, 2005: 10-17.  
(Chen B L. Optimization theory and algorithms[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 10-17.)
- [17] 马昌凤. 最优化方法及其 Matlab 程序设计[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 166-174.  
(Ma C F. Optimization method and matlab programming [M]. Beijing: Science Press, 2009: 166-174.)
- [18] Loris I, Bertero M, De Mol C, et al. Accelerating gradient projection methods for  $\ell_1$  constrained signal recovery by steplength selection rules[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 27(2): 247-254.
- [19] 解可新. 最优化方法[M]. 天津: 天津大学出版社, 1998: 166-182.  
(Xie K X. Optimization method[M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1998: 166-182.)
- [20] 陈绍宽. 铁路牵引供电系统维修计划优化模型与算法[D]. 北京: 北京交通大学交通运输学院, 2007: 67-101.  
(Chen S K. Models and algorithms on optimum maintenance scheduling of railway power systems[D]. Beijing: School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, 2007: 67-101.)
- [21] Conn A R, Gould N I M, Toint P L. A globally convergent augmented lagrangian barrier algorithm for optimization with general inequality constraints and simple bounds[J]. Mathematics of Computation, 1997, 66(217): 261-288.  
(责任编辑: 齐 霖)