

分布式多输入系统的自律鲁棒自适应分散控制

谷志锋, 朱长青, 邵天章

(军械工程学院 车辆与电气工程系, 石家庄 050003)

摘要: 为了实现一类分布式多输入系统的分散鲁棒自适应控制, 基于状态扩张和反演干扰抑制控制, 提出一种自律鲁棒自适应分散控制的新方法. 结合直接反馈线性化和最优控制, 给出了自律最优鲁棒自适应分散控制的设计方法. 仿真结果表明, 所提出方法能够有效实现各子系统的自律鲁棒稳定、全系统整体鲁棒稳定和不确定参数自适应, 同时通过求解 LMI, 具备了最优干扰抑制的功能.

关键词: 分布式多输入系统; 自律鲁棒自适应控制; 鲁棒自适应分散控制; 最优自适应 L_2 增益干扰抑制

中图分类号: TM273

文献标志码: A

Autonomous robust adaptive decentralized control for distributed multi-input system

GU Zhi-feng, ZHU Chang-qing, SHAO Tian-zhang

(Vehicles and Electrical Engineering Department, Ordancel Engineering College, Shijiazhuang 050003, China.
Correspondent: GU Zhi-feng, E-mail: gzfgohappy@163.com)

Abstract: In order to realize the decentralized robust adaptive control for a class of the distributed multi-input system(DMIS), based on the state extending and back-stepping disturbance attenuation method, a new autonomous robust adaptive decentralized control method is proposed. Based on the direct feed-back linearization and the optimal control method, the optimal autonomous robust adaptive decentralized control method is realized. Simulation results show that the proposed method can stabilize the DMIS, be adaptive to the uncertain parameters and can be applied to minimize the impact of disturbance by solving the LMI to obtain the optimal control law against the worst disturbance.

Key words: distributed multi-input system; autonomous robust adaptive control; robust adaptive decentralized control; optimal adaptive L_2 -gain disturbance attenuation

0 引言

许多复杂的多输入系统可以看作由多个分布式子系统构成, 对于此类多输入控制系统, 除子系统需要优化控制外, 追求全系统的优化控制已引起人们的广泛关注. 文献 [1-2] 采用多指标非线性控制和精确反馈线性化的方法实现了多输入系统的非线性综合控制. 文献 [3-5] 结合 Hamilton 理论实现了多输入系统的稳定控制. 文献 [6-7] 采用无源化设计方法实现了系统综合控制. 以上文献在控制分析过程中由于没有考虑参数不确定性或外部干扰, 具有一定的局限性. Back-stepping 设计方法可以有效实现严参数反馈不确定性系统的自适应控制^[8-10], 并可与滑模变结构、智能控制等方法相结合^[11-12], 但是在设计过程中, 主要目的是保证系统的 Lyapunov 稳定, 并没有考虑状

态变量的最优控制.

本文针对一类分布式多输入系统(DMIS), 提出一种自律鲁棒自适应分散控制(ARADC)方法. 首先通过状态扩张的方式, 将各子系统包含的 DMIS 不确定项和交叉项扩展为新的状态变量; 然后采用本文给出的新的反演 L_2 增益设计方法, 进行扩展状态变量的自适应估计和子系统鲁棒自适应控制, 最终实现各子系统的分散鲁棒控制和 DMIS 的整体鲁棒稳定. 新提出的反演 L_2 增益设计方法克服了传统 L_2 增益递归计算复杂的不足, 并给出了通用计算公式. 同时, 该方法结合直接反馈线性化和最优控制, 实现了一类 DMIS 的最优自律自适应分散控制(OP-ARADC), 并通过求解 LMI, 实现了最优干扰抑制. 移动电站励磁和速度 OP-ARADC 仿真结果表明, 所提出的方法可

收稿日期: 2013-06-27; 修回日期: 2013-09-05.

基金项目: 军械工程学院重点基金项目(YJJ10031); 军械工程学院基金项目(YJXM12046).

作者简介: 谷志锋(1979—), 男, 讲师, 博士生, 从事有限容量电网非线性鲁棒控制技术的研究; 朱长青(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事有限容量电网野战电力支持技术等研究.

以有效实现 DMIS 的分散鲁棒自适应控制, 具有较好的控制效果, 为 DMIS 的分散鲁棒控制和分散最优控制提供了一种新方法.

1 自律最优鲁棒自适应控制分析

1.1 分布式多输入系统描述

假定 DMIS 由 m 个单输入系统交叉构成, 其第 i 个子系统表示为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i,1} &= f_{i,1}(x_{i,1}) + g_{i,1}(x_{i,1})x_{i,2} + \varphi_{i,1}^T(\mathbf{X})\theta_i + \\ &\quad \phi_{i,1}(\xi_{i,1}) + \varepsilon_{i,1}, \\ &\vdots \\ \dot{x}_{i,j} &= f_{i,j}(x_{i,1}, \dots, x_{i,j}) + g_{i,j}(x_{i,1}, \dots, x_{i,j})x_{i,(j+1)} + \\ &\quad \varphi_{i,j}^T(\mathbf{X})\theta_i + \phi_{i,j}(\xi_{i,j}) + \varepsilon_{i,j}, \\ &\vdots \\ \dot{x}_{i,n_i} &= f_{i,n_i}(x_{i,1}, \dots, x_{i,n_i}) + g_{i,n_i}(x_{i,1}, \dots, x_{i,n_i})u_i + \\ &\quad \varphi_{i,n_i}^T(\mathbf{X})\theta_i + \phi_{i,n_i}(\xi_{i,n_i}) + \varepsilon_{i,n_i}. \end{aligned}$$

其中: $x_{i,j}$ ($1 \leq j \leq n_i$) 为第 i 个子系统的状态变量; $\mathbf{X} = [\bar{x}_{1,n_1}^T, \bar{x}_{2,n_2}^T, \dots, \bar{x}_{m,n_m}^T]^T \in \mathbf{R}^N$ 为整个系统的状态变量, $N = n_1 + n_2 + \dots + n_m$, $\bar{x}_{j,n_j}^T = [x_{j,1}, x_{j,2}, \dots, x_{j,n_j}]^T \in \mathbf{R}^{n_j}$, $j = 1, 2, \dots, m$; $u \in \mathbf{R}$ 为输入变量; $\theta_i \in \mathbf{R}^{p_i}$ ($1 < p_i \leq n_i$) 为未知参数向量; $\xi_{i,j} = [\bar{x}_{1,j}^T, \dots, \bar{x}_{(i-1),j}^T, \bar{x}_{(i+1),j}^T, \dots, \bar{x}_{m,j}^T]$ 为子系统间的交叉变量, $\bar{x}_{k,j}^T = [x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,j}]^T$, $k = 1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, m$; $f_{i,j}$, $g_{i,j}$, $\phi_{i,j}$ ($j = 1, 2, \dots, n_i$) 为光滑函数, 且满足 $f_{i,j}(0) = 0$, $g_{i,j}(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,j}) \neq 0$; $\varphi_{i,j}(\mathbf{X})$ 为光滑向量场, 满足 $\varphi_i(0) = 0$; $\varepsilon_{i,j} \in L_2 = \left\{ \varepsilon_{i,j}(t) \left| \int_0^t \varepsilon_{i,j}^2(t) dt < \infty \right. \right\}$ 为随机扰动量, L_2 为有限能量信号集合.

1.2 自律鲁棒自适应分散控制设计

给出以下两点说明: 1) 各子系统的 ARADC 设计步骤相同, 为了简化数学描述, 省略第 i 个子系统变量的下标 i ; 2) 将各子系统间的不确定项和交叉部分 $\varphi_{i,j}^T(\mathbf{X})\theta_i + \phi_{i,j}(\xi_{i,j})$ 整体看作不确定部分 θ_j . 上述分布式多输入系统的第 i 个子系统表示为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 + \theta_1 + \varepsilon_1, \\ &\vdots \\ \dot{x}_j &= f_j(x_1, x_2, \dots, x_j) + g_j(x_1, x_2, \dots, x_j)x_{j+1} + \\ &\quad \theta_j + \varepsilon_j, \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n)u + \\ &\quad \theta_n + \varepsilon_n, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\theta_j = \varphi_{i,j}^T(\mathbf{X})\theta_i + \phi_{i,j}(\xi_{i,j})$.

子系统 ARADC 的推导步骤如下.

Step 1 对于式 (1) 的第 1 式, 定义误差变量 $e_1 = x_1$, 得到

$$\dot{e}_1 = f_1 + g_1 x_2 + \theta_1 + \varepsilon_1. \quad (2)$$

将 x_2^* 视为虚拟控制, 选择镇定函数

$$x_2^* = \frac{1}{g_1}[-f_1 - \hat{\theta}_1 - m_1 e_1]. \quad (3)$$

其中: m_1 为待定函数, $\hat{\theta}_1$ 为 θ_1 的估计值. 定义 $\tilde{\theta}_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1$ 为估计误差, $e_2 = x_2 - x_2^*$, 得到

$$\dot{e}_1 = -m_1 e_1 + \tilde{\theta}_1 + g_1 e_2 + \varepsilon_1. \quad (4)$$

取 $V_1 = e_1^2/2$, 并沿式 (4) 求导, 得

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = -m_1 e_1^2 + e_1 \tilde{\theta}_1 + g_1 e_1 e_2 + e_1 \varepsilon_1.$$

Step j 按照上述推导方法得到

$$V_j = \sum_{k=1}^j \frac{e_k^2}{2}, \quad (5)$$

$$\dot{e}_j = -m_j e_j + \tilde{\theta}_j + g_j e_{j+1} - g_{j-1} e_{j-1} -$$

$$\sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial x_j^*}{\partial x_k} \tilde{\theta}_k + \varepsilon_j - \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial x_j^*}{\partial x_k} \varepsilon_k, \quad (6)$$

$$\dot{V}_j = -\sum_{k=1}^j m_k e_k^2 + \sum_{k=1}^j e_k \tilde{\theta}_k + \sum_{k=1}^j e_k \varepsilon_k -$$

$$\sum_{k=2}^j \sum_{r=1}^{k-1} e_k \frac{\partial x_k^*}{\partial x_r} \tilde{\theta}_r + g_j e_j e_{j+1} - \sum_{k=2}^j \sum_{r=1}^{k-1} e_k \frac{\partial x_k^*}{\partial x_r} \varepsilon_r. \quad (7)$$

Step n 取全系统的 Lyapunov 函数为

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} e_n^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \rho_k^{-1} \tilde{\theta}_k^2, \quad (8)$$

其中 ρ_k ($k = 1, 2, \dots, n$) 为增益系数. 对 V_n 求导得

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{n-1} + e_n \dot{e}_n + \sum_{k=1}^n \tilde{\theta}_k \rho_k^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_k. \quad (9)$$

将式 (7) 代入 (9), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= \\ &- \sum_{k=1}^{n-1} m_k e_k^2 + \sum_{k=1}^{n-1} e_k \varepsilon_k + \sum_{k=1}^{n-1} e_k \tilde{\theta}_k - \sum_{k=1}^n \tilde{\theta}_k \rho_k^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_k - \\ &\sum_{k=2}^{n-1} \sum_{j=1}^{k-1} e_k \frac{\partial x_k^*}{\partial x_j} \tilde{\theta}_j - \sum_{k=2}^{n-1} \sum_{j=1}^{k-1} e_k \frac{\partial x_k^*}{\partial x_j} \varepsilon_j + e_n \left[g_{n-1} e_{n-1} + \right. \\ &\left. \dot{x}_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial x_n^*}{\partial x_j} (f_j + g_j x_{j+1} + \theta_j + \varepsilon_j) - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial x_n^*}{\partial \hat{\theta}_i} \dot{\hat{\theta}}_i \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

由式 (10) 得到控制律和参数替换律分别为

$$\begin{aligned} u &= \\ &\frac{1}{g_n} \left[-g_{n-1} e_{n-1} - f_n - \hat{\theta}_n + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial x_n^*}{\partial \hat{\theta}_i} \dot{\hat{\theta}}_i + \right. \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial x_n^*}{\partial x_j} (f_j + g_j x_{j+1} + \hat{\theta}_j) - m_n e_n - u_{f1}]; \quad (11)$$

$$\dot{\theta}_k = \rho_k \left(e_k - \sum_{j=k+1}^n e_j \frac{\partial x_j^*}{\partial x_k} \right), \quad k = 1, 2, \dots, n-1,$$

$$\dot{\theta}_n = \rho_n e_n. \quad (12)$$

在上述推导过程中, 可得式(1)在坐标系 (e_1, e_2, \dots, e_n) 下的闭环系统模型为

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -m_1 e_1 + \tilde{\theta}_1 + g_1 e_2 + \varepsilon_1, \\ &\vdots \\ \dot{e}_j &= -m_j e_j + \tilde{\theta}_j + g_j e_{j+1} - g_{j-1} e_{j-1} - \\ &\quad \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial x_j^*}{\partial x_k} \tilde{\theta}_k + \varepsilon_j - \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial x_j^*}{\partial x_k} \varepsilon_k, \\ &\vdots \\ \dot{e}_n &= -m_n e_n - u_{f1} + \tilde{\theta}_n - g_{n-1} e_{n-1} - \\ &\quad \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial x_n^*}{\partial x_k} \tilde{\theta}_k + \varepsilon_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial x_n^*}{\partial x_k} \varepsilon_k. \end{aligned} \quad (13)$$

定义

$$H = \dot{V}_n + \frac{1}{2} (\|y(t)\|^2 - \gamma^2 \|\varepsilon(t)\|^2), \quad (14)$$

控制律和参数自适应律为

$$u_{f1} = \frac{e_n}{2\gamma^2} + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{b^2}{2\gamma^2 e_n} + \frac{1}{2e_n} \sum_{j=1}^n q_j x_j^2; \quad (15)$$

$u =$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{g_n} \left[-g_{n-1} e_{n-1} - f_n - \hat{\theta}_n - \phi_n + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial x_n^*}{\partial \theta_i} \dot{\theta}_i + \right. \\ &\left. \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial x_n^*}{\partial x_j} (f_j + g_j x_{j+1} + \hat{\theta}_j) - m_n e_n - u_{f1} \right]; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_k &= \rho_k \left(e_k - \sum_{j=k+1}^n e_j \frac{\partial x_j^*}{\partial x_k} \right), \quad k = 1, 2, \dots, n-1; \\ \dot{\theta}_n &= \rho_n e_n. \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $b = e_j - \sum_{k=j+1}^n e_k$. 将式(10)、(15)~(17)代入(14), 可得

$$\begin{aligned} H &= -\sum_{j=1}^n m_j e_j^2 - \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{\sqrt{2}} \varepsilon_j - \frac{b}{\sqrt{2}\gamma} \right)^2 - \\ &\quad \left(\frac{\gamma}{\sqrt{2}} \varepsilon_n - \frac{e_n}{\sqrt{2}\gamma} \right)^2 \leq 0. \end{aligned} \quad (18)$$

由于

$$H = \dot{V}_n + (\|y(t)\|^2 - \gamma^2 \|\varepsilon(t)\|^2)/2,$$

有 $2\dot{V}_n \leq \gamma^2 \|\varepsilon(t)\|^2 - \|y(t)\|^2$. 令非线性子系统(1)的存储函数为 $V(X) = 2V_n$, 则有

$$\dot{V}(X) = 2\dot{V}_n \leq \gamma^2 \|\varepsilon(t)\|^2 - \|y(t)\|^2. \quad (19)$$

将式(19)积分, 得

$$\int_0^T \|y(t)\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|\varepsilon(t)\|^2 dt + V(x_0). \quad (20)$$

其中: $y = [q_1 x_1, q_2 x_2, \dots, q_n x_n]^T$ 为评价信号, $q_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 为加权系数, $V(x)$ 为子系统存储函数, x_0 为子系统初始状态, γ 为给定正数.

式(15)~(17)可实现子系统的 L_2 增益抑制.

定理1 控制律(15)、(16)和参数自适应律(17)可实现各子系统的 L_2 增益控制和分布式系统的整体鲁棒控制.

证明 当用下标 i 表示第 i 个子系统的相关参量时, 由式(1)~(13)可知, 在控制律(11)和参数自适应律(12)的作用下, 第 i 个子系统(1)对应的闭环系统为(13). 取第 i 个子系统的存储函数为

$$V_{in_i} = \sum_{k=1}^{n_i} e_{ik}^2 + \sum_{k=1}^n \rho_{ik}^{-1} \tilde{\theta}_{ik}^2,$$

采用控制律(15)、(16)和参数自适应律(17), 将 V_{in_i} 沿闭环系统(13)求导, 可得

$$\dot{V}_{in_i} \leq \gamma_i^2 \|\varepsilon_i(t)\|^2 - \|y_i(t)\|^2,$$

对 \dot{V}_{in_i} 求积分, 得到

$$\int_0^T \|y_i(t)\|^2 dt \leq \gamma_i^2 \int_0^T \|\varepsilon_i(t)\|^2 dt + V_{in_i}(x_0).$$

因此, 式(15)~(17)可实现闭环系统的渐近稳定和第 i 个子系统的 L_2 增益控制. 假定分布式系统由 m 个单输入系统构成, 若各子系统采用式(15)~(17)实施分散控制, 则可得到具有式(13)结构形式的 m 个闭环子系统. 取 DMIS 总的存储函数为 $V = \sum_{k=1}^m V_{knk}$, 沿 m 个闭环子系统求导, 可得

$$\dot{V} = \sum_{k=1}^m \dot{V}_{knk} \leq \sum_{k=1}^m \gamma_k^2 \|\varepsilon_k(t)\|^2 - \sum_{k=1}^m \|y_k(t)\|^2.$$

当分布式系统的总干扰和总评价输出分别为

$$\varepsilon = [\varepsilon_1^T, \varepsilon_2^T, \dots, \varepsilon_m^T]^T, \quad y = [y_1^T, y_2^T, \dots, y_m^T]^T$$

时, 取 $\gamma = \gamma_1 = \dots = \gamma_m$, 可得到

$$\dot{V} \leq \gamma^2 \|\varepsilon(t)\|^2 - \|y(t)\|^2,$$

求积分可得

$$\int_0^T \|y(t)\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|\varepsilon(t)\|^2 dt + V(x_0). \quad \square$$

注1 采用控制律(17)、(18)和参数自适应律(19), ARADC 可实现具有参数不确定性和外部干扰的 DMIS 分散 L_2 增益控制. 该方法克服了传统 L_2 增益抑制设计中反复递归的复杂计算, 但没有考虑状态参量的最优控制.

1.3 最优自律鲁棒自适应分散控制

电力系统励磁、汽门或水门开度综合控制、FACTS、励磁综合控制等 DMIS 系统通常表示为

$$\dot{x}_1 = x_2 + \varepsilon_1,$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 + \theta + \varepsilon_2, \\ \dot{x}_3 &= f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3)u + \varepsilon_3. \end{aligned}$$

按照式(2)~(12)的计算方法,可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -m_1e_1 + e_2 + \varepsilon_1, \\ \dot{e}_2 &= -m_2e_2 + \tilde{\theta} - e_1 + g_2e_3 + \varepsilon_2 - \frac{\partial x_2^*}{\partial x_1}\varepsilon_1, \\ \dot{e}_3 &= -m_3e_3 - u_{f_1} - g_2e_2 - \frac{\partial x_3^*}{\partial x_2}\tilde{\theta} + \varepsilon_3 - \\ &\quad \frac{\partial x_3^*}{\partial x_1}\varepsilon_1 - \frac{\partial x_3^*}{\partial x_2}\varepsilon_2. \end{aligned} \quad (21)$$

由式(21)可得

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{e}_1 = z_2 + \varepsilon_1 = -m_1e_1 + e_2 + \varepsilon_1, \\ \dot{z}_2 &= -m_1\dot{e}_1 + \dot{e}_2 = \\ & (m_1^2 - 1)e_1 - (m_1 + m_2)e_2 + \tilde{\theta} + g_2e_3 + \varepsilon_2 = z_3 + \varepsilon_2, \\ \dot{z}_3 &= (-m_1^3 + 2m_1 + m_2)z_1 + v_2 + \Delta_1. \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= -m_1\varepsilon_2 + g_2\varepsilon_3, \\ v_2 &= (m_1^2 + m_1m_2 + m_2^2 - 1)e_2 - \hat{\theta} + \dot{g}_2e_3 + \\ & \quad g_2(-m_3e_3 - u_{f_1} - g_2e_2). \end{aligned} \quad (23)$$

同时可以得到线性状态方程

$$\dot{Z} = AZ + B_1w + B_2v_2. \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} Z &= [z_1, z_2, z_3]^T, \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -m_1^3 + 2m_1 + m_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ B_1 &= I, B_2 = [0, 0, 1]^T, \\ w &= [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \Delta_1]^T. \end{aligned}$$

取 $y = CZ$, 式(24)的鲁棒最优控制是寻找反馈控制 v_2 和足够小的 γ 满足

$$\int_0^T (\|y\|^2 + \|v_2\|^2)dt \leq \gamma^2 \int_0^T (\|w\|^2)dt.$$

由 H_∞ 控制理论, 需要求解线性矩阵不等式(25)的非负解 P , 即

$$\begin{aligned} \min \lambda; \\ \left[\begin{array}{cc} AP + B_2W + (AP + B_2W)^T & \\ & B_1^T \\ & \tilde{C}P + D_{12}W \\ B_1 & P\tilde{C}^T + W^T D_{12}^T \end{array} \right] \Rightarrow \\ \left[\begin{array}{cc} -\lambda I & 0 \\ 0 & -I \end{array} \right] < 0, \\ P > 0. \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$\lambda = \gamma^2, C \in R^{3 \times 3}, \tilde{C} = \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix} \in R^{4 \times 3},$$

$$D_{12} = [0, 0, 0, 1]^T.$$

此时最优控制律为

$$v_2 = WP^{-1}Z. \quad (26)$$

将式(26)代入(23), 得到 u_{f_1} . 将 u_{f_1} 代入式(11), 可得控制律 u . 因为 $z_1 = e_1 = x_1, z_2 = x_2, z_3$ 为 \dot{x}_2 与 ε_2 的差, 所以, OP-ARADC 的物理意义是保证干扰 w 到 $Z = [z_1, z_2, z_3]^T$ 的 L_2 增益小于 γ . 由于

$$w = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & m_1 & g_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} = g_\varepsilon(x)\varepsilon,$$

取函数矩阵 $g_\varepsilon^T(x)g_\varepsilon(x)$ 的最大特征值为 σ_0^2 , 则 OP-ARADC 将保证 ε 到 $Z = [z_1, z_2, z_3]^T$ 的 L_2 增益小于 $|\sigma_0|\gamma$.

注 2 上述方法在保证系统稳定和参数自适应的同时, 还可以实现状态参数的最优控制和 L_2 增益干扰抑制, 克服了传统 back-stepping 设计中缺乏最优控制的不足, 该方法称为 OP-ARADC.

2 励磁、调速最优自律鲁棒自适应分散控制

移动电站电子调速和励磁综合控制系统^[13]可表示为

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\alpha x_1 - f_g x_2 - \mu x_3 + \beta x_5, \\ \frac{dx_3}{dt} &= -\frac{x_3}{K_1} + u_1 + \varepsilon_1; \\ \frac{dx_4}{dt} &= x_5, \\ \frac{dx_5}{dt} &= a_1 x_1 + a_2 x_5 - a_3 x_6 \sin(x_4 + \delta_0) + \\ & \quad a_4 \sin(x_4 + \delta_0) + K_0 + \varepsilon_2, \\ \frac{dx_6}{dt} &= a_5 x_6 + a_6 \cos(x_4 + \delta_0) - a_7 + u_2 + \varepsilon_3, \end{aligned} \quad (27)$$

其中 α, β, f_g, a_2 为不确定参数.

2.1 式(27)的 OP-ARADC 推导

取

$$\begin{aligned} e_1 &= x_1, x_2^* = -m_1e_1, e_2 = x_2 - x_2^*, \\ \theta &= -\alpha x_1 - f_g x_2 + \beta x_5, V_1 = \frac{e_1^2}{2}, V_2 = \frac{e_1^2}{2} + \frac{e_2^2}{2}, \end{aligned}$$

得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2\dot{e}_2 = \\ & -m_1e_1^2 + e_2[e_1 - \mu x_3 + \theta + m_1x_2]. \end{aligned} \quad (29)$$

取 $x_3^* = [e_1 + \hat{\theta} + m_1x_2 + m_2e_2]/\mu$ 和 $e_3 = x_3 - x_3^*$, 得到

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_2^* = -m_2 e_2 - e_1 + \tilde{\theta} - \mu e_3,$$

$$\dot{V}_2 = -m_1 e_1^2 - m_2 e_2^2 - \mu_2 e_3 + e_2 \tilde{\theta}.$$

取 $V_3 = V_2 + e_3^2/2 + \tilde{\theta}^2/2\rho$, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & - \sum_{j=1}^2 m_j e_j^2 + e_3 \varepsilon_1 - \frac{1}{\rho} \dot{\tilde{\theta}}^T \tilde{\theta} + e_2 \tilde{\theta} + \\ & e_3 \left\{ -\mu e_2 + \frac{1}{K_1} x_3 + u_1 - \frac{1}{\mu} [x_2 + \dot{\tilde{\theta}} + \right. \\ & \left. m_1(-\mu x_3 + \theta) + m_2(-\mu x_3 + \theta + m_1 x_2)] \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

由式(30)得到速度控制律和参数替换律分别为

$$\begin{aligned} u_1 = & \mu e_2 - \frac{1}{K_1} x_3 + \frac{1}{\mu} [x_2 + \dot{\tilde{\theta}} + m_1(-\mu x_3 + \hat{\theta}) + \\ & m_2(-\mu x_3 + \hat{\theta} - m_1 x_2)] - m_3 e_3 - u_{f_1}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \rho \left[e_2 - \frac{e_3}{\mu} (m_1 + m_2) \right]. \quad (32)$$

误差闭环系统模型为

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 = & -m_1 e_1 + e_2, \\ \dot{e}_2 = & \dot{x}_2 - \dot{x}_2^* = -e_1 - m_2 e_2 - \mu e_3 + \tilde{\theta}, \\ \dot{e}_3 = & \mu e_2 - \frac{1}{\mu} (m_2 + m_1) \tilde{\theta} - u_{f_1} - m_3 e_3 + \varepsilon_1. \end{aligned}$$

通过坐标变换可得到

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 = z_2 = \dot{e}_1 = & -m_1 e_1 + e_2, \\ \dot{z}_2 = z_3 = & -m_1 \dot{e}_1 + \dot{e}_2 = \\ & (m_1^2 - 1)e_1 - (m_2 + m_1)e_2 - \mu e_3 + \tilde{\theta}, \\ \dot{z}_3 = & (-m_1^3 + 2m_1 + m_2)z_1 + v_1 - \mu \varepsilon_1, \end{aligned}$$

其中 v_1 满足

$$\begin{aligned} u_{f_1} = & \frac{-1}{\mu} \left\{ -v_1 + [(m_1^2 + m_2^2 + m_1 m_2 - 1)e_2] - \dot{\tilde{\theta}} \right\} - \\ & (m_1 + m_2 + m_3)e_3 + \mu e_2. \end{aligned} \quad (33)$$

由 z_1, z_2, z_3 构造线性状态方程

$$\dot{\mathbf{Z}}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{Z}_1 + \mathbf{B}_{11} w_1 + \mathbf{B}_{12} v_1. \quad (34)$$

其中

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -m_1^3 + 2m_1 + m_2 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{11} = \mathbf{B}_{12} = [0, 0, 1]^T, w_1 = -\mu \varepsilon_1, \mathbf{Z}_1 = [z_1, z_2, z_3]^T.$$

当输出为

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{C}_1 \mathbf{Z}_1, \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$m_1 = 3, m_2 = 3$$

时, 利用LMI工具箱的mincx命令, 求解线形矩阵不等式(25)可得

$$\gamma_{\min} = 2.9862 \times 10^{-6},$$

$$\mathbf{W} = [0.0078 \quad -0.0019 \quad -1],$$

$$\mathbf{P}^* = \begin{bmatrix} 1.8850 & -1.1582 & 0.9770 \\ -1.1582 & 0.9110 & -0.5512 \\ 0.9770 & -0.5512 & 0.6209 \end{bmatrix},$$

$$v_1 = \mathbf{W} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Z}_1 = 6.5771 z_1 + 2.4276 z_2 - 9.8039 z_3.$$

将 v_1 代入式(33)可得 u_{f_1} , 将 u_{f_1} 代入式(31)可得 u_1 .

由上述推导可得到

$$\begin{aligned} z_1 = e_1 = x_1, z_2 = & -m_1 e_1 + e_2 = x_2, \\ z_3 = & -m_1 \dot{e}_1 + \dot{e}_2 = \dot{x}_2. \end{aligned}$$

注3 OP-ARADC具有以下特点:

- 1) 能够保证子系统稳定;
- 2) 含有参数自适应功能;
- 3) 考虑了干扰到输出的最小增益 γ , 并能保证

$$J = \int_0^T (\|y\|^2 + \|v\|^2 - \gamma^2 \|\varepsilon\|^2) dt \text{ 最小};$$

4) 具有最优控制的效果, 在不考虑干扰的情况下, 可保证 $J = \int_0^\infty (\mathbf{Z}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z} + v^T \mathbf{R} v) dt = J_{\min}$.

2.2 式(28)的OP-ARADC推导

取

$$\begin{aligned} \theta = & a_1 x_5, V_4 = e_4^2/2, \\ V_5 = & \frac{e_4^2}{2} + \frac{e_5^2}{2}, V_6 = V_5 + \frac{e_6^2}{2} + \frac{1}{2\rho} \tilde{\theta}^2. \end{aligned}$$

按照第2.1节的计算步骤, 得到励磁控制律和参数替换律分别为

$$\begin{aligned} u_2 = & a_3 \sin(x_4 + \delta_0) e_5 - a_6 \cos(x_4 + \delta_0) + \\ & [N(\hat{\theta}) - M(\hat{\theta}) + D] - a_5 x_6 + a_7 - u_{f_2} - m_6 e_6, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \rho \left[e_5 + \frac{(m_4 + m_5) e_6}{a_3 \sin(x_4 + \delta_0)} \right]. \quad (36)$$

其中

$$\begin{aligned} N(\hat{\theta}) = & \frac{\cos(x_4 + \delta_0) x_5}{a_3 \sin^2(x_4 + \delta_0)} [e_4 + a_1 x_4 + \hat{\theta} + m_4 x_5 + \\ & a_4 \sin(x_4 + \delta_0) + K_0 + m_5 e_5], \\ M(\hat{\theta}) = & \frac{1}{a_3 \sin(x_4 + \delta_0)} [x_5 (1 + a_1) + \dot{\hat{\theta}} + a_4 \cos(x_4 + \delta_0) x_5 + \\ & m_4 [a_1 x_4 + \hat{\theta} - (a_3 x_6 - a_4) \sin(x_4 + \delta_0) + K_0]], \\ D = & \frac{m_5}{a_3 \sin(x_4 + \delta_0)} [-e_4 - m_5 e_5 + a_3 \sin(x_4 + \delta_0) e_6]. \end{aligned}$$

按照第 2.1 节的步骤, 得到误差系统模型为

$$\begin{aligned} \dot{e}_4 &= -m_4 e_4 + e_5, \\ \dot{e}_5 &= -e_4 + \tilde{\theta} - m_5 e_5 - a_3 \sin(x_4 + \delta_0) e_6 + \varepsilon_2, \\ \dot{e}_6 &= a_3 \sin(x_4 + \delta_0) e_5 - \frac{(m_4 + m_5) \tilde{\theta}}{a_3 \sin(x_4 + \delta_0)} - \\ &\quad \frac{(m_4 + m_5) \varepsilon_2}{a_3 \sin(x_4 + \delta_0)} + \varepsilon_3 - u_{f2} - m_6 e_6. \end{aligned}$$

通过坐标变换得到

$$\begin{aligned} \dot{z}_4 &= z_5 = \dot{e}_4 = -m_4 e_4 + e_5, \\ \dot{z}_5 &= z_6 + \varepsilon_2 = \\ &\quad (m_4^2 - 1) e_1 - (m_4 + m_5) e_5 - \\ &\quad a_3 \sin(x_4 + \delta_0) e_6 + \tilde{\theta} + \varepsilon_2, \\ \dot{z}_6 &= (-m_4^3 + 2m_4 + m_5) z_4 + v_2 - w_2, \end{aligned}$$

其中 v_2 满足

$$\begin{aligned} u_{f2} &= \\ &\quad \frac{-1}{a_3 \sin(x_4 + \delta_0)} \{ -v_2 - \dot{\tilde{\theta}} + [(m_4^2 + m_5^2 + \\ &\quad m_4 m_5 - 1) e_5] \} - (m_4 + m_5 + m_6) e_6 + \\ &\quad a_3 \sin(x_4 + \delta_0) e_2. \end{aligned} \quad (37)$$

由 z_4, z_5, z_6 可构造线性状态方程

$$\dot{\mathbf{Z}}_2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{B}_{21} \mathbf{w}_2 + \mathbf{B}_{22} v_2. \quad (38)$$

其中

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -m_4^3 + 2m_4 + m_5 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{22} = [0, 0, 1]^T, \quad \mathbf{Z}_2 = [z_4, z_5, z_6]^T, \quad \mathbf{w}_2 = [w_1, w_2]^T,$$

$$w_1 = \varepsilon_2, \quad w_2 = -2(m_4 + m_5) \varepsilon_2 - a_3 \sin(x_4 + \delta_0) \varepsilon_3.$$

当输出为

$$\mathbf{y}_2 = \mathbf{C}_2 \mathbf{Z}_2, \quad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$m_4 = 2, \quad m_5 = 1$$

时, 利用 LMI 工具箱中的 mincx 命令, 求解不等式 (25) 可得

$$\gamma_{\min} = 8.15 \times 10^{-7},$$

$$\mathbf{W} = [-0.0033 \quad 0.0015 \quad -1],$$

$$\mathbf{P}^* = \begin{bmatrix} 2.1428 & -1.2848 & 1.0443 \\ -1.2848 & 0.8714 & -0.5255 \\ 1.0443 & -0.5255 & 0.6425 \end{bmatrix}.$$

此时的最优控制为

$$v_2 = 32.7984 z_4 + 30.127 z_5 - 30.2289 z_6.$$

将 v_2 代入式 (37) 得到 u_{f2} , 将 u_{f2} 代入式 (35) 得到 u_2 .

3 仿真实验

为了验证 OP-ARADC 的效果, 对励磁和速度综合控制系统 (27) 进行仿真实验, 相关参数如下:

$$\mu = 0.2, \quad K_1 = 0.02, \quad a_1 = 0.32, \quad a_2 = 0.06,$$

$$a_3 = 1.6, \quad a_4 = 1.7, \quad a_5 = 5.4,$$

$$a_6 = 4.33, \quad a_7 = 3.75, \quad K_0 = 5.7, \quad f_g = 1.8,$$

$$\alpha = 152.2, \quad \beta = 4.2.$$

3.1 输出突然短路时的控制效果

假设移动电站输出在 0.2 s 时突然短路, 并在 0.3 s 时恢复正常. 采用 PID 控制 (比例系数为 20, 积分系数为 70, 微分系数为 0), 系统状态参量和控制输入变化如图 1 所示. 采用 OP-ARADC 时, 控制参数为

$$m_1 = m_2 = m_3 = 1,$$

$$m_4 = 2, \quad m_5 = 1, \quad m_6 = 2,$$

状态参量和控制输入变化如图 2 所示.

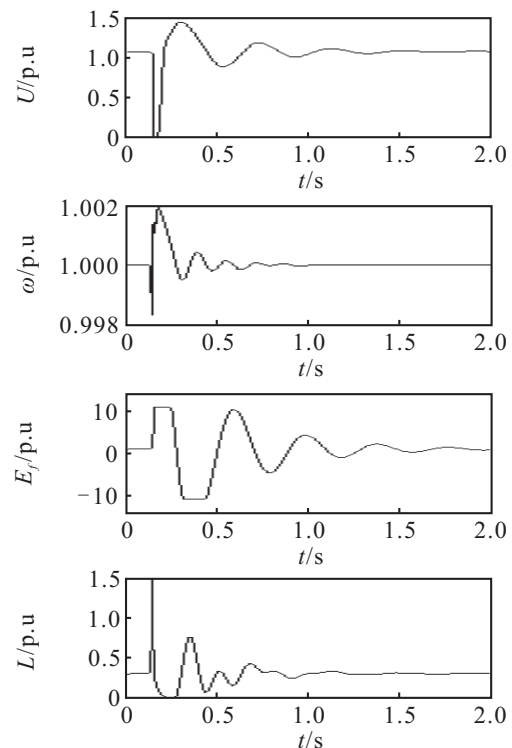


图 1 PID 控制方式下关键状态变量变化曲线

比较图 1 和图 2 可见: OP-ARADC 控制速度较快, 在外部存在扰动和干扰输入时, 通过选取恰当的 $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6$ 值, 可有效提高系统的稳定速度. 当发生突然短路时, 系统运行点变化较大, 而 PID 参数是在系统模型固定运行点调试得到的, 未考虑系统的非线性特性, 但是 OP-ARADC 的控制律和参数自适应律完整保留了系统的非线性特性, 且在求解过程中, 未作任何近似线性化处理, 因此, 相对于 PID 控制, OP-ARADC 具有较好的控制效果.

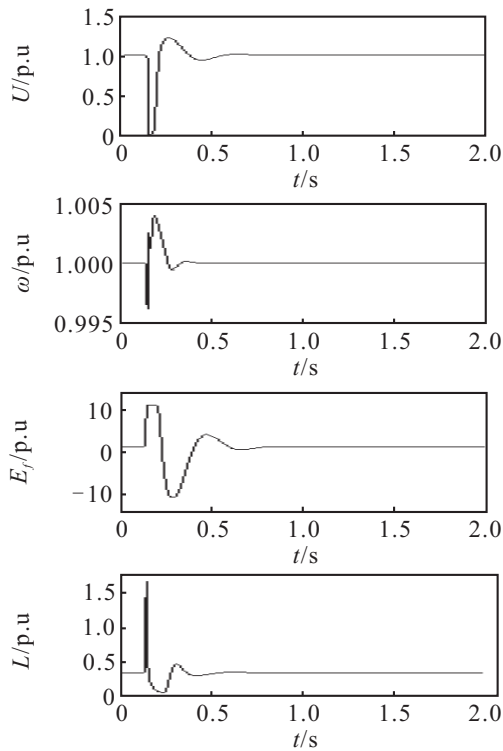


图2 OP-ARADC方式下关键状态变量变化曲线

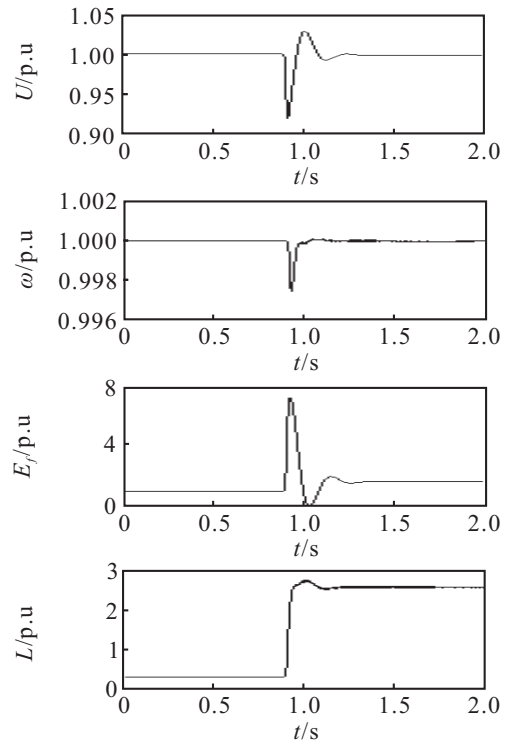


图4 OP-ARADC方式下励磁系统状态参数变化曲线

3.2 输出功率突然增加时的控制效果

当突然增加功率因数为0.8的75%额定负载时, 采用PID控制(参数同上), 系统状态参量和控制输入变化如图3所示. 采用OP-ARADC方式时, 有

$$m_1 = m_2 = m_3 = 3,$$

$$m_4 = 3, m_5 = 2, m_6 = 2,$$

系统状态参量和控制输入变化如图4所示.

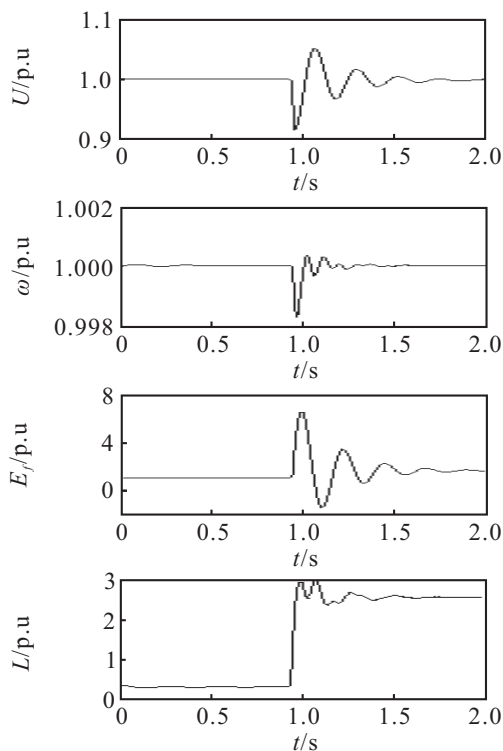


图3 PID控制方式下发电机的状态变化曲线

比较图2~图4可见: OP-ARADC可实现系统鲁棒稳定和参数自适应, 通过加大 $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6$, 可提高状态变量的收敛速度. 同时, 由于综合采用了 H_∞ 最优干扰抑制控制方法, 并选择

$$\int_0^T (\|\mathbf{y}\|^2 + \|v\|^2) dt \leq \gamma^2 \int_0^T (\|\mathbf{w}\|^2) dt$$

为性能指标, 保证了干扰对输出 \mathbf{y} 和控制 v 积分的影响较小, 对提高系统的动态稳定性有利.

4 结论

本文分析并研究了一类分布式多输入系统, 采用状态扩张和反演设计相结合的方法, 提出了一种新的ARADC方法. 同时结合直接反馈线性化和最优控制, 给出了OP-ARADC的实现方法. 移动电站励磁和速度综合控制仿真表明: ARADC和OP-ARADC可以实现各子系统分散鲁棒镇定、参数自适应和DMIS的整体鲁棒稳定; OP-ARADC通过求解LMI不等式, 可以实现对干扰的最优抑制; 相对于传统的线性控制方法, ARADC和OP-ARADC由于完全保留了系统的非线性特性, 具有较好的动态控制性能.

参考文献(References)

- [1] 李啸骢, 郭栋, 韦化. 超导磁储能与发电机励磁的多指标非线性协调控制[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(28): 29-33.
(Li X C, Guo D, Wei H. Multi-index nonlinear coordinated control for SMES and generator excitation[J]. Proc of the CSEE, 2007, 27(28): 29-33.)
- [2] 阮阳, 袁荣湘. 非线性输出反馈控制的理论改进及其

- 在电力系统励磁控制中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(13): 33-39.
(Ruan Y, Yuan R X. An improvement of nonlinear output feedback control theory and its application to excitation control for power system[J]. Proc of the CSEE, 2011, 31(13): 33-39.)
- [3] 谢争先, 梁志珊, 张化光. 基于哈密顿能量理论的发电机励磁与 ASVG 协调控制[J]. 控制与决策, 2008, 23(5): 567-570.
(Xie Z X, Liang Z S, Zhang H G. Coordinated control of ASVG and generator excitation based on Hamiltonian energy theory[J]. Control and Decision, 2008, 23(5): 567-570.)
- [4] 马进, 席在荣, 梅生伟, 等. 基于 Hamilton 能量理论的发电机汽门与励磁非线性稳定控制器的设计[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(5): 88-93.
(Ma J, Xi Z R, Mei S W, et al. Nonlinear stabilizing controller design for the steam-valving and excitation system based on Hamilton energy theory[J]. Proc of the CSEE, 2002, 22(5): 88-93.)
- [5] 王冰, 季海波, 陈欢, 等. 基于 Hamilton 能量理论的水轮发电机水门与励磁非线性 L_2 控制[J]. 电机与控制学报, 2006, 1(1): 9-13.
(Wang B, Ji H B, Chen H, et al. Nonlinear L_2 design for the water-gate and excitation control of hydro-turbine generator based on hamiltonian energy theory[J]. Electric Machines and Control, 2006, 1(1): 9-13.)
- [6] 王冰, 季海波, 陈欢, 等. 汽轮发电机励磁与汽门协调无源性控制[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(5): 14-18.
(Wang B, Ji H B, Chen H, et al. The coordinated passivity techniques for the excitation and steam valving control of generator[J]. Proc of the CSEE, 2004, 24(5): 14-18.)
- [7] 阮映琴, 王杰. SVC 与发电机励磁无源协调 Backstepping 控制[J]. 电工技术学报, 2004, 24(5): 14-18.
(Ruan Y Q, Wang J. Coordinated control for SVC and generator excitation based on passivity and back-stepping technique[J]. Trans of China Electro-technical Society, 2004, 24(5): 14-18.)
- [8] 张艳, 李少远. 一类串联控制系统的优化设计: Back-stepping 方法[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(3): 481-486.
(Zhang Y, Li S Y. Optimization design for a class of cascade control systems: Back-stepping approach[J]. Control Theory & Application, 2005, 22(3): 481-486.)
- [9] 张侃健, 冯纯伯, 费树岷. 一类不确定非线性系统的鲁棒自适应跟踪[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2000, 30(2): 57-61.
(Zhang K J, Feng C B, Fei S M. Robust adaptive tracking for uncertain nonlinear systems with unmodded dynamics[J]. J of Southeast University: Natural Science Edition, 2000, 30(2): 57-61.)
- [10] 杨小军, 潘泉, 张洪才. 一类非线性系统基于 Back-stepping 的自适应稳定控制[J]. 西北工业大学学报, 2005, 23(1): 28-31.
(Yang X J, Pan Q, Zhang H C. On improving stability of adaptive control for a class of nonlinear systems using Back-stepping[J]. J of Northwestern Poly Technical University, 2005, 23(1): 28-31.)
- [11] 廖煜雷, 万磊, 庄佳园. 欠驱动船路径跟踪的反演自适应动态滑模控制方法[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2012, 43(7): 2655-2661.
(Liao Y L, Wan L, Zhuang J Y. Back-stepping adaptive dynamical sliding mode control method for path following of under actuated surface vessel[J]. J of Central South University: Science and Technology, 2012, 43(7): 2655-2661.)
- [12] Zhang T, Ge S S, Hang C C. Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using back-stepping[J]. Automatica, 2000, 36(12): 1835-1840.
- [13] 谷志锋, 朱长青, 邵天章, 等. 基于气隙磁场定向的无传感器交流跟踪励磁控制研究[J]. 电力自动化设备, 2011, 10(31): 52-56.
(Gu Z F, Zhu C Q, Shao T Z, et al. Study on the AC tracking excitation based on the sensorless air-gap field oriented technology[J]. Electric Power Automatic Equipment, 2011, 10(31): 52-56.)

(责任编辑: 郑晓蕾)