

考虑模型误差的浸出过程优化方法

袁青云^a, 王福利^{a,b}, 何大阔^{a,b}, 张淑宁^a

(东北大学 a. 信息科学与工程学院, b. 流程工业综合自动化国家重点实验室, 沈阳 110004)

摘要: 由于浸出过程较为复杂, 其过程模型难以准确地反映实际过程, 导致基于该模型的过程优化结果不是实际最优值. 基于此, 提出一种考虑模型误差的浸出过程优化方法, 利用高斯混合模型对浸出过程混合模型的误差均值和方差进行描述, 并将其引入优化目标中. 构建考虑模型误差的浸出过程优化模型, 并以二阶振荡粒子群优化算法完成对优化模型的求解. 最后通过仿真实验表明了所提出方法的有效性.

关键词: 浸出过程; 高斯混合模型; 优化模型; 粒子群优化算法

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Optimization method of leaching process considering model error

YUAN Qing-yun^a, WANG Fu-li^{a,b}, HE Da-kuo^{a,b}, ZHANG Shu-ning^a

(a. College of Information Science and Engineering, b. National Key Laboratory of Integrated Automation of Process Industry, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: YUAN Qing-yun, E-mail: yqy8_29@126.com)

Abstract: Due to the leaching process is relatively complex, the process model is difficulty to accurately reflect the actual process, the process optimization results based on the model is not the actual optimal value. Based on that, an optimization method of leaching process considering model error is proposed. The method applies Gaussian mixture model to describe the error mean and the error variance of leaching process hybrid model which are brought into the optimization objectives to establish the optimization model of leaching process with taking the process model error into account. Then the second order oscillation particle swarm optimization algorithm is used to complete the solution of the optimization model. Finally, simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: leaching process; Gaussian mixture model; optimization model; particle swarm optimization algorithm

0 引言

浸出过程作为湿法冶金生产的第1道工序, 是影响金属回收率的关键工序, 该过程的优化控制是整个湿法冶金生产的重要保证. 针对浸出过程的非线性和复杂性, 胡广浩等^[1]建立了浸出过程混合模型, 并将其应用于浸出过程优化中, 在一定程度上提高了浸出率的预测精度, 减少了原料消耗, 但由于浸出过程的矿石种类和品位变化引起不确定信息的影响, 该过程模型不能准确地反映实际过程, 模型误差必然存在, 导致这种不考虑模型误差的优化方法获得的不是实际最优结果. 因此, 需要对考虑模型误差的浸出过程优化方法进行研究.

目前为止, 国内外关于考虑模型误差的浸出过程

优化方法的应用和研究较少, 而考虑模型误差的优化方法在配料过程中的研究进展较大, 如 Shih 等^[2]和 Zhang 等^[3]分别将原料质量参数以随机变量形式引入到汽油调和过程和配煤过程的优化模型中, 进而实现对过程模型误差的处理. 但是, 这种方法需要提前给出质量参数误差的描述, 例如隶属度函数^[4]、置换区间^[5]等. 对于浸出过程而言, 难以获得浸出率误差的数学描述, 因此, 限制了此类方法在浸出过程的应用.

在长期的浸出过程中, 积累了一定的历史数据, 为高斯混合模型(GMM)的应用提供了可能. 鉴于这项技术在复杂工业过程模型校正中的优势^[6], 针对浸出率误差难以描述的特点, 本文提出了一种基于 GMM 的考虑模型误差的浸出过程优化方法. 该方法

收稿日期: 2013-07-16; 修回日期: 2013-09-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074074, 61004083); 国家 863 计划项目(2011AA060204); 国家 973 计划子课题项目(2009CB320601).

作者简介: 袁青云(1986—), 女, 博士生, 从事复杂工业过程建模与优化的研究; 王福利(1957—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业过程建模与优化、故障诊断等研究.

利用 GMM 对浸出过程混合模型误差的均值和方差进行描述, 并将误差均值和方差引入优化目标中, 以实现模型误差的补偿, 减少过程模型与实际过程之间的误差, 使优化结果与实际最优值更接近. 仿真实验表明了所提出方法的合理性和有效性.

1 浸出过程工艺

本文以某黄金冶炼厂为背景, 该厂采用氰化法提取金, 即金氰化浸出过程, 它是一种用氰化物(氰化钠 NaCN) 作浸出剂, 从含金矿物原料中提取金的工艺.

图 1 为所依托背景的金氰化浸出过程简要流程, 由 7 个气力浸出槽串联而成. 该过程首先对入料矿-分离浮选尾矿进行调浆处理, 得到一定浓度的矿浆; 然后矿浆按从左向右的顺序依次流入 7 个浸出槽, 在每个浸出槽中, 尾矿中的金与流入浸出槽的氰化钠和空气发生浸出反应, 最终实现尾矿中的金和杂质的分离, 如下所示:

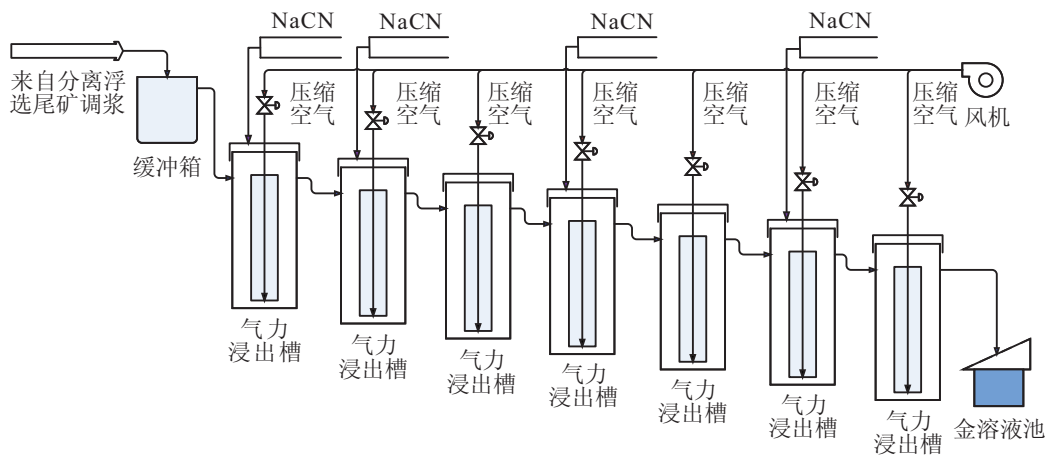
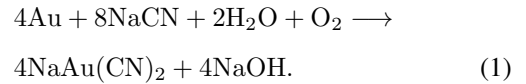


图 1 金氰化浸出过程流程

2 浸出过程优化

下面对浸出过程模型及其相关的优化问题介绍.

2.1 浸出过程模型

浸出率作为浸出过程最主要的生产指标, 直接反映浸出后溶液中有价金属损失的多少^[7]. 因此, 浸出过程模型主要用来实现对浸出率的准确预测, 对于实施浸出过程的优化具有重要意义.

浸出过程在气力浸出槽里进行, 单个浸出槽的机理模型^[8]由固相中的金守恒和液相中的金、氰根离子守恒得到, 表示为

$$\begin{aligned} \frac{Q_s}{M_s}(C_{s0} - C_{s\infty}) - r_{\text{Au}} &= 0, \\ \frac{Q_l}{M_l}(C_{l0} - C_l) - \frac{M_s}{M_l}r_{\text{Au}} &= 0, \\ \frac{Q_l}{M_l}(C_{\text{CN}0} - C_{\text{cn}}) + \frac{Q_{\text{cn}}}{M_l} - r_{\text{cn}} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

其中: Q_s 、 Q_l 分别为矿浆中的矿石和液体的流量, Q_{cn} 为浸出槽中氰化钠的添加流量, M_s 、 M_l 分别为浸出槽中滞留的矿石和液体质量, C_{s0} 为流入浸出槽矿石中金的初始品位, $C_{s\infty}$ 为流出浸出槽矿石中剩余金的品位, C_{l0} 、 C_l 分别为液体中金的初始品位和金的品位, $C_{\text{cn}0}$ 、 C_{cn} 分别为液体中氰根离子的初始浓度和浓度, r_{Au} 、 r_{cn} 分别为金的溶解速度和氰化钠的消耗速度^[9].

由式 (2) 可知流出浸出槽矿石中剩余金的品位, 对于由多个浸出槽串联组成的浸出过程, 根据物料守恒可知, 流出前一个浸出槽的矿石中剩余金的品位等于流入后一个浸出槽矿石中金的初始品位, 即满足以下关系:

$$C_{is0} = C_{(i-1)s\infty}, \quad i = 1, 2, \dots, 7. \quad (3)$$

根据式 (3), 通过对式 (2) 简单地串联可得流出第 7 个浸出槽矿石中剩余金的品位, 且分离浮选尾矿金品位 C_{s0} 即为流入第 1 个槽的矿石中金的初始品位 C_{1s0} , 由此可得图 1 浸出过程的浸出率为

$$y = \frac{C_{s0} - C_{7s\infty}}{C_{s0}}, \quad (4)$$

其中 $C_{7s\infty}$ 为流出第 7 个浸出槽矿石中剩余金的品位.

上述的浸出过程机理模型是在一些假设条件下得到的, 因此机理模型与实际系统之间存在误差. 这里采用文献 [1] 中的浸出过程混合模型, 它利用支持向量机 (SVM) 对机理模型不能描述的误差特性进行补偿.

2.2 浸出过程优化模型

由第 2.1 节可知, 浸出过程的损耗包括 3 个部分: 1) 原矿的消耗; 2) 氰化钠损耗 C_s ; 3) 空压机的电能损耗 C_a . 因此, 浸出过程的生产总成本为

$$W = Q_s \times P_s + C_s + C_a. \quad (5)$$

其中: Q_s 为矿石重量, P_s 为当前矿石价格, C_s 和 C_a 分别为各操作量的损耗所折算的费用.

由浸出过程模型可知, 当处理量一定时, 原矿的消耗和空压机的电能消耗在优化计算时以常数处理, 因此在满足生产要求的前提下, 氰化钠的损耗越少越好. 由以上分析可知, 以第 1 个槽的氰化钠流量 Q_{1cn} 、第 2 个槽的氰化钠流量 Q_{2cn} 、第 4 个槽的氰化钠流量 Q_{4cn} 和第 6 个槽的氰化钠流量 Q_{6cn} 为决策变量. 以浸出过程模型、收率和生产能力为约束条件, 则以浸出过程每小时经济效益最大化为目标的优化模型可以表示为

$$\begin{aligned} \max J &= Q_s \times C_{s0} \times y \times P_{Au} - W; \\ \text{s.t. } y &> \eta, \\ Q_{1cn, \max} &> Q_{1cn} > Q_{1cn, \min}, \\ Q_{2cn, \max} &> Q_{2cn} > Q_{2cn, \min}, \\ Q_{4cn, \max} &> Q_{4cn} > Q_{4cn, \min}, \\ Q_{6cn, \max} &> Q_{6cn} > Q_{6cn, \min}. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: y 为浸出率, 由过程混合模型给出; η 为金的最低回收率; P_{Au} 为当前金的价格.

最后, 利用全局搜索能力较强的二阶振荡粒子群优化 (PSO) 算法^[10]完成对式 (6) 优化问题的求解. 由于浸出过程模型与实际过程存在误差, 导致基于该过程模型的优化得到的不是最优的结果. 下面对考虑模型误差的浸出过程优化方法进行介绍.

3 考虑模型误差的浸出过程优化

考虑模型误差的浸出过程优化是基于 GMM 对浸出率误差特性的描述, 以 GMM 条件误差均值补偿浸出过程混合模型, 提高了过程模型预测精度. 以经济效益最大化和 GMM 条件误差方差最小化为目标, 在提高了浸出率预测结果可靠性的基础上, 使优化结果更接近实际最优值, 进而实现对优化结果可靠性的控制.

3.1 基于 GMM 的浸出率误差描述

GMM 可以用来估计任意的概率分布密度函数, 如同人工神经网络, 当具有足够多的隐含神经元时, 神经网络可以估计任何非线性函数. 因此, 在浸出过程混合模型的基础上, 利用 GMM 对浸出率误差特性进行描述.

GMM 的输入变量向量 \mathbf{x}_e 由浸出过程的操作变量和浸出率误差组成, 即

$$\mathbf{x} = [e, \mathbf{x}_{e-}]^T. \quad (7)$$

其中: $\mathbf{x}_{e-} = [Q_{1cn}, Q_{2cn}, Q_{4cn}, Q_{6cn}]$; $e = y_{\text{actual}} - y$, y 为混合模型的浸出率预测值, y_{actual} 为浸出率的实际值.

浸出率误差概率分布函数为

$$P\left(\frac{e}{\mathbf{x}_{e-}}\right) = \frac{P(\mathbf{x})}{P(\mathbf{x}_{e-})} = \frac{P(\mathbf{x})}{\int_{\Omega_e} P(e, \mathbf{x}_{e-}) de}, \quad (8)$$

$$P(\mathbf{x} | \alpha_j, \boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Sigma}_j) = \sum_{j=1}^m \alpha_j N(\boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Sigma}_j),$$

$$N(\boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Sigma}_j) = \frac{e^{-1/2(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_j)^T \boldsymbol{\Sigma}_j^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_j)}}{\sqrt{2\pi^5 |\boldsymbol{\Sigma}_j|}},$$

$$\sum_{j=1}^m \alpha_j = 1. \quad (9)$$

其中: $P(\mathbf{x})$ 为式 (9) 定义的高斯混合模型联合概率密度分布; $P(e/\mathbf{x}_{e-})$ 为 \mathbf{x}_{e-} 下浸出率误差的概率分布; $0 \leq \alpha_j \leq 1$, α_j 为样本由第 j 个单高斯模型产生的概率; m 为单高斯模型的个数; $N(\boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Sigma}_j)$ 为第 j 个单高斯模型的概率密度分布; $\boldsymbol{\mu}_j$ 、 $\boldsymbol{\Sigma}_j$ 分别为第 j 个单高斯模型的均值向量和协方差矩阵.

由 $\mathbf{x} = [e, \mathbf{x}_{e-}]^T$ 可得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu} &= [\boldsymbol{\mu}_e, \boldsymbol{\mu}_{e-}]^T, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{ee} & \boldsymbol{\Sigma}_{ee-} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{e-e} & \boldsymbol{\Sigma}_{e-e-} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\Sigma}^{-1} &= \boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{ee} & \boldsymbol{\Lambda}_{ee-} \\ \boldsymbol{\Lambda}_{e-e} & \boldsymbol{\Lambda}_{e-e-} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\boldsymbol{\mu}_e$ 、 $\boldsymbol{\mu}_{e-}$ 分别为 e 和 \mathbf{x}_{e-} 的均值向量, 且满足

$$\begin{aligned} &-(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})/2 = \\ &-(\mathbf{x}_e - \boldsymbol{\mu}_e)^T \boldsymbol{\Lambda}_{ee}(\mathbf{x}_e - \boldsymbol{\mu}_e)/2 - \\ &(\mathbf{x}_e - \boldsymbol{\mu}_e)^T \boldsymbol{\Lambda}_{ee-}(\mathbf{x}_{e-} - \boldsymbol{\mu}_{e-})/2 - \\ &(\mathbf{x}_{e-} - \boldsymbol{\mu}_{e-})^T \boldsymbol{\Lambda}_{e-e}(\mathbf{x}_e - \boldsymbol{\mu}_e)/2 - \\ &(\mathbf{x}_{e-} - \boldsymbol{\mu}_{e-})^T \boldsymbol{\Lambda}_{e-e-}(\mathbf{x}_{e-} - \boldsymbol{\mu}_{e-})/2. \end{aligned} \quad (11)$$

式 (11) 左边部分可以展开为

$$\begin{aligned} &-(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})/2 = \\ &-\mathbf{x}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{x}/2 + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu} + \text{const}. \end{aligned} \quad (12)$$

由于式 (11) 等于 (12), 得到

$$\boldsymbol{\Sigma}_{e/e-} = \boldsymbol{\Lambda}_{ee}^{-1}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_e/\mathbf{x}_{e-} &= \boldsymbol{\Sigma}_{e/e-} [\boldsymbol{\Lambda}_{ee} \boldsymbol{\mu}_e - \boldsymbol{\Lambda}_{ee-}(\mathbf{x}_{e-} - \boldsymbol{\mu}_{e-})] = \\ &\boldsymbol{\mu}_e - \boldsymbol{\Lambda}_{ee}^{-1} \boldsymbol{\Lambda}_{ee-}(\mathbf{x}_{e-} - \boldsymbol{\mu}_{e-}), \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $\boldsymbol{\Sigma}_{e/e-}$ 、 $\boldsymbol{\mu}_e/\mathbf{x}_{e-}$ 分别为 \mathbf{x}_{e-} 下 e 的协方差和均值.

为了求得 $\boldsymbol{\Lambda}_{ee}$ 和 $\boldsymbol{\Lambda}_{ee-}$, 由式 (10) 得到

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{ee} & \boldsymbol{\Sigma}_{ee-} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{e-e} & \boldsymbol{\Sigma}_{e-e-} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{ee} & \boldsymbol{\Lambda}_{ee-} \\ \boldsymbol{\Lambda}_{e-e} & \boldsymbol{\Lambda}_{e-e-} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

对式 (15) 的矩阵求逆, 并根据矩阵性质得到

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Lambda}_{ee} &= (\boldsymbol{\Sigma}_{ee} - \boldsymbol{\Sigma}_{ee-} \boldsymbol{\Sigma}_{e-e-}^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_{e-e})^{-1}, \quad \boldsymbol{\Lambda}_{ee-} = \\ &-(\boldsymbol{\Sigma}_{ee} - \boldsymbol{\Sigma}_{ee-} \boldsymbol{\Sigma}_{e-e-}^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_{e-e})^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_{ee-} \boldsymbol{\Sigma}_{e-e-}^{-1}. \end{aligned} \quad (16)$$

将式 (16) 代入 (14), 可得

$$\mu_{e/x_{e-}} = \mu_e - \Sigma_{ee} - \Sigma_{e-e-}^{-1} (x_{e-} - \mu_{e-}). \quad (17)$$

由式 (17) 可得浸出率误差方差为

$$\sigma_{e/x_{e-}}^2 = \int_{\Omega_e} (e - \mu_{e/x_{e-}})^2 P(e/x_{e-}) de. \quad (18)$$

3.2 考虑模型误差的浸出过程优化模型

$\mu_{e/x_{e-}}$ 可以直接用来补偿混合模型的浸出率预测值, 提高浸出率的精确性, $\sigma_{e/x_{e-}}^2$ 用来指示浸出率预测结果的可靠性. 在浸出过程优化中, 为了减少过程模型与实际过程之间的误差, 需要提高浸出率预测结果的可靠性, 使优化结果接近实际最优值, 以经济效益最大和模型误差的方差最小为目标, 浸出过程优化目标为

$$\begin{aligned} \max J &= Q_s \times C_{s0} \times (y + \mu_{e/x_{e-}}) \times P_{Au} - W, \\ \min \sigma_{e/x_{e-}} &. \end{aligned} \quad (19)$$

考虑模型误差的浸出过程优化模型可以表示为

$$\begin{aligned} \max J &= Q_s \times C_{s0} \times (y + \mu_{e/x_{e-}}) \times P_{Au} - W; \\ \min \sigma_{e/x_{e-}} &. \end{aligned}$$

$$\text{s.t. } y + \mu_{e/x_{e-}} > \eta,$$

$$Q_{icn,max} > Q_{icn} > Q_{icn,min},$$

$$i = 1, 2, 4, 6. \quad (20)$$

将式 (20) 的多目标优化问题以目标加权的形式转化为单目标优化问题, 则优化目标转换为

$$\min(-J + w\sigma_{e/x_{e-}}), \quad (21)$$

其中 w 为权重系数.

3.3 考虑模型误差的浸出过程优化

基于二阶振荡 PSO 优化算法的考虑, 模型误差的浸出过程优化按以下步骤进行.

Step 1: 运用采集的浸出过程现场实测数据和第 2.1 节给出的机理模型生成的数据, 对浸出过程混合模型进行训练.

Step 2: 利用现场实测数据和混合模型生成的数据, 采用贝叶斯准则^[11]对单高斯模型的个数 m 进行确定, 并利用 EM 算法^[12]对高斯混合模型的参数 ($\alpha_j, \mu_j, \Sigma_j$) 进行估计, 实现对 GMM 浸出率误差模型的训练.

Step 3: 将训练得到的 GMM 浸出率误差均值和方差引入到浸出过程优化目标中, 构建考虑模型误差的浸出过程优化模型.

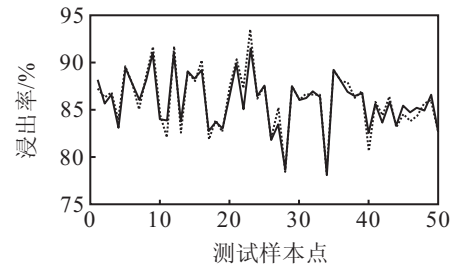
Step 4: 利用二阶振荡 PSO 算法对 Step 3 的优化模型进行求解.

Step 5: 根据优化结果调整操作变量值.

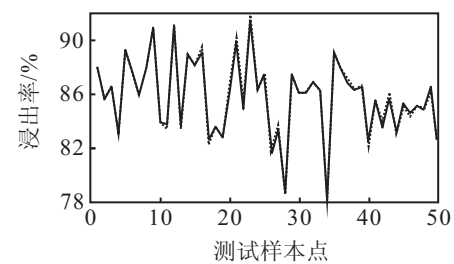
4 仿真分析

为了验证 GMM 对浸出率误差补偿后的预测效果, 以某黄金冶炼厂的浸出过程现场实测数据和训练

好的混合模型生成 200 组数据, 其中 150 组用于训练, 50 组用于测试, 并与混合模型的结果进行比较, 仿真结果如图 2 所示. 图 2 中, 实线为实际值, 虚线为预测值.



(a) 补偿前



(b) GMM 误差补偿后

图 2 浸出率预测效果比较

表 1 列出了两种方法的预测最大绝对误差 (MAE) 和均方根误差 (RMSE) 比较结果. 由表 1 可见, 经 GMM 补偿误差后, 预测精度更高. 将本文所提出的方法和第 2 节提到的不考虑模型误差的浸出过程优化方法均应用到该厂的浸出过程进行仿真实验, 且均采用二阶振荡 PSO 算法实现对优化模型的求解, 算法参数设置为: 粒子数 50, 最大迭代次数 20, 惯性权重 $w = 0.8$, 学习因子 c_1, c_2 分别为 1.2 和 0.9, 结果如图 3 所示.

表 1 浸出率预测性能指标

模型	MAE	RMSE
混合模型	0.8128	0.0175
GMM 误差补偿模型	0.3621	0.0081

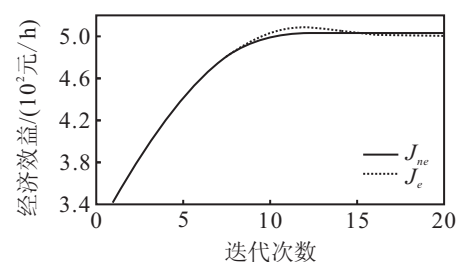


图 3 两种优化得到的经济效益值

在图 3 中, J_{ne} 为不考虑模型误差优化得到的经济效益值, J_e 为考虑模型误差优化得到的经济效益值. 对 GMM 误差补偿模型和混合模型的误差方差进行比较, 结果如图 4 所示.

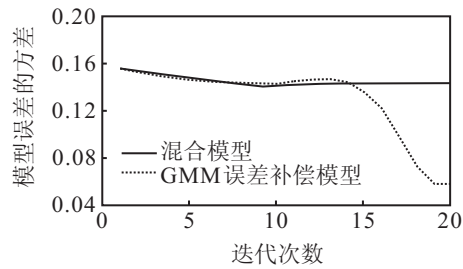


图4 模型误差的方差

为了验证考虑模型误差方法得到的优化结果的可靠性,根据两种优化方法得到的结果调整操作变量值,结果如表2所示.表2中,优化值是指优化得到的,实际值是根据优化结果调整操作变量值并应用于实际过程得到的.

表2 优化结果的比较

类型	不考虑模型误差优化		考虑模型误差优化	
	优化值	实际值	优化值	实际值
经济效益/(元/h)	508.6111	465.0890	501.5935	489.8390
浸出率/%	85.75	85.396	85.72	85.625
$Q_{1cn}/(\text{kg/h})$	196.7891	-	213.6796	-
$Q_{2cn}/(\text{kg/h})$	139.4434	-	146.7064	-
$Q_{4cn}/(\text{kg/h})$	183.5401	-	185.5360	-
$Q_{6cn}/(\text{kg/h})$	106.1222	-	88.3409	-

由表2可见,本文提出的优化方法得到的实际经济效益高于不考虑模型误差的优化方法.由图3和图4可知,本文方法对经济效益和模型误差方差进行了折衷,最终找出了模型误差方差较小且满足浸出过程优化要求的经济效益值,进而提高了优化结果的可靠性.

5 结论

本文基于高斯混合模型,在浸出过程优化问题的基础上,提出了一种考虑模型误差的浸出过程优化方法.利用高斯混合模型对浸出过程混合模型的误差特性进行描述,并将其引入到浸出过程优化目标中,实现对过程模型与实际过程之间误差的补偿,提高了优化结果的可靠性.对某黄金冶炼厂的浸出过程进行仿真实验,结果表明所提出的优化方法在优化结果与实际最优值接近程度方面,优于不考虑模型误差的浸出过程优化方法,同时所提出的优化方法不仅能够满足过程优化控制的要求,而且为浸出过程的优化控制提供了更可靠的工具和手段.

参考文献(References)

[1] 胡广浩,毛志忠,何大阔.浸出过程浸出率预测与在线优化[J].系统工程学报,2011,26(4):524-530.

(Huang G H, Mao Z Z, He D K. Prediction of leaching rate and on-line optimization operation of leaching process[J]. J of System Engineering, 2011, 26(4): 524-530.)

[2] Shih J S, Frey H C. Coal blending optimization under uncertainty[J]. European J of Operational Research, 1995, 83(3): 452-465.

[3] Zhang Y, Monder D. Real-time optimization under parametric uncertainty: A probability constrained approach[J]. J of Process Control, 2002, 12(3): 373-389.

[4] Gu J C, Wan B W. Steady state hierarchical optimizing control for large-scale industrial process with fuzzy parameters[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 2001, 31(3): 352-360.

[5] Nie X H, Huang G H, Li Y P, et al. A hybrid interval-parameter fuzzy robust programming approach for waste management planning under uncertainty[J]. J of Environmental Management, 2007, 84(1): 1-11.

[6] Yang Y Y, Mahdi M. Probabilistic characterization of model error using Gaussian mixture model-with application to Charpy impact energy prediction for alloy steel[J]. Control Engineering Practice, 2012, 20(1): 82-92.

[7] 胡广浩,毛志忠,周俊武,等.湿法冶金浸出过程建模与仿真研究[J].系统仿真学报,2011,23(6):1220-1224.
(Hu G H, Mao Z Z, Zhou J W, et al. Study on modeling and simulation for leaching process of hydrometallurgy[J]. J of System Simulation, 2011, 23(6): 1220-1224.)

[8] Crundwell F K, Godorr S A. A mathematical model of the leaching of gold in cyanide solutions[J]. Hydrometallurgy, 1997, 44(2): 147-162.

[9] Andrade lima L, Hodouin D. Residence time distribution for a mechanically agitated cyanidation tank[J]. Minerals Engineering, 2005, 18(6): 613-621.

[10] 龚纯,王正林.精通Matlab最优化计算[M].北京:电子工业出版社,2009:296-299.
(Gong C, Wang Z L. To be proficient in Matlab optimization calculation[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009: 296-299.)

[11] 储岳中.一类基于贝叶斯信息准则的k-均值聚类算法[J].安徽工业大学学报,2010,27(4):409-412.
(Chu Y Z. An k means clustering algorithm based on Bayesian information criterion[J]. J of Anhui University of Technology, 2010, 27(4): 409-412.)

[12] Huang Z K, Chau K W. A new image threshold method based on Gaussian mixture model[J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 205(2): 899-907.

(责任编辑:郑晓蕾)