

大加减速轴向移动系统鲁棒边界控制

刘 屿¹, 邬依林^{1,2}, 赵志甲¹

(1. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广州 510640; 2. 广东第二师范学院 计算机科学系, 广州 510310)

摘要: 针对具有大加减速的轴向移动系统, 为有效抑制结构振动和避免控制溢出问题, 将鲁棒边界控制技术 with Lyapunov 直接法相结合, 基于结构无限维模型设计鲁棒边界控制器对结构振动进行主动控制. 使用符号函数处理未知扰动, 提高了控制器系统鲁棒性, 并对控制系统的稳定性和一致有界性进行了验证. 仿真结果表明, 所提出的鲁棒边界控制方法能有效抑制结构的振动.

关键词: 大加减速; 轴向移动结构; 鲁棒边界控制; 几何非线性; 稳定性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Robust boundary control of an axially moving system with high ac-deceleration

LIU Yu¹, WU Yi-lin^{1,2}, ZHAO Zhi-jia¹

(1. School of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;

2. Department of Computer Science, Guangdong University of Education, Guangzhou 510310, China. Correspondent: LIU Yu, E-mail: auylau@scut.edu.cn)

Abstract: To suppress structure vibration and avoid control spillover, a robust boundary controller is proposed for active vibration control of an axially moving system with high ac-deceleration. The proposed robust boundary controller, which is based on the infinite-dimensional model of the axially moving system, employs the robust boundary technique and Lyapunov's direct method to reduce the axially moving system vibration. The robustness of designed controller is developed by using the sign function for eliminating the influence of uncertain disturbances. With the proposed robust boundary control method, the control system stability and uniform boundary are both achieved. Simulation results indicate that the proposed robust boundary control method effectively suppresses the vibration of the axially moving structure.

Key words: high ac-deceleration; axially moving structure; robust boundary control; geometric nonlinearity; stability

0 引言

高速高精度电子制造装备中, 轴向移动结构的弹性变形将产生振动现象, 在时间和空间尺度等方面都直接制约装备的工作性能^[1-2]. 因此, 如何快速地消除或抑制精密电子制造装备中轴向移动结构的振动, 已成为制约精密电子制造, 特别是集成电路(IC)封装工序的瓶颈问题.

轴向移动结构是一类典型的无穷维分布参数系统, 其控制策略设计较为困难. 传统控制方法大多采用基于截断模型进行设计^[3], 但未建模高频模态可能导致溢出效应, 影响系统稳定性. 同时, 若提高系统控制精度, 则控制器阶数将随柔性模态的增加而增加,

从工程角度难以实现^[4]. 边界控制因能避免控制溢出、易构造 Lyapunov 函数等独特优势已广泛应用于柔性结构振动主动控制^[5-9]. 近年来, 轴向移动结构振动控制方面的研究成果^[10-13]将边界控制、自适应和 Lyapunov 直接法等相结合, 基于结构无限维模型进行振动主动控制设计, 取得了较好效果并避免了溢出问题. 然而, 目前国内外研究成果都假设轴向移动结构为匀速运动, 但绝大多数装备中轴向移动结构不仅是变速运动, 通常还是大加减速和高速运动, 结构具有很强的几何非线性特性^[14]. 因此, 目前关于轴向移动结构的动力学模型和振动主动控制方法很难适用于大加减速轴向移动结构的振动控制.

收稿日期: 2013-08-02; 修回日期: 2013-10-31.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61203060); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20120172120033); 2013年广东省省级科技计划项目; 华南理工大学中央高校基本科研业务费项目(2013ZG010, 2013ZM0098).

作者简介: 刘屿(1977—), 男, 副研究员, 从事分布参数系统控制、非线性理论与应用的研究; 邬依林(1970—), 男, 教授, 从事分布式参数系统非线性控制、网络控制等研究.

相比传统直线/指数加减速法在系统启动和结束时存在加速度突变而柔度差, S 曲线加减速通过对启动阶段加速度的衰减来保证电机性能并减小冲击, 具有较好的柔度, 因此在高速高精电子制造装备中得到了广泛应用. 本文以自主研发贴片机(SMT)中大加减速轴向移动结构的振动主动控制为研究对象, 建立包含结构几何非线性特性的动力学模型, 并基于该无限维分布参数模型, 采用 Lyapunov 直接法和 S 曲线加减速法, 设计鲁棒边界控制器对其振动进行主动控制, 抑制其振动, 提高装备加工精度. 基于设计的控制算法, 证明了控制系统的稳定性和一致有界性. 仿真结果表明了所设计控制器的有效性和可靠性.

1 轴向移动系统动力学模型

注1 本文作如下简写假设:

$$(\cdot)(x, t) = (\cdot), (\cdot)_x = \partial(\cdot)/\partial x, (\cdot)_t = \partial(\cdot)/\partial t.$$

图1为SMT中典型轴向移动系统. 坐标系原点O位于其左端, 控制器输入U(t)作用于右端, 且方向向上. w(x, t)为t时刻在结构位置x处的偏移量, m_c为控制器质量, d(t)为末端扰动, L为结构长度.

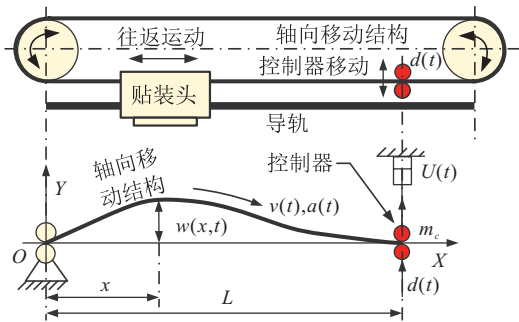


图1 SMT中典型的轴向移动系统

轴向移动系统的运动方程可由广义Hamilton原理表示为^[15]

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta E_k - \delta E_p + \delta W_c - \delta W_b) dt = 0. \quad (1)$$

其中: δ为变分操作符; t₁和t₂为两时刻, t₁ < t < t₂为操作时间段; E_k和E_p分别为动能和势能项; δW_c为非保守力作的虚功, δW_b为右边界虚拟动量.

轴向移动结构的动能可表示为

$$E_k = \frac{1}{2} m_c w_t^2(L, t) + \frac{1}{2} m \int_0^L (w_t + v w_x)^2 dx, \quad (2)$$

其中m为结构单位长度质量. 运动速度为

$$v = v_0 + at. \quad (3)$$

其中: v₀为初始速度, a为运动加速度.

轴向移动结构的势能为

$$E_p = \frac{1}{2} \int_0^L T \varepsilon dx, \quad (4)$$

其中结构的变张力^[12]为

$$T = T_0 + EA w_x^2/2, \quad (5)$$

常数T₀为结构未扰动情况下的张力.

描述位移-应变关系为

$$\varepsilon = w_x^2/2. \quad (6)$$

结构右边界非保守力所作虚功为

$$\delta W_c = (U + d) \delta w(L, t) - c \int_0^L (w_t + v w_x) \delta w dt, \quad (7)$$

其中常数c为轴向移动结构的粘性阻尼系数. 结构右边界处的虚拟动量为

$$\delta W_b = mv[w_t(L, t) + v w_x(L, t)] \delta w(L, t). \quad (8)$$

将式(2)、(4)、(7)和(8)代入(1)中, 应用变分和分部积分得到轴向移动系统的控制方程

$$m w_{tt} - 3EA w_x^2 w_{xx}/2 - T_0 w_{xx}/2 + m a w_x + 2m v w_{xt} + m v^2 w_{xx} + c w_t + c v w_x = 0, \quad (9)$$

其中∀(x, t) ∈ (0, L) × [0, +∞), 则轴向移动系统的边界条件为

$$\begin{cases} w(0, t) = 0, \\ m_c w_{tt}(L, t) + T_0 w_x(L, t)/2 + \\ EA w_x^3(L, t)/2 - d - U = 0, \end{cases} \quad (10)$$

其中∀t ∈ [0, +∞).

假设1 对于结构运动速度v(t)、加速度a(t)和末端扰动d(t), 若存在常数a₁, a₂, a₃ ∈ R⁺, 使得0 ≤ v(t) ≤ a₁, |a(t)| ≤ a₂, |d(t)| ≤ a₃, ∀t ∈ [0, +∞), 则该假设是合理的. 因为v(t)和d(t)为具有有限能量的连续函数, 所以它们是有界的^[8-12].

2 控制器设计

为了抑制轴向移动结构因末端未知扰动引起的振动, 利用Lyapunov直接法在其右边界构造一个鲁棒边界控制器, 通过控制作用减小结构振动偏移量.

2.1 预备知识

引理1 若φ₁(x, t), φ₂(x, t) ∈ R, σ > 0, 其中x ∈ [0, L], t ∈ [0, +∞), 则有^[6-9]

$$\begin{cases} \phi_1 \phi_2 \leq |\phi_1 \phi_2| \leq \phi_1^2 + \phi_2^2, \forall \phi_1, \phi_2 \in R, \\ |\phi_1 \phi_2| = \left| \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma}} \phi_1 \right) (\sqrt{\sigma} \phi_2) \right| \leq \frac{1}{\sigma} \phi_1^2 + \sigma \phi_2^2. \end{cases} \quad (11)$$

引理2 若φ(x, t) ∈ R为x ∈ [0, L]和t ∈ [0, +∞)的函数, 且满足边界条件^[6-9]

$$\phi(0, t) = 0, \forall t \in [0, +\infty), \quad (12)$$

则有

$$\begin{cases} \int_0^L \phi^2 dx \leq L^2 \int_0^L \phi_x^2 dx, \\ \phi^2 \leq L \int_0^L \phi_x^2 dx, \forall x \in [0, L]. \end{cases} \quad (13)$$

2.2 边界控制

基于轴向移动系统的控制方程(9)和边界条件(10), 提出鲁棒控制律为

$$U = -k[w_t(L, t) + k_1 w_x(L, t) + k_2 w(L, t)] - m_c[k_1 w_{xt}(L, t) + k_2 w_t(L, t)] -$$

$$\text{sgn}[w_t(L, t) + k_1 w_x(L, t) + k_2 w(L, t)] d_m. \quad (14)$$

其中: $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数; $k, k_1, k_2 > 0$ 为控制增益; $d_m = \max |d(t)|$.

注 2 边界控制器 (14) 中, $w(L, t)$ 和 $w_x(L, t)$ 可分别由位移和倾角传感器测得, $w_t(L, t)$ 和 $w_{xt}(L, t)$ 分别由 $w(L, t)$ 和 $w_x(L, t)$ 后向差分算法计算得到. 此控制器无需知道扰动量精确模型, 且利用符号函数处理未知扰动, 因此对系统参数的变化具有稳定鲁棒性.

选定 Lyapunov 函数

$$V = V_1 + V_2 + V_3. \quad (15)$$

其中: 能量项为

$$V_1 = \frac{1}{2} k_1 \int_0^L [m(w_t + v w_x)^2 + T \varepsilon] dx, \quad (16)$$

附加项为

$$V_2 = m_c [w_t(L, t) + k_1 w_x(L, t) + k_2 w(L, t)]^2 / 2, \quad (17)$$

交叉项 $V_3(t)$ 为

$$V_3 = k_2 m \int_0^L (w w_t + 2v w_t w_x + 2v^2 w_x^2) dx. \quad (18)$$

引理 3 由式 (15) 给定的 Lyapunov 函数具有如下上下界:

$$0 \leq \vartheta_1 (V_1 + V_2) \leq V \leq \vartheta_2 (V_1 + V_2), \quad (19)$$

其中 ϑ_1, ϑ_2 为两正常数.

证明 应用不等式 (11) ~ (13), 由式 (18) 可得

$$\begin{aligned} |V_3| &\leq k_2 m L^2 \int_0^L w_x^2 dx + 2k_2 m \int_0^L v w_t w_x dx + \\ &k_2 m \int_0^L w_t^2 dx + 2k_2 m \int_0^L v^2 w_x^2 dx \leq \\ &k_2 m (L^2 + a_1^2) \int_0^L w_x^2 dx + \\ &k_2 m \int_0^L (w_t + v w_x)^2 dx \leq \xi V_1, \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $\xi = \frac{\max[k_2 m (L^2 + a_1^2), k_2 m]}{\min(0.25 k_1 T_0, 0.5 k_1 m)}$. 式 (20) 改写为

$$-\xi V_1 \leq V_3 \leq \xi V_1. \quad (21)$$

若适当选取 ξ , 则可以得到

$$\xi_1 = 1 - \xi > 0, \quad \xi_2 = 1 + \xi > 1. \quad (22)$$

将不等式 (22) 分别代入 (21), 可得

$$0 < \xi_1 V_1 \leq V_1 + V_3 \leq \xi_2 V_1. \quad (23)$$

结合 Lyapunov 函数 (15), 由式 (23) 可得

$$0 \leq \vartheta_1 (V_1 + V_2) \leq V \leq \vartheta_2 (V_1 + V_2). \quad (24)$$

其中: $\vartheta_1 = \min(\xi_1, 1), \vartheta_2 = \max(\xi_2, 1)$. \square

引理 4 由式 (15) 给定的候选 Lyapunov 函数对时间的导数具有如下上界:

$$V_t \leq -\vartheta V + \varepsilon, \quad (25)$$

其中 $\vartheta, \varepsilon > 0$.

证明 将式 (15) 对时间求导, 有

$$V_t = V_{1t} + V_{2t} + V_{3t}. \quad (26)$$

由式 (16) 可得

$$V_{1t} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4. \quad (27)$$

其中

$$\begin{aligned} A_1 &= k_1 m \int_0^L (a w_t w_x + a v w_x^2) dx, \\ A_2 &= k_1 m \int_0^L (w_t w_{tt} + v w_x w_{tt}) dx, \\ A_3 &= k_1 m \int_0^L (v w_t w_{xt} + v^2 w_x w_{xt}) dx, \\ A_4 &= \frac{1}{2} k_1 \int_0^L (T_0 w_x w_{xt} + E A w_x^3 w_{xt}) dx. \end{aligned}$$

将式 (9) 代入 A_2 , 应用分部积分, 得

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{3k_1 E A v}{8} w_x^4(L, t) + \frac{k_1 T_0 v - 2k_1 m v^3}{4} w_x^2(L, t) - \\ &\frac{3k_1 E A v}{8} w_x^4(0, t) - \frac{k_1 T_0 v - 2k_1 m v^3}{4} w_x^2(0, t) - \\ &2k_1 m v^2 w_x(L, t) w_t(L, t) - k_1 m v w_t^2(L, t) - \\ &- k_1 c \int_0^L v^2 w_x^2 dx + \frac{k_1 T_0}{2} \int_0^L w_t w_{xx} dx + \\ &k_1 m v^2 \int_0^L w_t w_{xx} dx - k_1 m v a \int_0^L w_x^2 dx - \\ &k_1 m a \int_0^L w_t w_x dx - 2k_1 c \int_0^L v w_t w_x dx - \\ &k_1 c \int_0^L w_t^2 dx + \frac{3k_1 E A}{2} \int_0^L w_x^2 w_t w_{xx} dx. \end{aligned} \quad (28)$$

对 A_3 和 A_4 进行分部积分, 可得

$$\begin{aligned} A_3 &= k_1 m v^2 w_x(L, t) w_t(L, t) + \\ &\frac{k_1 m v}{2} w_t^2(L, t) - k_1 m \int_0^L v^2 w_t w_{xx} dx, \\ A_4 &= \frac{k_1 T_0}{2} w_t(L, t) w_x(L, t) + \frac{k_1 E A}{2} \times \\ &w_t(L, t) w_x^3(L, t) - \frac{k_1 T_0}{2} \int_0^L w_t w_{xx} dx - \\ &\frac{3k_1 E A}{2} \int_0^L w_t w_x^2 w_{xx} dx. \end{aligned} \quad (29)$$

将式 (28)、(29) 和 A_1 代入 (27), 结合系统边界条件 (10), 有

$$\begin{aligned} V_{1t} &= -\frac{3k_1 E A v}{8} w_x^4(0, t) - \frac{k_1 T_0 v - 2k_1 m v^3}{4} w_x^2(0, t) + \\ &\frac{3k_1 E A v}{8} w_x^4(L, t) + \frac{k_1 T_0 v - 2k_1 m v^3}{4} w_x^2(L, t) - \\ &\frac{k_1 m v}{2} w_t^2(L, t) + \frac{E A k_1}{2} w_t(L, t) w_x^3(L, t) + \\ &\frac{k_1 T_0}{2} w_x(L, t) w_t(L, t) - c k_1 \int_0^L w_t^2 dx - \\ &k_1 m v^2 w_x(L, t) w_t(L, t) - c k_1 \int_0^L v^2 w_x^2 dx - \\ &2c k_1 \int_0^L v w_t w_x dx. \end{aligned} \quad (30)$$

将式 (17) 对时间求导, 并代入控制律 (14), 可得

$$\begin{aligned} V_{2t} &\leq -k [w_t(L, t) + k_1 w_x(L, t) + k_2 w(L, t)]^2 - \\ &\frac{k_1 E A}{2} w_x^4(L, t) - \frac{k_1 T_0}{2} w_x^2(L, t) - \\ &\left[\frac{T_0}{2} w_t(L, t) + \frac{k_2 T_0}{2} w(L, t) \right] w_x(L, t) - \\ &\left[\frac{E A}{2} w_t(L, t) + \frac{k_2 E A}{2} w(L, t) \right] w_x^3(L, t). \end{aligned} \quad (31)$$

将式(18)对时间求导,可得

$$V_{3t} = B_1 + B_2 + B_3. \quad (32)$$

其中

$$B_1 = 2k_2m \int_0^L vw_t w_{xt} dx,$$

$$B_2 = k_2m \int_0^L (ww_{tt} + 2vw_x w_{tt}) dx,$$

$$B_3 = k_2m \int_0^L (w_t^2 + 2aw_t w_x + 4vaw_x^2 + 4v^2 w_x w_{xt}) dx.$$

对 B_1 进行分部积分,可得

$$B_1 = k_2mvw_t^2(L, t). \quad (33)$$

将式(9)代入 B_2 中,并应用分部积分可得

$$\begin{aligned} B_2 = & \frac{k_2EA}{2} w(L, t) w_x^3(L, t) - \frac{k_2ma + k_2cv}{2} w^2(L, t) + \\ & \frac{3k_2EA v}{4} [w_x^4(L, t) - w_x^4(0, t)] + \\ & \frac{k_2T_0v - 2k_2mv^3}{2} [w_x^2(L, t) - w_x^2(0, t)] + \\ & \left(\frac{k_2T_0}{2} - k_2mv^2 \right) w(L, t) w_x(L, t) - \\ & 2k_2mvw(L, t) w_t(L, t) - k_2 \int_0^L [cw w_t + \\ & EA w_x^4/2 + (2cv^2 + 2mav - mv^2 + T_0/2) w_x^2 + \\ & 4mv^2 w_x w_{xt} + 2(cv - mv) w_t w_x] dx. \quad (34) \end{aligned}$$

将式(33)、(34)和 B_3 代入(32),结合系统边界条件(10)和不等式(11)~(13),有

$$\begin{aligned} V_{3t} \leq & -\frac{3k_2EA v}{4} w_x^4(0, t) - \frac{k_2T_0v - 2k_2mv^3}{2} w_x^2(0, t) + \\ & \frac{3k_2EA v}{4} w_x^4(L, t) + \frac{k_2T_0}{2} w(L, t) w_x(L, t) + \\ & \frac{k_2EA}{2} w(L, t) w_x^3(L, t) - k_2 \left(\frac{ma + cv}{2} - \frac{mv^2}{\delta_1} - \right. \\ & \left. \frac{2mv}{\delta_2} \right) w^2(L, t) + k_2mv(1 + 2\delta_2) w_t^2(L, t) - \\ & k_2(mv^3 - T_0v/2 - mv^2\delta_1) w_x^2(L, t) + \\ & k_2(m + c\delta_3 + 2ma\delta_4) \int_0^L w_t^2 dx - \\ & \frac{k_2EA}{2} \int_0^L w_x^4 dx - k_2(2c - m) \int_0^L v^2 w_x^2 dx - \\ & k_2(T_0/2 - 2mva - cL^2/\delta_3 - 2ma/\delta_4) \int_0^L w_x^2 dx - \\ & 2k_2(c - m) \int_0^L vw_t w_x dx, \quad (35) \end{aligned}$$

其中 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ 为任意正常数.分别将式(30)、(31)、(35)代入(26)中,并结合不等式(11)~(13),可得

$$\begin{aligned} V_t \leq & -k[w_t(L, t) + k_1w_x(L, t) + k_2w(L, t)]^2 - \\ & (k_1mv/2 - 2k_2mv\delta_2 - EA|k_1 - 1|\delta_5/2 - \\ & k_2mv - |k_1T_0 - T_0 - k_1mv^2|\delta_6/2) w_t^2(L, t) - \\ & k_2((ma + cv)/2 - mv^2/\delta_1 - 2mv/\delta_2) w^2(L, t) - \\ & (k_1mv^3/2 - k_1T_0v/4 - k_2T_0v/2 + k_2mv^3 - \\ & k_2mv^2\delta_1 - |k_1T_0 - T_0 - k_1mv^2|/(2\delta_6) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & k_1T_0/2) w_x^2(L, t) - 3EA v(k_1 + 2k_2)/8 w_x^4(0, t) - \\ & (k_1v + 2k_2v)(T_0 - 2mv^2)/4 w_x^2(0, t) + \\ & (3k_1EA v/8 + 3k_2EA v/4 - k_1EA/2) w_x^4(L, t) + \\ & \frac{EA|k_1 - 1|}{2\delta_5} w_x^6(L, t) - \frac{k_2EA}{2} \int_0^L w_x^4 dx - \\ & [k_1c - k_2(m + c\delta_3 + 2ma\delta_4)] \int_0^L w_t^2 dx - \\ & (k_1c + 2k_2c - k_2m) \int_0^L v^2 w_x^2 dx - \\ & (2k_1c + 2k_2c - 2k_2m) \int_0^L vw_t w_x dx - \\ & k_2 \left(\frac{T_0}{2} - 2mva - \frac{cL^2}{\delta_3} - \frac{2ma}{\delta_4} \right) \int_0^L w_x^2 dx, \quad (36) \end{aligned}$$

其中 δ_5, δ_6 为任意正常数.

若选择适当的参数值 $k \sim k_2, \delta_1 \sim \delta_6, \tau_1 \sim \tau_{10}$ 满足如下条件:

$$\begin{aligned} \tau_1 = & k_1mv/2 - 2k_2mv\delta_2 - EA|k_1 - 1|\delta_5/2 - \\ & k_2mv - |k_1T_0 - T_0 - k_1mv^2|\delta_6/2 \geq 0, \\ \tau_2 = & k_1mv^3/2 - k_1T_0v/4 - k_2T_0v/2 + k_2mv^3 - \\ & k_2mv^2\delta_1 - |k_1T_0 - T_0 - k_1mv^2|/(2\delta_6) + k_1T_0/2 \geq 0, \\ \tau_3 = & k_2((ma + cv)/2 - mv^2/\delta_1 - 2mv/\delta_2) \geq 0, \\ \tau_4 = & (k_1v + 2k_2v)(T_0 - 2mv^2)/4 \geq 0, \\ \tau_5 = & 3EA v(k_1 + 2k_2)/8 \geq 0, \\ \tau_6 = & k_2EA/2 > 0, \\ \tau_7 = & k_1c - k_2(m + c\delta_3 + 2ma\delta_4) > 0, \\ \tau_8 = & k_2(T_0/2 - 2mva - cL^2/\delta_3 - 2ma/\delta_4) > 0, \\ \tau_9 = & k_1c + 2k_2c - k_2m > 0, \\ \tau_{10} = & 2k_1c + 2k_2c - 2k_2m > 0, \\ \varepsilon = & \max\{EA(3k_1v + 6k_2v - 4k_1)w_x^4(L, t)/8 + \\ & EA|k_1 - 1|w_x^6(L, t)/2\delta_5\}, \end{aligned}$$

$$\vartheta_3 = \min \left(\frac{2k}{m_c}, \frac{8\tau_6}{k_1m}, \frac{2\tau_7}{k_1m}, \frac{4\tau_8}{k_1T_0}, \frac{2\tau_9}{k_1m}, \frac{\tau_{10}}{k_1m} \right),$$

则式(36)可以改写为

$$\begin{aligned} V_t \leq & -k[w_t(L, t) + k_1w_x(L, t) + k_2w(L, t)]^2 - \\ & \tau_1 w_t^2(L, t) - \tau_2 w_x^2(L, t) - \tau_3 w^2(L, t) - \\ & \tau_4 w_x^2(0, t) - \tau_5 w_x^4(0, t) - \tau_6 \int_0^L w_x^4 dx - \\ & \tau_7 \int_0^L w_t^2 dx - \tau_8 \int_0^L w_x^2 dx - \tau_9 \int_0^L v^2 w_x^2 dx - \\ & \tau_{10} \int_0^L vw_t w_x dx + \varepsilon \leq -\vartheta_3(V_1 + V_2) + \varepsilon. \quad (37) \end{aligned}$$

由不等式(37)和(19)可得

$$V_t \leq -\vartheta V + \varepsilon, \quad (38)$$

其中 $\vartheta = (\vartheta_3/\vartheta_2)$. □

2.3 稳定性分析

定理 1 由式(9)和(10)所描述的大加减速轴向移动系统,在假设1和边界控制器(14)的作用下,有:

1) 一致有界. 闭环大加减速轴向移动结构的振动偏移状态量 $w(x, t)$ 一致包含于紧集 Ω_1 中, 有

$$\Omega_1 := \{w(x, t) \in \mathbf{R} \mid |w(x, t)| \leq \chi_1, \forall(x, t) \in [0, L] \times [0, +\infty)\}, \quad (39)$$

其中 $\chi_1 = \sqrt{4L[V(0) + \varepsilon/\vartheta]/(k_1 T_0 \vartheta_1)}$.

2) 一致最终有界. 闭环大加减速轴向移动结构的振动偏移状态量 $w(x, t)$ 最终收敛于紧集 Ω_2 中, 有

$$\Omega_2 := \{w(x, t) \in \mathbf{R} \mid \lim_{t \rightarrow \infty} |w(x, t)| = \chi_2, \forall x \in [0, L]\}, \quad (40)$$

其中 $\chi_2 = \sqrt{4L\varepsilon/(k_1 T_0 \vartheta_1)}$.

证明 对式 (38) 乘以 $e^{\vartheta t}$, 可得

$$V_t e^{\vartheta t} \leq -\vartheta V e^{\vartheta t} + \varepsilon e^{\vartheta t} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}(V e^{\vartheta t}) \leq \varepsilon e^{\vartheta t}. \quad (41)$$

对式 (41) 积分, 得

$$V \leq V(0)e^{-\vartheta t} + \varepsilon/\vartheta. \quad (42)$$

由式 (13)、(19) 和 (16) 可得

$$\frac{k_1 T_0}{4L} w^2 \leq \frac{k_1 T_0}{4} \int_0^L w_x^2 dx \leq V_1 \leq \frac{1}{\vartheta_1} V. \quad (43)$$

重排不等式 (43), 并将式 (42) 代入, 有

$$|w(x, t)| \leq \sqrt{\frac{4L}{k_1 T_0 \vartheta_1} \left[V(0)e^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta} \right]} \leq \sqrt{\frac{4L}{k_1 T_0 \vartheta_1} \left[V(0) + \frac{\varepsilon}{\vartheta} \right]}, \quad (44)$$

其中 $\forall(x, t) \in [0, L] \times [0, +\infty)$. 进一步可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |w(x, t)| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4L}{k_1 T_0 \vartheta_1} \left[V(0)e^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta} \right]} = \sqrt{\frac{4L\varepsilon}{k_1 T_0 \vartheta_1}}. \quad (45)$$

由式 (44) 和 (45) 可得证. \square

3 仿真分析

本节研究大加减速轴向移动系统在未知扰动作用下的振动主动控制, 并验证所设计鲁棒边界控制算法 (14) 的有效性. 图 2 为本文所使用的 S 曲线加减速法示意图, 表 1 为轴向移动系统的详细参数. 图 2 中, $a_{\max} = 3.5 \text{ g}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 为重力加速度, 时间坐标为 $[t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7] = [1, 2, 3, 7, 8, 9, 10]$. 轴向移动系统初始条件和末端扰动分别为

$$w(x, 0) = w_t(x, 0) = 0, \\ d = 3 + 0.1 \sin(0.1t) + 0.3 \sin(0.3t) + 0.5 \sin(0.5t).$$

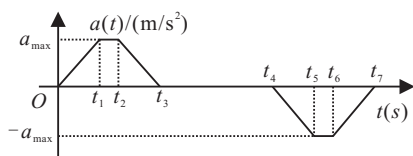
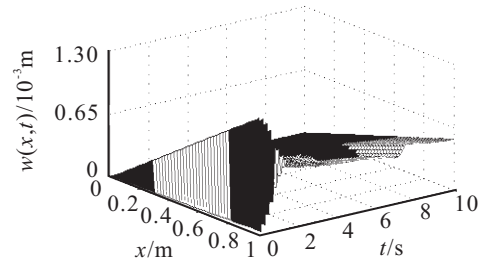


图 2 S 曲线加减速法

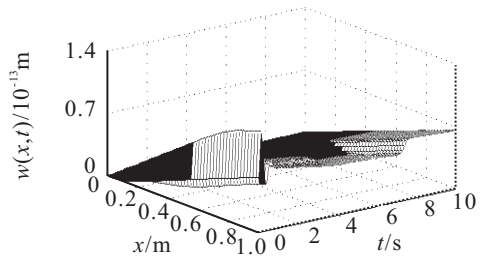
选择控制器参数 $k = k_1 = 10^7$ 和 $k_2 = 1$, 仿真结果如图 3 ~ 图 5 所示. 由仿真结果得到如下结论:

表 1 轴向移动系统参数

参数	参数值	参数	参数值	参数	参数值
m	1.0 kg/m	m_c	5.0 kg	L	1.0 m
c	1.0 Ns/m ²	EA	500 N	T_0	9 500 N

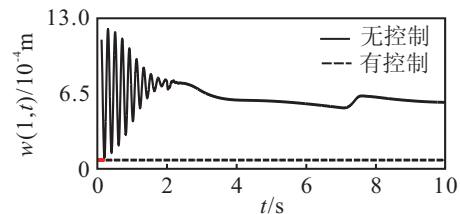


(a) 无控制

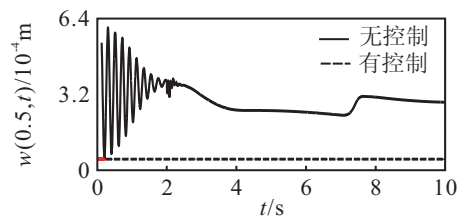


(b) 有控制

图 3 轴向移动结构偏移量



(a) $x = 1 \text{ m}$



(b) $x = 0.5 \text{ m}$

图 4 轴向移动结构偏移量

1) 由图 3 和图 4 可知, 虽然控制器仅布置在结构右边界处, 但当控制作用施加于结构后, 整个结构的振动偏移量都减小了近 1×10^{-10} 倍, 表明本文所设计的鲁棒边界控制器对抑制结构振动十分有效, 也体现了边界控制技术在结构振动控制方面的独特优势.

2) 由图 4 和图 5(a) 可知, 大加/减速度的改变将直接冲击结构的速度和动力学特性, 从而影响结构振动偏移量, 特别在 $t = 2 \text{ s}$ 和 $t = 7 \text{ s}$ 左右尤为明显. 由图 5(b) 可知, 控制输入范围为 $-10 \sim -12 \text{ N}$, 负值表示控制作用与外部干扰反向.

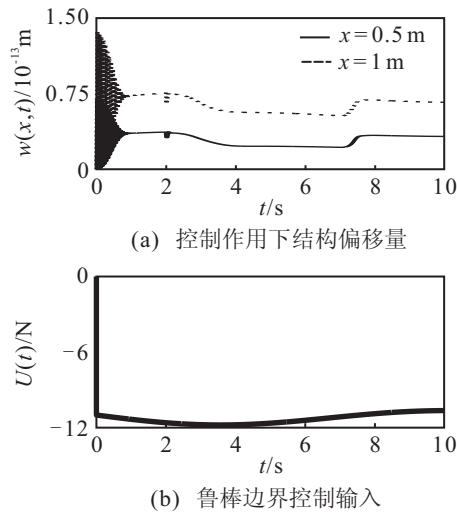


图5 结构偏移量和鲁棒边界控制输入

3) SMT中柔性结构振动的有效控制将直接抑制其振动幅值,对提高制造装备特别是精密电子制造装备的加工精度具有重要意义。

4 结论

本文研究了具有大加减速轴向移动结构在未知扰动作用下的振动主动控制问题。基于结构几何非线性特性和Hamilton原理,建立了结构无穷维分布参数模型,并基于该模型设计了鲁棒边界控制器对结构振动进行控制。用符号函数处理未知扰动,因此所设计的控制器能避免控制溢出问题,具有较强的鲁棒性。最后利用Lyapunov直接法对控制系统稳定性和有界性给予证明,仿真结果表明,能够取得很好的振动控制效果。

参考文献(References)

- [1] Nguyen Q C, Hong K S. Simultaneous control of longitudinal and transverse vibrations of an axially moving string with velocity tracking[J]. J of Sound and Vibration, 2012, 331(13): 3006-3019.
- [2] He W, Ge S S. Robust adaptive boundary control of a vibrating string under unknown time-varying disturbance[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2012, 20(1): 48-58.
- [3] 张德江, 张袅娜, 冯勇. 参数不确定柔性机械手的快速终端滑模控制[J]. 控制与决策, 2010, 25(3): 433-436. (Zhang D J, Zhang N N, Feng Y. Fast terminal sliding mode control for flexible manipulators with uncertain parameters[J]. Control and Decision, 2010, 25(3): 433-436.)
- [4] Balas M J. Feedback control of flexible systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1978, 23(4): 673-679.
- [5] Liu Y, Huang H W, Gao H X, et al. Modeling and boundary control of a flexible marine riser coupled with internal fluid dynamics[J]. J of Control Theory and Applications, 2013, 11(2): 316-323.
- [6] 刘屿, 黄浩维, 邬依林, 等. 基于Lyapunov直接法的柔性梁振动控制[J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2013, 41(2): 24-29. (Liu Y, Huang H W, Wu Y L, et al. Vibration control of flexible beam based on Lyapunov direct method[J]. J of South China University of Technology: Natural Science Edition, 2013, 41(2): 24-29.)
- [7] 邬依林, 刘屿, 吴忻生. 基于时变内流的柔性立管自适应边界控制[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(5): 618-624. (Wu Y L, Liu Y, Wu X S. Adaptive boundary control of a flexible riser coupled with time-varying internal fluid[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(5): 618-624.)
- [8] He W, Ge S S, How B V, et al. Robust adaptive boundary control of a flexible marine riser with vessel dynamics[J]. Automatica, 2011, 47(4): 722-732.
- [9] He W, Ge S S, Zhang S. Adaptive boundary control of a flexible marine installation system[J]. Automatica, 2011, 47(12): 2728-2734.
- [10] Nguyen Q C, Hong K S. Asymptotic stabilization of a nonlinear axially moving string by adaptive boundary control[J]. J of Sound and Vibration, 2010, 329(22): 4588-4603.
- [11] Li Y G, Aron D, Rahn C D. Adaptive vibration isolation for axially moving strings: Theory and experiment[J]. Automatica, 2002, 38(3): 379-390.
- [12] Qu Z H. Robust and adaptive boundary control of a stretched string on a moving transporter[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(3): 470-476.
- [13] 张伟, 陈立群. 轴向运动弦线横向振动控制的Lyapunov方法[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(4): 531-535. (Zhang W, Chen L Q. Transverse vibration control of an axially moving string system by Lyapunov method[J]. Control Theory & Applications, 2006, 23(4): 531-535.)
- [14] Chung C, Han C S, Yi K. Vibration of an axially moving string with geometric non-linearity and translating acceleration[J]. J of Sound and Vibration, 2001, 240(4): 733-746.
- [15] Goldstein H, Poole C P, Safko J L. Classical Mechanics[M]. The 3rd ed. New York: Addison Wesley Press, 1951: 34-45.

(责任编辑: 郑晓蕾)