

基于不确定性的故障预测方法综述

孙强, 岳继光

(同济大学 电子与信息工程学院, 上海 201804)

摘要: 故障预测是实现视情维修策略的基础. 不确定性问题在故障预测中普遍存在, 对此, 总结了基于不确定性的故障预测方法的关键问题, 并以不确定性属性的特点将现有故障预测方法分为基于随机性、模糊性、灰性及混合不确定性等4类. 综述了各类方法的研究现状与不足, 并展望了基于不确定性的故障预测方法的发展趋势, 探讨了基于区间不确定性的故障预测方法的可行性.

关键词: 故障预测; 不确定性; 随机性; 模糊性; 灰性; 区间不确定性

中图分类号: TP206.3

文献标志码: A

Review on fault prognostic methods based on uncertainty

SUN Qiang, YUE Ji-guang

(College of Electronic and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China. Correspondent: SUN Qiang, E-mail: 10qsun@tongji.edu.cn)

Abstract: Fault prognosis is the fundamental of realizing condition based maintenance. Uncertain problems exist in the general process of fault prognosis. Therefore, the key issues of fault prognosis based on uncertainty are summarized. Then existing fault prognostic methods are categorized into four types, i.e. methods based on randomness, fuzziness, grey property and integrated property. A review is made on the current research status and shortcomings of the main methods. The development trends of fault prognostic methods based on uncertainty are indicated, and the feasibility of possible fault prognostic methods based on interval uncertainty is discussed.

Key words: fault prognosis; uncertainty; randomness; fuzziness; grey property; interval uncertainty

0 引言

设备维护与保障理论和技术经历了事后维修、预防维修和视情维修3个发展阶段^[1-2]. 其中视情维修(CBM)^[3]的基本思想是仅在监测或推理发现设备需要维护时采取维修措施, 可大幅压缩维护费用, 显著提高生产效率. 为全面监控大型复杂关键设备的运行情况, 保证效率与安全性, 实现视情维修, 需将维护策略由传统异常状态监控转变为健康管理. 在这种需求下, 故障预测与健康管理的(PHM)技术应运而生. PHM以实现视情维修为目的, 涵盖故障检测与诊断隔离、故障预测、性能预测、健康管理和部件寿命追踪等关键技术^[4].

故障预测是PHM的基础, 结合所有可获取信息可以实现对系统或部件早期故障征兆的识别与提取、退化状态的识别以及故障发生时间(或剩余可用

寿命, RUL)的估计^[5-6]. 故障与失效率密切相关. 按照统计规律, 一般系统全寿命周期中失效率变化为“浴盆曲线”^[7], 经历早期失效期、偶然失效期和损耗失效期等3个阶段. 系统故障可分为突变型和渐变型: 突变型故障多在系统稳定工作的偶然失效期随机出现, 预测较为困难; 渐变型故障多在损耗失效期出现, 因部件疲劳损耗渐变产生, 可通过模型知识、测量信号等信息提取征兆, 预测发生规律.

故障预测是在系统或部件仍能正常工作的情况下, 利用所有可获取的信息来预测退化趋势及未来故障的可能性. 大型设备系统运行机理复杂, 参数和结构存在不确定性, 且恶劣工况和干扰对系统的影响相互耦合, 故障预测过程存在大量不确定性问题. 本文从处理系统不确定性的角度, 将近年典型故障预测方法分类综述, 比较了各类方法的优缺点, 并展望了基于不确定性的故障预测方法的发展趋势, 探讨了基于

收稿日期: 2013-08-20; 修回日期: 2014-01-23.

基金项目: 上海科委科研项目(11JC1413000).

作者简介: 孙强(1986—), 男, 博士生, 从事不确定性理论、复杂系统可靠性与故障预测的研究; 岳继光(1961—), 男, 教授, 博士生导师, 从事过程控制、计算机控制、复杂系统可靠性与故障预测等研究.

区间不确定性的故障预测方法的可行性。

1 基于不确定性的故障预测方法的关键问题

一般而言,无论待分析系统的类型与可获取信息的多少,故障预测的步骤大致如下。

1) 信息分析与预处理:包括模型、经验、观测数据等信息的获取和预处理;

2) 特征量的选择:选择反映系统状态与故障的关键特征量;

3) 状态演变分析:利用所有可获取的知识,结合系统模型、环境应力、运行数据、专家经验等分析系统关键特征量的演变;

4) 故障类型匹配:通过专家经验或已知故障特征等信息,按照一定规则进行训练,构成故障类型识别分类器,可与特征状态演变进行对比,预测未来故障的类型;

5) 估计 RUL:预测系统或部件 RUL 的概率密度或数值、区间。

一般根据对判断对象的认识程度与获取对象信息的多少,将故障预测方法分为 3 类,即基于知识与经验、数据驱动、模型的方法^[8-9]。基于知识与经验的方法适用于设备运行数据极少、模型缺失的情况;基于数据驱动的方法适用于可获取足够设备运行数据的情况;基于模型的方法适用于模型较易获取的系统,内在失效机理更加明确,但对模型准确性依赖程度较高。

一般故障预测方法分类具有局限性。一方面,仅按照可获取系统的信息,即经验、数据、模型分类,各类方法界限模糊。近年来故障预测研究已涌现出各类综合方法,充分融合可获取信息预测故障,如模型与数据结合^[10],无法按照传统分类方法简单归类;另一方面,无法考虑待分析系统与可获取信息的具体特点。陶来发等^[11]首先将待分析系统界定为 4 类,即独立个体、小子样个体、批次新品、批次旧品;然后将故障预测方法按照有效数据量分为 5 种类型,即基于事件数据的预测、基于状态数据的预测、基于事件数据和状态数据的预测、基于定性知识的预测、其他预测方法;由此构成了较为详尽、但稍显复杂的二维故障预测方法分类。

本文以系统不确定性属性的特点作为故障预测的分类依据,力图避免传统分类方法的模糊性和局限性。不确定性是系统的固有属性。基于不确定性的故障预测方法的关键问题,在于选取或制定合理的数学规则,有效表征已知系统信息中的认知不确定性(主观)与量测不确定性(客观),并在预测算法的执行

过程中充分利用且合理传递不确定性。不确定性在故障预测问题中普遍存在,包含了随机性、模糊性、灰性等特性,对应包括了基于随机数学、模糊集及其拓展理论、灰理论等故障预测方法。因经典概率统计、Bayes 估计理论较为成熟,此类基于随机性的故障预测方法研究较为深入。随着模糊理论、粗糙集理论、灰理论、证据理论等数学方法的发展,基于这些理论的故障预测研究也在逐步发展。

2 基于不确定性的故障预测方法研究现状

2.1 基于随机性的方法

事件发生的条件不充分,导致条件与结果没有必然的因果联系,称为随机性。研究随机性的数学方法包括经典概率统计理论、Bayes 估计理论以及证据理论。基于 Kolmogorov 公理的经典概率统计理论利用分布函数描述随机现象的统计特征;Bayes 估计理论则结合先验知识与样本信息,为随机性的描述提供了另一种思路;证据理论弱化了经典概率论公理,又称为广义概率论^[12],可区分不确定与不知道的差异,能更好地描述主观与客观不确定性。目前已有大量基于经典概率统计理论与 Bayes 估计理论的故障预测方法研究,而基于证据理论的故障预测研究目前尚少。

2.1.1 基于时间序列分析的方法

时间序列分析方法将系统运行数据视为按照时间排序的随机序列,着重研究数据序列之间的关系。ARMA 模型是较为成熟的时间序列分析方法,对线性系统具有较好的预测效果。实际系统运行数据一般较难满足平稳条件,难以直接应用 ARMA 模型进行预测,通常需对数据给出平稳性假设,或进行合理变换。

一般利用 ARMA 模型预测系统未来运行状态,并综合其他方法确定的故障阈值,预测系统性能退化与故障^[13-14]。王姝等^[13]提出了一种结合多元统计技术(MPCA)与 AR 序列分析的缓变故障预测方法,以批次为整体,将时间序列进行零均值化与差分平稳化处理,建立了 Hotelling-T² 及 Q 统计量的 AR 模型,并由正常运行数据建立 PCA 模型,得到 Hotelling-T² 及 Q 统计量的控制限,实现了水压实验间歇过程缓变故障的预测。从飞云等^[14]基于非平稳随机信号短时可视作平稳随机的假设,对运行数据进行 AR 预测滤波,并根据累计分布密度函数的变化反映故障征兆,利用 Kolmogorov-Smirnov 检验与预测性能退化,实现对滚动轴承全寿命加速实验数据的退化与故障预测的尝试,但实验结果表明预测能力尚不稳定。针对单一 ARMA 模型预测系统退化状态的局限性,Pham 等^[15]结合 ARMA 模型与广义自回归条件异方差模型(GARCH)预测振动系统退化状态,用线性 ARMA 模

型描述设备磨损状态, 用非线性 GARCH 模型描述故障状态. ARMA/GARCH 模型无法自主识别故障类型, 但能更加精确地预测系统退化状态, 可作为未来故障识别的基础.

2.1.2 基于 Bayes 估计理论的方法

Bayes 估计理论的基本思想是结合先验信息与样本信息获取后验分布. 目前应用 Bayes 估计理论的故障预测研究主要集中在 Bayes 网络和粒子滤波.

Bayes 网络为一个 3 元组 (G, V, P) . 其中: G 为描述离散域变量关系的有向无环图, $V = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ 为离散变量集合, P 为变量在实例空间的联合概率分布. 变量 $V = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ 与 G 中节点 S 存在一一对应关系, 且有

$$P(v_1, v_2, \dots, v_n) = \prod_i p(v_i | pa_i). \quad (1)$$

其中: pa_i 为 v_i 的父节点, 各变量满足 Markov 独立性条件. 由 Bayes 网络预测故障时, 首先利用先验知识构建 Bayes 网络, 然后结合故障数据进行学习并得到后验 Bayes 网络, 再预测推断故障. 动态贝叶斯网络 (DBN) 结合静态网络和时间信息, 可有效处理时序随机模型, 因此研究中应用 DBN 较多^[16-18]. 2005 年, Sheppard 等^[16]以统一的 Bayes 观点, 利用 DBN, 结合失效概率、设备不确定性、误报预测等信息, 完整地阐述了故障监测、诊断与预测的方法. Hu 等^[17]提出了一种基于 DBN 的故障传播随机性、复杂性与不确定性的综合安全预测模型 (ISPM), 结合考虑故障概率及其严重性, 在 ISPM 中引入了蚁群算法, 针对大型汽轮机压缩设备有效定量预测并评估了潜在故障. 陆宁云等^[18]提出了一种加入数据的时序信息的多层预测型 Bayes 网络结构, 可反映故障传播机理, 利用参数学习方法确定条件概率表, 并由多树传播算法进行联合概率推理, 通过仿真结果验证了方法的有效性; 因网络结构复杂, 每一节点均进行了故障概率的 Bayes 推理, 算法实时性还有待于进一步研究.

粒子滤波是一种基于 Monte Carlo 方法与递推 Bayes 估计的统计滤波方法, 适用于非线性、非 Gauss 噪声系统. 对于给定的平稳系统, 首先根据系统状态向量的先验分布, 在状态空间产生一组随机的样本集合 (粒子); 然后根据量测信息不断调整粒子的权重和位置, 通过调整后的粒子信息修正经验分布. 其本质是由粒子及其权重组成的离散随机测度近似相关的概率分布, 并根据算法递推更新离散随机测度. 文献 [19] 指出, 序贯重要性采样 (SIS) 算法是目前各类粒子滤波改进算法的基础, 在 Bayes 重要性采样的基础上引入了重要性密度函数分解, 可递推更新粒子权重. 粒子滤波算法是近 10 年来的研究热点, 在故障预

测领域的应用研究同样发展迅速^[20-23]. 标准粒子滤波存在粒子衰退问题, 改进方法是合理选择重要性密度函数或重采样算法. Orchard 等^[20]提出了一种基于粒子滤波的在线故障预测方法, 利用 N 个粒子对系统进行 p 步超前状态概率密度预测, 即

$$\hat{p}(x_{t+k} | \hat{x}_{1:t+k-1}) \approx \sum_{i=1}^N w_{t+k-1}^{(i)} \cdot \hat{p}(x_{t+k}^{(i)} | \hat{x}_{t+k-1}^{(i)}), \quad k = 1, 2, \dots, p. \quad (2)$$

其中: $\hat{p}(x_{t+k}^{(i)} | \hat{x}_{t+k-1}^{(i)})$ 为时刻 $t+k$ ($k = 1, 2, \dots, p$) 时以粒子 $\hat{x}_{t+k-1}^{(i)}$ 作为初值的条件状态概率密度, $\{w_t^{(i)}\}_{i=1,2,\dots,N}$ 为粒子权重. 该方法借鉴了规则化重采样方法, 采用改进的 Epanechnikov 核函数计算后验概率密度, 在行星齿轮故障预测中起到有效作用. Xu 等^[21]考虑包含正常、退化、不可靠元件的动态系统, 利用修正的交互多模型粒子滤波器估计动态系统的状态, 初步预测隐含时变故障, 并利用 Holt 滤波预测故障, 但其假设了不可靠部件故障行为服从 Markov 性, 系统故障服从线性过程, 使该方法具有局限性. 张磊等^[22]提出了基于高斯混合模型的故障预测算法, 采用联合估计与粒子滤波同时估计系统状态和未知参数的后验分布. 徐宇亮等^[23]将单个电子设备加速退化至中间退化状态, 考虑实验过程中的量测不确定性等因素, 利用最小二乘支持向量机 (LS-SVM) 回归法预测系统未来时刻 $k+1$ 至 $k+l$ 的量测信息, 利用优化选择重要性密度函数的粒子滤波算法估计系统 $k+l$ 时刻状态后验分布, 该方法比传统粒子滤波算法效率更高, 但代价是预测误差稍微变大. 由于粒子滤波算法本身的复杂性, 执行实时性较差, 对实际系统要求较高, 许多研究成果仍停留在理论与仿真层面上.

2.1.3 基于隐 Markov、隐半 Markov 模型的方法

隐 Markov 模型 (HMM) 是一个双重随机过程, 状态之间的转移及状态的观测值均是随机的, 仅能通过观测向量感知状态, 是一种可描述状态转移不确定性的概率模型. HMM 可表示为 $\lambda = (\pi, A, B)$. 其中: π 为初始状态概率分布向量, A 为状态转移概率矩阵, B 为观测值概率矩阵. 部件及系统在全寿命周期中存在一系列的健康状态, 在不同应力及不确定因素影响下不断退化, 可据此建立退化 HMM, 如图 1 所示 (图 1 表示第 i 个部件 z 个状态的演变过程. 其中: $d_{i,k}$ 为第 k 个状态的状态值, $o_{i,k}$ 为第 k 个状态的观测值, $p_{i,k}$ 为在第 k 个状态驻留的概率, q_k 为第 k 个状态至第 $k+1$ 个状态的转移概率). 通过时间应力反映系统的健康状态. 经过实验数据的训练, 可估计系统在不同健康状态下的概率分布, 再结合故障模式识别可做

出故障预测。

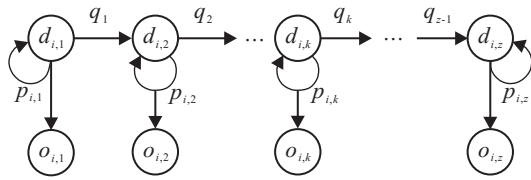


图 1 隐 Markov 模型状态演变结构示意图

目前,已有一系列基于 HMM 的故障预测研究^[24-25].吕克洪等^[24]建立了焊点损伤过程与故障演化的 HMM,将一般损伤状态、严重损伤状态和故障损伤状态等递进的损伤阶段作为 HMM 的隐含状态,将健康状态作为观测值,有效预测了基于焊点寿命消耗的故障,但研究中大量样本数据需经过长时间、大范围温度循环应力实验获取.针对较难获取大量历史数据作为 HMM 训练样本的问题,Zaidi 等^[25]提出了小样本训练 HMM 的方法,利用匹配追踪分解方法估计状态转移矩阵,进而由实验观测数据得到状态相关的观测概率分布.

标准 HMM 中,模型在状态 i 驻留一定时间 d 的概率为

$$P_i(d) = a_{ii}^{d-1}(1 - a_{ii}). \quad (3)$$

由式(3)可知,随着时间 d 的增长,驻留概率呈指数下降趋势,实际中较难满足.为克服这一缺点,人们提出在 HMM 结构中引入时间组成部分,构成隐半 Markov 模型(HSMM),结构如图 2 所示^[26].图 2 包含了宏观状态 h 与微观状态 s 的演变.其中: o 为微观状态的观测值, d_k 为宏观状态 k 驻留时间, q_k 为第 k 节末端微观状态的时间索引.每一宏观状态下微观状态观测值具有相同的微观状态标志.

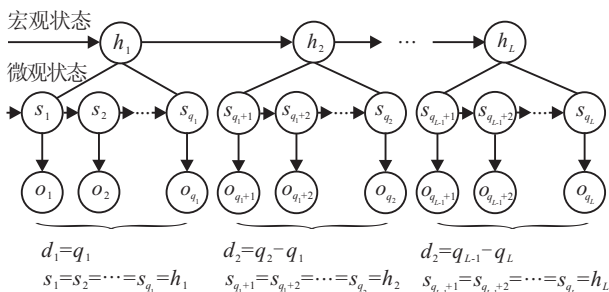


图 2 隐半 Markov 模型状态演变结构示意图

HSMM 模型由宏观状态组成,每一宏观状态下又可分为若干微观状态;宏观状态之间的转移为 Markov 过程,而微观状态之间的转移不是 Markov 过程. Dong 等^[27]建立了基于 HSMM 的设备故障诊断与预测体系,提出了新的前后向变量并采用新的前后向后向算法估计模型参数,降低了因 HSMM 引入时间组分而增加的运算复杂度,但其采用的标准 HSMM 未考虑状态驻留时间与状态转移概率之间的联系,存

在局限性.王宁等^[28]引入时变转移概率概念,建立了状态驻留时间与状态转移概率之间的关系,提出了基于时变状态转移概率的 HSMM(DD-HSMM),改进了前向-后向算法和相应的模型参数重估公式,有效识别了实验滚动轴承的退化状态. Peng 等^[29]将衰退因子引入 HSMM,随着工作时间的增加,减小了驻留当前状态的概率,并增大了转移至更劣状态的概率,并定义了常数、复合、指数 3 种形式的衰退因子,利用衰退因子迭代更新 HSMM 原始转移矩阵,通过历史数据拟合选取最优衰退因子,但未通过实例论证衰退因子定义的实际性,无法验证选取衰退因子形式的最优性.

人们还提出了其他改进 HMM 的方法,如 Geramifard 等^[30]提出了一种基于物理分段的 HMM(PS-HMCO)用于连续输出系统,明确了对应系统实际健康状态与隐含状态值,可直接预测未来健康状态的实际取值.

2.1.4 其他基于随机性的方法

支持向量机适用于小样本学习,具有较强的模型泛化能力和非线性处理能力,可较好地解决高维问题与局部极值问题,在故障预测的研究中已取得了一定进展^[31-32].赵洪山等^[31]利用最小二乘支持向量机(LS-SVM)学习风电机组的正常状态运行模式,利用统计过程控制(SPC)分析齿轮箱油温和轴承温度实际值与估计值的偏差,实现了齿轮箱异常状态的预测. Kim 等^[32]利用多分类 SVM 估计轴承退化过程中的多个健康状态概率,可较为准确地估计实验轴承未来故障及剩余可用寿命,但需针对不同系统确定不同的最优健康状态数目,对于一般故障与退化规律的预测尚待研究.

证据理论由 Dempster 和 Shafer 提出,同时强调证据的客观性与估计的主观性,通过引入信任函数 Bel 与似然函数 Pl,可描述不确定与不知道.证据理论在故障诊断方面已有广泛研究,但在故障预测方面的研究目前尚少.赵建光等^[33]通过证据理论合成证据源和分配不确定信用度,得出短波接收机剩余可用时间的上下界,但未讨论未来故障类型. Serir 等^[34]提出一种证据演化多模型方法预测系统退化行为,通过新数据聚合不断修正预测参数,且对系统噪声具有良好的抗扰能力.其他基于随机性的方法还包括基于逻辑分析^[35]、主元分析^[36]以及结合回归树与时间序列分析^[37]的故障预测方法.

2.2 基于模糊性的方法

模糊性是事件本身状态的不确定性,可较准确地反映故障预测中对系统认知的不充分性.1965 年,

Zadeh 提出的模糊集合理论奠定了描述模糊性的数学基础, 引入了集合中元素对集合隶属度的概念: 给定论域 U , 由 U 到单位区间 $[0, 1]$ 的映射 $\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$ 称为 U 上的一个模糊集, 记为 A ; 映射 μ_A 为模糊集 A 的隶属函数; $\forall x \in U$, 称 $\mu_A(x)$ 为 x 对模糊集 A 的隶属度. 模糊理论已经较为成熟, 模糊评判、模糊神经网络 (FNN) 是基于模糊性的故障预测研究中主要采用的方法.

模糊集理论用于故障预测的关键在于隶属度的合理表示. 曹立军等^[38]提出一种基于动态模糊综合评判的故障预测方法, 利用动态权重系数矩阵和动态隶属度有效反映了设备故障的复杂性与时变性, 但因缺乏专家知识和数据库, 故障分类预测不够精确. 曹正洪等^[39]提出一种利用模糊集理论确定传感器健康度的评价方法, 计算传感器单时序点隶属度并融合得到多时序点隶属度, 定义了健康度并建立了隶属度到健康度的映射关系, 可大致推断传感器退化状态.

基于模糊神经网络 (FNN) 的故障预测方法是模糊综合方法近年主要研究的热点之一. 该方法综合了神经网络 (NN) 的学习计算能力与模糊理论的评判能力, 通常包含输入层、模糊化层、模糊规则层、隶属函数输出层、输出层, 结构较为复杂. Kothamasu 等^[40]提出一种用于视情维修体系的自适应 FNN, 采用 Kullback-Leibler 平均信息评估改进规则, 避免了 FNN 在规则变更时产生退化. Wang^[41]提出一种基于扩展模糊神经网络的故障诊断与预测方法, 分类器和预测器分别用于故障类型识别与退化状态预测, 需经过离线训练.

1982 年, Pawlak^[42]提出的粗糙集理论通过上下界处理模糊性, 具有无需提供研究数据集以外的先验信息的特点, 并且可以有效去除冗余. 1993 年, Gau 等^[43]提出的 Vague 集理论通过模糊对象的真假隶属函数描述模糊性, 与粗糙集理论同属模糊集理论的拓展. 目前, 基于粗糙集与 Vague 集理论的故障预测研究尚少.

2.3 基于灰性的方法

灰性指信息不完全, 即贫信息、缺乏经验知识的不确定性. 灰理论是由我国学者邓聚龙于 1979 年创立的, 可有效处理部分信息已知、部分信息未知的小样本、贫信息灰系统的预测问题, 以微分方程为基础描述系统内部连续变化过程, 使灰量不断白化, 定量预测系统状态. 黄大荣等^[44]综述了灰模型在故障预测的应用, 指出建模的一般步骤为: 1) 选择系统运行与故障的特征量序列 X 并进行预处理; 2) 建立 GM(1, 1) 模型或改进模型; 3) 校验模型精度; 4) 利用通过精度校验的模型预测特征量变化趋势.

GM(1, 1) 模型为最基本的一次拟合参数模型, 适用于具有较强指数规律的序列. 记系统过去与当前输入信号经过预处理构成特征矩阵, 并将其作为灰预测 GM(1, 1) 模型的输入, 则可利用

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} + aX^{(1)} = b \quad (4)$$

预测系统特征量的变化趋势. 由于 GM(1, 1) 模型适用于指数规律较强的序列, 并且只考虑到单个特征量的变化趋势, 在实际应用中具有局限性. 系统运行中不断有新数据加入 GM(1, 1) 模型, 不仅增加了数据维度、加大了运算复杂度, 同时新数据对系统变化趋势的影响将逐渐大于旧数据. 董立立等^[45]提出一种新息灰预测模型的建立以及模型滚动检验精确度与可信度的方法, 利用新陈代谢子列对旧数据进行剔除. 王晶等^[46]考虑了初值选取和背景值选取, 应用 Lagrange 插值法构造了等间隔数列, 假定了灰模型累加生成数列, 并修改了 GM(1, 1) 模型的累减还原方法, 实现了非等间隔故障预测. 朱大奇等^[47]应用小波变换进行振动信号故障特征向量的提取, 然后利用 GM(1, 1) 模型预测故障. 基于灰模型的故障预测方法可预测系统退化状态, 但预测精度有限, 且较难估计剩余可用时间.

2.4 基于混合不确定性的方法

随机性、模糊性、灰性从不同角度描述不确定性, 具有各自的理论体系. 实际中这 3 种不确定属性相互关联, 结合不同理论的故障预测可以得到更优的预测结果.

在随机性与模糊性结合方面, Chen 等^[48]提出一种基于自适应模糊神经推理系统 (ANFIS) 与高阶粒子滤波结合的故障预测模型, 将 ANFIS 建立的故障演变过程与四阶粒子滤波相结合来预测剩余使用时间, 预测效果明显优于单独使用普通 ANFIS 预测器或粒子滤波器. 黄赞武等^[49]将广义概率 (GPS) 和广义概率积 (GPP) 模糊算子引入 FNN, 分别代替规则层和输入层的神经元传递函数, 建立了基于 GPS-GPP FNN 的故障预测模型, 相比 FNN 泛化能力更强, 预测精度更高, 但实时性不好.

在随机性与灰性结合方面, 范庚等^[50]根据特征量序列建立了包含新陈代谢的离散灰模型 (DGM), 结合 DGM 的预测值与原始数据训练得到灰色回归向量机 (RVM) 预测模型, 算例表明该模型优于灰模型的预测精度. 灰色 RVM 预测模型的训练时间明显少于 SVM, 文献 [50] 已表明灰色 RVM 具有理论意义, 进一步工程应用研究有待于发展.

在模糊性与灰性结合方面, 费胜巍等^[51]利用粗糙集知识获取方法, 改进了 IEC 三比值诊断决策表,

然后利用灰模型预测状态,并结合诊断规则有效预测了变压器故障.结合粗糙集理论属性约减与灰理论处理贫信息系统的功能,可减少故障预测模型所需样本,同时保持预测精度.

2.5 基于不确定性的故障预测方法的现状分析

表1分析了基于不确定性的各类故障预测方法的最少所需信息及其研究现状.

表 1 基于不确定性的故障预测方法概况

方法	最少信息	应用领域	其他方法综合
时间序列分析	运行数据	水压实验机	主元分析法 ^[13]
		轴承	Kolmogorov-Smirnov 检验 ^[14]
		石化生产设备	回归树 ^[37]
Bayes 网络	经验知识	轴承	蚁群算法 ^[17]
	运行数据	汽轮压缩机 旋翼直升机	
随 机 性	经验知识	行星齿轮盘	LS-SVM ^[23]
	运行数据	水箱实验系统	
	系统模型	电子设备	
HMM	运行数据	焊点液压泵 直流电机齿轮	线性判别分类 ^[25]
HSMm	运行数据	液压泵轴承	
SVM	运行数据	风机齿轮箱	SPC ^[31]
		轴承	
证据理论	运行数据	短波接收机 轴承	
模 糊 性	经验知识	火炮反后座	NN ^[40-41]
	少量数据	压力传感器 轴承 飞行器引擎	粒子滤波 ^[48]
	粗糙集理论	经验知识 少量数据	灰理论 ^[51]
灰 性	经验知识	轴承	小波分析 ^[47]
	少量数据	旋转机械	RVM ^[50]

对于平稳过程,成熟的ARMA方法即可表现出较好的预测效果;但对于难以满足平稳性假设的系统,利用ARMA序列则需做出一系列假设,容易造成畸变. Bayes网络充分结合图论,粒子滤波以Monte Carlo方法代替积分运算,均可有效结合先验信息预测系统状态退化过程. HMM与HSMm均将退化过程分段, HMM中状态驻留时间为指数分布,实际中难以满足,导致预测精度较差; HSMm加入时间组分,改善了预测精度,但使运算复杂度上升. SVM是一种适用于小样本、结构灵活的机器学习方法,对于不同类型系统预测问题具有一定自适应性. 证据理论较好地地区分了主客观不确定性. 上述基于随机性的故障预测方法一般均需大量运行数据支撑. 考虑到不确定性的其他特点,大量观测数据较难获取、系统本身的不确定性等因素,推动了基于模糊性、灰性等故障预测研究

的发展,这类方法可通过更加符合人类思维的方式描述不确定性. 不确定性特征量的隶属度函数难以确定以及容易参杂过多主观信息是基于模糊理论方法的重要缺陷;粗糙集理论尽管无需提供研究数据集以外的先验知识,但在去除冗余约简过程中极易造成有用信息大量丢失;灰理论处理贫信息问题时,分辨参数具有主观性,预测精度低. 随机性、模糊性、灰性分类之间具有联系,综合考虑多种系统不确定性特点可能会导致方法复杂化,但能取得比单一方法更优的预测效果.

实时性和预测精度是衡量故障预测方法性能的关键因素. 基于标准Bayes网络、粒子滤波、HSMm、FNN的故障预测方法需要大量数据训练预测模型,实时性较难保证,需合理选择参数,改进标准模型,目前一系列研究已做出探索^[20,41]. 在相同实验条件下,文献[33]比较了基于三阶Sugeno网络Gauss型隶属度函数的FNN,采用Baum-Welch学习算法的HSMm,文献[20]的粒子滤波算法(100个固定粒子,迭代100次)以及证据理论回归方法的预测性能. 结果表明,证据理论回归算法预测的平均误差与对噪声的鲁棒性优于其他3种方法,粒子滤波次之, FNN与HSMm性能相似. 考虑混合不确定性方法则可能取得更好的预测性能. 例如直接应用灰理论故障预测的精度较低,且只能粗略分辨故障类型;而结合灰理论与RVM的预测方法则比只采用灰理论预测精度高,也比单一SVM预测高效. 实际上,不同系统可获取的故障数据、系统知识、专家经验等信息差异性较大,具体预测需求也不同,关键在于针对具体情况,合理选择故障预测方法,并优化运行效率与预测精度.

3 基于不确定性的故障预测方法展望

3.1 发展趋势展望

随着不确定性理论的发展,基于不确定性的故障预测理论研究将会愈加深入,必将促进设备维护与保障技术更加科学有效. 结合研究现状,本文认为,基于不确定性的故障预测方法的研究有如下发展趋势:

1) 进一步优化现有方法的性能. 随着工业生产的发展,对复杂设备系统故障预测的实时性、稳定性和预测精度将有更高要求,因此必然需要进一步研究复杂系统及观测数据的不确定性,提高现有方法的性能.

2) 进一步发展混合不确定性方法. 各类不确定性属性相互关联,深入研究复杂系统故障的不确定性机理,继续发展基于混合不确定性的方法,有助于明确故障产生的内在机理,对复杂设备设计与维护也具有重要意义.

3) 发展基于不确定性的故障预测新理论. 结合实

际问题中的不确定性特点, 有针对性地引入其他不确定性理论进行故障预测研究, 3.2节将详述基于区间不确定性的故障预测方法展望。

4) 进一步发展结合工程实际的综合故障预测系统。尽管现阶段基于不确定性的故障预测方法在理论上有所进展, 但适用于工程实际的方法较少。更好地结合基于不确定性的故障预测理论和可应用于工程实际的软硬件技术, 是基于不确定性的故障预测方法的重要发展趋势。

3.2 基于区间不确定性的故障预测新方法展望

Moore^[52]于20世纪60年代提出了区间数的概念, 并以其工作奠定了区间分析理论的基础。实际中, 复杂系统某些参数未知, 但置信区间可以获得; 测量数据夹杂着有界噪声, 同时测量仪器存在精度误差, 可用包含真值的区间序列表示测量数据; 评价决策中, 为避免过于绝对的主观评判, 可利用区间评价代替点评价; 这些不确定的结果均可用区间数表示。区间数以更加符合人类思维方式的形式描述了不确定性, 不仅在区间中包含了真值, 且在一系列运算中也保证真值不丢失, 因此适合描述不确定性程度较高、难以获取隶属函数或概率分布的不确定性信息。称这类不确定性属性为区间不确定性。区间分析理论包含了数、矩阵、函数等确定概念的区间扩展原理, 以及相关的搜索与优化方法。关于区间数与区间分析可参考专著^[53], 这里不再详述。

区间数与区间分析目前已在参数优化、状态估计、鲁棒控制、多目标决策等领域中应用, 并取得了一系列研究成果^[54-55]。区间不确定性的思想为故障预测中不确定性的表示与传递提供了新的思路, 主要表现在故障预测过程的如下3个阶段:

1) 信息分析与预处理阶段。按照可获取信息不同类型, 可将具有认知不确定性的先验知识、量测不确定性的故障数据、模型的不确定系数按照规则区间扩展, 以合理化区间表示已有信息的不确定性。

2) 状态演变分析阶段。按照区间的运算规则, 保留状态演变过程中的区间不确定性。

3) 故障类型匹配阶段。将分类器的匹配条件区间扩展, 使其更加符合状态及故障演变的不确定性。

区间数与区间分析理论提供了新的不确定性表示形式, 但理论本身并不具有预测的能力, 需要结合状态预测方法及特征识别方法才能完成故障预测的任务。一种思路是在保证算法收敛的条件下, 将传统方法区间加以拓展。例如在系统模型参数不确定的条件下, 将参数区间化, 利用滤波算法预测区间状态值, 然后与包含噪声的观测数据形成残差, 做出相应

的诊断与预测。目前, 区间Kalman滤波^[56]、区间粒子滤波^[57]的基本算法已经成熟, 可应用于基于区间不确定性的故障预测, 关键难点在于故障特征状态区间数序列的合理表示, 以及预测结果区间数的合理解释。另一种思路是考虑概率本身的区间不确定性。在数据缺乏难以建立完整概率模型时, 可以利用区间思想拓展经典概率学理论及传统基于随机性的故障预测方法。早在19世纪Boole就提出了概率上下界限的思想, 以区间数表示事件概率可体现信息的不完整性与不确定性。文献^[58]定义了区间概率: 记 $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 为定义在样本空间 Ω 上的一个事件集, 事件 θ_i 发生的概率为区间数 $[p_i^-, p_i^+]$, 若满足以下两个条件:

1) $\exists p_i \in [p_i^-, p_i^+]$, 有

$$0 \leq p_i^- \leq p_i \leq p_i^+ \leq 1, \sum_{i=1}^n p_i = 1;$$

2) $\sum_{i=1}^n p_i^- \leq 1, \sum_{i=1}^n p_i^+ \leq 1$ 。

则称 $[p_i^-, p_i^+]$ 为定义在事件集 θ 上的区间概率。区间概率拓展了经典概率理论, 不满足经典概率公理中的可加性。区间概率目前较多地应用于决策领域, 并取得了一些成果^[59-60]。概率边界分析^[61]是另一种结合区间分析与经典概率学的不精确概率分析方法。与区间概率理论不同, 概率边界分析的主要思想是以分布函数整体的不确定性为基础, 将分布函数的上界与下界函数、事件的均值、方差、分布函数类型构成称为 p -盒的元组。不精确概率的理论应用研究已取得了一些进展, 如Liu等^[62]建立了基于区间概率的Bayes网络的框架, 在已有研究基础上可开展基于不精确概率的故障预测方法的初步研究。

基于区间不确定性的故障预测方法尚存在一系列理论难点:

1) Moore定义的区间数运算规则中没有考虑变量的相关关系, 容易造成区间扩张, 降低预测精度;

2) 区间数运算一旦维度增大, 运算量将呈指数级增加, 造成效率下降;

3) 对传统方法的区间扩展需经过严格的收敛性证明, 不精确概率应用于故障预测的理论本身尚需突破。

通过限制定义或转换区间数形式可缓解区间扩张, 如仿射算术^[63]以不相关的噪声元表示数据的不确定性, 保持了区间相关性, 经运算可获得更为紧致的函数值域区间。随着对区间不确定性理解的加深, 区间数理论将不断完善, 基于区间不确定性的故障预测方法也将有实质性的发展。

参考文献(References)

- [1] Tan C M, Raghavan N. A framework to practical predictive maintenance modeling for multi-state systems[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2008, 93(8): 1138-1150.
- [2] Zhao Y X. On preventive maintenance policy of a critical reliability level for system subject to degradation[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2003, 79(3): 301-308.
- [3] Andrew K S, Lin D, Banjevic D. A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2006, 20(7): 1483-1510.
- [4] Hess A, Fila L. The joint strike fighter(JSF) PHM Concept: Potential impact on aging aircraft problems[C]. *Proc of IEEE Aerospace Conf: Big Sky*. Montana, 2002: 3021-3026.
- [5] Qiu H, Lee J, Lin J, et al. Robust performance degradation assessment methods for enhanced rolling element bearing prognostics[J]. *Advanced Engineering Informatics*, 2003, 17(3/4): 127-140.
- [6] Zhang X D, Xu R, Kwan C, et al. An integrated approach to bearing fault diagnostics and prognostics[C]. *2005 American Control Conf*. Portland, 2005: 2750-2755.
- [7] 曾声奎. 可靠性设计与分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011: 16-18.
(Zeng S K. *Reliability design and analysis*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011: 16-18.)
- [8] Peng Y, Dong M, Zuo M J. Current status of machine prognostics in condition-based maintenance: A review[J]. *Int J of Advanced Manufacturing Technology*, 2003, 50(1/2/3/4): 297-313.
- [9] 彭宇, 刘大同, 彭喜元. 故障预测与健康管理技术综述[J]. *电子测量与仪器学报*, 2010, 24(1): 1-9.
(Peng Y, Liu D T, Peng X Y. A review: Prognostics and health management[J]. *J of Electronic Measurement and Instrument*, 2010, 24(1): 1-9.)
- [10] Liu J, Wang W, Ma F, et al. A data-model-fusion prognostic framework for dynamic system state forecasting[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2012, 25(4): 814-823.
- [11] 陶来发, 樊焕贞, 吕琛, 等. 机电系统故障预测技术的现状与分析[J]. *控制工程*, 2011, 18(4): 636-639.
(Tao L F, Fan H Z, Lv C, et al. A review on electromechanical systems prognostics[J]. *Control Engineering of China*, 2011, 18(4): 636-639.)
- [12] 李德毅, 刘常昱, 杜鹤, 等. 不确定性人工智能[J]. *软件学报*, 2004, 15(11): 1583-1593.
(Li D Y, Liu C Y, Du Y, et al. *Artificial intelligence with uncertainty*[J]. *J of Software*, 2004, 15(11): 1583-1593.)
- [13] 王姝, 胡学发, 赵珍, 等. 基于MPCA-AR的故障预测方法研究[J]. *仪器仪表学报*, 2009, 30(8): 1778-1782.
(Wang S, Hu X F, Zhao Z, et al. Research on fault prediction method based on MPCA-AR[J]. *Chinese J of Scientific Instrument*, 2009, 30(8): 1778-1782.)
- [14] 丛飞云, 陈进, 董广明. 基于AR模型的Kolmogorov-Smirnov检验性能退化及预测研究[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(10): 79-82.
(Cong F Y, Chen J, Dong G M. Performance degradation assessment by Kolmogorov-Smirnov test and prognosis based on AR model[J]. *J of Vibration and Shock*, 2012, 31(10): 79-82.)
- [15] Pham H T, Yang B S. Estimation and forecasting of machine health condition using ARMA/GARCH model[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, 24(2): 546-558.
- [16] Sheppard J W, Kaufman M A. A Bayesian approach to diagnosis and prognosis using built-in test[J]. *IEEE Trans on Instrumentation and Measurement*, 2005, 54(3): 1003-1018.
- [17] Hu J, Zhang L B, Ma L, et al. An integrated safety prognosis model for complex system based on dynamic Bayesian network and ant colony algorithm[J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(3): 1431-1446.
- [18] 陆宁云, 何克磊, 姜斌, 等. 一种基于贝叶斯网络的故障预测方法[J]. *东南大学学报: 自然科学版*, 2012, 42(增1): 87-91.
(Lu N Y, He K L, Jiang B, et al. A fault prognosis method using Bayesian network[J]. *J of Southeast University: Natural Science Edition*, 2012, 42(S1): 87-91.)
- [19] Doucet A, Freitas N, Gordon N. *Sequential Monte Carlo methods in practice*[M]. New York: Springer, 2001: 3-14.
- [20] Orchard M E, Vachtsevanos G J. A particle-filtering approach for on-line fault diagnosis and failure prognosis[J]. *Trans of the Institute of Measurement and Control*, 2009, 31(3/4): 221-246.
- [21] Xu Z, Ji Y D, Zhou D H. Real-time reliability prediction for dynamic systems with both deteriorating and unreliable components[J]. *Science in China Series F-Information Sciences*, 2009, 52(11): 2234-2246.
- [22] 张磊, 李行善, 于劲松, 等. 一种基于高斯混合模型粒子滤波的故障预测方法[J]. *航空学报*, 2009, 30(2): 319-324.
(Zhang L, Li X S, Yu J S, et al. A fault prognostic algorithm based on Gaussian mixture model particle filter[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2009, 30(2): 319-324.)

- [23] 徐宇亮, 孙际哲, 陈西宏, 等. 基于加速退化实验和粒子滤波的电子设备故障预测方法[J]. 航空学报, 2012, 33(8): 1483-1490.
(Xu Y L, Sun J Z, Chen X H, et al. Electronic equipment fault prediction method based on accelerated degradation testing and particle filter[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2012, 33(8): 1483-1490.)
- [24] 吕克洪, 邱静, 刘冠军. 基于时间应力及隐马尔科夫模型的焊点故障预测技术[J]. 机械工程学报, 2008, 44(4): 223-227.
(Lv K H, Qiu J, Liu G J. Fault prognosis technology for solder joints based on time stress and hidden Markov models[J]. *Chinese J of Mechanical Engineering*, 2008, 44(4): 222-227.)
- [25] Zaidi S S H, Aviyente S, Salman M, et al. Prognosis of gear failures in DC starter motors using hidden Markov models[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2011, 58(5): 1695-1706.
- [26] Dong M, He D. A segmental hidden semi-Markov model(HSMM)-based diagnostics and prognostics framework and methodology[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, 21(5): 2248-2266.
- [27] Dong M, He D, Banerjee P, et al. Equipment health diagnosis and prognosis using hidden semi-Markov models[J]. *The Int J of Advanced Manufacturing Technology*, 2006, 30(7/8): 738-749.
- [28] 王宁, 孙树栋, 李淑敏, 等. 基于DD-HSMM的设备运行状态识别与故障预测方法[J]. 计算机集成制造系统, 2012, 18(8): 1861-1868.
(Wang N, Sun S D, Li S M, et al. Equipment state recognition and fault prognostics method based on DD-HSMM model[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2012, 18(8): 1861-1868.)
- [29] Peng Y, Dong M. A prognosis method using age-dependent hidden semi-Markov model for equipment health prediction[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25(1): 237-252.
- [30] Geramifard O, Xu J X, Zhou J H, et al. A physically segmented hidden Markov model approach for continuous tool condition monitoring: Diagnostics and prognostics[J]. *IEEE Trans on Industrial Informatics*, 2012, 8(4): 964-973.
- [31] 赵洪山, 胡庆春, 李志为. 基于统计过程控制的风机齿轮箱故障预测[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(13): 67-73.
(Zhao H S, Hu Q C, Li Z W. Failure prediction of wind turbine gearbox based on statistical process control[J]. *Power System Protection and Control*, 2012, 40(13): 67-73.)
- [32] Kim H E, Tan A C C, Mathew J, et al. Bearing fault prognosis based on health state probability estimation[J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(5): 5200-5213.
- [33] 赵建光, 李洪波, 曾繁景, 等. 基于证据理论回归的短波接收机故障预测[J]. 电子测量与仪器学报, 2012, 26(7): 640-645.
(Zhao J G, Li H B, Zeng F J, et al. Fault prognostication of shortwave receiver based on evidence regression[J]. *J of Electronic Measurement and Instrument*, 2012, 26(7): 640-645.)
- [34] Serir L, Ramasso E, Nectoux P, et al. E2GKpro: An evidential evolving multi-modeling approach for system behavior prediction with applications[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, 37(1/2): 213-228.
- [35] Yan J H, Lee J. Degradation assessment and fault modes classification using logistic regression[J]. *J of Manufacturing Science and Engineering—Trans of the ASME*, 2005, 127(4): 912-914.
- [36] Halligan G R, Jagannathan S. PCA-based fault isolation and prognosis with application to pump[J]. *Int J of Advanced Manufacturing Technology*, 2011, 55(5/6/7/8): 699-707.
- [37] Tran V T, Yang B S. Data-driven approach to machine condition prognosis using least square regression tree[J]. *J of Mechanical Science and Technology*, 2009, 23(5): 1468-1475.
- [38] 曹立军, 秦俊奇, 武彩岗, 等. 一种基于动态模糊综合评判的故障预测新方法[J]. 模糊系统与数学, 2005, 19(3): 151-156.
(Cao L J, Qin J Q, Wu C G, et al. A new fault forecast algorithm based on dynamic fuzzy comprehensive evaluation method[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2005, 19(3): 151-156.)
- [39] 曹正洪, 沈继红. 基于模糊集理论的传感器健康度评价方法[J]. 电机与控制学报, 2010, 14(5): 79-90.
(Cao Z H, Shen J H. Sensor health degree evaluation method based on fuzzy set theory[J]. *Electric Machines and Control*, 2010, 14(5): 79-90.)
- [40] Kothamasu R, Huang S H. Adaptive Mamdani fuzzy model for condition-based maintenance[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2007, 158(24): 2715-2733.
- [41] Wang W. An intelligent system for machinery condition monitoring[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2008, 16(1): 110-122.
- [42] Pawlak Z. Rough sets[J]. *Int J of Computer and Information Sciences*, 1982, 11(5): 341-356.
- [43] Gau W L, Buehrer D J. Vague sets[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1993, 23(2): 610-614.

- [44] 黄大荣, 黄丽芬. 灰色系统理论在故障预测中的应用现状及其发展趋势[J]. 火炮发射与控制学报, 2009(3): 88-92.
(Huang D R, Huang L F. Present situation and development tendency of grey system theory in fault forecast application[J]. J of Gun Launch and Control, 2009(3): 88-92.)
- [45] 董立立, 魏鑫, 黄道, 等. 新息灰理论在不确定性系统故障预测中的应用[J]. 华东理工大学学报: 自然科学版, 2006, 32(12): 1482-1486.
(Dong L L, Wei X, Huang D, et al. Application of innovation Grey theory to fault predication of uncertainty systems[J]. J of East China University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2006, 32(12): 1482-1486.)
- [46] 王晶, 刘建新. 基于灰色新预测模式的变压器故障预测[J]. 华北电力大学学报, 2007, 34(1): 10-14.
(Wang J, Liu J X. Transformer fault prediction using new grey prediction model[J]. J of North China Electric Power University, 2007, 34(1): 10-14.)
- [47] 朱大奇, 易建雄, 袁芳. 基于小波灰色预测理论的旋转机械故障预测分析仪[J]. 仪器仪表学报, 2008, 29(6): 1176-1181.
(Zhu D Q, Yi J X, Yuan F. Fault analysis instrument for rotating machinery based on wavelet analysis and grey theory[J]. Chinese J of Science Instrument, 2008, 29(6): 1176-1181.)
- [48] Chen C, Zhang B, Vachtsevanos G. Prediction of machine health condition using beuro-fuzzy and Bayesian algorithms[J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(2): 297-306.
- [49] 黄赞武, 魏学业, 刘泽. 基于广义概率和、积模糊神经模型的故障预测方法[J]. 信息与控制, 2013, 42(1): 64-70.
(Huang Z W, Wei X Y, Liu Z. Fault prognosis method based on generalized probability sum-generalized probability product fuzzy neural model[J]. Information and Control, 2013, 42(1): 64-70.)
- [50] 范庚, 马登武, 邓力, 等. 基于灰色相关向量机的故障预测模型[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(2): 424-428.
(Fan G, Ma D W, Deng L, et al. Fault prognostic model based on grey relevance vector machine[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(2): 424-428.)
- [51] 费胜巍, 孙宇. 融合粗糙集与灰色理论的电力变压器故障预测[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(16): 154-160.
(Fei S W, Sun Y. Fault prediction of power transformer by combination of rough sets and grey theory[J]. Proc of the CSEE, 2008, 28(16): 154-160.)
- [52] Moore R E. Interval analysis[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1966: 1-195.
- [53] Jaulin L, Kieffer M, Didrit O, et al. Applied interval analysis: With examples in parameter and state estimation, robust control and robotics[M]. London: Springer, 2001: 3-42.
- [54] Aschemann H, Minisini J, Rauh A. Interval arithmetic techniques for the design of controllers for nonlinear dynamical systems with applications in mechatronics[J]. J of Computer and Systems Sciences International, 2010, 49(5): 683-695.
- [55] Barker K, Rocco C M. Evaluating uncertainty in risk-based interdependency modeling with interval arithmetic[J]. Economic Systems Research, 2010, 23(2): 213-232.
- [56] Al-Gahtani O, Al-Mutawa J, El-Gebeily M, et al. The interval versions of the Kalman filter and the EM algorithm[J]. Advances in Difference Equations, 2012: 172.
- [57] 宁小磊, 王宏力, 张琪, 等. 区间衍生物子滤波器[J]. 物理学报, 2010, 59(7): 4426-4433.
(Ning X L, Wang H L, Zhang Q, et al. Interval diffracted particle filter[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(7): 4426-4433.)
- [58] Weichselberger K. Interval probability on finite sample spaces[C]. Robust Statistics, Data Analysis and Computer Intensive Methods, Lecture Notes in Statistics. Berlin: Springer, 1996(109): 391-409.
- [59] Guo P, Tanaka H. Decision making with interval probabilities[J]. European J of Operational Research, 2010, 203(2): 444-454.
- [60] Liu P D, Jin F, Zhang X, et al. Research on the multi-attribute decision-making under risk with interval probability based on prospect theory and the uncertain linguistic variables[J]. Knowledge-based Systems, 2011, 24(4): 554-561.
- [61] Karanki D R, Kushwaha H S, Verma A K, et al. Uncertainty analysis based on probability bounds (p-box) approach in probabilistic safety assessment[J]. Risk Analysis, 2009, 29(5): 662-675.
- [62] Liu W Y, Yue K. Bayesian network with interval probability parameter[J]. Int J on Artificial Intelligence Tools, 2011, 20(5): 911-939.
- [63] Henrique F L, Stolft J. Affine arithmetic: Concepts and applications[J]. Numerical Algorithms, 2004(37): 147-158.

(责任编辑: 李君玲)