

一类非仿射非线性离散系统的改进无模型自适应控制

翁永鹏, 高宪文, 吕明阳

(东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

摘要: 针对一类更广泛的非仿射非线性离散系统, 提出一种改进的无模型自适应控制算法. 该算法基于非参数动态线性化方法, 运用观测器的思想, 实现带有扰动系统的实时动态线性化, 进而将无模型自适应控制方法的应用推广到更广泛的非仿射非线性离散系统. 同时, 对推广后的改进无模型自适应控制方法进行理论上的证明, 并通过仿真实例验证了所提出的改进无模型自适应控制方法的可行性和有效性.

关键词: 无模型自适应控制; 非仿射非线性离散系统; 扰动; 观测器; 鲁棒性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Improved model-free adaptive control for a class of non-affine nonlinear discrete systems

WENG Yong-peng, GAO Xian-wen, LV Ming-yang

(College of Information Science and Technology, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: GAO Xian-wen, E-mail: gaoxianwen@mail.neu.edu.cn)

Abstract: An improved model-free adaptive control(IMFAC) approach is proposed for the more general non-affine nonlinear discrete systems. The nonparametric dynamic linearization technique is used in the controller design. By applying the observer strategy, the real-time dynamic linearization for the disturbance systems is realized. Thus the application scope of MFAC approach is extended to the more general non-affine nonlinear discrete-time systems. Then, the robust convergence of the IMFAC algorithm is also addressed. A numerical example is selected to validate the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: model-free adaptive control; non-affine nonlinear discrete systems; disturbance; observer; robustness

0 引言

非线性系统按形式可以分为仿射非线性系统和非仿射非线性系统^[1]. 不同于仿射非线性系统, 非仿射非线性系统的控制输入是以非线性隐含的方式进入并影响系统的, 给控制器的设计带来极大的挑战^[2]. 由于非仿射非线性系统广泛存在于实际工程系统, 针对连续非仿射非线性系统的控制问题引起了学者的广泛研究^[3-5]. 然而, 随着计算机技术的飞速发展, 数字控制技术已广泛应用于实际, 因此, 研究离散非仿射非线性系统, 设计相应的计算机采样控制系统具有重要的理论研究意义和实际应用价值.

无模型自适应控制(MFAC)作为数据驱动控制方法中的一种典型控制方法^[6], 由侯忠生^[7]首次提出, 并成功应用于非仿射非线性离散系统. 该方法仅需要

已知系统的输入输出数据, 运用非参数动态线性化方法, 便可实现对被控系统的无模型自适应控制^[8]. 文献[9-10]在此基础上进一步将其扩展为基于紧格式的非参数动态线性化方法、基于偏格式的非参数动态线性化方法和基于全格式的非参数动态线性化方法. 文献[11]考虑到系统存在时滞的情况, 提出了非线性大滞后系统的改进无模型自适应控制. 文献[12]考虑到系统数据丢包的情况, 提出了数据丢包补偿的无模型自适应控制算法. 文献[13]鉴于传统无模型自适应控制方法无法在系统具有多个操作增益时取得满意的控制效果, 提出了基于混沌粒子群优化的无模型自适应控制方法, 通过混沌粒子群算法优化无模型自适应控制器中的参数, 改善了被控系统的控制性能. 为了进一步提高被控系统的控制性能. 文献[14]在文

收稿日期: 2013-08-24; 修回日期: 2013-12-18.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(61034005).

作者简介: 翁永鹏(1986—), 男, 博士生, 从事复杂工业过程建模、控制的研究; 高宪文(1955—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业过程建模、控制与优化等研究.

献[13]的基础上引入 RBF 神经网络,以补偿系统的非线性和不确定性,同时运用差分进化(DE)算法优化无模型自适应控制器和 RBF 神经网络补偿器的参数.这些成果充实了无模型自适应控制理论,但并没有从理论层面考虑系统存在扰动情况下控制算法的设计和相应的鲁棒稳定性证明问题.

在实际应用中,许多被控系统均存在各种各样的扰动,针对此问题,文献[15-16]分析了无模型自适应控制方法在存在测量扰动情况下的鲁棒稳定性问题.文献[17]提出了基于扰动观测器的改进无模型自适应控制方法.但是,这些方法所研究的被控对象均为如下形式的系统:

$$\begin{aligned} y(k+1) = & \\ & f(y(k), y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k), \\ & u(k-1), \dots, u(k-n_u)) + d(k). \end{aligned} \quad (1)$$

可见,系统(1)并没有严谨地考虑到实际应用中控制器面临的输入扰动、输出扰动等复杂形式的扰动和系统不确定性^[18-20].为了进一步扩展无模型自适应控制方法的应用范围,本文考虑如下离散系统:

$$\begin{aligned} y(k+1) = & \\ & f(y(k), y(k-1), \dots, y(k-n_y), \\ & u(k), u(k-1), u(k-n_u), d(k), \\ & d(k-1), \dots, d(k-n_d)). \end{aligned} \quad (2)$$

系统(2)考虑了更为复杂形式的扰动和不确定性,且涵盖了系统(1).

鉴于实际被控系统中广泛存在干扰和不确定性,如何从理论层面和应用层面探讨非仿射非线性离散系统(2)的控制问题具有十分重要的意义,本文考虑了无模型自适应控制方法在更广泛的非仿射非线性离散系统(2)中的应用和鲁棒稳定性问题.针对带有输入、输出扰动和不确定性的离散系统(2),传统无模型自适应控制方法^[18, 17]很难对其进行理论上的稳定性分析和收敛性证明,利用观测器对系统的扰动进行在线估计在扰动系统中得到了广泛的应用.由于 RBF 神经网络能以任意精度逼近任意光滑非线性函数,且不需要已知系统的数学模型,本文在无模型自适应控制的框架下,引入 RBF 神经网络,实现一类带有更为复杂形式扰动和不确定性的离散系统的自适应控制.同时,对算法的鲁棒稳定性和各主要参数对系统性能的影响也进行了分析,为无模型自适应控制方法的实际应用提供了理论基础.对于文献[17]研究的系统,本文所提出的方法同样适用.最后通过仿真分析验证了所提出方法的有效性.

1 改进无模型自适应控制器设计

将非仿射非线性离散系统重写为

$$\begin{aligned} y(k+1) = & \\ & f(y(k), y(k-1), \dots, y(k-n_y), \\ & u(k), u(k-1), u(k-n_u), d(k), \\ & d(k-1), \dots, d(k-n_d)). \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $u(k) \in R^1$ 和 $y(k) \in R^1$ 为系统在 k 时刻的输入和输出; $f(\cdot) \in R^1$ 为一个广义未知非线性函数; n_u 、 n_y 和 n_d 分别为系统的未知阶次; $d(k-n_i)$ ($n_i \in [0, n_d]$) 为 $k-n_i$ 时刻系统的广义扰动,即系统无法测量的扰动,且假设 $d(k-n_i)$ 是有界的,即 $\|d(k-n_i)\| \leq d_0$, $d_0 > 0$ 为一个常数.

注 1 $d(k-n_i)$ ($n_i \in [0, n_d]$) 为 $k-n_i$ 时刻系统的总扰动,在不影响理论推导和数学表达的情况下,本文称作系统的广义扰动.

注 2 系统(3)描述了更广泛的一类非仿射非线性离散系统,包括具有非线性、非仿射、不确定性和带有复杂扰动等特性在内的系统均可由系统(3)描述,且包含了文献[10,17]所研究的系统.

注 3 由于系统(3)中存在复杂形式的扰动,此时无法应用文献[17]所提出的方法求取系统的控制律.

对于上述的系统(3),作如下假设.

假设 1 系统(3)的输入输出可观可控,即对于某一有界的期望给定信号 $y_r(k+1)$,在广义扰动 $d(k-n_i)$ ($n_i \in [0, n_d]$) 存在的情况下,存在某一有界的控制输入信号 $u(k)$,使得在控制输入信号 $u(k)$ 的驱动下,系统的输出等于期望给定信号.

假设 2 函数 $f(\cdot)$ 对控制系统当前输入 $u(k)$ 的偏导数是连续的.

假设 3 系统(3)对 $\Delta u(k)$ 是广义 Lipschitz 的,即对于任意的 k ,当 $\Delta u(k) \neq 0$ 时,系统(3)满足

$$|\Delta y(k+1)| \leq L_1 |\Delta u(k)|. \quad (4)$$

其中

$$\Delta y(k+1) = y(k+1) - y(k),$$

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1).$$

假设 4 函数 $f(\cdot)$ 对控制系统当前广义扰动 $d(k)$ 的偏导数是连续的.

假设 5 系统(3)对 $\Delta d(k)$ 是广义 Lipschitz 的,即对于任意的 k ,当 $\Delta d(k) \neq 0$ 时,系统(3)满足

$$|\Delta y(k+1)| \leq L_2 |\Delta d(k)|. \quad (5)$$

其中

$$\Delta y(k+1) = y(k+1) - y(k),$$

$$\Delta d(k) = d(k) - d(k-1).$$

定理 1 对于系统 (3), 若满足假设 1~假设 5, 则当 $|\Delta u(k)| \neq 0$ 时, 一定存在伪偏导数 $\varphi(k)$, $\psi(k)$ 使得

$$\Delta y(k+1) = \varphi(k)\Delta u(k) + \psi(k)\Delta d(k). \quad (6)$$

其中: $|\varphi(k)| \leq L_1$, $|\psi(k)| \leq L_2$, L_1 和 L_2 分别为相应的正常数; $\Delta y(k+1)$, $\Delta u(k)$ 和 $\Delta d(k)$ 的定义同上.

证明 由非仿射非线性离散系统 (3) 可得

$$\begin{aligned} \Delta y(k+1) = & f(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k), \dots, u(k-n_u), \\ & d(k), \dots, d(k-n_d)) - f(y(k-1), \dots, \\ & y(k-n_y-1), u(k-1), \dots, u(k-n_u-1), \\ & d(k-1), \dots, d(k-n_d-1)) = \\ & f(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k), \dots, u(k-n_u), \\ & d(k), \dots, d(k-n_d)) - f(y(k), \dots, \\ & y(k-n_y), u(k-1), u(k-1), \dots, \\ & u(k-n_u), d(k), \dots, d(k-n_d)) + \\ & f(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k-1), u(k-1), \dots, \\ & u(k-n_u), d(k), \dots, d(k-n_d)) - f(y(k), \dots, \\ & y(k-n_y), u(k-1), u(k-1), \dots, u(k-n_u), \\ & d(k-1), d(k-1), \dots, d(k-n_d)) + \\ & f(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k-1), u(k-1), \dots, \\ & u(k-n_u), d(k-1), d(k-1), \dots, \\ & d(k-n_d)) - f(y(k-1), \dots, y(k-n_y-1), \\ & u(k-1), \dots, u(k-n_u-1), d(k-1), \dots, \\ & d(k-n_d-1)). \end{aligned} \quad (7)$$

根据假设 2、假设 3 和微分中值定理, 由式 (7) 得

$$\begin{aligned} \Delta y(k+1) = & \frac{\partial f^*}{\partial u(k)} \Delta u(k) + \frac{\partial f^*}{\partial d(k)} \Delta d(k) + f(y(k), \dots, \\ & y(k-n_y), u(k-1), u(k-1), \dots, u(k-n_u), \\ & d(k-1), d(k-1), \dots, d(k-n_d)) - \\ & f(y(k-1), \dots, y(k-n_y-1), u(k-1), \dots, \\ & u(k-n_u-1), d(k-1), \dots, d(k-n_d-1)) = \\ & \frac{\partial f^*}{\partial u(k)} \Delta u(k) + \frac{\partial f^*}{\partial d(k)} \Delta d(k) + \xi(k). \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $\partial f^*/\partial u(k)$ 为 $f(\cdot)$ 关于 $u(k)$ 的偏导数值, $\partial f^*/\partial d(k)$ 为 $f(\cdot)$ 关于 $d(k)$ 的偏导数值, 且

$$\begin{aligned} \xi(k) = & f(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k-1), u(k-1), \\ & \dots, u(k-n_u), d(k-1), d(k-1), \dots, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & d(k-n_d)) - f(y(k-1), \dots, \\ & y(k-n_y-1), u(k-1), \dots, \\ & u(k-n_u-1), d(k-1), \dots, d(k-n_d-1)). \end{aligned} \quad (9)$$

由于 $|\Delta u(k)| \neq 0$, 一定存在 $\eta(k)$, 使得

$$\xi(k) = \eta(k)\Delta u(k) \quad (10)$$

成立. 式 (10) 可以改写为

$$\Delta y(k+1) = \varphi(k)\Delta u(k) + \psi(k)\Delta d(k). \quad (11)$$

其中

$$\varphi(k) = \frac{\partial f^*}{\partial u(k)} + \eta(k), \quad (12)$$

$$\psi(k) = \frac{\partial f^*}{\partial d(k)}. \quad (13)$$

由此定理 1 得证. \square

注 4 本文考虑了更一般的非仿射非线性离散系统 (3), 当定理 1 应用于系统 (1)、 $\psi(k) = 1$ 、 $\Delta y(k+1) = \varphi(k)\Delta u(k) + \Delta d(k)$ 时, 所得结果即为文献 [17] 结果.

注 5 定理 1 中的 $\varphi(k)$ 、 $\psi(k)$ 和 $\Delta d(k)$ 均属于待求的变量, 为了后续工作的方便, 定义新的变量 $\omega(k)$, 使得

$$\omega(k) = \psi(k)\Delta d(k). \quad (14)$$

因此, 式 (6) 可以转化为

$$\Delta y(k+1) = \varphi(k)\Delta u(k) + \omega(k). \quad (15)$$

重写方程 (15) 为

$$y(k+1) = y(k) + \varphi(k)\Delta u(k) + \omega(k). \quad (16)$$

考虑文献 [8] 采用的准则函数, 有

$$\begin{aligned} J(u(k)) = & |y_r(k+1) - y(k+1)|^2 + \\ & \lambda |u(k) - u(k-1)|^2. \end{aligned} \quad (17)$$

其中: $y_r(k+1)$ 为系统的期望给定信号, λ 为一个正的权重系数. 将式 (16) 代入准则函数 (17), 并求解方程 $\partial J(u(k))/\partial u(k) = 0$, 得到如下控制律:

$$\begin{aligned} u(k) = & u(k-1) + \frac{\rho_1 \varphi(k)}{\lambda + |\varphi(k)|^2} [y_r(k+1) - y(k)] - \\ & \frac{\rho_2 \varphi(k)}{\lambda + |\varphi(k)|^2} \omega(k), \end{aligned} \quad (18)$$

其中 ρ_1, ρ_2 为迭代步长.

注 6 由于式 (18) 中的 $\varphi(k)$ 和 $\omega(k)$ 均是未知的, 本文分别对 $\varphi(k)$ 和 $\omega(k)$ 进行在线辨识.

针对式 (18) 中的未知项 $\varphi(k)$, 考虑准则函数^[8]

$$\begin{aligned} J(\hat{\varphi}(k)) = & |y(k) - y(k-1) - \hat{\varphi}(k)\Delta u(k-1) - \\ & \hat{\omega}(k-1)|^2 + \mu |\hat{\varphi}(k) - \hat{\varphi}(k-1)|^2. \end{aligned} \quad (19)$$

其中: $\hat{\varphi}(k)$ 为 $\varphi(k)$ 的估计值, μ 为一个正的权重系数.

通过求解方程 $\frac{\partial J(\varphi(k))}{\partial \varphi(k)} = 0$, 可得如下递推公式:

$$\hat{\varphi}(k) = \hat{\varphi}(k-1) + \frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + |\Delta u(k-1)|^2} [\Delta y(k) - \hat{\varphi}(k-1) \Delta u(k-1) - \hat{\omega}(k-1)]; \quad (20)$$

$$\hat{\varphi}(k) = \hat{\varphi}(1), \text{ if } \hat{\varphi}(k) \leq \varepsilon, \text{ or } |\Delta u(k-1)| \leq \varepsilon. \quad (21)$$

其中: η 为迭代步长, ε 为一个非常小的正数.

针对式 (18) 中的未知项 $\omega(k)$, 本文采用 RBF 神经网络对其进行在线辨识, 控制系统的结构如图 1 所示.

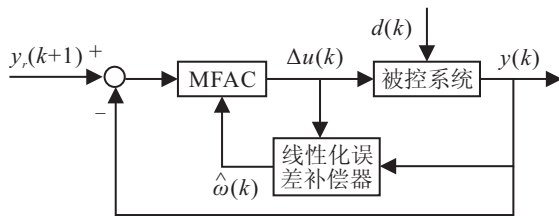


图 1 改进的无模型自适应控制系统结构

在 RBF 神经网络中, 输入向量为 $X = [\Delta y(k), \Delta y(k-1), \Delta u(k-1), \Delta u(k-2)]^T$, 输出向量为 $\hat{\omega}(k)$, 采用如下公式进行计算:

$$\hat{\omega}(k) = w_1 h_1 + w_2 h_2 + \dots + w_m h_m, \quad (22)$$

$$\omega(k) = y(k) - y(k-1) - \hat{\varphi}(k-1) \Delta u(k-1), \quad (23)$$

$$h_i = \exp\left(-\frac{\|X - c_j\|^2}{2b_j^2}\right), \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (24)$$

网络参数采用如下迭代公式:

$$w_j(k) = w_j(k-1) + \eta[\omega(k) - \hat{\omega}(k)]h_j + \alpha[w_j(k-1) - w_j(k-2)], \quad (25)$$

$$\Delta b_j = [\omega(k) - \hat{\omega}(k)]w_j h_j \|X - c_j\|^2 / b_j^3, \quad (26)$$

$$b_j(k) = b_j(k-1) + \eta \Delta b_j + \alpha[b_j(k-1) - b_j(k-2)], \quad (27)$$

$$\Delta c_j = [\omega(k) - \hat{\omega}(k)]w_j (x_j - c_{ji}) / b_j^2, \quad (28)$$

$$c_{ji}(k) = c_{ji}(k-1) + \eta \Delta c_{ji} + \alpha[c_{ji}(k-1) - c_{ji}(k-2)]. \quad (29)$$

其中: η 为学习速率, α 为动量因子.

由于文献 [10] 已对 RBF 神经网络进行详细的说明, 本文只给出必要的公式推导, 最终的控制律为

$$u(k) = u(k-1) + \frac{\rho_1 \hat{\varphi}(k)}{\lambda + |\hat{\varphi}(k)|^2} [y_r(k+1) - y(k)] - \frac{\rho_2 \hat{\varphi}(k)}{\lambda + |\hat{\varphi}(k)|^2} \hat{\omega}(k), \quad (30)$$

其中参数 ρ_1, ρ_2 和 λ 的定义同上.

2 鲁棒稳定性分析

由于 RBF 神经网络能以任意精度逼近任意光滑非线性函数, 选择适当的网络结构和网络参数, 便可

实现 $\hat{\omega}(k)$ 对 $\omega(k)$ 任意精度的逼近. 于是存在一个很小的正数 γ , 使得估计误差始终小于 $\gamma^{1/10}$, 即

$$\max |\omega(k) - \hat{\omega}(k)| \leq \gamma, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (31)$$

定理 2 对于非仿射非线性离散系统 (3), 在满足假设 1~假设 3 和式 (31) 的基础上, 当采用式 (30) 所示的控制律、式 (20)~(29) 所示的迭代公式时, 伪偏导数 $\hat{\varphi}(k)$ 的估计值是有界的.

证明 当 $|\Delta u(k-1)| \leq \varepsilon$ 时, 由式 (21) 可知, $\hat{\varphi}(k)$ 是有界的. 当 $|\Delta u(k-1)| > \varepsilon$ 时, 定义

$$\tilde{\varphi}(k) = \hat{\varphi}(k) - \varphi(k), \quad \tilde{\omega}(k) = \hat{\omega}(k) - \omega(k),$$

将式 (20) 两边同时减去 $\varphi(k)$, 可得

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(k) = & \tilde{\varphi}(k-1) - \frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + |\Delta u(k-1)|^2} [\Delta y(k) - \hat{\varphi}(k-1) \Delta u(k-1) - \hat{\omega}(k-1)] - \Delta \varphi(k). \end{aligned} \quad (32)$$

考虑到等式 (16) 的等价形式

$$\Delta y(k) = \varphi(k-1) \Delta u(k-1) + \omega(k-1),$$

式 (32) 可以转化为

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(k) = & \left[1 - \frac{\eta \Delta u^2(k-1)}{\mu + \Delta u^2(k-1)}\right] \tilde{\varphi}(k-1) + \frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u^2(k-1)} \tilde{\omega}(k) - \Delta \varphi(k). \end{aligned} \quad (33)$$

于是可得

$$\begin{aligned} |\tilde{\varphi}(k)| < & \left|1 - \frac{\eta \Delta u^2(k-1)}{\mu + \Delta u^2(k-1)}\right| |\tilde{\varphi}(k-1)| + \left|\frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u^2(k-1)}\right| |\tilde{\omega}(k)| + |\Delta \varphi(k)| < \left|1 - \frac{\eta \Delta u^2(k-1)}{\mu + \Delta u^2(k-1)}\right| |\tilde{\varphi}(k-1)| + \left|\frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u^2(k-1)}\right| \gamma + 2L_1. \end{aligned} \quad (34)$$

由文献 [17] 可知

$$0 < \delta < \frac{\eta \Delta u^2(k-1)}{\mu + \Delta u^2(k-1)} < 1, \quad (35)$$

$$\left|\frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u^2(k-1)}\right| \leq \frac{\eta}{2\sqrt{\mu}}, \quad (36)$$

进而有

$$|\tilde{\varphi}(k)| < (1 - \delta) |\tilde{\varphi}(k-1)| + \frac{\eta}{2\sqrt{\mu}} \gamma + 2L_1, \quad (37)$$

因此有

$$\begin{aligned} |\tilde{\varphi}(k)| & \leq (1 - \delta) |\tilde{\varphi}(k-1)| + c \leq (1 - \delta)^2 |\tilde{\varphi}(k-2)| + c(1 - \delta) + c \leq \dots \leq (1 - \delta)^{k-1} |\tilde{\varphi}(1)| + c/\delta, \end{aligned} \quad (38)$$

其中 $c = \frac{\eta}{2\sqrt{\mu}} \gamma + 2L_1$. \square

注 7 由于 $\tilde{\omega}(k) = \hat{\omega}(k) - \omega(k)$, 根据式 (31) 和 (34), 并结合文献 [17] 中的式 (14) 可知, 扰动的存在影响了文献 [17] 中 $\hat{\varphi}(k)$ 的估计误差, 此时 $\Delta d(k)$ 已不能满足 $\Delta d(k) = d(k) - d(k-1)$. 本文所采用神经网络技术提高了估计误差 $\hat{\varphi}(k)$, 避免了这种情况.

注 8 虽然在式 (20) 中引入神经网络对系统的广义扰动 $\omega(k)$ 进行在线估计, 但是定理 2 仍能保证伪偏导数 $\hat{\varphi}(k)$ 的估计值是有界的, 同时式 (21) 的限制也保证了 $\hat{\varphi}(k)$ 的估计值是有下界的. 不妨假设 $\hat{\varphi}(k) > 0$, 即 $\hat{\varphi}(k) > \varepsilon > 0$, 从而存在如下定理^[12].

定理 3 定义 $\theta_i(k) = \frac{\rho_i \hat{\varphi}(k) \varphi(k)}{\lambda + \hat{\varphi}^2(k)}$, 如果 ρ_i 和 λ 满足不等式 $\lambda > (\rho_i L_1)^2/4$, 则一定存在 d_{1i} 和 d_{2i} 使得 $0 < d_{1i} \leq \theta_i(k) \leq d_{2i} < 1$ 成立, 其中 $i = 1, 2$.

定理 4 对于非仿射非线性离散系统 (3), 在满足假设 1~假设 5 和式 (31) 的基础上, 当采用式 (30) 所示的控制律、式 (20)~(29) 所示的迭代公式, 且期望给定信号 $y_r(k+1) = \text{const}$, $\mu > 0$, $\eta \in (0, 1)$, $\lambda > (\rho_i L_1)^2/4$ 时, 系统的跟踪误差是有界收敛的, 控制输入信号是有界的.

证明 将式 (30) 代入 (16) 得到

$$\begin{aligned} y(k+1) &= y(k) + \varphi(k) \Delta u(k) + \omega(k) = \\ &= y(k) + \varphi(k) \left[\frac{\rho_1 \hat{\varphi}(k)}{\lambda + |\hat{\varphi}(k)|^2} (y_r(k+1) - \right. \\ & \left. y(k)) - \frac{\rho_2 \hat{\varphi}(k)}{\lambda + |\hat{\varphi}(k)|^2} \hat{\omega}(k) \right] + \omega(k) = \\ &= y(k) + \theta_1(k) (y_r(k+1) - y(k)) - \\ & \theta_2(k) \hat{\omega}(k) + \omega(k). \end{aligned} \quad (39)$$

将式 (39) 两边同时减去 $y_r(k+1)$ 得

$$\begin{aligned} |e(k+1)| &\leq \\ &|1 - \theta_1(k)| |e(k)| + |\omega(k) - \theta_2(k) \hat{\omega}(k)|. \end{aligned} \quad (40)$$

显然存在一个很小的正数 τ , 使得下述不等式成立:

$$|\omega(k) - \theta_2(k) \hat{\omega}(k)| < \tau. \quad (41)$$

由定理 3、式 (40) 和 (41) 可得

$$\begin{aligned} |e(k+1)| &\leq (1 - d_{11}) |e(k)| + \tau \leq \\ &(1 - d_{11})^2 |e(k-1)| + (1 - d_{11}) \tau + \tau \leq \dots \leq \\ &(1 - d_{11})^k |e(1)| + (1 - d_{11})^{k-1} \tau + \\ &\dots + (1 - d_{11}) \tau + \tau, \end{aligned} \quad (42)$$

进而有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |e(k)| < \frac{\tau}{d_{11}}, \quad (43)$$

因此系统的跟踪误差是有界收敛的. 由式 (30) 可得

$$|\Delta u(k)| \leq d_{12} |e(k)| + d_{22} |\hat{\omega}(k)|. \quad (44)$$

由系统 (3) 的说明、假设 5 和式 (31) 可知

$$|\hat{\omega}(k)| \leq \gamma + 2L_2 d_0. \quad (45)$$

可见 $|\Delta u(k)|$ 是有界的. 因为 $|u(k)|$ 满足如下不等式:

$$\begin{aligned} |u(k)| &\leq |\Delta u(k)| + |\Delta u(k-1)| + \dots + \\ &|\Delta u(2)| + |\Delta u(1)|, \end{aligned} \quad (46)$$

所以控制输入信号是有界的. \square

3 算法推广

由前面的论述可见, 本文基于非参数动态线性化方法, 并与 RBF 神经网络相结合, 提出了改进无模型自适应控制方法. 具体而言, 根据文献 [9-10], 本文基于紧格式的非参数动态线性化方法对系统 (3) 进行控制器的设计. 对于文献 [9-10] 中另外两种非参数动态线性化方法, 即基于偏格式的非参数动态线性化方法和基于全格式的非参数动态线性化方法, 同样适用于本文所提出的控制器框架.

基于上述两种线性化方法, 将本文所提出的方法进行推广应用, 将基于紧格式的、偏格式的和全格式的改进无模型自适应控制方法分别记作 MFAC_1、MFAC_2 和 MFAC_3, 其中 MFAC_2 和 MFAC_3 的具体算法分别如下.

基于偏格式的改进无模型自适应控制方法 MFAC_2 为

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}(k) &= \\ \hat{\Phi}(k-1) &+ \frac{\eta \Delta U(k-1)}{\mu + \|\Delta U(k-1)\|^2} (\Delta y(k) - \\ \hat{\Phi}^T(k-1) \Delta U(k-1) - \hat{\omega}(k-1)); \end{aligned} \quad (47)$$

$$\hat{\varphi}(k) = \hat{\varphi}(1), \text{ if } \hat{\varphi}(k) \leq \varepsilon, \text{ or } |\Delta u(k-1)| \leq \varepsilon; \quad (48)$$

$$\begin{aligned} u(k) &= u(k-1) - \frac{\rho'_1 \hat{\varphi}_1(k)}{\lambda + |\hat{\varphi}_1(k)|^2} \hat{\omega}(k) + \\ &\frac{\hat{\varphi}_1(k) [\rho_1 (y_r(k+1) - y(k))]}{\lambda + |\hat{\varphi}_1(k)|^2} - \\ &\frac{\hat{\varphi}_1(k) \left[\sum_{i=2}^{L_u} \rho_i \hat{\varphi}_i(k) \Delta u(k-i+1) \right]}{\lambda + |\hat{\varphi}_1(k)|^2}. \end{aligned} \quad (49)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}(k) &= [\hat{\varphi}_1(k), \hat{\varphi}_2(k), \dots, \hat{\varphi}_{L_u}(k)]^T; \\ \Delta U(k-1) &= [\Delta u(k-1), \Delta u(k-i-1), \dots, \\ &\Delta u(k-L_u)]^T; \end{aligned}$$

L_u 为给定的正整数; μ 和 λ 分别为正的权重系数; η , $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{L_u}$ 和 ρ'_1 分别为相应的迭代步长; ε 为一个非常小的正数.

基于全格式的改进无模型自适应控制方法 MFAC_3 为

$$\hat{\Phi}(k) = \hat{\Phi}(k-1) + \frac{\eta \Delta U(k-1)}{\mu + \|\Delta U(k-1)\|^2} (\Delta y(k) -$$

$$\hat{\Phi}^T(k-1)\Delta U(k-1) - \hat{\omega}(k-1)); \quad (50)$$

$$\hat{\varphi}(k) = \hat{\varphi}(1), \text{ if } \hat{\varphi}(k) \leq \varepsilon, \text{ or } |\Delta u(k-1)| \leq \varepsilon; \quad (51)$$

$$u(k) = u(k-1) - \frac{\hat{\rho}_1 \hat{\varphi}_1(k)}{\lambda + |\hat{\varphi}_1(k)|^2} \hat{\omega}(k) + \frac{\hat{\varphi}_1(k) [\rho_1 (y_r(k+1) - y(k))]}{\lambda + |\hat{\varphi}_1(k)|^2} - \frac{\hat{\varphi}_1(k) \left[\sum_{i=2}^{L_u} \rho_i \hat{\varphi}_i(k) \Delta u(k-i+1) \right]}{\lambda + |\hat{\varphi}_1(k)|^2} - \frac{\hat{\varphi}_1(k) \sum_{i=L_u+1}^{L_u+L_y} \rho_i \hat{\varphi}_i(k) \Delta y(k-i+L_u+1)}{\lambda + |\hat{\varphi}_1(k)|^2}. \quad (52)$$

其中

$$\Delta M(k-1) = [\Delta u(k-1), \Delta u(k-i-1), \dots, \Delta u(k-L_u), \Delta y(k), \Delta y(k-1), \dots, \Delta y(k-L_y+1)]^T;$$

$$\hat{\Phi}(k) = [\hat{\varphi}_1(k), \hat{\varphi}_2(k), \dots, \hat{\varphi}_{L_u}(k), \hat{\varphi}_{L_u+1}(k), \hat{\varphi}_{L_u+2}(k), \dots, \hat{\varphi}_{L_u+L_y}(k)]^T;$$

L_u 和 L_y 为给定的正整数; 其他参数定义同上. 同时, 采用 RBF 神经网络对广义扰动 $\hat{\omega}(k)$ 进行估计.

上述两种方法中广义扰动观测器 RBF 的具体算法及其稳定性证明与前述方法 MFAC.1 类似, 这里不再赘述.

4 仿真分析

考虑如下非仿射非线性离散系统:

$$y(k+1) = -0.8 \sin(y(k)) + b(k)u(k) + u(k)^3 + \frac{y(k)}{1 + a(k) + y(k-1)^2 + y(k-2)^2} + d(k). \quad (53)$$

期望给定信号为

$$y_r(k+1) = \begin{cases} 0.5(-1)^{\text{round}(k/100)}, & 0 < k < 200; \\ 0.5 \sin(k\pi/100) + 0.3 \cos(k\pi/50), & 200 \leq k \leq 400; \\ 0.5(-1)^{\text{round}(k/100)}, & 400 < k \leq 450. \end{cases} \quad (54)$$

扰动信号为

$$a(k) = 1 + \text{round}(k/500), \quad (55)$$

$$b(k) = 1 + \text{round}(k/200), \quad (56)$$

$$d(k) = 0.15 \cos(k\pi/30). \quad (57)$$

针对非仿射非线性离散系统 (53), 将本文所提出的方法 MFAC.1、MFAC.2、MFAC.3、无模型自适应控制方法 MFAC^[8] 和改进无模型自适应控制方法

IMFAC^[17] 分别应用于其中, 并进行仿真对比分析. 由于评价指标 ITAE 能够总体评价控制系统的动态和静态性能^[21], 本文同时采用性能评价指标 ITAE 进行数值对比分析. ITAE 的具体计算公式为

$$J(\text{ITAE}) = \sum_{k=1}^N k|e(k)|T. \quad (58)$$

MFAC 和 IMFAC 的仿真参数均为

$$u(1:3) = 0, y(1:4) = 0, \varphi(4) = 0.5, \mu = 0.2, \eta = 0.5, \lambda = 1, \rho = 0.8;$$

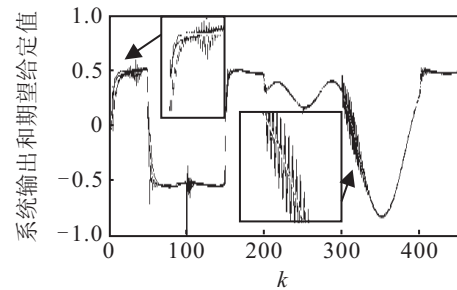
MFAC.1 的仿真参数为 $\rho' = 0.4$, 其余参数同 MFAC; MFAC.2 的仿真参数为

$$\rho_1 = 0.8, \rho_2 = 0.5, \rho_3 = 0.5, \rho' = 0.4,$$

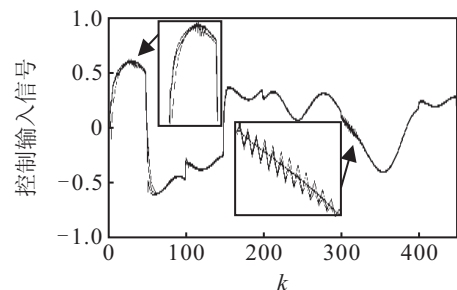
其余参数同 MFAC.1; MFAC.3 的仿真参数为

$$\rho_1 = 0.8, \rho_2 = 0.5, \rho_3 = 0.5, \rho_4 = 0.5, \rho_5 = 0.5, \rho_6 = 0.5, \rho' = 0.34,$$

其余参数同 MFAC.2, 同时所有神经网络的初始权值均取随机数. 5 种方法对应的仿真结果如图 2~图 5 和表 1 所示.



(a) 系统输出和期望给定值



(b) 控制输入信号

图 2 输出和输入曲线 (MFAC.1、IMFAC 和 MFAC)

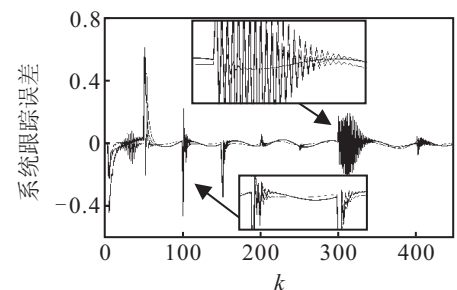


图 3 跟踪误差曲线 (MFAC.1、IMFAC 和 MFAC)

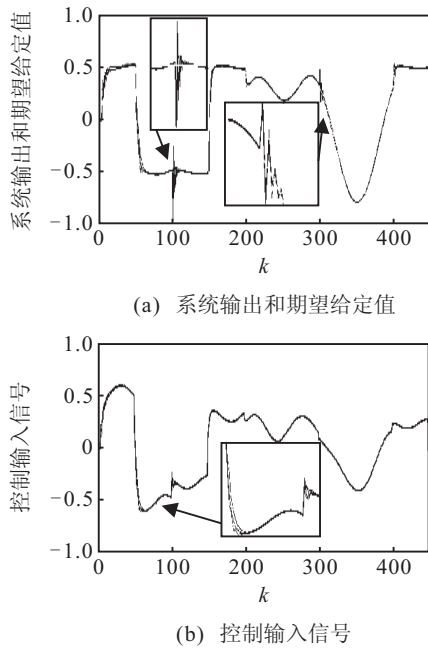


图 4 输出和输入曲线 (MFAC_1、MFAC_2 和 MFAC_3)

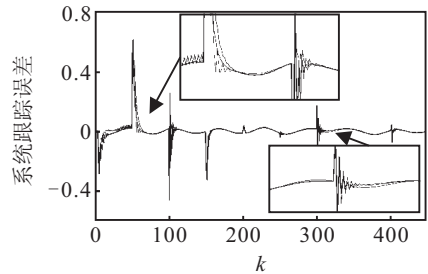


图 5 跟踪误差曲线 (MFAC_1、MFAC_2 和 MFAC_3)

表 1 5 种算法性能指标比较

算法	性能指标 (ITAE)
MFAC_1	2401.9
MFAC_2	2395.9
MFAC_3	1964.0
IMFAC	2504.1
MFAC	3965.1

图 2 和图 3 是采用 MFAC_1、IMFAC 和 MFAC 三种方法时系统输入、输出和跟踪误差曲线. 图 4 和图 5 是采用 MFAC_1、MFAC_2 和 MFAC_3 三种方法时系统输入、输出和跟踪误差曲线. 表 1 是 5 种方法对应的性能评价指标对比结果. 由仿真曲线和数值对比分析结果可见, MFAC_1、MFAC_2、MFAC_3、IMFAC 和 MFAC 五种方法均可以实现对系统 (53) 的稳定控制, 但是, 受系统中复杂扰动和不确定性的影响, IMFAC 和 MFAC 方法在进行线性化时存在较大误差, 输入、输出曲线出现振荡现象; 相反, 本文所提出的改进算法 MFAC_1、MFAC_2 和 MFAC_3 考虑了系统中各种复杂扰动和不确定性的影响, 得出了优于 IMFAC 和 MFAC 方法的控制效果. 同时可见, 适当选取算法中的控制参数, 可以使得 MFAC_1、MFAC_2 和 MFAC_3 算法依次获得较好的控制品质.

为了进一步分析控制器主要参数对系统性能的影响, 本文以 MFAC_1 算法为例, 分别在不同参数情况下对系统 (53) 进行仿真对比分析. 被控系统的期望给定信号为

$$y_r(k+1) = \begin{cases} 0.5(-1)^{\text{round}(k/100)}, & 0 < k < 200; \\ 0.5 \sin(k\pi/100) + 0.3 \cos(k\pi/50), & 200 \leq k \leq 400; \\ 0.5(-1)^{\text{round}(k/100)}, & 400 < k \leq 700. \end{cases}$$

图 6 为控制器参数 μ 分别取 0.05, 0.2, 1 和 10, 其他参数保持不变时, 被控系统的输入、输出响应曲线. 由图 6 可见, 随着 μ 的增大, 被控系统的振荡逐渐增强, 因此, 实际应用中应使 μ 适当小些.

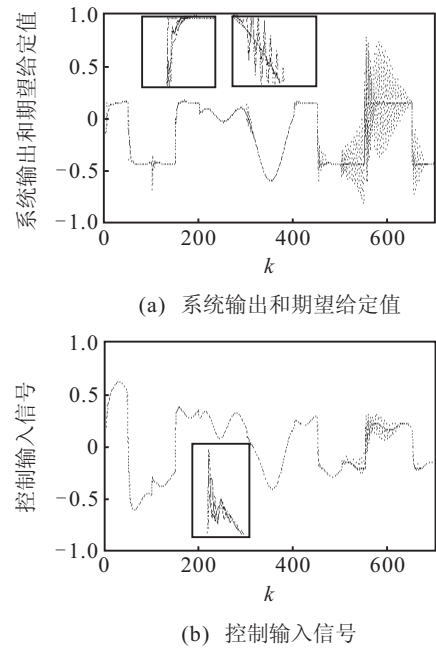


图 6 控制器参数 μ 对系统的影响

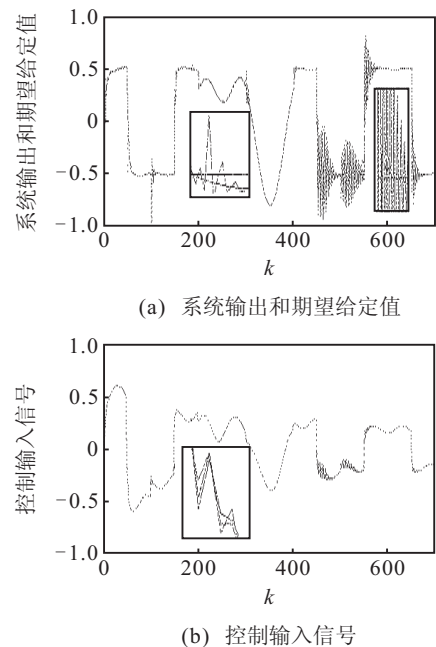
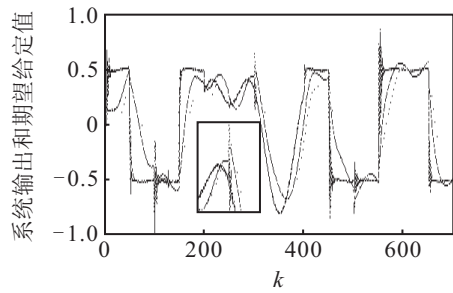


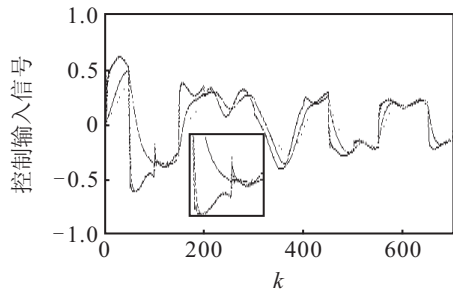
图 7 控制器参数 η 对系统的影响

图 7 为控制器参数 η 分别取 0.1, 0.5, 0.8 和 1, 其他参数保持不变时, 被控系统的输入、输出响应曲线. 由图 7 可见, 当 η 较小时, 伪偏导数更新过慢, 被控系统出现较大的振荡; 当 η 较大时, 伪偏导数更新过快, 同样使被控系统出现较大振荡, 因此, 对于参数的选取应该根据被控系统的实际特性而定.

图 8 为控制器参数 λ 分别取 0.1, 1, 10 和 20, 其他参数保持不变时, 被控系统的输入、输出响应曲线. 由图 8 可见, 随着 λ 的增大, 被控系统的响应速度逐渐减慢, 超调量逐渐减小, 因此, 实际应用中应该根据具体的性能需求设置 λ 的大小.

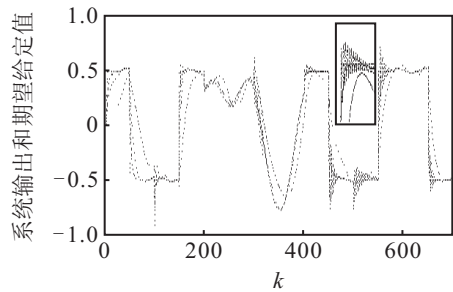


(a) 系统输出和期望给定值

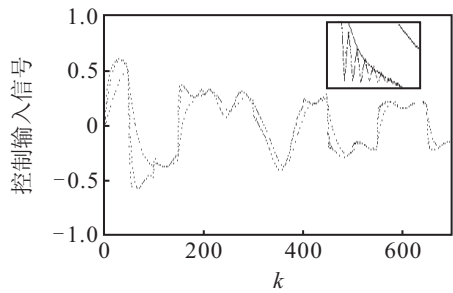


(b) 控制输入信号

图 8 控制器参数 λ 对系统的影响



(a) 系统输出和期望给定值

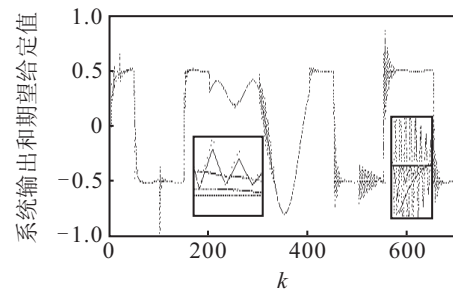


(b) 控制输入信号

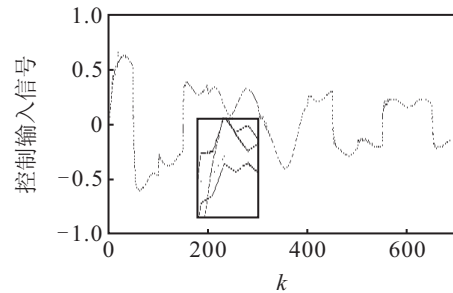
图 9 控制器参数 ρ_1 对系统的影响

图 9 为控制器参数 ρ_1 分别取 0.1, 0.4, 0.8 和 1, 其他参数保持不变时, 被控系统的输入、输出响应曲线. 由图 9 可见, 随着 ρ_1 的增大, 被控系统的响应速度逐渐增强, 超调量逐渐增加, 振荡逐渐增强, 因此, 实际应用中应该根据具体的性能需求设置 ρ_1 的大小.

图 10 为控制器参数 ρ_2 分别取 0.1, 0.4, 0.8 和 1, 其他参数保持不变时, 被控系统的输入、输出响应曲线. 由图 10 可见, 当 ρ_2 较小时, 控制器对广义扰动补偿量较小, 扰动影响了被控系统, 出现较大的振荡; 当 ρ_2 较大时, 控制器对广义扰动补偿量较大, 如果神经网络的参数选取得不合适, 同样会使被控系统出现较大的振荡, 因此, 对于参数的选取应该根据被控系统的实际特性而定.



(a) 系统输出和期望给定值



(b) 控制输入信号

图 10 控制器参数 ρ_2 对系统的影响

5 结 论

本文针对一类带有输入、输出扰动和不确定性的离散系统, 在无模型自适应控制的框架下, 提出了改进的无模型自适应控制方法. 该方法基于观测器的思想, 考虑了系统中各种扰动和不确定性的影响, 具有较好的控制品质, 进一步扩展了无模型自适应控制方法在一类更广泛的非仿射非线性离散系统中的应用范围. 最后的理论推导和仿真分析验证了所提出方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Mutha R K, Cluett W R, Penlidis A. Nonlinear model-based predictive control of control non-affine systems[J]. Automatica, 1997, 33(5): 907-913.

- [2] Song Y D, Song Q. Survey of the latest developments in control of non-affine systems[C]. Proc of the 30th Chinese Control Conf. Yantai, 2011: 785-790.
- [3] Tombul G S, Banks S P, Akturk N. Sliding mode control for a class of non-affine nonlinear systems[J]. Nonlinear Analysis, 2009, 71(12): 1589-1597.
- [4] Labioda S, Guerrab T M. Adaptive fuzzy control of a class of SISO nonaffine nonlinear systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2007, 158(10): 1126-1137.
- [5] 汤洪海, 李春文. 基于非仿射非线性模型的 AC/DC 系统鲁棒控制器设计[J]. 自动化学报, 2007, 33(7): 709-713.
(Tang H H, Li C W. Robust control of AC/DC systems with non-affine nonlinear model[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(7): 709-713.)
- [6] Hou Z S, Wang Z. From model-based control to data-driven control: Survey, classification and perspective[J]. Information Sciences, 2013, 235(20): 3-35.
- [7] 侯忠生. 非线性系统参数辨识、自适应控制及无模型学习自适应控制[D]. 沈阳: 东北大学信息科学与工程学院, 1994.
(Hou Z S. The parameter identification, adaptive control and model free learning adaptive control for nonlinear system[D]. Shenyang: College of Information Science and Engineering, Northeast University, 1994.)
- [8] 侯忠生. 非参数模型及其自适应控制理论[M]. 北京: 科学出版社, 1999: 117-209.
(Hou Z S. Nonparametric models and its adaptive control theory[M]. Beijing: Science Press, 1999: 117-209.)
- [9] 金尚泰. 无模型学习自适应控制的若干问题研究及其应用[D]. 北京: 北京交通大学电子信息工程学院, 2008.
(Jin S T. On model free learning adaptive control and applications[D]. Beijing: School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, 2008.)
- [10] 王卫红. 无模型自适应控制理论几类问题的研究[D]. 北京: 北京交通大学电子信息工程学院, 2008.
(Wang W H. Issues on model-free adaptive control theory[D]. Beijing: School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, 2008.)
- [11] 金尚泰, 侯忠生. 一类非线性大滞后系统的改进无模型自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(4): 623-626.
(Jin S T, Hou Z S. An improved model-free adaptive control for a class of nonlinear large-lag systems[J]. Control Theory & Applications, 2008, 25(4): 623-626.)
- [12] Hou Z S, Bu X H. Model free adaptive control with data dropouts[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(8): 10709-10717.
- [13] Coelho L D S, Coelho A A R. Model-free adaptive control optimization using a chaotic particle swarm approach[J]. Chaos, Solitons Fractals, 2009, 41(4): 2001-2009.
- [14] Coelho L D S, Marcelo W P, Rodrigo R S, et al. Model-free adaptive control design using evolutionary-neural compensator[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(1): 499-508.
- [15] 卜旭辉, 侯忠生, 金尚泰. 扰动抑制无模型自适应控制的鲁棒性分析[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(3): 358-362.
(Bu X H, Hou Z S, Jin S T. The robustness of model-free adaptive control with disturbance suppression[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(3): 358-362.)
- [16] Bu X, Hou Z, Yu F, et al. Robust model free adaptive control with measurement disturbance[J]. IET Control Theory and Applications, 2012, 9(6): 1288-1296.
- [17] Bu X H, Hou Z S, Yu F S, et al. Model free adaptive control with disturbance observer[J]. Control Engineering and Applied Informatics, 2012, 14(4): 42-49.
- [18] Apleya D W, Kimb J. Cautious control of industrial process variability with uncertain input and disturbance model parameters[J]. Technometrics, 2004, 46(2): 188-199.
- [19] Kim K S, Rew K H. Reduced order disturbance observer for discrete-time linear systems[J]. Automatica, 2013, 49(4): 968-975.
- [20] Liu X M, Gao X W, Wang W, et al. Survey on coke oven gas-collector pressure control[C]. Proc of the 2011 Chinese Control and Decision Conf. Mianyang, 2011: 528-533.
- [21] 肖磊, 张阿卜. 一种基于遗传算法的新的模糊控制器优化方法[J]. 控制理论与应用, 2005, 24(10): 1-3.
(Xiao L, Zhang A B. A new GA-based optimization method for fuzzy controller design[J]. Control Theory & Applications, 2005, 24(10): 1-3.)

(责任编辑: 郑晓蕾)