

基于分类修正的多证据合成方法

王亮^{1a}, 吕卫民^{1a}, 滕克难^{1b}, 金永川²

(1. 海军航空工程学院 a. 七系, b. 训练部, 山东烟台 264001; 2. 中国人民解放军 91681 部队, 浙江宁波 315731)

摘要: 鉴于传统冲突量参数无法有效地衡量证据间的相似程度, 提出一种基于分类修正的多证据合成方法, 以解决证据合成中的高冲突悖论和“0”悖论. 首先, 利用证据距离参数、冲突量参数和方向角度参数共同衡量各证据间的相似程度, 将证据分为一致证据、不冲突证据、低冲突证据以及高冲突证据 4 类; 然后, 利用 3 个参数赋予各类证据不同的修正系数; 最后, 利用 Dempster 规则对修正后的证据进行合成. 算例分析表明, 所提出的方法能够较好地解决高冲突悖论和“0”悖论, 而且保留了证据理论优良的数学性质.

关键词: 证据理论; 证据分类; 修正系数; Dempster 规则

中图分类号: TP301

文献标志码: A

Combination method of multi-evidence based on classification correction

WANG Liang^{1a}, LÜ Wei-min^{1a}, TENG Ke-nan^{1b}, JIN Yong-chuan²

(1a. Seven Department, 1b. Department of Training, Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai 264001, China; 2. 91681 Unit of PLA, Ningbo 315731, China. Correspondent: WANG Liang, E-mail: navywl@163.com)

Abstract: Since the traditional conflict parameter can't measure the degree of similarity between the evidence effectively, a combination method of evidence based on classification correction is proposed to solve the high conflict paradox and “0” paradox. Three parameters are used to measure the degree of similarity between the evidence together, including the evidence distance parameter, the conflict parameter and the direction parameter. According to the three parameters, the evidence is classified into four categories, including the consistent evidence, the no-conflict evidence, the low conflict evidence and the high conflict evidence. The different evidence is given different correction coefficients, and the revised evidence is combined by means of Dempster rule. Numerical experiments show that the proposed method can solve the high conflict paradox and “0” paradox well, and keep the good mathematical properties of evidence theory.

Keywords: evidence theory; classification of evidence; correction coefficient; Dempster rule

0 引言

在实际工程中, 经常会出现不确定信息, 并且需要对这些不确定信息进行分析处理, 而不确定信息处理技术为处理这类信息提供了有力的工具. 其中, 在 1967 年由 Dempster 提出, 并由 Shafer 在 1976 年进一步推广的 D-S 证据理论已发展成为一种可融合多种不确定信息, 并作出评估决策的不精确推理理论. 由于证据理论可在无先验信息的情况下实现信息的融合, 从而能够比概率论更有效地表示和处理不确定信息, 现已成为不确定信息处理领域的基本方法和理论之一. 证据理论的核心是 Dempster 合成规则, 通过信息预处理能够将各种不同的不确定信息进行融合. 但在实际应用中, 合成结果常常出现与人们直觉相

反的悖论, 为此国内外许多学者在证据合成悖论分析, 特别是在冲突证据合成方面做了大量工作.

对于高冲突证据合成, 目前的改进方法主要包括两种. 第 1 种是对证据合成规则即 Dempster 合成规则进行修改, 这类方法认为冲突悖论产生的原因在于对交集为空的两个焦元的基本可信度分配函数的处理方法. 针对该问题, 很多学者进行了合成规则的研究, 其中较为经典的包括以下几种: 在证据完全可靠的条件下, 文献 [1] 提出了解决高冲突证据的可传递置信模型方法, 将证据冲突部分分配给空集; 在证据不完全可靠的情况下, 文献 [2] 将冲突部分分配在识别框架上; 文献 [3] 使不同证据以不同的权重进行聚焦; 文献 [4] 则在原有的 D-S 证据合成规则基础

收稿日期: 2013-08-29; 修回日期: 2013-12-23.

基金项目: 国家省部级预研基金项目 (9140A27020210JB1404, 9140A19030811JB1401).

作者简介: 王亮 (1985—), 男, 博士生, 从事装备可靠性、故障预测与健康管理技术等研究; 吕卫民 (1970—), 男, 教授, 从事装备综合保障等研究.

上,引入了证据可信度的概念;另外,文献[5-8]也从不同方面对合成规则进行了改进.第2种是通过对比证据源的修正解决冲突悖论问题.文献[9]从工程、哲学和数学的角度指出 Dempster 合成规则没有错,需要修改的应该是模型本身,即证据源.这类方法主要包括 Murphy 方法^[10]、基于证据间相似系数的修正方法^[11]、Horiuchi 方法^[12]以及其他一些修正方法^[13-15].实际上,证据理论具有多种优良的数学性质,特别是其符合结合律和交换律,是证据理论被广泛应用及发展的重要原因,这与人们的直观感觉也是相符的.对比两种方法可以发现,几乎所有对合成规则的改进方法都不完全满足这些优良性质^[16],文献[17]也将多种改进方法进行对比,结果表明,修改证据源比修改合成规则在解决冲突问题上更加有效.

在实际应用中,高冲突悖论和“0”悖论^[18]是最常见的两种悖论,因此本文从修改证据源的思想出发,以不改变证据理论的优良性质为前提,针对传统冲突量参数无法很好地衡量证据间相似程度的问题,提出一种基于分类修正的多证据合成方法.该方法利用证据距离参数、冲突量参数和方向角度参数共同衡量证据相似程度,并根据其将所有证据分成一致证据、不冲突证据、低冲突证据以及高冲突证据4种类型,针对不同类型证据分别赋予修正系数进行修正,再根据实际情况对4类证据进行融合.

1 D-S 证据理论及证据源修正

1.1 证据理论基本概念及存在问题

设 θ 为识别框架,如果集函数 $\text{mass}: 2^\theta \rightarrow [0, 1]$ 满足如下条件:

- 1) $m(\phi) = 0$;
- 2) $\sum_{A \subseteq \theta} m(A) = 1$.

则称 m 为识别框架 θ 上的基本可信度分配函数.对于 $\forall A \subseteq \theta$,称 $m(A)$ 为 A 的基本可信度, $m(A)$ 反映了证据支持命题 A 的程度, 2^θ 为 θ 的幂集.只要 $m(A) > 0$,则 A 称为焦元.

设 m_1 和 m_2 分别是同一识别框架 θ 上的基本可信度分配函数,那么这两批证据就可以合成,即

$$m(A) = \begin{cases} 0, & A = \phi; \\ \frac{\sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i)m_2(B_j)}{1 - K}, & A \neq \phi. \end{cases} \quad (1)$$

其中 K 为表示证据间完全冲突量的一种度量.两个证据的冲突量参数为

$$k_{1,2} = K(m_1, m_2) = \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j), \quad (2)$$

也可记为 $m(A) = m_1 \oplus m_2$.对于多个证据的结合 $M = m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n$,可以从两个证据结合的情

况推广得到.然而,实际上由于仅用 K 无法有效衡量证据之间是否完全一致,导致了高冲突下证据合成的悖论以及其他一些不合理的情况,其中最常见的高冲突悖论和“0”悖论两种.限于篇幅,本文对这两种悖论不作具体解释,可以参见文献[18].

1.2 证据加权分配修正法

D-S 证据合成时把各个证据按照相同的权重进行计算,而 Murphy^[10]提出一种修改证据源而不改变 Dempster 合成规则的方法,即证据加权分配法,这样就很好地保留了证据理论各种优良的数学性质.现在加权分配法已经成为解决证据悖论的一种重要思路.

设某一问题的证据集为 $E = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$,证据 E_i 的权重为 ω_i .这个权重反映了证据 E_i 在证据合成中的重要程度,所有证据的权重系数满足 $\omega_i \in [0, 1]$.加权后的基本可信度分配函数为

$$\begin{cases} m'_i(A) = \omega_i m_i(A), & A \subseteq \theta; \\ m'(\theta) = 1 - \sum_{A \subseteq \theta} m'_i(A). \end{cases} \quad (3)$$

根据各证据修正后的基本可信度分配,利用合成 Dempster 公式进行证据合成.

2 证据分类分析

2.1 证据分类参数的确定

假设在针对某一问题的所有证据中,绝大部分证据是不冲突的,即在一定程度上相互支持,且这些证据的信息源具有较高的置信度.

在进行证据分类之前需对分类标准进行研究.对于各证据间的相似程度,本文利用3个参数进行描述,分别为距离参数 d ,方向角度参数 η ,以及上文所提到的冲突量参数 K .

设 θ 为包含 N 个两两不同的命题的完备识别框架, E_1 和 E_2 为 θ 下的两个证据,其相应的基本可信度分配函数为 m_1 和 m_2 ,焦元分别为 A_i 和 B_j ,则两证据之间的距离参数可表示为

$$d_{1,2} = d(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(m_1 - m_2)^T D(m_1 - m_2)}. \quad (4)$$

其中: D 为杰卡德相似系数,是一个 $2^N \times 2^N$ 矩阵,矩阵中的元素为

$$D(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}. \quad (5)$$

两证据间的方向参数可表示为

$$\eta_{1,2} = \cos(\theta) = \frac{\hat{m}_1 \hat{m}_2}{|\hat{m}_1| |\hat{m}_2|}. \quad (6)$$

需要注意的是,由于方向角度参数表征的是两相量在空间方向的相似度,本文将各多命题焦元的基本可信度分配平均到各单命题焦元后再进行计算.式(6)中 \hat{m}_1 和 \hat{m}_2 分别是多命题焦元平均分配到单命题焦元后的基本可信度向量.

之所以利用3个参数对证据进行分类识别, 主要原因在于任何一个单独的参数均无法很好地衡量各证据的相似程度. 例如: 两个完全相同的证据的冲突量参数可能很大, 设识别框架 $\Theta = \{a, b, c, d, e\}$, 两个证据 E_1 和 E_2 的基本可信度分配相同, 即

$$\begin{aligned} m_1(\{a\}) &= m_1(\{b\}) = m_1(\{c\}) = m_1(\{d\}) = \\ m_1(\{e\}) &= 0.2, \\ m_2(\{a\}) &= m_2(\{b\}) = m_2(\{c\}) = m_2(\{d\}) = \\ m_2(\{e\}) &= 0.2. \end{aligned}$$

两个证据的冲突量参数 $k_{1,2} = 0.8$, 表明两个证据冲突很大; 但距离参数 $d_{1,2} = 0$, 方向角度参数 $\eta_{1,2} = 1$ 均表明两个证据具有非常好的一致性.

2.2 证据的分类及识别

本文将所有证据分为4类, 分别是一致证据、不冲突证据、低冲突证据和高冲突证据, 其中后两类可以统称为冲突证据.

鉴于前文假设, 绝大部分证据是不冲突证据(含一致证据), 且这些证据的信息源具有较高的置信度, 因此, 大部分证据之间的相似程度应该较大.

设证据 E_i 与证据集 E 中其他证据的平均距离为

$$\bar{d}_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{i,j} / n - 1, \quad (7)$$

则证据集 E 间平均距离为

$$\bar{d} = \sum_{i=1}^n \bar{d}_i / n; \quad (8)$$

设证据 E_i 与证据集 E 中其他证据的平均冲突量为

$$\bar{k}_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n k_{i,j} / n - 1, \quad (9)$$

则证据集 E 间平均冲突量为

$$\bar{k} = \sum_{i=1}^n \bar{k}_i / n; \quad (10)$$

设证据 E_i 与证据集 E 中其他证据的平均方向角度为

$$\bar{\eta}_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n \eta_{i,j} / n - 1, \quad (11)$$

则证据集 E 间平均方向角度为

$$\bar{\eta} = \sum_{i=1}^n \bar{\eta}_i / n. \quad (12)$$

在这3个参数中, \bar{d}_i 与 \bar{k}_i 值越小, 表示证据间相似程度越高; $\bar{\eta}_i$ 值越大, 表示证据间相似程度越高. 设某一问题的证据集为 $E = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$, 对应的的基本可信度分配函数为 $m = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$.

1) 一致证据.

一致证据是指在证据集中与其他证据距离很小, 冲突量较小且证据的方向角度也较小的证据, 其中证据距离为第一优先级. 一致证据之间互相支持, 合成后的结果会产生聚焦的效果.

计算各证据 E_i 的 \bar{d}_i , \bar{k}_i 和 $\bar{\eta}_i$, 以及证据集的 \bar{d} , \bar{k} 和 $\bar{\eta}$. 将 $\bar{d}_i < \bar{d}$ 且 $\bar{k}_i < \bar{k}$ 且 $\bar{\eta}_i > \bar{\eta}$ 的证据 E_i 划入一致证据集 E_{acc} , 若不存在同时满足3个条件的证据, 则将 $\bar{d}_i < \bar{d}$ 的证据 E_i 划入一致证据集 E_{acc} , 余下为证据集 E_{una} .

2) 不冲突证据.

不冲突证据是指在证据集中与一致证据的冲突量较小的证据.

计算证据集 E_{una} 中各证据与证据集 E_{acc} 中各证据的 \bar{k}_i 及 E 的 \bar{k} . 将 $\bar{k}_i < \bar{k}$ 的证据 E_i 划入不冲突证据集 E_{unc} .

3) 低冲突证据.

低冲突证据是指在证据集中和一致证据的方向角度较小的证据.

计算证据集 E_{una} 中各证据与证据集 E_{acc} 中各证据的 $\bar{\eta}_i$ 及 E 的 $\bar{\eta}$. 将 $\bar{\eta}_i > \bar{\eta}$ 的证据 E_i 划入低冲突证据集 E_{lc} .

4) 高冲突证据.

高冲突证据是指在证据集中与一致证据的距离、冲突量和方向角度均较大的证据.

经过前文的分类, 剩余的证据通常与一致证据的距离、冲突量和方向角度均较大, 将其划入高冲突证据集 E_{hc} .

需要说明的是, 本文将证据分为4类, 主要目的是为了对证据按照分类赋予不同的修正系数, 4类证据除一致证据集外, 其他证据集可为空集.

2.3 算例说明

设某一问题的识别框架为 $\Theta = \{a, b, c\}$, 证据集 $E = \{E_1, E_2, \dots, E_6\}$ 包含6组相互独立的证据, 各证据对应的基本可信度分配如下:

$$\begin{aligned} m_1(\{a\}) &= 0.9, m_1(\{b\}) = 0.1; \\ m_2(\{a\}) &= 0.8, m_2(\{b\}) = 0.1, m_2(\{c\}) = 0.1; \\ m_3(\{a\}) &= 0.7, m_3(\{b\}) = 0.1, m_3(\{a, b\}) = 0.2; \\ m_4(\{b\}) &= 0.1, m_4(\{a, c\}) = 0.9; \\ m_5(\{a\}) &= 0.4, m_5(\{b\}) = 0.4, m_5(\{c\}) = 0.2; \\ m_6(\{a\}) &= 0.1, m_6(\{b\}) = 0.9. \end{aligned}$$

利用 Matlab 计算各个证据的 \bar{d}_i , \bar{k}_i 和 $\bar{\eta}_i$, 以及证据集 E 的 \bar{d} , \bar{k} 和 $\bar{\eta}$ 所得到的结果如表1所示.

表1 各证据的参数值

| 参数 | E_1 | E_2 | E_3 | E_4 | E_5 | E_6 | $E(\bar{d}, \bar{k}, \bar{\eta})$ |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----------------------------------|
| \bar{d}_i | 0.4227 | 0.3854 | 0.3909 | 0.6335 | 0.4244 | 0.7051 | 0.4937 |
| \bar{k}_i | 0.4060 | 0.4300 | 0.3460 | 0.3520 | 0.5520 | 0.7420 | 0.4713 |
| $\bar{\eta}_i$ | 0.7301 | 0.7562 | 0.7696 | 0.6506 | 0.7725 | 0.3533 | 0.6721 |

由表1可得, E_1, E_2 和 E_3 为一致证据, 即 $E_{acc} = \{E_1, E_2, E_3\}$, $E_{una} = \{E_4, E_5, E_6\}$; 再计算 E_4, E_5, E_6 和 E_{acc} 中各证据的 \bar{d}_i , \bar{k}_i 和 $\bar{\eta}_i$, 以及 E 的 \bar{d} , \bar{k} 和 $\bar{\eta}$, 计

算结果如表 2 所示.

表 2 E_{una} 内证据与 E_{acc} 内证据间的参数值

| 参数 | E_4 | E_5 | E_6 | E |
|----------------|--------|--------|--------|--------|
| \bar{k}_i | 0.1737 | 0.5800 | 0.7633 | 0.4937 |
| $\bar{\eta}_i$ | 0.7399 | 0.7747 | 0.2663 | 0.4713 |
| \bar{d}_i | 0.6035 | 0.3857 | 0.7540 | 0.6721 |

由表 2 可知, E_4 为不冲突证据, E_5 为低冲突证据, E_6 为高冲突证据.

对证据集 E 中的 6 组证据定性分析可以看出, 直觉上 E_1 , E_2 和 E_3 较为一致, 均认为 a 的可信度很大, b 的可信度很小, c 的可信度极小甚至为 0, 因此 E_1 , E_2 和 E_3 可认为是一致证据; 证据 E_4 认为 b 的可信度很小, 余下很大的可信度不确定分配给 a 还是 b , 与 E_{acc} 中的证据相比可视为不冲突证据; 证据 E_5 认为 a 和 b 的可信度相等且比 c 更大, 与 E_{acc} 中的证据相比可视为低冲突证据; 证据 E_6 认为 b 的可信度很大, a 的可信度很小, 与 E_{acc} 中的证据相比可视为高冲突证据. 由此可见, 证据的定量分类结果与直观定性分析结果一致, 证据分类方法是有效的.

3 基于分类的原始证据修正

根据前文的证据分类, 采用加权法对原始证据进行修正, 加权系数确定规则如下.

1) 一致证据.

计算一致证据集 E_{acc} 中各证据与 E_{acc} 中其他证据的 \bar{d}_i , \bar{k}_i 和 $\bar{\eta}_i$, 以及 E_{acc} 的 \bar{d} , \bar{k} 和 $\bar{\eta}$, 并取 $\bar{d}_{\min} = \min(\bar{d}_i)$, $\bar{k}_{\min} = \min(\bar{k}_i)$, $\bar{\eta}_{\max} = \max(\bar{\eta}_i)$. 以第 2.3 节的算例进行说明, 一致证据集 E_{acc} 内各证据参数值如表 3 所示.

表 3 一致证据集 E_{acc} 内各证据参数值

| 参数 | E_1 | E_2 | E_3 | E |
|----------------|--------|--------|--------|--------|
| \bar{k}_i | 0.2150 | 0.2600 | 0.2050 | 0.2267 |
| $\bar{\eta}_i$ | 0.9916 | 0.9887 | 0.9881 | 0.9894 |
| \bar{d}_i | 0.1207 | 0.1207 | 0.1414 | 0.1276 |

为了避免“0”悖论的出现, 对于证据 E_i , 若其基本可信度分配函数 m_i 中各焦点 A_i 满足 $\theta = \bigcup A_i$, 则其修正系数为 $\omega_i = 1$; 否则, 计算 $\bar{d}_i = \bar{d}_{\min}/\bar{d}_i$, $\bar{k}_i = \bar{k}_{\min}/\bar{k}_i$, $\bar{\eta}_i = \bar{\eta}_i/\bar{\eta}_{\max}$, 赋予其修正系数为 $\omega_i = \bar{d}_i \bar{k}_i \bar{\eta}_i$.

2) 不冲突证据.

计算一致证据集 E_{acc} 的 \bar{k} 与不冲突证据 E_i 在 E_{acc} 上的 \bar{k}_i 的比值, 即 $\hat{k}_i = \bar{k}_{E_{\text{acc}}}/\bar{k}_i E_{\text{acc}}$, 则修正系数 $\omega_i = \hat{k}_i$; 若 $\bar{k}_{E_{\text{acc}}} > \bar{k}_i E_{\text{acc}}$, 则 $\omega_i = 1$.

3) 低冲突证据.

计算一致证据集 E_{acc} 的 \bar{k} 与低冲突证据 E_i 在 E_{acc} 上 \bar{k}_i 的比值, 即

$$\hat{k}_i = \bar{k}_{E_{\text{acc}}}/\bar{k}_i E_{\text{acc}};$$

计算低冲突证据 E_i 在一致证据集 E_{acc} 上 $\bar{\eta}_i$ 与 E_{acc} 上 $\bar{\eta}$ 的比值, 即

$$\hat{\eta}_i = \bar{\eta}_i E_{\text{acc}}/\bar{\eta} E_{\text{acc}},$$

则修正系数 $\omega_i = \hat{k}_i \hat{\eta}_i$.

4) 高冲突证据.

同理, 计算高冲突证据的修正系数 $\omega_i = \hat{k}_i \hat{\eta}_i \hat{d}_i$.

在得到各个证据的修正系数后, 按照加权分配法对原始证据进行修正, 对修正后的证据按照 Dempster 合成规则进行合成.

4 算例分析

为了考察基于分类修正的证据合成方法在处理高冲突悖论和“0”悖论方面的优越性, 下面选择两个典型算例进行分析, 第 1 个算例中各证据的焦点均为单命题焦点, 第 2 个算例中的证据包含多命题焦点.

4.1 算例 1

首先采用文献 [15] 中的算例, 已知识别框架 $\theta = \{a, b, c\}$, 5 组证据分别为 E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 且均为单命题焦点, 其基本可信度分配函数如下:

$$m_1(\{a\}) = 0.5, m_1(\{b\}) = 0.2, m_1(\{c\}) = 0.3;$$

$$m_2(\{a\}) = 0.0, m_2(\{b\}) = 0.9, m_2(\{c\}) = 0.1;$$

$$m_3(\{a\}) = 0.55, m_3(\{b\}) = 0.1, m_3(\{c\}) = 0.35;$$

$$m_4(\{a\}) = 0.55, m_4(\{b\}) = 0.1, m_4(\{c\}) = 0.35;$$

$$m_5(\{a\}) = 0.55, m_5(\{b\}) = 0.1, m_5(\{c\}) = 0.35.$$

利用本文方法进行证据分类, 并计算修正系数可得

$$E_{\text{acc}} = \{E_1, E_3, E_4, E_5\}, E_{\text{unc}} = \{\emptyset\},$$

$$E_{1c} = \{\emptyset\}, E_{1b} = \{E_2\},$$

$$\omega_1 = \omega_3 = \omega_4 = \omega_5 = 1, \omega_2 = 0.011.$$

采用 Dempster 合成规则、Yager 规则、文献 [4]、文献 [7]、文献 [15] 以及本文方法进行合成, 对比各种方法的合成结果, 如表 4 所示.

由表 4 可知, Dempster 规则和 Yager 规则无法合成高冲突证据, 存在“一票否决”的现象, 只要有一个证据支持某一命题为 0, 那么无论其他证据怎样, 此命题可信度始终为 0; 文献 [4] 的结果较 Dempster 规则和 Yager 规则更合理, 但组合结果较保守, 效率较本文方法有一定差距; 文献 [7] 利用了证据间的距离参数判断证据间的相似性, 但仅用这一个参数不足以完全描述证据间相似程度; 文献 [15] 的计算较为简便, 但仅适用于单命题焦点的证据合成, 仅仅考虑不同证据间的焦点距离会忽视与其他焦点的相关性. 综上所述, 本文提出的方法从 3 个角度分析了证据间和焦点间的相关性, 对存在高冲突悖论和“0”悖论的单命题焦点证据的合成具有明显的优越性. 下面验证本文方法在多命题焦点证据合成中的优势.

表 4 几种典型改进方法合成结果

| 规则 | m_1, m_2, m_3 | m_1, m_2, m_3, m_4 | m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 |
|----------|---|---|---|
| Dempster | $m(\{a\}) = 0, m(\{b\}) = 0.6316,$ $m(\{c\}) = 0.3684$ | $m(\{a\}) = 0, m(\{b\}) = 0.03288,$ $m(\{c\}) = 0.6712$ | $m(\{a\}) = 0, m(\{b\}) = 0.1228,$ $m(\{c\}) = 0.8772$ |
| Yager | $m(\{a\}) = 0, m(\{b\}) = 0.0180,$ $m(\{c\}) = 0.0105, m(\{\emptyset\}) = 0.9715$ | $m(\{a\}) = 0, m(\{b\}) = 0.0018,$ $m(\{c\}) = 0.0037, m(\{\emptyset\}) = 0.9945$ | $m(\{a\}) = 0, m(\{b\}) = 0.0200,$ $m(\{c\}) = 0.0013, m(\{\emptyset\}) = 0.9985$ |
| 文献[4] | $m(\{a\}) = 0.1600, m(\{b\}) = 0.201,$ $m(\{c\}) = 0.125, m(\{\emptyset\}) = 0.486$ | $m(\{a\}) = 0.194, m(\{b\}) = 0.160,$ $m(\{c\}) = 0.137, m(\{\emptyset\}) = 0.509,$ | $m(\{a\}) = 0.211, m(\{b\}) = 0.138,$ $m(\{c\}) = 0.144, m(\{\emptyset\}) = 0.507$ |
| 文献[7] | $m(\{a\}) = 0.486, m(\{b\}) = 0.348,$ $m(\{c\}) = 0.166$ | $m(\{a\}) = 0.777, m(\{b\}) = 0.063,$ $m(\{c\}) = 0.160$ | $m(\{a\}) = 0.891, m(\{b\}) = 0.009,$ $m(\{c\}) = 0.100$ |
| 文献[15] | $m(\{a\}) = 0.5018, m(\{b\}) = 0.1481,$ $m(\{c\}) = 0.2652, m(\{\emptyset\}) = 0.0849$ | $m(\{a\}) = 0.6889, m(\{b\}) = 0.0622,$ $m(\{c\}) = 0.2442, m(\{\emptyset\}) = 0.0048$ | $m(\{a\}) = 0.7942, m(\{b\}) = 0.0180,$ $m(\{c\}) = 0.1870, m(\{\emptyset\}) = 0.0008$ |
| 本文 | $m(\{a\}) = 0.6869, m(\{b\}) = 0.0505,$ $m(\{c\}) = 0.1701$ | $m(\{a\}) = 0.7958, m(\{b\}) = 0.0106,$ $m(\{c\}) = 0.1936$ | $m(\{a\}) = 0.8641, m(\{b\}) = 0.0021,$ $m(\{c\}) = 0.1338$ |

4.2 算例 2

采用文献 [20] 中的算例, 识别框架 $\Theta = \{a, b, c\}$, 5 组证据分别为 E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 , 其中包含有多命题焦元, 其基本可信度分配函数为

$$\begin{aligned}
 m_1(\{a\}) &= 0.5, m_1(\{b\}) = 0.23, m_1(\{c\}) = 0.27; \\
 m_2(\{a\}) &= 0, m_2(\{b\}) = 0.85, m_2(\{c\}) = 0.15; \\
 m_3(\{a\}) &= 0.61, m_3(\{b\}) = 0.14, m_3(\{c\}) = 0.25; \\
 m_4(\{a\}) &= 0.79, m_4(\{b\}) = 0.11, m_4(\{c\}) = 0.1; \\
 m_5(\{a\}) &= 0, m_5(\{b\}) = 0.2, m_5(\{a, c\}) = 0.8.
 \end{aligned}$$

利用本文方法对证据进行分类, 并计算修正系数可得

$$\begin{aligned}
 E_{acc} &= \{E_1, E_3, E_4\}, E_{unc} = \{E_5\}, \\
 E_{lc} &= \{\emptyset\}, E_{hc} = \{E_2\}, \\
 \omega_1 &= \omega_3 = \omega_4 = 1, \omega_5 = 1, \omega_2 = 0.0558.
 \end{aligned}$$

采用 Dempster 合成规则、Yager 规则、Murphy 方法、文献 [19] 和文献 [20] 的方法进行合成, 对比各种方法的合成结果如表 5 所示。

由表 5 可见, 无论证据中是否均为单命题焦元, Dempster 规则和 Yager 规则均无法处理高冲突悖论和“0”悖论; 而 Murphy 规则仅仅是对证据的简单平均加权, 没有考虑证据之间的差异; 文献 [19]、文献 [20] 和本文方法均较好地合成了冲突证据, 但相对文献 [19] 和文献 [20], 本文方法的合成效率更高, 且本文方法较文献 [20] 可更好地解决“0”悖论问题。文献 [20] 将所有不冲突证据的修正系数均赋为 1, 若其中任一证据不满足 $\Theta = \bigcup A_i$, 其修正系数仍为 1, 则会产生“0”悖论; 本文方法虽然也将 E_1, E_3, E_4 和 E_5 的修正系数赋为 1, 但若其中任一证据不满足 $\Theta = \bigcup A_i$, 则该证据的修正系数由 1 修正为 $\omega_i = \tilde{d}_i \tilde{k}_i \tilde{\eta}_i < 1$, 这样就更好地处理了“0”悖论。

对比多种经典改进方法可知, 本文方法在证据冲突比较严重的情况下可很好地对证据进行合成, 并得到合理的结果。较之其他方法, 无论在单命题焦元或是多命题焦元证据的合成中, 本文方法的收敛性好, 辨识效率高, 同时还能避免“0”悖论的出现。

表 5 几种典型改进方法合成结果

| 规则 | m_1, m_2, m_3 | m_1, m_2, m_3, m_4 | m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 |
|----------|--|--|--|
| Dempster | $m(\{a\}) = 0, m(\{b\}) = 0.7300,$ $m(\{c\}) = 0.2700$ | $m(\{a\}) = 0, m(\{b\}) = 0.7483,$ $m(\{c\}) = 0.2517$ | $m(\{a\}) = 0, m(\{b\}) = 0.4246,$ $m(\{c\}) = 0.5736$ |
| Yager | $m(\{a\}) = 0, m(\{b\}) = 0.0274,$ $m(\{c\}) = 0.0101, m(\{\emptyset\}) = 0.9625$ | $m(\{a\}) = 0, m(\{b\}) = 0.0030,$ $m(\{c\}) = 0.0010, m(\{\emptyset\}) = 0.9960$ | $m(\{a\}) = 0, m(\{b\}) = 0.0006,$ $m(\{c\}) = 0.0008, m(\{\emptyset\}) = 0.9986$ |
| Murphy | $m(\{a\}) = 0.3925, m(\{b\}) = 0.5212,$ $m(\{c\}) = 0.0863$ | $m(\{a\}) = 0.7892, m(\{b\}) = 0.1895,$ $m(\{c\}) = 0.0213$ | $m(\{a\}) = 0.8887, m(\{b\}) = 0.0520,$ $m(\{c\}) = 0.0573, m(\{a, c\}) = 0.0020$ |
| 文献 [19] | $m(\{a\}) = 0.5952, m(\{b\}) = 0.2071,$ $m(\{c\}) = 0.1977$ | $m(\{a\}) = 0.8600, m(\{b\}) = 0.0612,$ $m(\{c\}) = 0.0788$ | $m(\{a\}) = 0.8762, m(\{b\}) = 0.0396,$ $m(\{c\}) = 0.0842$ |
| 文献 [20] | $m(\{a\}) = 0.6788, m(\{b\}) = 0.1441,$ $m(\{c\}) = 0.1771$ | $m(\{a\}) = 0.9460, m(\{b\}) = 0.0240,$ $m(\{c\}) = 0.0300$ | $m(\{a\}) = 0.9625, m(\{b\}) = 0.0065,$ $m(\{c\}) = 0.0310$ |
| 本文 | $m(\{a\}) = 0.7500, m(\{b\}) = 0.0799,$ $m(\{c\}) = 0.1701$ | $m(\{a\}) = 0.9583, m(\{b\}) = 0.0142,$ $m(\{c\}) = 0.0275$ | $m(\{a\}) = 0.9686, m(\{b\}) = 0.0036,$ $m(\{c\}) = 0.0278$ |

5 结 论

尽管 D-S 证据理论在处理不确定信息方面具有非常优良的性质, 但其自身也存在很多问题。相对于修改合成规则而言, 本文更认同修正证据源的方式, 最主要原因在于绝大部分对合成规则的修改均会破

坏 Dempster 规则的优良数学性质。

本文针对多证据合成问题, 提出了基于分类的证据修正方法, 将证据间相似程度用距离参数、冲突量参数和方向角度参数共同表示, 将多个证据分为一致证据、不冲突证据、低冲突证据以及高冲突证据 4 类。

对 4 类证据赋予不同的权重后,再利用 Dempster 规则进行合成.理论上本文方法需要提供多个证据(大于 3 个),但实际上两个高冲突证据的组合对决策者的意义有限,必须加入新的证据来重新判断.算例分析表明,该方法很好地解决了证据理论中高冲突悖论和“0”悖论问题,且修正系数易于编程计算,具有良好的便利性,工程可用性强.

参考文献(References)

- [1] Smets P. The combination of evidence in the transferable belief model[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(5): 447-458.
- [2] Yager R R. On the Dempster-shafer framework and new combination rules[J]. Information Science, 1989, 41(2): 93-137.
- [3] 向阳, 史习智. 证据理论合成规则的一点修正[J]. 上海交通大学学报, 1999, 33(3): 113-116.
(Xiang Y, Shi X Z. Modification on combination rules of evidence theory[J]. J of Shanghai Jiaotong University, 1999, 33(3): 113-116.)
- [4] 孙全, 叶秀清, 顾伟康. 一种新的基于证据理论的合成公式[J]. 电子学报, 2000, 28(8): 117-119.
(Sun Q, Ye X Q, Gu W K. A new combination rules of evidence theory[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(8): 117-119.)
- [5] 张山鹰, 潘泉, 张洪才. 一种新的证据推理组合规则[J]. 控制与决策, 2000, 15(5): 540-545.
(Zhang S Y, Pan Q, Zhang H C. A novel combination rules of evidence theory[J]. Control and Decision, 2000, 15(5): 540-545.)
- [6] 邢清华, 雷英杰, 刘付显. 一种按比例分配冲突度的证据推理组合规则[J]. 控制与决策, 2004, 19(12): 1389-1390.
(Xing Q H, Lei Y J, Liu F X. One combination rule of evidence theory based on distributing conflict in proportion[J]. Control and Decision, 2004, 19(12): 1389-1390.)
- [7] Deng Y, Shi W K, Zhu Z F, et al. Combining belief functions based on distance of evidence[J]. Decision Support Systems, 2004, 38(3): 489-493.
- [8] 权文, 王晓丹, 王坚, 等. 一种基于置信最大熵模型的证据推理方法[J]. 控制与决策, 2012, 27(6): 899-903.
(Quan W, Wang X D, Wang J, et al. A combination rule of evidence theory based on brief max-entropy model[J]. Control and Decision, 2012, 27(6): 899-903.)
- [9] Haenni R. Are alternatives to Dempster's rule of combination real alternatives? Comments on "about the belief combination and the conflict management problem"[J]. Information Fusion, 2002, 3(3): 237-239.
- [10] Murphy C K. Combination belief function when evidence conflict[J]. Decision Support System, 2000, 29(1): 1-9.
- [11] 王肖霞. 冲突证据合成规则的研究[D]. 太原: 中北大学, 2007: 39-46.
(Wang X X. Research on combination rule of evidence theory[D]. Taiyuan: North University of China, 2007: 39-46.)
- [12] Horiuchi T. Decision rule for pattern classification by integrating interval feature values[J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, 20(4): 440-448.
- [13] 蒋雯, 张安, 邓勇. 基于新的证据冲突表示的信息融合方法研究[J]. 西北工业大学学报, 2010, 28(1): 27-32.
(Jiang W, Zhang A, Deng Y. A novel information fusion method based on our evidence conflict representation[J]. J of Northwestern Polytechnical University, 2010, 28(1): 27-32.)
- [14] 陈圣群, 王应明. 证据的分组合成法[J]. 控制与决策, 2013, 28(4): 574-578.
(Chen S Q, Wang Y M. Grouping method for combination evidence[J]. Control and Decision, 2013, 28(4): 574-578.)
- [15] 熊彦铭, 杨战平, 屈新芬. 基于模型修正的冲突证据组合方法[J]. 控制与决策, 2011, 26(6): 883-887.
(Xiong Y M, Yang Z P, Qu X F. Novel combination method of conflict evidence based on evidential model modification[J]. Control and Decision, 2011, 26(6): 883-887.)
- [16] 侯俊. 证据推理的组合方法、评级体系与应用研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006: 38-41.
(Hou J. The combination rules, performance indexes and application of evidence reasoning[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2006: 38-41.)
- [17] 陈天璐, 阙沛文. D-S 证据理论在数据融合中失效问题的研究[J]. 传感器技术, 2004, 23(12): 25-27.
(Chen T L, Que P W. Research on invalidation of D-S evidential theory in data fusion[J]. J of Transducer Technology, 2004, 23(12): 25-27.)
- [18] 杨风暴, 王肖霞. D-S 证据理论的冲突证据合成方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010: 65-66.
(Yang F B, Wang X X. Combination method of conflictive evidence in D-S evidence theory[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010: 65-66.)
- [19] 陆文星, 梁昌勇, 丁勇. 一种证据距离的客观权重确定方法[J]. 中国管理科学, 2008, 16(6): 95-98.
(Lu W X, Liang C Y, Ding Y. A method determining the objective weights of experts based on evidence distance[J]. Chinese J of Management Science, 2008, 16(6): 95-98.)
- [20] 彭颖, 沈怀容, 马永一. 一种新的冲突证据融合方法[J]. 兵工学报, 2011, 32(1): 79-85.
(Peng Y, Shen H R, Ma Y Y. A new fusion method for conflicting evidence[J]. Acta Armamentarii, 2011, 32(1): 79-85.)

(责任编辑: 滕 蓉)