

一种改进的高斯混合概率假设密度 SLAM 算法

闫德立^{1,2}, 宋永端¹, 宋宇¹, 康轶非¹

(1. 北京交通大学 电子信息工程学院, 北京 100044; 2. 石家庄铁道大学 电气与电子工程学院, 石家庄 050043)

摘要: 针对高斯混合概率假设密度 SLAM(GMPHD-SLAM) 算法存在的估计精度低和计算代价高的问题, 提出一种无迹高斯混合概率假设密度 SLAM 算法 (unscented-GMPHD-SLAM). 其主要特点在于: 将无迹卡尔曼滤波器应用于机器人位姿粒子权重计算及概率假设密度更新过程中, 可提高算法整体估计性能; 将更新的高斯项按照传感器视域分类, 有效降低了算法计算量. 通过仿真实验, 将所提出算法与传统 PHD-SLAM 算法进行比较, 结果表明该算法在提高估计精度和降低计算负担方面是十分有效的.

关键词: 移动机器人; 同时定位与地图构建; 高斯混合概率假设密度; 无迹卡尔曼滤波器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

An improved Gaussian mixture PHD SLAM algorithm

YAN De-li^{1,2}, SONG Yong-duan¹, SONG Yu¹, KANG Yi-fei¹

(1. College of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. College of Electric and Electronic Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China. Correspondent: SONG Yong-duan, E-mail: ydsong@bjtu.edu.cn)

Abstract: For two problems in Gaussian mixture probability hypothesis density SLAM(GMPHD-SLAM) algorithm of low estimation accuracy and high computational cost, the GMPHD-SLAM algorithm based on unscented transform, called unscented-GMPHD-SLAM, is proposed. The main contribution lies that: the unscented Kalman filter is used in the calculation of particle's weight and PHD update process, which improves the performance of the algorithm; the updated Gaussian components are classified based on the sensor's field of view(FoV), which reduces the computational cost. The proposed algorithm is compared with the traditional PHD-SLAM algorithm. The results show that the proposed algorithm is effective in accuracy improvement and reduction of computational cost.

Key words: mobile robot; SLAM; Gaussian mixture probability hypothesis density; unscented Kalman filter

0 引言

同时定位与地图构建 (SLAM) 是机器人导航领域的一项重要研究内容, 也是近年来该领域的研究热点之一^[1].

概率假设密度 (PHD) SLAM 算法是将随机有限集^[2](RFS) 理论应用于 SLAM 问题. 该算法将数据关联的过程融入到更新过程中, 不仅包括了运动噪声、观测噪声等不确定性, 同时包含了杂波和漏检等因素产生的不确定性. 文献 [3-4] 通过引入有限集统计特性 (FISST) 理论和广义 FISST 理论, 提出了基于随机有限集的 Bayesian 递推公式, 在后续的研究

中提出了概率假设密度 (PHD)^[5] 和势概率假设密度 (CPHD)^[6], 使得基于 RFS 的滤波算法计算可实现; 文献 [7-8] 分别给出了 PHD 滤波器的两种实现方法, 即序贯蒙特卡洛 PHD(SMC-PHD) 和高斯混合 PHD (GM-PHD), 使得基于 RFS 的 Bayesian 滤波算法向工程应用迈进了一大步; 文献 [9] 提出了基于熵分布的 PHD 高斯混合实现方法; 文献 [10] 提出了未知噪声统计下的多模型 PHD 粒子滤波算法; 文献 [11-13] 将 RFS 理论应用于 SLAM 领域的研究, 并提出了 RB-GMPHD-SLAM 算法; 文献 [14] 将单聚类 PHD 滤波器应用于 SLAM 问题的研究.

收稿日期: 2013-09-04; 修回日期: 2014-03-13.

基金项目: 国家 863 计划项目 (SS2012AA052302); 国家自然科学基金项目 (61134001, 60905055, 51274144); 河北省自然科学基金项目 (F2012210031); 博士后科学基金项目 (2013T60197); 中央高校基本科研业务费项目 (2014JBM014).

作者简介: 闫德立 (1981—), 男, 博士生, 从事移动机器人定位和 SLAM 的研究; 宋永端 (1962—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能机器人系统和容错控制等研究.

在基于RFS的SLAM算法中,地图特征及量测均采用RFS表示,避免了数据关联的过程,但存在两个问题:算法估计误差较大和算法计算代价比较高.对此,本文提出了无边高斯混合概率假设密度SLAM(unscented-GMPHD-SLAM)算法.该算法首先将无迹变换应用于机器人位姿采样粒子的权重计算,使粒子分布能够更好地描述机器人位姿后验分布,从而达到提高机器人位姿估计精度的目的;然后,在地图估计过程中,将UT变换和UKF应用于PHD更新过程,使后验概率假设密度分布更接近路标特征的实际分布,从而达到提高地图估计精度的目的;最后,通过对GM-PHD更新过程的分析,结合SLAM问题的实际特性,对表示特征地图的混合高斯项进行分类,从而达到减轻算法计算负担的目的.

1 SLAM的随机有限集模型

1.1 特征地图的随机集模型

在基于RFS的SLAM算法中,环境采用特征地图描述,其表示形式为一个随机集. k 时刻特征地图的RFS表示为 $\mathcal{M}_k = \{m_k^1, m_k^2, \dots, m_k^{n_k}\}$,其中 m_k^1 表示在 k 时刻地图中的第1个路标特征, n_k 为地图中路标特征的数目.随着机器人的运动,地图特征在机器人视域(FoV)内出现、存在、消失,同时地图路标特征数目单调增加.

1.2 观测的随机有限集模型

在 k 时刻,位姿为 X_k 的机器人获得的量测集合表示为 \mathcal{Z}_k ,其RFS模型为

$$\mathcal{Z}_k = \bigcup_{m \in \mathcal{M}_k} \mathcal{D}(m, X_k) \bigcup \mathcal{C}_k(X_k). \quad (1)$$

其中: $\mathcal{C}_k(X_k)$ 表示 k 时刻,由杂波产生的量测RFS; $\mathcal{D}_k(m, X_k)$ 表示位于 m 处的路标特征产生的量测RFS,其模型为一个Bernoulli型RFS^[4]. $\mathcal{D}_k(m, X_k) = \{z\}$ 的概率密度为 $P_D g_k(z|m, X_k)$, $g_k(z|m, X_k)$ 表示观测模型, $P_D(m|X_k)$ 表示位姿为 X_k 的机器人能够探测到位于 m 处的路标特征的概率,简称为 P_D .

1.3 RFS框架下的SLAM问题描述

将地图特征及观测信息用RFS的形式表述,则SLAM问题转化为在 \mathcal{Z}_k 条件下对 \mathcal{M}_k 和 $X_{1:k}$ 联合后验概率密度的估计过程,其形式可以表示为 $p_{k|k}(\mathcal{M}_k, X_{1:k} | \mathcal{Z}_{1:k}, u_{1:k}, X_0)$.

在SLAM问题中,假设机器人真实位姿已知的条件下,各个特征的观测是独立的,地图特征的估计是相互独立的过程.然而,在实际过程中机器人的真实位姿是无法得知的,因此只能根据条件概率公式,将联合后验估计分解为机器人位姿估计及机器人位姿已知条件下的地图特征估计问题,表示为

$$p_k(\mathcal{M}_k, X_{1:k} | \mathcal{Z}_{0:k}, u_{0:k-1}, X_0) = p_k(X_{1:k} | \mathcal{Z}_{0:k}, u_{0:k-1}, X_0) p_k(\mathcal{M}_k | \mathcal{Z}_{0:k}, X_{0:k}). \quad (2)$$

2 Unscented-GMPHD-SLAM算法

采用GM-PHD方法解决SLAM问题,主要分为两部分:1)采用Rao-Blackwellised粒子滤波器实现机器人位姿状态估计,即每一个采样粒子表示一个假设机器人状态;2)在机器人位姿已知的条件下,采用PHD滤波器描述地图特征分布,并随着时间不断更新.在 $k-1$ 时刻,PHD-SLAM的强度函数可以表示为

$$\{\eta_{k-1}^{(i)}, X_{k-1}^{(i)}, v_{k-1}^{(i)}(m | X_{k-1}^{(i)})\}_{i=1}^N. \quad (3)$$

其中: $\eta_{k-1}^{(i)}$ 表示机器人位姿粒子权重; $X_{k-1}^{(i)}$ 表示第 i 个机器人位姿; $v_{k-1}^{(i)}(m | X_{k-1}^{(i)})$ 表示在第 i 个机器人位姿条件下的地图概率假设密度,其描述的是地图特征分布情况; N 表示粒子个数.

2.1 概率假设密度地图估计

采用GM-PHD实现地图估计,地图特征数目和位置分布通过后验的GM-PHD进行描述.因此,混合高斯项的分布与地图估计精度密切相关.机器人位姿经过采样后,每个粒子描述一个机器人的可能路径,地图估计需要对每个路径条件下的PHD进行预测和更新.

1) 单粒子条件下的PHD.

在 $k-1$ 时刻,假设机器人第 i 个位姿采样粒子为 $X_{k-1}^{(i)}$,其对应的地图条件概率假设密度为 $v_{k-1}^{(i)}(m | X_{k-1}^{(i)})$,其高斯混合形式表示为

$$v_{k-1}^{(i)}(m | X_{k-1}^{(i)}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} \omega_{k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(m; \mu_{k-1}^{(i,j)}, P_{k-1}^{(i,j)}). \quad (4)$$

其中: $J_{k-1}^{(i)}$ 为PHD函数的高斯项的个数; $\omega_{k-1}^{(i,j)}$, $\mu_{k-1}^{(i,j)}$ 和 $P_{k-1}^{(i,j)}$ 分别为 $k-1$ 时刻,第 i 个位姿粒子条件下,第 j 个高斯项对应的权重、均值和方差.式(4)的实际意义可以理解为机器人假设位姿为 $X_{k-1}^{(i)}$,其维护的地图特征由一系列的高斯项表示, $\mu_{k-1}^{(i,j)}$ 表示第 j 个路标特征可能存在的位置均值,其方差为 $P_{k-1}^{(i,j)}$.

2) 预测PHD.

新生特征的PHD采用以下混合高斯项的形式表示:

$$b(m | \mathcal{Z}_{k-1}, X_{k|k-1}^{(i)}) = \sum_{j=1}^{J_{b,k}^{(i)}} \omega_{b,k}^{(i,j)} \mathcal{N}(m; \mu_{b,k}^{(i,j)}, P_{b,k}^{(i,j)}). \quad (5)$$

其中: $J_{b,k}^{(i)}$ 为新生路标特征PHD函数的高斯项个数; $\omega_{b,k}^{(i,j)}$, $\mu_{b,k}^{(i,j)}$ 和 $P_{b,k}^{(i,j)}$ 分别为第 j 个新生高斯项对应的权重、均值和方差.

地图的预测PHD,其混合高斯项可表示为

$$\begin{aligned}
v_{k|k-1}^{(i)}(m|X_{k|k-1}^{(i)}) &= \\
v_{k-1}^{(i)}(m|X_{k-1}^{(i)}) + b(m|Z_{k-1}, X_{k|k-1}^{(i)}) &= \\
\sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} \omega_{k|k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(m; \mu_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{k|k-1,m}^{(i,j)}) &. \quad (6)
\end{aligned}$$

3) 采用 UKF 更新的后验 PHD.

更新后, 地图的后验 PHD 同样具有高斯混合的形式. 更新过程及权重计算公式如下:

$$\begin{aligned}
v_k^{(i)}(m|X_k^{(i)}) &= v_{k|k-1}^{(i)}(m|X_{k|k-1}^{(i)})[1 - P_D(m|X_k^{(i)})] + \\
&\sum_{z \in Z_k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} v_{G,k}^{(i,j)}(z, m|X_k^{(i)}), \quad (7)
\end{aligned}$$

$$v_{G,k}^{(i,j)}(z, m|X_k^{(i)}) = \omega_k^{(i,j)}(z|X_k^{(i)}) \mathcal{N}(m; u_{k|k}^{(i,j)}, P_{k|k,m}^{(i,j)}), \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
\omega_k^{(i,j)} &= \\
\frac{P_D \omega_{k|k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(z; z_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{k|k-1,z}^{(i,j)})}{c(z) + \sum_{l=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} P_D \omega_{k|k-1}^{(i,l)} \mathcal{N}(z; z_{k|k-1}^{(i,l)}, P_{k|k-1,z}^{(i,l)})} &. \quad (9)
\end{aligned}$$

由式(7)可知, 更新后的 PHD 由两部分组成: $v_{k|k-1}^{(i)}(m|X_k^{(i)})[1 - P_D(m|X_k^{(i)})]$ 表示在传感器视域内, 位于 m 处的特征未能被传感器观测到的 PHD, 体现的是传感器测量漏检的情况; 后面的部分表示由观测更新后的 PHD, 体现的是更新后地图特征的分布, 表示为加权的高斯和的形式.

由式(8)和(9)可知, 将 UT 变换和 UKF 应用于 PHD 的更新过程, UKF 的应用主要提高两个方面的精度: 1) 通过提高观测预测分布的计算精度, 即 $\mathcal{N}(z; z_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{k|k-1,z}^{(i,j)})$, 进而影响高斯项的权重 $\omega_k^{(i,j)}$, 使其分布更接近实际的后验分布; 2) 将 UKF 应用于特征分布的各个高斯项的均值和方差的计算中, 即 $\mathcal{N}(m; u_{k|k}^{(i,j)}, P_{k|k,m}^{(i,j)})$, 从而达到提高滤波器的整个性能的目的. 具体的实现过程如下.

Step 1: 计算 Sigma 点.

在 k 时刻, 已知索引为 i 的机器人位姿 $X_k^{(i)}$, 其对应预测 PHD 为 $v_{k|k-1}^{(i)}(m|X_{k|k-1}^{(i)})$, 采用 UT 变换预测索引为 j 的路标特征的观测, 首先计算 Sigma 点, 即

$$\begin{cases}
\mathcal{X}_0^{(i,j)} = \mu_{k|k-1}^{(i,j)}; \\
\mathcal{X}_l^{(i,j)} = \mathcal{X}_0^{(i,j)} + \left(\sqrt{(n+\lambda)P_{k|k-1,m}^{(i,j)}} \right)_l, \\
l = 1, 2, \dots, n; \\
\mathcal{X}_l^{(i,j)} = \mathcal{X}_0^{(i,j)} - \left(\sqrt{(n+\lambda)P_{k|k-1,m}^{(i,j)}} \right)_{l-n}, \\
l = n+1, n+2, \dots, 2n.
\end{cases} \quad (10)$$

其对应的权重为

$$\begin{cases}
W_{0,m}^{(i,j)} = \frac{\lambda}{n+\lambda}, W_{0,c}^{(i,j)} = \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta); \\
W_{l,m}^{(i,j)} = W_{l,c}^{(i,j)} = \frac{1}{2(n+\lambda)}, l = 1, 2, \dots, 2n.
\end{cases} \quad (11)$$

其中: $\mu_{k|k-1}^{(i,j)}$ 和 $P_{k|k-1,m}^{(i,j)}$ 分别表示第 j 个特征的位置均值和方差, 因为路标特征是 2 维的, 所以 $n = 2$; $(\sqrt{(n+\lambda)P_{k|k-1,m}^{(i,j)}})_l$ 表示取均方根矩阵的第 l 列; $\lambda = \alpha^2(n+\kappa) - n$, α 为尺度参数, 仿真实验中取值 0.01; $\kappa = 0$, $\beta = 2$.

Step 2: 计算观测预测.

观测模型为 $h(\cdot)$, 观测噪声方差为 R . 将 Sigma 点通过观测模型进行传播, 传播后的 Sigma 点为

$$Z_l^{(i,j)} = h(\mathcal{X}_l^{(i,j)}, X_k^{(i)}), l = 1, 2, \dots, 2n. \quad (12)$$

Step 3: 计算观测预测及方差

$$z_{k|k-1}^{(i,j)} = \sum_{l=0}^{2n} W_{l,m}^{(i,j)} Z_l^{(i,j)}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
P_{k|k-1,z}^{(i,j)} &= \sum_{l=0}^{2n} W_{l,c}^{(i,j)} (Z_l^{(i,j)} - z_{k|k-1}^{(i,j)}) \times \\
&(Z_l^{(i,j)} - z_{k|k-1}^{(i,j)})^T + R. \quad (14)
\end{aligned}$$

Step 4: 通过下式计算更新后的高斯均值及方差:

$$\begin{aligned}
P_{k|k-1,mz}^{(i,j)} &= \sum_{l=0}^{2n} W_{l,c}^{(i,j)} (\mathcal{X}_l^{(i,j)} - \mu_{k|k-1}^{(i,j)}) \times \\
&(Z_l^{(i,j)} - z_{k|k-1}^{(i,j)})^T, \quad (15)
\end{aligned}$$

$$K_k^{(i)} = P_{k|k-1,mz}^{(i,j)} / P_{k|k-1,z}^{(i,j)}, \quad (16)$$

$$u_{k|k}^{(i,j)} = u_{k|k-1}^{(i,j)} + K_k^{(i)} (z - z_{k|k-1}^{(i,j)}), \quad (17)$$

$$P_{k|k,m}^{(i,j)} = P_{k|k-1,m}^{(i,j)} - K_k^{(i)} P_{k|k-1,z}^{(i,j)} K_k^{(i)T}. \quad (18)$$

将上述计算结果代入式(7)~(9)中, 完成 PHD 的更新. 在计算过程中, 采用 UKF 计算高斯项均值、方差和观测预测, 避免了复杂的 Jacobian 矩阵计算, 同时计算精度可达到三阶, 使高斯项的分布更接近实际的路标特征分布, 从而达到提高地图特征估计精度的效果.

4) 地图特征提取.

特征地图的估计主要包括两方面: 一是路标特征数目的估计, 二是路标特征位置的估计. 在 $X_k^{(i)}$ 已知的条件下, 根据高斯项的权重 $\omega_k^{(i,j)}$ 进行特征估计. 设定特征门限 T_{feature} , $\omega_k^{(i,j)} \geq T_{\text{feature}}$ 的高斯项的均值为特征的位置, 符合该条件的高斯项的数目为地图特征的数目, $T_{\text{feature}} = 0.6$.

2.2 机器人位姿估计

算法采用 Rao-Blackwellised 粒子滤波器实现机器人位姿的后验估计, 机器人位姿的后验概率密度由不同权值的粒子集表示, 即 $\{\tilde{\eta}_k^{(i)}, X_k^{(i)}\}_{i=1}^N$. 在 k 时刻, 机器人的估计状态可选取权重最大粒子或者粒子加

权和, 因此权重的分布对位姿的估计有直接的影响. 提高位姿估计精度的关键是提高权值的计算精度, 使粒子的分布更接近于实际的后验分布.

1) 权值计算.

$\tilde{\eta}_k^{(i)}$ 表示在 k 时刻第 i 个采样粒子的权重, 与 FastSLAM1.0 类似, 其权重递推公式表示为

$$\tilde{\eta}_k^{(i)} = g_k(\mathcal{Z}_k | \mathcal{Z}_{0:k-1}, X_{0:k}^{(i)}) \eta_{k-1}^{(i)}. \quad (19)$$

由上式可知, $g_k(\mathcal{Z}_k | \mathcal{Z}_{0:k-1}, X_{0:k}^{(i)})$ 的计算是权重计算的关键. 与 FastSLAM1.0 不同的是, 式中的观测似然函数不是定义在 Euclidean 空间, 而是定义在有限集空间. 在选择单特征策略^[11]情况下, 其计算公式为

$$g_k(\mathcal{Z}_k | \mathcal{Z}_{0:k-1}, X_{0:k}^{(i)}) \approx \frac{1}{\Gamma} [(1 - P_D) c_k(z)^{\mathcal{Z}_k} + P_D \times \sum_{z \in \mathcal{Z}_k} c_k(z)^{\mathcal{Z}_k - \{z\}} g_k(z | \bar{m}, X_k)] v_{k|k-1}(\bar{m} | X_{0:k}), \quad (20)$$

其中

$$\Gamma = \exp\left(\hat{n}_{k|k-1} - \hat{n}_k + \int c_k(z) dz\right) v_k(\bar{m} | X_{0:k}).$$

这里: $\hat{n}_{k|k-1}$ 表示预测地图特征数目, \hat{n}_k 表示更新后地图特征数目, $c_k(z)$ 表示 k 时刻杂波 PHD. 在单特征策略的条件下, 取 $\mathcal{M}_k = \{\bar{m}\}$, \bar{m} 可以根据最大似然确定.

由式 (20) 的实现过程可知, 观测预测 $g_k(z | \bar{m}, X_k)$ 的计算对粒子权重的分布有着重要的影响, 其分布服从高斯分布 $\mathcal{N}(z; z_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{k|k-1}^{(i,j)})$. 采用 UT 变换计算观测预测, 避免了复杂的 Jacobian 矩阵求解, 其计算精度可达到三阶. 算法通过提高权重计算精度, 达到改善位姿估计性能的目的.

2) 基于 UT 变换的粒子权重计算.

Step 1: 状态向量增广.

已知在 $k-1$ 时刻, 第 i 个机器人位姿采样粒子的均值和方差为 $X_{k-1}^{(i)}$ 和 $P_{k-1}^{(i)}$. 为了采用 UT 变换计算状态转移向量, 首先进行向量增广, 即

$$X_{k-1}^{a(i)} = \begin{bmatrix} X_{k-1}^{(i)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, P_{k-1}^{a(i)} = \begin{bmatrix} P_{k-1}^{(i)} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{k-1} & 0 \\ 0 & 0 & R_{k-1} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

其中 Q_{k-1} 和 R_{k-1} 为控制噪声和观测噪声方差矩阵.

Step 2: 按下式计算 Sigma 点:

$$\mathcal{X}_0^{(i)} = X_{k-1}^{a(i)}; \quad (22)$$

$$\mathcal{X}_l^{(i)} = \mathcal{X}_0^{(i)} + \left(\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1}^{a(i)}}\right)_l, \quad l = 1, 2, \dots, n; \quad (23)$$

$$\mathcal{X}_l^{(i)} = \mathcal{X}_0^{(i)} - \left(\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1}^{a(i)}}\right)_{l-n}, \quad l = n+1, n+2, \dots, 2n. \quad (24)$$

其中: 机器人位姿为 3 维, 控制和观测向量均为 2 维, 所以 $n = 7$. 每个 Sigma 点包含状态、控制和观测 3 部分, 即

$$\mathcal{X}_{k-1,l}^{(i)} = [\mathcal{X}_{k-1,l}^{r(i)} \quad \mathcal{X}_{k-1,l}^{u(i)} \quad \mathcal{X}_{k-1,l}^{z(i)}]^T. \quad (25)$$

Step 3: 状态预测.

机器人的运动模型为 $f(\cdot)$, 每个 Sigma 点通过该模型, 在控制输入 $u_k^{(i)}$ 的作用下进行更新, 即

$$\mathcal{X}_{k|k-1,l}^{(i)} = f(\mathcal{X}_{k-1,l}^{r(i)}, u_k^{(i)} + \mathcal{X}_{k-1,l}^{u(i)}), \quad (26)$$

$$X_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{l=0}^{2n} W_{l,c}^{(i)} \mathcal{X}_{k|k-1,l}^{(i)}. \quad (27)$$

其权重计算过程如下:

$$\begin{cases} W_{0,m}^{(i)} = \frac{\lambda}{n+\lambda}, W_{0,c}^{(i)} = \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta); \\ W_{l,m}^{(i)} = W_{l,c}^{(i)} = \frac{1}{2(n+\lambda)}, l = 1, 2, \dots, 2n. \end{cases} \quad (28)$$

其中: α 为尺度参数, 取值 0.01; $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$, $\kappa = 0$; $\beta = 2$.

Step 4: 选取观测路标特征 \bar{m} .

在第 i 个位姿粒子预测值 $X_{k|k-1}^{(i)}$ 已知的条件下, 对应的预测 PHD 为 $v_{k|k-1}^{(i)}(m | X_{k|k-1}^{(i)})$, 选择其中权重最大的高斯项的均值作为 \bar{m} .

Step 5: 计算观测预测及方差.

观测模型为 $h(\cdot)$, 将 Sigma 点通过观测模型进行传播, 进而计算观测预测均值及方差为

$$Z_l^{(i,j)} = h(\mathcal{X}_{k|k-1,l}^{(i)}, m^{(i,j)}) + \mathcal{X}_{k|k-1,l}^{z(i)}, \quad (29)$$

$$z_{k|k-1}^{(i,j)} = \sum_{l=0}^{2n} W_{l,m}^{(i,j)} Z_l^{(i,j)}, \quad (30)$$

$$P_{k|k-1,z}^{(i,j)} = \sum_{l=0}^{2n} W_{l,c}^{(i,j)} (Z_l^{(i,j)} - z_{k|k-1}^{(i,j)}) \times (Z_l^{(i,j)} - z_{k|k-1}^{(i,j)})^T. \quad (31)$$

将上述计算所得到的观测预测均值和方差代入式 (20), 可以得到位姿粒子的权重. 仿真分析及性能改善的结果在第 3.2 节中论述.

3) 机器人状态确定.

在 k 时刻, 更新后的机器人位置可通过采样粒子加权平均求得.

2.3 高斯项的修剪、合并及分类

将更新后的高斯分量进行修剪、合并和分类, 主要目的是为了降低算法的计算量. 高斯项的修剪是指将权重小于舍弃门限 P_{th} 的分量丢弃, 仿真中 $P_{th} = 10^{-5}$; 合并是指将距离小于合并门限的高斯分量进行合并, 其中高斯项的距离是指马氏距离^[11].

为了进一步降低算法的计算量, 提出算法结合 SLAM 的实际问题, 对混合高斯项进行分类, 从而减

少下一个周期更新高斯项的数目. 在更新过程中, 每个高斯项的峰值表示路标特征 m 可能存在的位置. 视域内的路标被检测到的概率约为 1, 视域外的路标特征被检测到的概率约为 0, 即

$$P_D(m|X_k^{(i)}) \approx \begin{cases} 1, & m \in \text{FoV}; \\ 0, & m \notin \text{FoV}. \end{cases} \quad (32)$$

通过式 (9) 可知, 更新后, FoV 外的路标对应的高斯分量权重是一个很小的值, 表示该分量对逼近后验 PHD 贡献不大, 因此, 分类的过程就是以 FoV 为标准, 根据高斯分量峰值的位置分为 FoV 内和 FoV 外两部分. 更新计算只对 FoV 内的高斯项进行, 从而达到有效降低算法计算量的目的, 其公式可表示如下:

$$v_{k|k-1}^{(i)}(m|X_k^{(i)}) = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}(\text{in})} \omega_{k|k-1}^{(i,j)}(\text{in}) \mathcal{N}(m; \mu_{k|k-1}^{(i,j)}(\text{in}), P_{k|k-1}^{(i,j)}(\text{in})) + \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}(\text{out})} \omega_{k|k-1}^{(i,j)}(\text{out}) \mathcal{N}(m; \mu_{k|k-1}^{(i,j)}(\text{out}), P_{k|k-1}^{(i,j)}(\text{out})). \quad (33)$$

其中: 带有 (in) 后缀的项表示 FoV 内的高斯项, 带有 (out) 后缀的项表示 FoV 外的高斯项. 由于更新过程只更新 FoV 内的高斯项, 更新计算效率能显著提高, 仿真实验及结果在第 3.2 节中进行说明.

3 仿真及实验结果

3.1 仿真环境及运行效果

仿真实验在 Matlab 平台下运行, 地图为 120 m × 120 m 区域, 共有 30 个路标, 结果如图 1 所示.

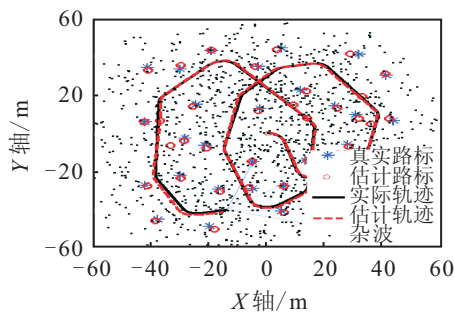


图 1 仿真环境及运行效果

移动机器人的运动模型采用前轮驱动转向的小车模型^[15], 车载传感器为激光雷达, 仿真中噪声均假设为高斯噪声, 具体的运动模型参数如表 1 所示.

表 1 运动模型参数

参 数	数 值	参 数	数 值
机器人航向速度/(m/s)	3	传感器扫描视角/(°)	180
控制最大角速度/(°/s)	20	传感器观测距离/m	30
控制速度噪声/(m/s)	0.3	控制角度噪声/(°)	3
观测距离噪声/m	0.1	观测角度噪声/(°)	1

3.2 仿真结果及性能评价

在仿真实验中, 将所提出的算法与文献 [11] 中提出的 RB-GMPHD-SLAM 算法进行对比, 结果从 3 个方面验证了所提出算法的有效性, 即机器人定位误差、地图特征的估计效果和计算时间.

1) 机器人定位性能评价.

机器人定位误差采用机器人位置的均方根误差 (RMSE)^[16] 作为定量评价指标. 实验通过计算各个时间步的机器人位置 RMSE, 评价两种算法估计性能. 在仿真实验中, 机器人位姿采样粒子数为 10, Monte Carlo 次数为 10 次, 对比结果如图 2 所示.

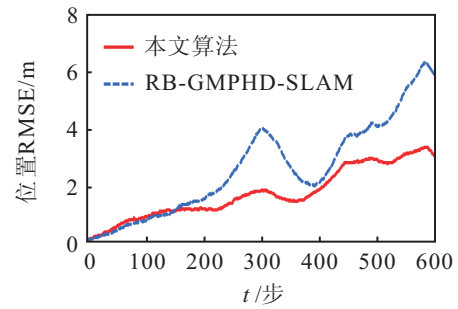


图 2 机器人位置 RMSE 对比

由图 2 可知, 在初始 150 时间步内, 误差对比不是很明显, 随着误差的不断累积, 本文算法的机器人位置误差增长更为缓慢, 明显低于对比算法, 说明本文算法在提高机器人位姿估计精度方面是有效的.

2) 地图特征估计结果及评价.

在 PHD-SLAM 算法中, 存在杂波干扰的地图估计效果主要通过两个方面来评价: 一是各个时间步估计地图特征的数目; 二是地图特征的误差.

图 3 为在两种算法的情况下, 各时间步地图特征数目与实际数目的对比情况. 通过对比可知, 开始阶段两种算法估计效果相差不大, 随着扫描范围的不断扩大, 本文算法的地图估计数目更接近实际数目.

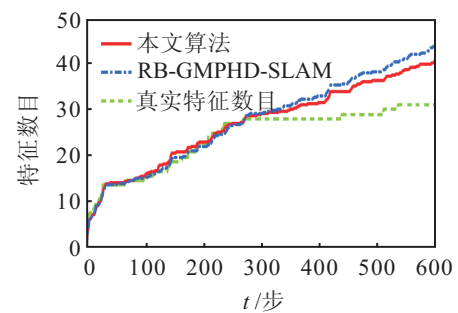


图 3 地图估计平均特征数目的对比

由于在 PHD-SLAM 算法中, 地图表示为有限集的形式, 地图误差的大小采用最优子模型分配距离 (OSPA)^[17] 进行评价. 实验中, 截断距离取值为 10, 阶数为二阶. 两种算法的估计误差如图 4 所示. 通过对比发现, 在开始阶段两种算法误差相差不大, 随着

运行时间增长,本文算法的估计地图误差要小于RB-GMPHD-SLAM算法,说明本文算法在提高地图估计精度方面是有效的。

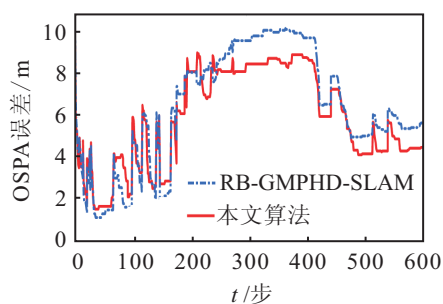


图4 OSPA误差对比

3) 计算时间比较.

通过第2.3节的分析可知,更新高斯项的减少必然会降低整个算法的计算时间.仿真实验针对不同杂波强度,将分类和不分类情况下的算法运算时间进行了对比,通过每种实验分别运行10次来求取平均运行时间,实验结果如表2所示.仿真实验计算机硬件配置为主频2.66 GHz,双核处理器,内存2G.

表2 运算时间比较

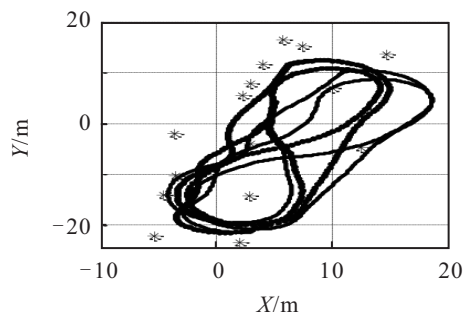
杂波数/个	不分类运行 总时间/s	分类运行 总时间/s	节省百 分比/%	总运行 时间/步
1	96.4134	49.8462	48.3	609
2	114.1007	58.9442	48.3	609
3	128.1858	72.8937	43.1	609

通过同一仿真平台下不同算法的运行情况来看,在相同杂波强度的条件下进行高斯项分类,能够有效缩短整体仿真时间,从而降低计算开销.

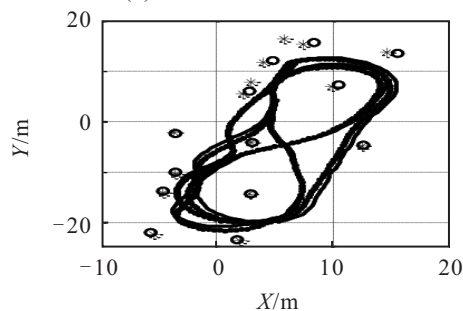
4 Car Park 数据集及分析

本节实验基于悉尼大学Car Park数据集,该数据集是研究SLAM问题常用的数据集之一.研究人员在面积约为45 m×30 m的一个停车场内预先放置15个标杆作为识别的特征,驾驶车辆低速行驶两分钟进行数据采集.车辆配有SICK激光雷达、里程计和GPS等传感器,GPS只用于捕获车辆实际运行轨迹及评价SLAM算法效果,并不参与SLAM运算.图5(a)描述了车辆的GPS轨迹和基于里程计信息的车辆航迹推算轨迹.由于里程计的测量噪声及车辆运动学模型不精确等因素,航迹推算轨迹严重发散,偏离GPS轨迹.基于该数据集,将RB-GMPHD-SLAM算法与本文算法进行比较,以验证两种算法在真实环境下的运行效果,结果分别如图5(b)和图5(c)所示.运行过程中,设定车辆的速度控制噪声为0.7 m/s,驾驶角控制噪声为5.5°;路标特征测量的角度噪声为1°,测距噪声为1 m.两种SLAM滤波器均采用10个采样粒子描述车辆的行驶轨迹.从运行效果图中可以看

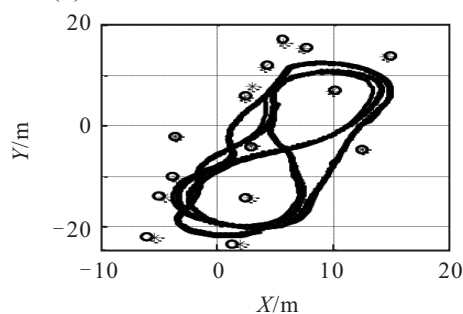
出,相比于RB-GMPHD-SLAM算法,本文算法得到的车辆轨迹与GPS轨迹吻合度更高,说明车辆位姿估计误差更小,其性能优于对比算法.具体的车辆位置RMSE在图6中进行了定量对比,其蒙特卡洛仿真次数为10次.



(a) GPS及航迹推算运行结果



(b) RB-GMPHD-SLAM算法运行结果



(c) 本文算法运行结果

• GPS轨迹 * 真实路标
— 估计轨迹 ○ 估计路标

图5 Car Park数据集运行效果

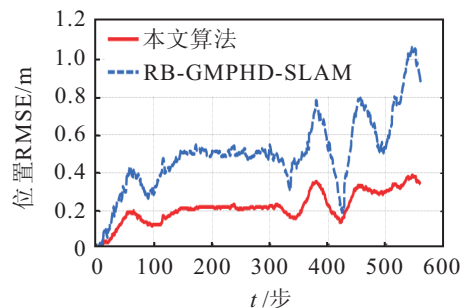


图6 Car Park数据集车辆位置RMSE对比

由图6可以看出,在各个时间步,本文算法的车辆位置均方根误差要小于对比算法,说明算法在改善车辆位置估计精度方面是有效的.同时,从误差的波动范围来看,开始阶段随着车辆的运行,误差逐步

增大, 在 120 采样点到 350 采样点误差变化相对平稳, 由于此阶段车辆在地图左侧运行, 观测路标特征相对较密集, 本文算法误差要明显小于对比算法. 从第 350 采样点到 420 采样点, 两种算法误差均出现较大波动, 误差曲线比较接近, 原因是由于车辆运行至地图右上端, 此处观测特征比较稀疏甚至某些时刻无观测特征, 车辆位置仅依靠运动模型推算. 从整个过程来看, 本文算法的稳定性要优于对比算法.

5 结 论

PHD-SLAM 算法作为一种无需数据关联的 SLAM 算法, 在杂波环境中具有独特的优势. 本文通过对 PHD-SLAM 算法流程的分析, 针对传统算法估计误差偏大和计算代价高的问题, 提出了 *unscented-GMPHD-SLAM* 算法. 该算法将 UT 和 UKF 运用到高斯项更新及采样粒子权重计算过程中, 有效地提高了观测似然及高斯项更新的计算精度, 进而达到改善算法整体估计性能的目的; 同时, 通过对 GM-PHD 更新过程的分析, 提出了混合高斯项分类方法, 从而有效降低了算法的计算负担; 最后, 通过仿真环境及 Car Park 数据库实验, 将本文算法与传统算法进行了比较, 验证了该算法在提高估计性能和降低计算负荷方面的有效性.

参考文献(References)

- [1] Smith R, Self M, Chesseman P. Estimating uncertain spatial relationships in robotics[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. North Carolina: IEEE Press, 1987: 850-858.
- [2] Matheron G. Random sets and integral geometry[M]. New York: Wiley, 1975: 21-25.
- [3] Goodman I R, Mahler R, Nguyen H. Mathematics of data fusion[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997: 90-95.
- [4] Mahler R. Statistical multisource multitarget information fusion[M]. Norwood: Artech House, 2007: 49-51.
- [5] Mahler R. Multi-target Bayes filtering via first-order multi-target moments[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152-1178.
- [6] Mahler R. PHD filters of higher order in target number[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(4): 1523-1543.
- [7] Vo B N, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1224-1245.
- [8] Vo B N, Ma W K. The gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(11): 4091-4104.
- [9] 吴刚, 韩崇昭, 闫小喜, 等. 基于熵分布的概率假设密度滤波器高斯混合实现[J]. 控制与决策, 2014, 29(1): 89-93.
(Wu G, Han C Z, Yan X X, et al. Gaussian mixture implementation of PHD filter based on entropy distribution[J]. Control and Decision, 2014, 29(1): 89-93.)
- [10] 吴鑫辉, 黄高明, 高俊. 未知噪声统计下多模型概率假设密度粒子滤波算法[J]. 控制与决策, 2014, 29(2): 475-480.
(Wu X H, Huang G M, Gao J. Multiple-model probability hypothesis density filter for multi-target tracking without the statistics of noise parameters[J]. Control and Decision, 2014, 29(2): 475-480.)
- [11] Mullane J, Vo B N, Martin D. Rao-Blackwellised PHD SLAM[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Anchorage: IEEE Press, 2010: 5410-5416.
- [12] Mullane J, Vo B N, Martin D. A random-finite-set approach to bayesian SLAM[J]. IEEE Trans on Robotics, 2011, 27(2): 268-282.
- [13] Mullane J, Vo B N, Martin D. A random set formulation for bayesian SLAM[C]. Proc of IEEE Int Conf on Intelligent Robots and Systems. Nice: IEEE Press, 2008: 1043-1049.
- [14] Lee C S, Clark D E, Salvi J. SLAM with single cluster PHD filters[C]. Proc of IEEE Int Conf on Intelligent Robots and Systems. Minnesota: IEEE Press, 2012: 2096-2101.
- [15] Dissanayake M, Newman P, Clark S, et al. A solution to the simultaneous localization and map building(SLAM) problem[J]. IEEE Trans on Robotic and Automation, 2001, 17(3): 229-241.
- [16] Bar-Shalom Y, Li X R. Estimation and tracking: Principles, techniques, and software[M]. USA: Artech House, 1993: 67-69.
- [17] Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447-3457.

(责任编辑: 滕 蓉)