文章编号: 1001-0920 (2015) 02-0361-05 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2013.1448

弹性需求下易变质物品定价、营销与生产计划的联合优化

刘国莉[1], 叶 同[1], 王 伟[2]

(1. 辽宁科技大学 理学院，辽宁 鞍山 114051；2. 大连理工大学 信息与控制研究中心，辽宁 大连 116024)

摘 要: 针对易变质的商品, 分析基于弹性需求的定价、营销及生产计划的联合优化问题, 并建立用于描述该问题的非线性规划模型. 考虑到模型是高度非线性的, 提出基于几何规划的求解方法. 首先将高度非线性的问题简化为只含有一个变量的问题; 然后利用黄金分割法获得原问题高质量的近优解; 最后通过算例验证了所提出求解方法的可操作性和正确性, 并分析了主要参数的灵敏度.

关键词: 变质率；弹性需求；联合优化；几何规划

中图分类号: F253.4 **文献标志码:** A

Optimal strategies for integrated pricing, marketing and production planning with deteriorating item considering elastic demand

LIU Guo-li[1], *YE Tong*[1], *WANG Wei*[2]

(1. School of Science，University of Science and Technology of Liaoning，Anshan 114051，China；2. Research Center of Information and Control，Dalian University of Technology，Dalian 116024，China．Correspondent：LIU Guo-li，E-mail: lg_li1978@126.com)

Abstract: A joint optimization problem of pricing, marketing and production planning for a deteriorating item considering elastic demand is studied. A nonlinear programming model is developed to describe the problem. Since the model is highly nonlinear and cannot be solved directly, a solution approach based on geometric programming is proposed. In the approach, the joint optimization problem is first reduced to an unconstrained problem in a single variable. Then the resulting problem is solved by using the linear search algorithm of golden section. Finally, a numerical example verifies the operability and correctness of the proposed approach and the sensitivity analysis of key parameters is presented.

Keywords: deterioration rate；elastic demand；joint optimization；geometric programming

0 引 言

现实生活中, 大多数商品 (如生鲜蔬菜、水果、汽油、放射性物质等) 都会随着时间的推移发生质或量的改变. 商品的这一本质使得易变质商品的生产库存管理受到了研究者的广泛重视. 综观易变质商品的研究现状, 主要围绕需求率和变质率两个核心要素, 研究相应的库存优化问题, 相关的理论研究大致可以分为以下几类:

1) 需求率为常数, 变质率固定或可变. Chang 等[1]假设变质率是两参数的 Weibull 分布, 并建立了一个变质性物品的库存模型; Roy 等[2]建立了带有变质率的库存模型, 其中变质率设定为每周期订货量的线性函数; Chung 等[3-6]研究了变质率为常量的生产库存问题.

2) 需求依赖于价格, 变质率固定或时变. Mukhopadhyay 等[7]假设变质率与时间成正比, 并建立了相应的库存模型; Pal 等[8]研究了需求同时依赖于价格和库存展示量且变质率为常数的库存优化问题; 覃毅延等[9]在需求为价格的线性函数、变质率恒定的条件下, 研究了当供应商和零售商独自决策时, 供应商如何确定最优数量折扣问题; Youa 等[10-11]研究了变质率为固定常数的库存管理问题; Dye[12]以时变的变质率为前提, 构建了相应的库存优化模型; Papachristos 等[13]假设需求为销售价格的凸减函数,

收稿日期: 2013-10-18；**修回日期:** 2014-03-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61034003)；国家青年基金项目(71301066)；辽宁省教育厅科学研究一般项目(L2013120)；辽宁科技大学国家级项目预研项目(2012YY14)；辽宁科技大学优秀科技人才基金项目(2012RC03).

作者简介: 刘国莉(1978−), 女, 副教授, 从事工业过程优化建模、物流优化与控制等研究；王伟(1955−), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业过程的建模、控制与优化流程工业生产计划与优化调度等研究.

且变质率服从两参数 Weibull 分布, 建立了确定性易逝品的库存模型.

3) 需求时变, 变质率为固定或可变. Ghosh 等[14]研究了变质率服从两参数 Weibull 分布的库存优化问题, 其中需求条件设定为以时间为变量的二次函数; 朱传华等[15]基于对具有一定保质期的易腐产品的库存决策研究基础之上, 建立了时变需求率及符合产品市场生命周期变化的易腐品库存模型; Yang 等[16-17]以时变需求为前提, 构建了易逝率为常数的易逝品库存模型; Chern 等[18]研究了需求和变质率均为时变的库存生产批量问题; 李卫元等[19]在考虑需求率是时间的函数的情况下, 研究了允许缺货、变质率服从威布尔分布的库存模型.

虽然上述研究成果能够为弹性需求下易变质物品定价、营销与生产计划的联合优化问题的建模与求解提供良好的借鉴, 但仍具有一定的局限性:

1) 极少有文献研究易变质商品的定价、营销及生产计划的联合优化问题, 无法弥补将易变质商品的市场决策与生产库存问题割裂造成的不足;

2) 大多数文献中建立的模型都是基于比较简单的需求函数, 很少有人考虑需求为同时依赖于价格和营销成本的指数函数;

3) 大多数文献采用的研究方法局限性较强, 很难直接对带有指数形式变量的符号几何规划模型进行优化求解.

在实际的市场运作当中, 同时采用销售价格和营销成本这两种手段进行决策的易变质商品有很多, 比如乳制品、水果和蔬菜等. 本文针对易变质的物品, 以最大化企业利润为目标, 基于与销售价格和营销成本相关的弹性需求函数, 建立了定价、营销和生产计划的联合优化模型.考虑到该模型是高度非线性的, 本文采用了突破传统求解思路的几何规划方法, 并结合黄金分割算法获得原问题高质量的近优解.

1 易变质销售价格、营销成本与生产批量联合优化模型

1.1 符 号

1) 参数.

$D(P,M)$: 年需求量(件);

$R(P,M,Q)$: 年生产量(件);

$C(Q)$: 单位产品的生产成本(元/件);

$\theta(T)$: 每周期产品的平均变质率(%);

T: 补货周期(年);

N: 产品销售所在地区的数量(个);

a: 生产每批量产品的固定费用(元);

h: 单位产品的年度库存持有成本(元/件);

i: 单位产品的年度库存持有成本占单位生产成本的百分比(%);

α: 需求的价格弹性系数, $\alpha > 1$;

γ: 需求的市场弹性系数, $0 < \gamma < 1$;

k: 市场规模常量, $k > 0$;

u: C 的度量常数, $u > 0$.

2) 决策变量.

P: 单位产品的市场零售价格(元/件);

M: 单位产品在 N 个地区的平均营销成本(元·个/件);

Q: 企业的生产批量(件).

1.2 假 设

本文建立的模型基于下列假设:

1) 考虑单一企业, 生产并销售单一产品.

2) 不允许缺货, 当企业库存量减少到零时, 瞬时进行生产和补充, 补充一次性完成.

3) 每周期商品的平均变质率与补货周期 T 的大小有密切关系. 一般地, 周期越大, 产品存储时间越长, 平均变质率也越大. 因此, 假设 $\theta(T) = \rho \cdot T$, 其中: ρ 为常量, 由商品本身属性、天气和环境等因素来决定; $T = \dfrac{Q}{P} = \dfrac{Q \cdot [1-\theta(T)]}{D(P,M)}$. 故

$$\theta(T) = \frac{P \cdot Q}{\rho \cdot Q + D(P,M)},$$

$$R(P,M,Q) = \frac{D(P,M)}{1-\theta(T)} = \rho \cdot Q + D(P,M).$$

4) 变质的产品不能替代且不可修复.

5) 产品的年度市场需求量与其零售价格和市场营销成本有着密切的关系. 因此, 假设市场对产品的年度需求量 $D(P,M) = k \cdot P^{-\alpha} \cdot M^{\gamma}$, 其中: $k > 0$, $\alpha > 1$, $0 < \gamma < 1$.

6) 每单位产品的生产成本通常随着生产批量的增加而降低. 因此, 假设 $C(Q) = u \cdot Q^{-\beta}$, 其中: $u > 0$, $0 < \beta < 1$.

1.3 数学模型

根据符号和假设, 将本文所研究的生产批量问题 (P) 描述为

$$\begin{aligned}\max\ \pi(P,Q,M) = &\\ &P \cdot D(P,M) - M(P,M) \cdot N^{-1} - \\ &C(Q) \cdot R(P,M,Q) - a \cdot R(P,M,Q) \cdot Q^{-1} - \\ &0.5 \cdot h \cdot Q.\end{aligned} \tag{1}$$

问题 (P) 是企业的年收益函数, 第 1 项为销售收入; 第 2 项为营销成本; 第 3 项为生产成本; 第 4 项为固定费用; 每周期的库存水平下降速率相对于时间是个常量, 因此第 5 项为年度库存持有成本.

2 求解方法

2.1 几何规划

几何规划法是一类特殊的非线性规划, 是最优化

理论与方法的一个重要的分支. 若目标函数和约束条件各项的系数均为正, 则称为正项几何规划, 否则称为符号几何规划. 几何规划一般不是凸规划, 但经过适当的变换可以转换为凸规划, 因此它的局部最优解也是全局最优解, 并且利用几何规划的对偶原理可以把某些高度非线性问题转化成具有线性约束的优化问题来求解, 使计算大为简化.

几何规划所依据的理论和采用的算法备受青睐, 分析其原因主要有以下几个方面: 1) 该方法把非线性约束的非线性规划问题转化为线性等式约束下的非线性规划问题; 2) 几何规划问题的目标函数和约束条件都是优化变量乘幂的连乘积的代数和形式; 3) 该方法已经在人类生产实践和社会生活中应用广泛, 例如许多工业设计和生产问题抽象出来的数学模型都是几何规划问题.

2.2　符号几何规划变换

设 $\pi(P,Q,M)$ 的下限为 z, 即 $\pi(P,Q,M)\geqslant z>0$, 可将符号几何规划问题 (P) 转化为问题 (FP):

$$\begin{aligned}&\min\ z^{-1}\ (\text{or}\max\ z)\\&\quad P\cdot D(P,M)-M\cdot D(P,M)\cdot N^{-1}-\\&\quad C(Q)\cdot R(P,M,Q)-a\cdot R(P,M,Q)\cdot Q^{-1}-\\&\quad 0.5\cdot h\cdot Q\geqslant z,\end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned}&\min\ z^{-1}\ (\text{or}\max\ z)\\&\quad k\cdot P^{-\alpha+1}\cdot M^{\gamma}-k\cdot P^{-\alpha}\cdot M^{\gamma+1}\cdot N^{-1}-\\&\quad a\cdot[\rho\cdot Q+k\cdot P^{-\alpha}\cdot M^{\gamma}]\cdot Q^{-1}-\\&\quad u\cdot Q^{-\beta}\cdot[\rho\cdot Q+k\cdot P^{-\alpha}\cdot M^{\gamma}]-\\&\quad 0.5\cdot h\cdot Q\geqslant z.\end{aligned}\tag{2}$$

再将问题 (FP) 转化为正项几何规划问题 (SP). 令 $\overline{z}=z+a\cdot\rho$, 有

$$\begin{aligned}&\min\ z^{-1}\ (\text{or}\max\ z)\\&\quad \overline{z}\cdot k^{-1}\cdot P^{\alpha-1}\cdot M^{-\gamma}+N^{-1}\cdot P^{-1}\cdot M+\\&\quad u\cdot Q^{-\beta}\cdot P^{-1}+a\cdot P^{-1}\cdot Q^{-1}+\\&\quad u\cdot k^{-1}\cdot(0.5\cdot i+\rho)\cdot P^{\alpha-1}\cdot M^{-\gamma}\cdot Q^{-\beta+1}\leqslant 1.\end{aligned}\tag{3}$$

2.3　正项几何规划转换

由式 (3), 令

$$L_1=\overline{z}\cdot k^{-1}\cdot P^{\alpha-1}\cdot M^{-\gamma},\tag{4}$$

$$L_2=N^{-1}\cdot P^{-1}\cdot M,\tag{5}$$

$$L_3=u\cdot Q^{-\beta}\cdot P^{-1},\tag{6}$$

$$L_4=a\cdot P^{-1}\cdot Q^{-1},\tag{7}$$

$$L_5=u\cdot k^{-1}\cdot(0.5\cdot i+\rho)\cdot P^{\alpha-1}\cdot M^{-\gamma}\cdot Q^{-\beta+1}.\tag{8}$$

假设对偶变量为 $\overline{\sigma}=(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4,\sigma_5)^{\mathrm{T}}$. 其中 $\sigma_i=s\cdot L_i$, $s=\sum\limits_{i=1}^{5}\sigma_i$, $\sum\limits_{i=1}^{5}L_i=1\,(i=1,2,\cdots,5)$, 且 $\overline{\sigma}>0$. L_1 表示利润占总收入的比例, L_2 表示营销成本占总收入的比例, L_3 表示生产成本占总收入的比例, L_4 表示固定费用占总收入的比例, L_5 表示库存持有成本和缺货损失费用占总收入的比例. 将问题 (P) 转化为等价的对偶规划问题 (CP):

$$\begin{aligned}&\max\ d(\overline{\sigma})=\\&\quad\left(\frac{1}{\sigma_0}\right)^{\sigma_0}\left(k^{-1}\cdot\frac{s}{\sigma_1}\right)^{\sigma_1}\left(N^{-1}\cdot\frac{s}{\sigma_2}\right)^{\sigma_2}\left(u\cdot\frac{s}{\sigma_3}\right)^{\sigma_3}\times\\&\quad\left(a\cdot\frac{s}{\sigma_4}\right)^{\sigma_4}\left[(0.5\cdot i+\rho)\cdot k^{-1}\cdot u\cdot\frac{s}{\sigma_5}\right]^{\sigma_5};\end{aligned}\tag{9}$$

$$\text{s.t. }\sigma_0=1,\tag{10}$$

$$-\sigma_0+\sigma_1=0,\tag{11}$$

$$\begin{aligned}&(\alpha-1)\cdot\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\\&\sigma_4+(\alpha-1)\cdot\sigma_5=0,\end{aligned}\tag{12}$$

$$-\gamma\cdot\sigma_1+\sigma_2-\gamma\cdot\sigma_5=0,\tag{13}$$

$$-\beta\cdot\sigma_3-\sigma_4+(1-\beta)\cdot\sigma_5=0,\tag{14}$$

$$\overline{\sigma}>0.\tag{15}$$

2.4　对偶规划转化

基于对问题 (CP)的变换, 可得到 (DPLOG) 问题:

$$\begin{aligned}&\min\ -\log d(\sigma_5)=g(\sigma_5)=\\&\quad\sigma_1\cdot\log k+\sigma_2(\sigma_5)\cdot[\log N\cdot\sigma_2(\sigma_5)]+\\&\quad\sigma_3(\sigma_5)\cdot\log\frac{\sigma_3(\sigma_5)}{u}+\sigma_4(\sigma_5)\cdot\log\frac{\sigma_4(\sigma_5)}{a}+\\&\quad\sigma_5\cdot\log\frac{k\cdot\sigma_5}{(0.5\cdot i+\rho)\cdot u}-s(\sigma_5)\cdot\log s(\sigma_5);\end{aligned}\tag{16}$$

$$\text{s.t. }\sigma_1=1,\tag{17}$$

$$\sigma_2=\gamma\cdot(1+\sigma_5),\tag{18}$$

$$\sigma_3=\frac{1+\gamma-\alpha}{\beta-1}+\frac{(2-\alpha-\beta+\gamma)\cdot\sigma_5}{\beta-1},\tag{19}$$

$$\sigma_4=\frac{\beta\cdot(1+\gamma-\alpha)}{1-\beta}+\frac{(1-\alpha\cdot\beta-\beta\cdot\gamma)\cdot\sigma_5}{1-\beta},\tag{20}$$

$$s=\alpha\cdot(1+\sigma_5),\tag{21}$$

$$\sigma_5>\sigma_{5\_\text{low}}.\tag{22}$$

式 (17) ~ (22) 是由式 (10) ~ (15) 转化得到的, 其中

$$\sigma_{5\_\text{low}}=\max\left\{0,\frac{\beta\cdot(1+\gamma-\alpha)}{\alpha\cdot\beta-\gamma\cdot\beta-1}\right\}.$$

问题 (DPLOG) 中 $\sigma_j(\sigma_5)$, $j=1,2,3,4$ 和 $s(\sigma_5)$ 分别表示式 (17) ~ (21), 因此式 (16) 中只含有一个变 σ_5, 问题 (DPLOG) 可以用一维线性搜索的方法求解.

令 $\log\overline{d}^*=\log\overline{d}(\sigma_5^*)=\max\ \log\overline{d}(\sigma_5)$, 由 GP 的二元性可知 $\overline{d}^*=\dfrac{1}{\overline{z}^*}=\dfrac{1}{z^*+\rho\cdot a}=\dfrac{1}{\pi^*+\rho}$, 其中 $\pi^*=\max\ \pi=\max\ z$. 故有 $\pi^*=1/\overline{d}^*-\rho\cdot a$. 又因为 $L_i^*=\sigma_i^*/s^*$, $i=1,2,\cdots,5$. 由式 (6) 和 (7), 有

$$L_3^*/(L_4^*)^{\beta}=u\cdot a^{-\beta}\cdot P^{\beta-1},$$

$$L_3^*/L_4^*=u\cdot a^{-1}\cdot Q^{-\beta+1},$$

得

$$P^* = [u^{-1} \cdot a^{\beta} \cdot L_3^* \cdot (L_4^*)^{-\beta}]^{1/(\beta-1)}, \tag{23}$$

$$Q^* = [a \cdot u^{-1} \cdot L_3^* \cdot (L_4^*)^{-1}]^{1/(1-\beta)}. \tag{24}$$

由式 (5), 有

$$M^* = N \cdot P^* \cdot L_2^*. \tag{25}$$

2.5 黄金分割算法

黄金分割法是一维搜索方法中重要的方法之一, 它适用于单峰函数求最小值的问题[20]. 由于问题 (DPLOG) 中的函数是一个凸函数, 本文采用黄金分割法求解, 算法步骤如下[21].

Step 1: 初始化搜索区间 $[\sigma_{5\_\mathrm{low}}, \sigma_{5\_\mathrm{up}}]$ 及搜索精度 ε, 假设 $\sigma_{5\_\mathrm{up}} = A$, A是一个非常大的正数.

Step 2: 计算

$$e = \sigma_{5\_\mathrm{low}} + 0.382(\sigma_{5\_\mathrm{up}} - \sigma_{5\_\mathrm{low}}),$$

$$f = \sigma_{5\_\mathrm{low}} + 0.618(\sigma_{5\_\mathrm{up}} - \sigma_{5\_\mathrm{low}}).$$

Step 3: 若 $g(e) > g(f)$, 转至 Step 4; 否则, 转至 Step 5.

Step 4: 若 $f - e < \varepsilon$, 则停止, 输出 $\sigma_5^* = f, g^* = g(f)$; 否则, 令 $\sigma_{5\_\mathrm{low}} = e, e = f, f = \sigma_{5\_\mathrm{low}} + 0.618 \times (\sigma_{5\_\mathrm{up}} - \sigma_{5\_\mathrm{low}})$, 转至 Step 3.

Step 5: 若 $f - e < \varepsilon$, 则停止, 输出 $\sigma_5^* = f, g^* = g(f)$; 否则, 令 $\sigma_{5\_\mathrm{low}} = f, f = e, e = \sigma_{5\_\mathrm{low}} + 0.382 \times (\sigma_{5\_\mathrm{up}} - \sigma_{5\_\mathrm{low}})$, 转至 Step 3.

3 数值分析

3.1 算 例

针对易变质的物品, 市场需求符合弹性需求模式 $D = k \cdot P^{-\alpha} \cdot M^{\gamma}$, 具体参数值见表 1.

表 1 主要参数

k	α	β	γ	a/元	u	i	ρ	N/个
10^{-6}	2.00	0.01	0.10	50	5	0.10	2	20

利用表 1 中的数据, 令黄金分割算法中的搜索精度 $\varepsilon = 10^{-5}$, 并在区间 $[0, 10^8]$ 上对问题 (DPLOG) 进行一维搜索, 得到极大值点 $\sigma_5^* = \arg\max \log \overline{d}^* = 0.1032$, 则 $\pi^* = 1/\overline{d}^* - \rho \cdot a = 16\,274.55$. 由式 (23)～(25), 得到该算例高质量的近优解: $(P^*, M^*, Q^*) = (8.9917, 7.1934, 174.3093)$. 这里给出的只是一个参考算例, 实际操作中可以根据参数的不同设定来具体选择生产销售策略.

3.2 敏感分析

对主要参数 α、γ、ρ 进行灵敏度分析, 如表 2～表 4 所示. 假设的参数值如表 1 所示, 每次只考虑改变一个参数, 且改变每个参数值的幅度为 50%、25%、−25%、−50%, 保证其他参数值不变, 以便反映参数变化的影响.

从表 2 可以看出, 随着变质率系数 ρ 的增大, 变质率 θ 增大, 最优的生产周期和生产批量减小, 最优销售价格 P^* 和最优营销成本 M^* 增大, 最大利润相对减小, 反之亦然. 当商品变质率系数 ρ 较大时, 进行多频次小批量生产、提高销售价格、增加营销成本投入是获得最大利润的有效措施.

表 2 变质率系数 ρ 对最优策略的影响/%

ρ变化率	P^*变化率	M^*变化率	Q^*变化率	π^*变化率	θ^*变化率	T^*变化率
50	1.73	1.73	−20.98	−4.50	21.63	−18.91
25	0.91	0.91	−12.12	−2.38	11.34	−10.93
−25	−1.02	−1.02	17.99	2.75	−12.91	16.12
−50	−2.24	−2.24	48.69	6.10	−28.23	43.54

表 3 价格弹性系数 α 对最优策略的影响/%

α变化率	P^*变化率	M^*变化率	Q^*变化率	π^*变化率	D变化率
50	−7.53	−38.36	−73.04	−97.25	−91.79
25	−9.16	−27.33	−44.42	−79.21	−66.85
−25	31.80	75.73	65.19	365.44	148.77
−50	352.10	804.19	81.66	2818.74	194.37

表 4 营销成本弹性系数 γ 对最优策略的影响/%

γ变化率	P^*变化率	M^*变化率	Q^*变化率	π^*变化率	D变化率
50	3.41	55.11	4.47	12.98	8.41
25	1.68	27.10	2.06	5.99	3.83
−25	−1.63	−26.23	−1.64	−4.96	−3.00
−50	−3.27	−51.63	−2.77	−8.78	−5.06

从表 3 可以看出, 随着价格弹性系数 α 的增大, 市场年度需求量 D 大幅度增加. 说明价格弹性系数 α 对市场年度需求量 D 的影响非常大, 同时对企业各项优化决策的影响也非常大. 因此企业应当对市场做充分的调查, 预测出较为准确的价格弹性系数, 从而更好地做出优化策略. 同时, α 不会无限地增大或减小, 它受具体的市场接受能力、销售能力等因素限制.

从表 4 可以看出, 随着营销成本弹性系数 γ 的增大, 最优营销成本 M^*、最优销售价格 P^* 和最优生产批量 Q^* 均增大, 在最优策略的作用下相应的市场年度需求量 D 和最大利润 π^* 也随之增大. 营销成本弹性系数 γ 的变化对最优营销成本 M^* 的影响较大. 当商品营销成本弹性系数 γ 较大时, 市场需求量增大, 适当提高销售价格和生产批量、较大程度地增加营销成本投入是获得更大利润的有效手段.

4 结 论

易变质物品在存储过程中, 其变质的特性不容忽视. 对于如生鲜蔬菜、水果、易挥发的物质等, 变质的部分价值为零, 构成了企业的净损失. 另外, 易变质物品的定价、营销与生产计划问题是企业生产运作管理领域的一个重要问题. 由于传统的研究方法大多将易变质物品的市场决策与生产库存问题割裂研究, 不利于企业生产成本与利润的整体优化, 迫于激烈的竞争压力, 越来越多的企业开始重视多因素的联合优化. 为此, 本文拓展了传统的研究视角, 针对单一企业, 分析了当需求为销售价格和营销成本的指数函数、

每周期平均变质率与生产周期成正比时, 易变质物品的定价、营销和生产计划的联合优化问题, 建立了用于描述该问题的非线性规划模型. 考虑到该模型是高度非线性的, 本文提出了基于几何规划的求解思路, 利用黄金分割法获得原问题的近优解, 通过算例验证了该求解方法的可操作性和正确性, 并对主要参数 α、γ、ρ 进行了灵敏度分析. 本文没有考虑缺货的情况, 而实际情况下缺货是有可能发生的. 另外, 假设的需求函数是非随机的, 基于随机的需求函数有待进一步深入研究. 本文的模型和算法还可推广应用于解决供应链中的生产库存等问题.

参考文献(References)

[1] Chang H J, Dye C Y. An EOQ model with deteriorating items in response to a temporary sale price[J]. Production Planning & Control, 2000, 11(5): 464-473.

[2] Roy A, Kar S, Maiti M. A deteriorating multi-item inventory model with fuzzy costs and resources based on two different defuzzification techniques[J]. Applied Mathematical Modelling, 2008, 32(2): 208-223.

[3] Chung K J. Using the convexities of total annual relevant costs to determine the optimal cycle times of inventory models for deteriorating items with permissible delay in payments[J]. Computers & Industrial Engineering, 2010, 58(4): 801-808.

[4] Liang Y L, Zhou F M. A two-warehouse inventory model for deteriorating items under conditionally permissible delay in payment[J]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35(5): 2221-2231.

[5] Widyadana G A, Wee H M. Optimal deteriorating items production inventory models with random machine breakdown and stochastic repair time[J]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35(7): 3495-3508.

[6] Lee C F, Chung C P. An inventory model for deteriorating items in a supply chain with system dynamics analysis[J]. Procedia-Social and Behavioral Sciences, 2012, 40: 41-51.

[7] Mukhopadhyay S, Mukherjee R N, Chaudhuri K S. Joint pricing and ordering policy for a deteriorating inventory[J]. Computers & Industrial Engineering, 2004, 47(4): 339-349.

[8] Pal A K, Bhunia A K, Mukherjee R N. Optimal lot size model for deteriorating items with demand rate dependent on displayed stock level (DSL) and partial backordering[J]. European J of Operational Research, 2006, 175(2): 977-991.

[9] 覃毅延, 郭崇慧. 在弹性需求和物品易变质条件下数量折扣定价模型[J]. 管理学报, 2007, 4(2): 163-168.
(Qin Y Y, Guo C H. Discount pricing model for easy-deteriorated items under elastic demand[J]. Chinese J of Management, 2007, 4(2): 163-168.)

[10] Youa P S, Hsieh Y C. An EOQ model with stock and price sensitive demand[J]. Mathematical and Computer Modeling, 2007, 45(7/8): 933-942.

[11] Guchhait P, Maiti M K, Maiti M. Two storage inventory model of a deteriorating item with variable demand under partial credit period[J]. Applied Soft Computing, 2013, 13(1): 428-448.

[12] Dye C Y. Joint pricing and ordering policy for a deteriorating inventory with partial backlogging[J]. Omega, 2007, 35(2): 184-189.

[13] Papachristos S, Skouri K. An inventory model with deteriorating items, quantity discount, pricing and time-depend dent partial backlogging[J]. Production Economics, 2010, 83(3): 247-256.

[14] Ghosh S K, Chaudhuri K S. An order-level inventory model for a deteriorating item with weibull distribution deterioration time-quaratic demand and shortages[J]. Advanced Modelling and Optimization, 2004, 6(1): 21-35.

[15] 朱传华, 骆建文. 需求符合市场生命周期变化的易腐品库存模型[J]. 工业工程, 2006, 9(4): 94-96.
(Zhu C H, Luo J W. Perishable inventory model with demands in accord with lifecycle changes[J]. Industrial Engineering J, 2006, 9(4): 94-96.)

[16] Yang H L. Two-warehouse partial backlogging inventory models for deteriorating items under inflation[J]. Int J of Production Economics, 2006, 103(1): 362-370.

[17] Papachristos S, Skouri K. An optimal replenishment policy for deteriorating items with time-varying demand and partial exponential type backlogging[J]. Operations Research Letters, 2009, 27(4): 175-184.

[18] Chern M S, Yang H L, Teng L T, Papachristos S. Partial backlogging inventory lot-size models for deteriorating items with fluctuating demand under inflation[J]. European J of Operational Research, 2008, 191(1): 127-141.

[19] 李卫元, 古福文. 需求率为斜坡型的一类变质性物品最优库存策略[J]. 运筹与管理, 2011, 20(3): 156-161.
(Li W Y, Gu F W. An optmial inventory policy for deteriorating items taking account of ramp type demand rate[J]. Operations ResearchR and Management Science, 2011, 20(3): 156-161.)

[20] Douglas A G V, Ricardo H C T, Rodney R S. Multicriteria optimization with a multiobjective golden section line search[J]. Mathematical Programming, 2012, 131(1/2): 131-161.

[21] 张德丰. Matlab语言高级编程[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010: 122-128.
(Zhang D F. Advanced programming by Matlab language[M]. Beijing: China Machine Press, 2010: 122-128.)

(责任编辑: 齐　霁)