

基于标准神经网络模型的非线性系统 分布式无线网络化控制

任雯, 胥布工

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广州 510641)

摘要: 针对采用标准神经网络模型(SNNM)描述的非线性系统, 提出一种基于无线控制网络(WCN)的全分布式控制方法. 采用置信因子模拟 WCN 中无线通信链路的不确定性, 利用 Lyapunov 理论和 Lur'e 系统方法, 将无线网络化控制系统(WNCS)的稳定性分析转化为一个具有线性矩阵不等式(LMI)约束的凸优化问题; 使用 CVX 工具包求解该凸优化问题, 得到了保证闭环系统全局渐近稳定的 WCN 配置参数. 仿真结果验证了所提出控制策略的正确性和有效性.

关键词: 分布式控制; 非线性系统; 无线控制网络; 标准神经网络模型

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Distributed wireless networked control for nonlinear system based on standard neural network model

REN Wen, XU Bu-gong

(College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China. Correspondent: XU Bu-gong, E-mail: aubgxu@scut.edu.cn)

Abstract: A full distributed control method for a class of nonlinear systems modeling by standard neural network models(SNNM) is proposed based on a wireless control network(WCN). The uncertainties of wireless communication links in WCN is modeled described by confidence factors. The stability analysis of the wireless networked control system(WNCS) is transferred into a convex optimization problem with linear matrix inequality(LMI) constraints via the Lyapunov theorem and Lur'e system approach. By solving the convex optimization problem using CVX, the configuration parameters of WCN for guaranteeing global asymptotic stability of closed-loop system are obtained. Finally, the simulation results show the correctness and effectiveness of the proposed control strategy.

Keywords: distributed control; nonlinear system; wireless control network; standard neural network model

0 引言

随着计算、传感和通信等技术的发展, 地域上分散的传感器、控制器和执行器将越来越依靠通信网络才能更有效地完成信息的交互, 实现对被控制对象的监测和控制等功能. 近年来, 无线传感器网络(WSNs)^[1]发展迅速, 应用广泛, 其表现出的低成本、低功耗、自组织、易部署和易维护等特点已引起工控界的高度关注, 由 WSNs 衍生出的工业无线技术已形成国际标准(如 WirelessHART^[2], ISA 100.11a^[3] 和 WIA-PA^[4]等), 步入应用阶段, 是继现场总线之后, 工业控制领域的又一个新的研究热点, 是降低工控系统成本、扩展应用范畴的革命性技术^[5]. 目前, 在面向工业

应用的 WNCS 相关研究中^[6-9], 无线网络主要被用作通信介质, 承担网络节点(被安装在被控对象上的传感器、执行器)与一个或多个特定节点(专用控制器)之间的数据通信任务. 在这种控制策略与专用控制器绑定的集中式控制模式下, 甚至单个网络节点的故障以及与控制器之间的通讯失败都会影响整个闭环系统的控制性能和稳定性, 这对于本质通信链路不可靠的 WNCS 表现得更为突出. 此外, 集中式控制系统设计方案可扩展性较差, 不易用于设计大规模系统^[10].

当前, 研究适用于大规模 WNCS 的分布式控制和管理策略, 是无线技术面向工控领域亟待解决的关键问题之一. 文献[11]提出了一种基于无线传感

收稿日期: 2013-11-15; 修回日期: 2014-06-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61174070); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20110172110033).

作者简介: 任雯(1979-), 男, 博士生, 从事网络化控制系统、鲁棒控制的研究; 胥布工(1956-), 男, 教授, 博士生导师, 从事网络化控制系统、时滞系统、鲁棒控制与传感器网络等研究.

器/执行器网络(WSAN)的分布式协作估计与控制算法,在考虑测量噪声和网络丢包的情况下,各执行器首先计算局部最优控制律,然后通过与邻居执行器间的协调实现系统全局稳定.文献[12]考虑了在多个能自由移动的执行器被部署在大规模的分布式传感器网络中的情况下,单个执行器的最小负载路径规划和多个执行器间的负载平衡问题.文献[13]针对网络化工业监控系统,搭建了一类具有网状(Sink-Sink)及星型(Sink-Sensor)混合拓扑结构的无线工业传感器网络,给出了一种可靠的分布式管理与控制策略.在文献[14]中,Pajic等首次针对线性控制系统提出了无线控制网络(WCN)的初步概念,其主要特点是将整个无线网络本身看成一个控制器.在WCN中,每个无线节点都能与邻居节点同步交互信息,将其当前状态更新为自身上一时刻的状态与接收到的邻居节点信息的加权线性组合.因此,根据上述网络节点间的协同工作机制,整个WCN可以被看作是一个全分布的线性动态控制器.

本文在文献[14]基础上,针对一类采用SNNM^[15]描述的非线性系统,设计了一种分布式输出动态反馈控制方案,是对WCN在非线形控制系统中应用的拓展.采用SNNM作为研究对象的意义在于:大部分现有的时滞或非时滞递归神经网络(RNN)或由神经网络模拟或控制的非线性系统都可转化为SNNM,因此基于SNNM可以方便地对各类非线性系统在一个统一的框架下进行系统稳定性分析和控制器综合^[16].然而,在传统的基于SNNM的集中式控制方

法^[17-18]中,动态控制器必须与SNNM具有相同的维数.本文所提出的基于SNNM的分布式动态控制器,在保证闭环系统稳定的条件下,其状态的维数(也就是分布在被控对象周围的网络控制节点的个数)可以是任意的,这将有利于实现大规模无线网络化分布式控制.

1 问题描述

1.1 标准神经网络模型

考虑如下的离散SNNM:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_\phi\phi(\varepsilon(k)) + B_uu(k), \\ \varepsilon(k) = C_\varepsilon x(k) + D_\phi\phi(\varepsilon(k)) + D_uu(k), \\ y(k) = C_yx(k). \end{cases} \quad (1)$$

式中: k 为时步; $x \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量; $u \in \mathbf{R}^m$ 为输入向量; $y \in \mathbf{R}^l$ 为输出向量; $\phi \in \mathbf{R}^L$ 为非线性激发函数向量,且满足 $\phi(0) = 0$ 和扇形条件 $\phi_i(\varepsilon_i(k))/\varepsilon_i(k) \in [\alpha_i, \beta_i]$,即

$$\begin{aligned} &[\phi_i(\varepsilon_i(k)) - \alpha_i\varepsilon_i(k)][\phi_i(\varepsilon_i(k)) - \beta_i\varepsilon_i(k)] \leq 0, \\ &\beta_i > \alpha_i \geq 0, i \in \{1, 2, \dots, L\}; \end{aligned}$$

$\varepsilon \in \mathbf{R}^L$ 为 ϕ 的输入向量; $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B_\phi \in \mathbf{R}^{n \times L}$, $B_u \in \mathbf{R}^{n \times m}$, $C_\varepsilon \in \mathbf{R}^{L \times n}$, $D_\phi \in \mathbf{R}^{L \times L}$, $D_u \in \mathbf{R}^{L \times m}$, $C_y \in \mathbf{R}^{l \times n}$.

1.2 无线控制网络模型

假定在一个采用SNNM(1)模拟的非线性系统周围,部署由一组无线网络节点构成的WCN,如图1所示.

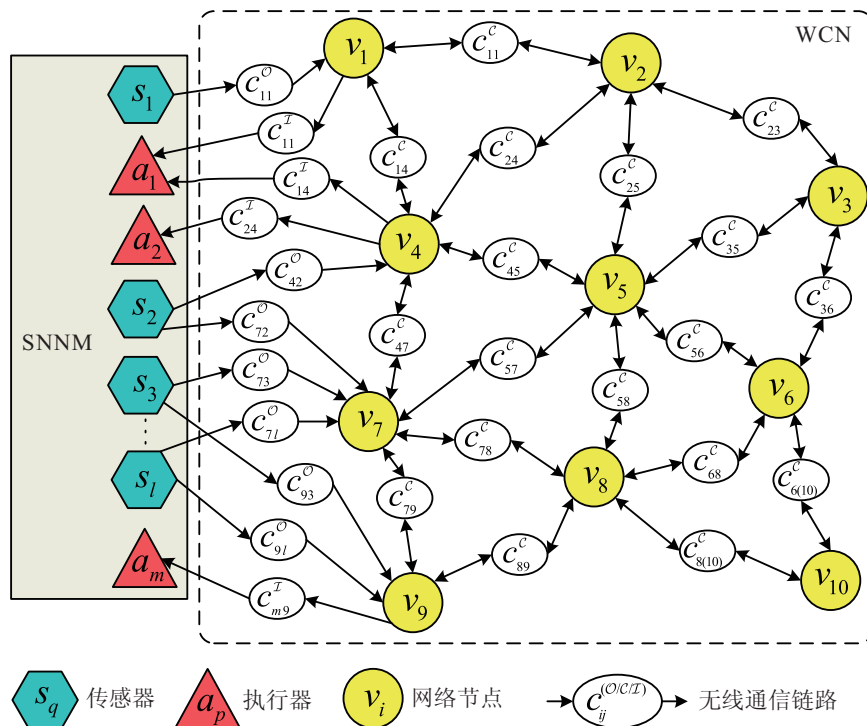


图1 基于WCN的非线性控制系统

为了便于分析, 将 WCN 中的网络节点、安装于非线性系统上的传感器、执行器和它们相互之间的无线通信链路分别抽象为图的顶点和边, 则定义有向图

$$\mathcal{G} \triangleq \underbrace{\{\mathcal{A} \cup \mathcal{V}\}}_{\text{顶点集合}} \cup \underbrace{\{\mathcal{S}, \mathcal{E}^{\mathcal{I}} \cup \mathcal{E}^{\mathcal{C}} \cup \mathcal{E}^{\mathcal{O}}\}}_{\text{边集合}}. \quad (2)$$

其中: $\mathcal{V} = \{v_1, \dots, v_N\}$ 为 N 个网络节点的集合; $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_m\}$ 为 m 个执行器的集合, 对应于 SNNM(1) 中的输入信号向量 $u(k) = [u_1(k), \dots, u_m(k)]^T$; $\mathcal{S} = \{s_1, \dots, s_l\}$ 为 l 个传感器的集合, 用于提供 SNNM(1) 中的测量输出向量 $y(k) = [y_1(k), \dots, y_l(k)]^T$; 边集合 $\mathcal{E}^{\mathcal{I}} = \{(v_i, a_p) | v_i \in \mathcal{V}, a_p \in \mathcal{A}\}$, $\mathcal{E}^{\mathcal{C}} = \{(v_i, v_j) | v_j, v_i \in \mathcal{V}\}$ 和 $\mathcal{E}^{\mathcal{O}} = \{(s_q, v_i) | s_q \in \mathcal{S}, v_i \in \mathcal{V}\}$ 表示网络中的通信链路, 即如果存在边 $(a, b) \in \mathcal{E}^{\mathcal{I}} \cup \mathcal{E}^{\mathcal{C}} \cup \mathcal{E}^{\mathcal{O}}$, 则意味着 b 能直接收到从邻居 a 发出的信号. 由图 \mathcal{G} 可以得到如下集合:

1) 节点 $v_i (\forall i \in \{1, 2, \dots, N\})$ 的邻居传感器集合

$$\mathcal{S}^{v_i} \triangleq \{s_q | s_q \in \mathcal{S}, \exists (s_q, v_i) \in \mathcal{E}^{\mathcal{O}}\} = \{s_q | c_{iq}^{\mathcal{O}} \neq 0\};$$

2) 执行器 $a_p (\forall p \in \{1, 2, \dots, m\})$ 的邻居节点集合

$$\mathcal{V}^{a_p} \triangleq \{v_i | v_i \in \mathcal{V}, \exists (v_i, a_p) \in \mathcal{E}^{\mathcal{I}}\} = \{v_i | c_{pi}^{\mathcal{I}} \neq 0\};$$

3) 网络节点 $v_i (\forall i \in \{1, 2, \dots, N\})$ 的邻居节点集合

$$\mathcal{V}^{v_i} \triangleq \{v_j | v_j \in \mathcal{V}, \exists (v_j, v_i) \in \mathcal{E}^{\mathcal{C}}\} = \{v_j | c_{ij}^{\mathcal{C}} \neq 0\}.$$

其中: $c_{pi}^{\mathcal{I}}, c_{ij}^{\mathcal{C}}, c_{iq}^{\mathcal{O}} \in (0, 1)$ 分别表示链路 $(v_i, a_p), (v_j, v_i), (s_q, v_i)$ 的置信因子^[19]. 网络中邻居节点间通信链路的置信因子在区间 $(0, 1)$ 中取值, 非邻居节点间由于没有直接的通信链路, 置信因子取值为零. 在无线通信中, 节点间通信链路的置信因子主要受节点间的距离、地形(障碍物分布)以及存在于环境中的电磁兼容性和干扰等因素的影响. 目前, 一般采用对接收到的信号的强度、数据质量等参数评测的方法, 估计其大小. 在实际应用中, 大多数网络节点都具备 RSSI (received signal strength indication) 测量功能, 从而能够获取置信因子.

在 k 时刻, WCN 中的每个节点 $v_i (i \in \{1, 2, \dots, N\})$ 能被看作一个子(局部)线性动态控制器, 动态数学模型为

$$\begin{aligned} z_i(k+1) = & w_{ii}z_i(k) + \sum_{v_j \in \mathcal{V}^{v_i}} c_{ij}^{\mathcal{C}} w_{ij} z_j(k) + \\ & \sum_{s_q \in \mathcal{S}^{v_i}} c_{iq}^{\mathcal{O}} h_{iq} y_q(k). \end{aligned} \quad (3)$$

其中: z_i 为 v_i 的状态; z_j 为 v_j 的状态, $v_j \in \mathcal{V}^{v_i}$; y_q 为

传感器 s_q 的测量值, $s_q \in \mathcal{S}^{v_i}$. 在 k 时刻, 每个执行器 $a_p (p \in \{1, 2, \dots, m\})$ 接收到所有邻居节点 \mathcal{V}^{a_p} 发送的状态信息后, 能将其控制输入 $u_p(k)$ 更新为

$$u_p(k) = \sum_{v_i \in \mathcal{V}^{a_p}} c_{pi}^{\mathcal{I}} g_{pi} z_i(k). \quad (4)$$

若记 WCN 的状态为向量

$$z(k) = [z_1(k), \dots, z_N(k)]^T \in \mathbf{R}^N,$$

则有如下线性状态空间表达式成立:

$$\begin{cases} z(k+1) = Wz(k) + Hy(k), \\ u(k) = Gz(k). \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} W &= (c_{ij}^{\mathcal{C}} w_{ij}) \in \mathbf{R}^{N \times N}; \\ H &= (c_{iq}^{\mathcal{O}} h_{iq}) \in \mathbf{R}^{N \times l}; \end{aligned}$$

$G = (c_{pi}^{\mathcal{I}} g_{pi}) \in \mathbf{R}^{m \times N}$ 为 WCN 的参数矩阵, 代表了各节点间的连接权值. 由于 \mathcal{G} 不是一个完全图, 矩阵 W, H, G 都具有稀疏特性.

定义 $\tilde{x}(k) = [x(k) \ z(k)]^T$, 则整个闭环系统可以由式 (1) 和 (5) 构成的如下增广动态方程表示:

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}\phi(\varepsilon(k)), \\ \varepsilon(k) = \tilde{C}_\varepsilon\tilde{x}(k) + D_\phi\phi(\varepsilon(k)), \\ y(k) = \tilde{C}_y\tilde{x}(k). \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \begin{bmatrix} A & B_u G \\ H C_y & W \end{bmatrix}, \tilde{B}_\phi = \begin{bmatrix} B_\phi \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{C}_\varepsilon &= [C_\varepsilon \ D_u G], \tilde{C}_y = [C_y \ 0]. \end{aligned}$$

1.3 通信调度

采用在当前工业无线通信标准 (WirelessHART 和 ISA 100.11a) 中广泛使用的基于时分多址 (TDMA) 机制的 MAC 协议, 实现系统网络的通信调度, 如图 2 所示.

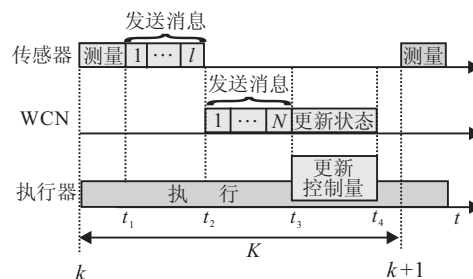


图 2 WCN 的通信调度过程示意图

根据 TDMA 机制, 网络中每个节点都有精确时钟, 并与系统时钟同步, 同时分配有一个用于发送数据的时隙. 以 $k \rightarrow k+1$ 步为例, 具体调度过程如下:

1) 传感器调度. 首先, 调度安装于非线性被控对象 (1) 上的 l 个传感器测量系统信息; 然后, 在 $t_1 \sim t_2$ 时段 (划分为 l 个时隙) 依次向邻居节点广播测量数

据.

2) WCN 调度. 首先, 地理上靠近被控对象的控制节点 $v_i (S^{v_i} \neq \emptyset)$ 在 $t_1 \sim t_2$ 时段接收邻居传感器 $s_q (s_q \in S^{v_i})$ 发送的测量信息; 然后, 每个节点 $v_i (i \in \{1, 2, \dots, N\})$ 在 $t_2 \sim t_3$ 时段 (划分为 N 个时隙) 依次向邻居节点广播状态信息, 并在 $t_3 \sim t_4$ 时段根据式 (3) 同步更新状态 $z_i(k+1)$.

3) 执行器调度. 首先, 执行器 $a_p (V^{a_p} \neq \emptyset)$ 在 $t_2 \sim t_3$ 时段能接收到邻居控制节点 $v_i (v_i \in V^{a_p})$ 发送的状态信息; 然后, 每个节点 $a_p (p \in \{1, 2, \dots, m\})$ 在 $t_3 \sim t_4$ 时段根据式 (4) 同步计算控制输入值 $u_p(k)$.

注 1 为了保证系统的实时性, 网络的时间步长 K 不能大于系统的采样周期.

2 基于 SNNM 的 WCN 设计与稳定性分析

首先给出以下 4 个必要的引理.

引理 1 (S-procedure^[20]) 设 $T_0 = T_0^T, \dots, T_p = T_p^T \in \mathbf{R}^n$. 如果存在标量 $\tau_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, p)$ 使得

$$T_0 - \sum_{i=1}^p \tau_i T_i < 0,$$

则当向量 $\zeta \neq 0$ 使得 $\zeta^T T_i \zeta \leq 0 (i = 1, 2, \dots, p)$ 时, 有 $\zeta^T T_0 \zeta < 0$.

引理 2^[21] 给定适当维数矩阵 X, Y 和 Z , 其中 $Y > 0$, 则

$$X^T Y X + X^T Z + Z^T X + Z^T Y^{-1} Z \geq 0.$$

引理 3 (Schur 补^[22]) 考虑如下对称分块矩阵:

$$X = \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix}.$$

其中: $X \in \mathbf{R}^n, A \in \mathbf{R}^k$. 若 $\det A \neq 0$, 矩阵 $S = C - B^T A^{-1} B$ 被称为 A 在 X 中的 Schur 补, 则 X 有如下性质:

1) $X > 0$ 的充要条件是 $A > 0$ 和 $S > 0$ 同时成立.

2) 如果 $A > 0$, 则 $X \geq 0$ 的充要条件是 $S \geq 0$.

引理 4^[14] 任意正定矩阵 X, Y 满足 $X = Y^{-1}$, 当且仅当它们是以以下优化问题的最优解:

$$\begin{aligned} & \min \operatorname{Tr}\{XY\}; \\ & \text{s.t. } \begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} \geq 0, X, Y \in \mathbf{S}_{++}^n, \end{aligned}$$

其中 \mathbf{S}_{++}^n 表示 $n \times n$ 正定矩阵集合.

定理 1 闭环系统 (6) 是全局渐近稳定的, 如果存在矩阵 $P, Q, S \in \mathbf{S}_{++}^n$, 矩阵 $\Sigma \in \mathbf{S}_+^n$ (S, Σ 是对角矩阵) 以及适当维数矩阵 W, H, G , 则满足下面的优化问题:

$$\min \operatorname{Tr}\{QP\}; \quad (7)$$

$$\text{s.t. } \begin{bmatrix} -Q & \tilde{A} & \tilde{B}_\phi(X+U)\Sigma \\ * & -P & \tilde{C}_\varepsilon^T \\ & & (D_\phi(X+U)\Sigma \\ * & * & [-1pt] + (X+U)\Sigma D_\phi^T \\ & & -2\Sigma) \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} Q & I \\ I & P \end{bmatrix} \geq 0, Q, P \in \mathbf{S}_{++}^{n+N}. \quad (9)$$

其中

$$X = \operatorname{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_L),$$

$$U = \operatorname{diag}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_L),$$

\mathbf{S}_+^n 表示 $n \times n$ 半正定矩阵集合,

证明 为了简化证明过程, $x(k), \varepsilon_i(k), \phi_i(\varepsilon_i(k)), \phi(\varepsilon(k))$ 分别被简记为 $x_k, \varepsilon_{k,i}, \phi_{k,i}, \phi_k$. 选取如下形式的 Lyapunov 函数:

$$V(\tilde{x}_k) = \tilde{x}_k^T P \tilde{x}_k. \quad (10)$$

沿着闭环系统 (6) 的轨迹, $V(\tilde{x}_k)$ 的前向差分为

$$\begin{aligned} \Delta V(\tilde{x}_k) &= V(\tilde{x}_{k+1}) - V(\tilde{x}_k) = \\ & \tilde{x}_{k+1}^T P \tilde{x}_{k+1} - \tilde{x}_k^T P \tilde{x}_k = \\ & (\tilde{A}\tilde{x}_k + \tilde{B}_\phi\phi_k)^T P (\tilde{A}\tilde{x}_k + \tilde{B}_\phi\phi_k) - \tilde{x}_k^T P \tilde{x}_k = \\ & \tilde{x}_k^T (\tilde{A}^T P \tilde{A} - P) \tilde{x}_k + \tilde{x}_k^T \tilde{A}^T P \tilde{B}_\phi \phi_k + \\ & \phi_k^T \tilde{B}_\phi^T P \tilde{A} \tilde{x}_k + \phi_k^T \tilde{B}_\phi^T P \tilde{B}_\phi \phi_k = \\ & \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \phi_k \end{bmatrix}^T \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{A}^T P \tilde{A} - P & \tilde{A}^T P \tilde{B}_\phi \\ * & \tilde{B}_\phi^T P \tilde{B}_\phi \end{bmatrix}}_{\Xi_0} \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \phi_k \end{bmatrix}. \quad (11) \end{aligned}$$

扇形条件 $(\phi_{k,i} - \alpha_i \varepsilon_{k,i})(\phi_{k,i} - \beta_i \varepsilon_{k,i}) \leq 0 (i = 1, 2, \dots, L)$ 可以展开为

$$\begin{aligned} & 2\phi_{k,i}^2 - 2\phi_{k,i}(\alpha_i + \beta_i)\tilde{C}_{\varepsilon,i}\tilde{x}_k - \\ & 2\phi_{k,i}(\alpha_i + \beta_i)D_{\phi,i}\phi_k + \\ & 2\tilde{x}_k^T \tilde{C}_{\varepsilon,i}^T \alpha_i \beta_i \tilde{C}_{\varepsilon,i} \tilde{x}_k + 2\tilde{x}_k^T \tilde{C}_{\varepsilon,i}^T \alpha_i \beta_i D_{\phi,i} \phi_k + \\ & 2\phi_k^T D_{\phi,i}^T \alpha_i \beta_i \tilde{C}_{\varepsilon,i} \tilde{x}_k + 2\phi_k^T D_{\phi,i}^T \alpha_i \beta_i D_{\phi,i} \phi_k \leq 0. \quad (12) \end{aligned}$$

进一步, 将式 (12) 表示为如下矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \phi_{k,1} \\ \vdots \\ \phi_{k,i} \\ \vdots \\ \phi_{k,L} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ -\phi_{k,1} \\ \vdots \\ \phi_{k,i} \\ \vdots \\ \phi_{k,L} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \Psi_1 \\ \Psi_1^T & \Psi_2 \end{bmatrix}}_{\Xi_i^1} \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \phi_k \end{bmatrix} \leq 0.$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \phi_k \end{bmatrix}^T \underbrace{\begin{bmatrix} 2\tilde{C}_{\varepsilon,i}^T \alpha_i \beta_i \tilde{C}_{\varepsilon,i} & 2\tilde{C}_{\varepsilon,i}^T \alpha_i \beta_i D_{\phi,i} \\ 2D_{\phi,i}^T \alpha_i \beta_i \tilde{C}_{\varepsilon,i} & 2D_{\phi,i}^T \alpha_i \beta_i D_{\phi,i} \end{bmatrix}}_{\Xi_i^2} \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \phi_k \end{bmatrix} \leq 0. \quad (13)$$

其中: 子矩阵

$$\Psi_1 = [0 \cdots -\tilde{C}_{\varepsilon,i}^T \xi_i \cdots 0],$$

$$\Psi_2 = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & -d_{\phi,i,1} \xi_i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \xi_i d_{\phi,i,1} & \cdots & 2 - 2\xi_i d_{\phi,i,i} & \cdots & -\xi_i d_{\phi,i,L} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ * & \cdots & -d_{\phi,i,L} \xi_i & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$

$\xi_i = \alpha_i + \beta_i$, $\tilde{C}_{\varepsilon,i}$ 和 $D_{\phi,i}$ 分别是矩阵 \tilde{C}_{ε} 和 D_{ϕ} 的第 i 行元素, $d_{\phi,i,j}$ 是矩阵 D_{ϕ} 中第 i 行、第 j 列的元素. 根据引理 1 (S-procedure), 若存在 $T = \text{diag}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_L) \geq 0$, 使得下列不等式成立:

$$\Xi_0 - \sum_{i=1}^L \tau_i (\Xi_i^1 + \Xi_i^2) = \begin{bmatrix} \tilde{A}^T P \tilde{A} - P & \tilde{A}^T P \tilde{B}_{\phi} \\ * & \tilde{B}_{\phi}^T P \tilde{B}_{\phi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2\tilde{C}_{\varepsilon}^T T X U \tilde{C}_{\varepsilon} & 2\tilde{C}_{\varepsilon}^T T X U D_{\phi} - \tilde{C}_{\varepsilon}^T (X + U) T \\ * & (2D_{\phi}^T T X U D_{\phi} - D_{\phi}^T (X + U) T - T(X + U) D_{\phi} + 2T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\tilde{A}^T P \tilde{A} - P - 2\tilde{C}_{\varepsilon}^T T X U \tilde{C}_{\varepsilon}) & (\tilde{A}^T P \tilde{B}_{\phi} - 2\tilde{C}_{\varepsilon}^T T X U D_{\phi} + \tilde{C}_{\varepsilon}^T (X + U) T) \\ * & (\tilde{B}_{\phi}^T P \tilde{B}_{\phi} - 2T + D_{\phi}^T (X + U) T + T(X + U) D_{\phi} - 2D_{\phi}^T T X U D_{\phi}) \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

则 $\Xi_0 < 0$, 即 $\forall x_k \neq 0, \Delta V(\tilde{x}_k) < 0$, 当且仅当 $x_k = 0, \Delta V(\tilde{x}_k) = 0$. 因此, 若不等式 (14) 成立, 则闭环系统 (6) 是全局渐近稳定的. 进一步, 不等式 (14) 可以重写为

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{A}^T P \tilde{A} - P & \tilde{A}^T P \tilde{B}_{\phi} + \tilde{C}_{\varepsilon}^T (X + U) T \\ * & (\tilde{B}_{\phi}^T P \tilde{B}_{\phi} + D_{\phi}^T (X + U) T + T(X + U) D_{\phi} - 2T) \end{bmatrix}}_{\Xi_a} - \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{C}_{\varepsilon}^T T X U \\ D_{\phi}^T T X U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} T X U^{-1} \begin{bmatrix} T X U \tilde{C}_{\varepsilon} & T X U D_{\phi} \end{bmatrix}}_{\Xi_b} < 0. \quad (15)$$

由引理 2 可知, $\Xi_b \geq 0$, 所以如果 $\Xi_a < 0$, 则式 (15) 成立. $\Xi_a < 0$ 等价于

$$\begin{bmatrix} -P & \tilde{C}_{\varepsilon}^T (X + U) T \\ * & D_{\phi}^T (X + U) T + T(X + U) D_{\phi} - 2T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{A}^T \\ \tilde{B}_{\phi}^T \end{bmatrix} (-P^{-1})^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B}_{\phi} \end{bmatrix} < 0. \quad (16)$$

利用引理 3, 不等式 (16) 可转化为

$$\begin{bmatrix} -Q & \tilde{A} & \tilde{B}_{\phi} \\ * & -P & \tilde{C}_{\varepsilon}^T (X + U) T \\ * & * & D_{\phi}^T (X + U) T + T(X + U) D_{\phi} - 2T \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

其中 $Q = P^{-1}$. 对不等式 (17) 左边的矩阵分别左乘和右乘矩阵 $\text{diag}(I, I, S)$, 并且定义

$$\begin{cases} S = [(X + U)T]^{-1}, \\ \Sigma = [(X + U)T]^{-1} T [(X + U)T]^{-1}, \end{cases} \quad (18)$$

则不等式 (17) 等价于

$$\begin{bmatrix} -Q & \tilde{A} & \tilde{B}_{\phi} S \\ * & -P & \tilde{C}_{\varepsilon}^T \\ * & * & D_{\phi} S + S D_{\phi}^T - 2\Sigma \end{bmatrix} < 0. \quad (19)$$

根据式 (18), 有下面两个等式成立:

$$S^{-1} = (X + U)T, \quad (20)$$

$$T = S^{-1} \Sigma S^{-1}. \quad (21)$$

将式 (21) 代入 (20), 可得

$$S = (X + U) \Sigma. \quad (22)$$

将式 (22) 代入 (19), 得到 (8). 最后, 根据引理 4, 可将非凸约束 $Q = P^{-1}$ 转换成一个由式 (7) 和 (9) 描述的优化问题, 定理得证. \square

在定理 1 中, 虽然约束 (8) 和 (9) 是线性的, 但由式 (7) 和 (9) 描述的优化问题是一类非凸的锥互补问题, 难以直接采用 LMI 工具求解. 根据文献 [23], 下面采用一种线性迭代逼近算法求解定理 1 中具有 LMI 约束的非凸优化问题的可行解, 具体步骤如下.

Step 1: 首先搜索满足约束条件 (8) 和 (9) 的初始可行解集 $\Upsilon = \{P, Q, \Sigma, W, H, G\}$, 如果 Υ 存在, 则设 $\tau = 0, \mathcal{X}_{\tau} = P, \mathcal{Y}_{\tau} = Q$, 否则退出算法.

Step 2: 在第 $\tau (\tau \geq 0)$ 步, 搜索满足如下 LMI 问题的解集 Υ :

$$\begin{aligned} & \min \text{Tr}\{\mathcal{X}_k Q + \mathcal{Y}_k P\}, \\ & \text{s.t. 式(8), (9)}. \end{aligned}$$

Step 3: 将 Step 2 获得的 Υ 代入 Ξ_a . 如果不等式 $\Xi_a < 0$ 成立, 则由定理 1 可知, Υ 是保证闭环系统 (6) 全局渐近稳定的一组解集, 停止迭代算法; 否则, $\tau = \tau + 1, \mathcal{X}_{\tau} = P, \mathcal{Y}_{\tau} = Q$, 重新计算 Step 2.

3 仿真实例

考虑如下 3 输入-3 输出离散 SNNM:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_{\phi} \phi(\varepsilon(k)), \\ \varepsilon(k) = C_{\varepsilon} x(k) + D_u u(k), \\ y(k) = C_y x(k). \end{cases} \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} x(k) & \in \mathbf{R}^3, \phi(\varepsilon(k)) = \tanh(\varepsilon(k)) \in \mathbf{R}^3, \\ \varepsilon(k) & \in \mathbf{R}^3, y(k) \in \mathbf{R}^3, X = 0, \end{aligned}$$

$$U = I_3, A = -I_3, D_u = I_3,$$

$$B_\phi = \begin{bmatrix} 3 & 0.02 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C_\varepsilon = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

$$C_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

假定采用一个由9个节点组成的WCN控制SNNM(23),如图3所示(为了简洁,无线链路的置信因子未画出),邻居节点间的置信因子在(0,1)间随机选取.

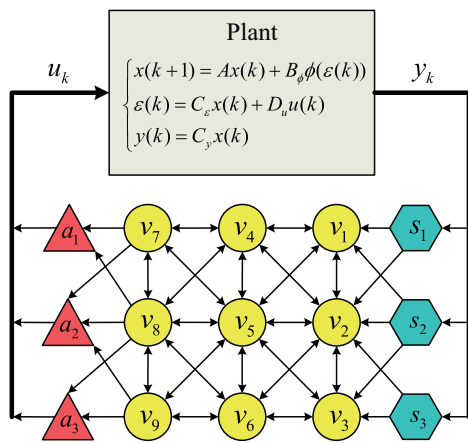


图3 9节点的WCN控制3输入3输出SNNM示意图

根据算法1,使用Matlab CVX工具包^[24]求解的WCN参数如下:

$$W = \begin{bmatrix} 0.2366 & 0.4759 & 0 \\ -0.0135 & 0.0409 & 0.0036 \\ 0 & -0.0016 & 0.3531 \\ -0.5761 & 1.2658 & 0 \\ -1.1203 & -0.4131 & -0.7157 \rightarrow \\ 0 & -0.0052 & -0.1151 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.0703 & -0.2549 & 0 \\ -0.0380 & 0.0036 & -0.0042 \\ 0 & -0.1605 & -1.1928 \\ 0.0426 & 0.0737 & 0 \\ \leftarrow -0.0120 & -0.0821 & -0.1650 \rightarrow \\ 0 & -0.0505 & -0.3629 \\ 0.3336 & -1.2544 & 0 \\ -1.3852 & -0.2635 & 0.0093 \\ 0 & -0.5658 & -0.4395 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.0115 & 0.0467 & 0 \\ \leftarrow -0.0378 & 0.0020 & 0.0151 \rightarrow \\ 0 & 0.0057 & 0 \\ -0.1222 & 0.0007 & 0 \\ -0.1933 & 0.0441 & -0.0181 \\ 0 & 0.0016 & 0.0510 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} -0.1278 & 0.1413 & 0 \\ -0.3779 & 0.2706 & 0.0372 \\ 0 & 0.0159 & -0.0101 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0717 & -0.3342 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0384 & 0.0020 & -0.0110 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0046 & -0.0035 \end{bmatrix}.$$

由图4的闭环系统的状态响应曲线可以看出,WCN控制下的闭环系统渐近稳定.

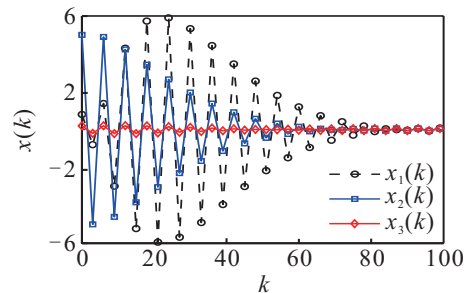


图4 状态响应

4 结 论

本文基于一类采用SNNM描述的非线性系统,提出了一种基于WCN的网络化分布式控制策略,给出了基于LMI方法的稳定性分析和控制器设计方法,并通过数值仿真算例验证了所提出算法的有效性.

参考文献(References)

[1] Akyildiz I F, Su W, Sankarasubramaniam Y, et al. Wireless sensor networks: A survey[J]. Computer Networks, 2002, 38(4): 393-442.
 [2] IEC/PAS 62591Ed.1. WirelessHART(HART7.1)[S].
 [3] ISA100 Committee. ISA100, Wireless systems for automation[EB/OL]. [2014-12-22]. <http://www.isa.org/>

- isa100.
- [4] Wei L, Zhang X, Xiao Y, et al. Survey and experiments of WIA-PA specification of industrial wireless network[J]. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 2011, 11(8): 1197-1212.
- [5] 彭瑜. 工业无线技术在我国的应用现状[J]. *自动化博览*, 2010(3): 32-33.
(Peng Y. Application status of industrial wireless technology in our country[J]. *Automation Panorama*, 2010(3): 32-33.)
- [6] Qiu L, Xu B, Li S. H_2/H_∞ control of networked control system with random time delays[J]. *Science China: Information Sciences*, 2011, 54(12): 2615-2630.
- [7] Garone E, Sinopoli B, Goldsmith A, et al. LQG control for MIMO systems over multiple erasure channels with perfect acknowledgment[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2012, 57(2): 450-455.
- [8] Imer O C, Yüksel S, Basar T. Optimal control of LTI systems over unreliable communication links[J]. *Automatica*, 2006, 42(9): 1429-1439.
- [9] Wu J, Chen T. Design of networked control systems with packet dropouts[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2007, 52(7): 1314-1319.
- [10] 曹向辉. 无线传感器/执行器网络的体系结构与算法研究[D]. 杭州: 浙江大学信息学部, 2011: 108-110.
(Cao X H. Research on wireless sensor/actuator networks: Architecture and algorithms[D]. Hangzhou: Department of Information, Zhejiang University, 2011: 108-110.)
- [11] Chen J, Cao X, Cheng P, et al. Distributed collaborative control for industrial automation with wireless sensor and actuator networks[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2010, 57(12): 4219-4230.
- [12] Wu C, Tewolde G S, Sheng W, et al. Distributed multi-actuator control for workload balancing in wireless sensor and actuator networks[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2011, 56(10): 2642-2647.
- [13] Manfredi D S. A reliable cooperative and distributed management for wireless industrial monitoring and control[J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2010, 20(2): 123-139.
- [14] Pajic M, Sundaram S, Pappas G J, et al. The wireless control network: A new approach for control over networks[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2011, 56(10): 7576-7581.
- [15] Liu M, Zhang S, Yan G, et al. A new neural network model and its application[C]. *Int Conf on Systems, Man and Cybernetics*. Hague: IEEE, 2004: 5864-5869.
- [16] Liu M. Delayed standard neural network models for control systems[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2007, 18(5): 1376-1391.
- [17] Liu M. Dynamic output feedback stabilization for nonlinear systems based on standard neural network models[J]. *Int J of Neural Systems*, 2006, 16(4): 305-317.
- [18] Liu M. Robust H_∞ control for uncertain delayed nonlinear systems based on standard neural network models[J]. *Neurocomputing*, 2008, 71(16/17/18): 3469-3492.
- [19] Moustapha A, Selmic R R. Wireless sensor network modeling using modified recurrent neural networks: Application to fault detection[J]. *IEEE Trans on Instrumentation and Measurement*, 2008, 57(5): 981-988.
- [20] Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, et al. *Linear matrix inequalities in system and control theory*[M]. Philadelphia: Siam, 1994: 23-24.
- [21] Xie L, Carlos E D S. Robust H_∞ control for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(8): 1188-1191.
- [22] Boyd S, Vandenberghe L. *Convex optimization*[M]. New York: Cambridge University Press, 2004: 650-651.
- [23] Ghaoui L E, Oustry F, Ait Rami M. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1171-1176.
- [24] Grant M, Boyd S. Inc. CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 2.0[EB/OL]. [2013-11-01]. <http://cvxr.com/cvx>.

(责任编辑: 孙艺红)