

## 基于图变换的图像压缩采样与分类

王冬丽<sup>a,b</sup>, 周彦<sup>a</sup>

(湘潭大学 a. 信息工程学院, b. 智能计算与信息处理教育部重点实验室, 湖南湘潭 411105)

**摘要:** 提出一种基于图论表示的正交变换基, 并在此基础上对图像进行压缩采样与压缩域直接分类. 首先, 充分利用图像的边缘特性和像素关系, 给出一种图像的图论表示方法; 然后, 通过图 Laplacian 矩阵的特征值分解得到其特征向量矩阵作为正交变换基, 由此得到图像的图变换域稀疏表示; 最后, 利用随机投影后的压缩采样特征向量直接对分类器进行训练和测试, 不仅保持了与原空间相当的分类精度, 还大量地减少了训练和测试时间以及计算/存储代价.

**关键词:** 压缩采样; 图像分类; 图变换; 特征值分解

**中图分类号:** TP391.4; TN911.7

**文献标志码:** A

## Graph-transform based image compressive sampling and classification

WANG Dong-li<sup>a,b</sup>, ZHOU Yan<sup>a</sup>

(a. College of Information Engineering, b. Key Laboratory of Intelligent Computing and Information Processing of Ministry of Education, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China. Correspondent: WANG Dong-li, E-mail: wangdl@xtu.edu.cn)

**Abstract:** For compressive sampling and classify of images, an orthogonal transform basis based on graph presentation is proposed. Firstly, according to correlation of both edges and pixels, an improved graph presentation of an image is introduced. Then the orthogonal transform basis is constructed as the eigenvectors matrix after eigenvalue decomposition of the Laplacian of the graph, based on which the sparse representation of images is obtained. Finally, the random projection of compressed features is used to train and test the classifier directly in the compressed domain. The proposed method has a similar classifying performance in the original domain with abundantly reduced training and testing time, as well as computational/store cost.

**Keywords:** compressive sampling; image classification; graph transform; eigenvalue decomposition

### 0 引言

随着现代传感器技术的飞速发展, 人类面临的数据种类和数量越来越多, 如何将这些数据以更为灵活、简洁的形式进行表示、传输、存储和处理已经成为一个备受关注且亟需解决的问题. 一直以来, 从模拟信号到数字信号的转换都严格遵守着传统的 Shannon-Nyquist 采样定理, 即采样速率必须达到信号带宽的两倍以上才能够精确重构原信号. 而日益增多的海量数据不仅对信号的采样和处理方式提出了更严格的要求, 还给相应的硬件设备带来巨大挑战. 例如在传统采样体系中, 要提升图像的分辨率就意味着减少传感器像素尺寸、增加阵元数量, 这样就会非线性地增加系统的复杂度和实现难度.

压缩感知(或压缩采样)理论(CS)<sup>[1-2]</sup>为解决传统

采样定理所存在的局限性给出了全新的思路. 它通过引入信号的稀疏性, 在变换空间对信号进行稀疏表示, 从而用远低于传统采样定理要求的速率对信号进行采样的同时, 还可以高概率地重构原信号<sup>[1-5]</sup>. 换言之, 它把对“信号”的采样转变成对“信息”的采样, 从而极大地降低了采样频率、信号处理时间以及数据存储和传输代价<sup>[3-5]</sup>.

压缩感知理论一经提出, 相关研究成果呈爆炸式增长, 在图像处理和成像领域的研究尤其如此. 在成像方面, 基于 CS 理论采用较小次数的随机观测即可获得高精度重构<sup>[6]</sup>. 如美国 Rice 大学研究的单像素相机使用数字微镜阵列完成图像在伪随机二值模型上的线性投影计算, 从而利用单一信号光子检测器采样得到比图像像素少得多的恢复图像<sup>[7]</sup>. 就识别问题

收稿日期: 2013-12-04; 修回日期: 2014-04-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61100140, 61104210); 湖南省重点学科建设项目.

作者简介: 王冬丽(1980—), 女, 副教授, 博士, 从事智能决策、机器学习等研究; 周彦(1978—), 男, 副教授, 从事模式识别、信息融合等研究.

而言, Wright 等<sup>[8]</sup>提出了一种基于稀疏表示的人脸识别方法, 通过寻找待识别图像对字典(由所有图像样本组成)的稀疏表示进行分类, 实验结果表明该方法比传统人脸识别方法具有更高的精度和较强的鲁棒性. 文献[9]提出了一种新的高光谱遥感图像分类方法, 其主要思路是结合稀疏表示及光谱信息分别构造随机森林, 然后通过投票机制得到最终分类结果. 最近, 张新征等<sup>[10]</sup>针对合成孔径雷达目标识别问题, 提出了一种基于贝叶斯压缩感知的图像域 SAR 目标识别方法, 该方法对于标准数据库样本具有较好的识别效果. 文献[11]将 CS 理论应用于杂草种子分类识别, 利用主成分分析、下采样、随机取样等方法对种子图像进行降维, 再将分类问题归结为一个稀疏表示问题. 另外, 文献[12]运用训练数据构造的冗余字典, 在变换域中用近邻法直接判断测试数据的类别, 给出的压缩感知人脸识别方法具有识别率较高、运算速度较快的特点. 但是, 目前压缩感知的研究主要集中在测量矩阵的设计和重构算法等方面<sup>[13-14]</sup>. 稀疏变换基大都使用离散余弦变换基(DCT)、快速付立叶变换基(FFT)、离散小波变换基(DWT)、Gabor 基或者 curvelet 基等. 本文提出一种基于图像图论表示的正交变换基, 并在此基础上对图像进行压缩采样与压缩域直接分类. 首先, 充分利用图像的边缘特性和像素关系, 给出一种简化与改进的图像图论表示, 再通过图 Laplacian 矩阵的特征值分解得到其特征向量矩阵作为正交变换基, 从而得到图像的压缩表示. 其次, 对于压缩测量矩阵本文采用非常稀疏随机矩阵, 这使得计算量进一步减少. 最后, 利用压缩测量样本直接对分类器进行训练和测试, 在保持原空间分类精度的条件下使得分类器训练和测试时间大量减少.

## 1 压缩采样基础

在介绍压缩采样基本理论之前, 先引入信号的稀疏性及其稀疏表示. 若将  $N$  维信号  $x \in \mathbf{R}^{N \times 1}$  在某组正交基  $\Psi = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N\}$  展开( $\psi_i$  为  $N$  维基向量), 即

$$x = \sum_i^N \alpha_i \psi_i = \Psi \alpha. \quad (1)$$

其中: 系数  $\alpha_i = \langle x, \psi_i \rangle = \psi_i^T x$ ,  $\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N] \in \mathbf{R}^{N \times N}$ . 则  $\Psi$  为正交基矩阵, 即满足  $\Psi \Psi^T = \Psi^T \Psi = I$  ( $I$  为单位矩阵). 假定系数向量  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T$  中只有  $K$  个非零(或绝对值很大)的系数, 则称原信号  $x$  为  $K$ -稀疏信号, 称  $\Psi$  为信号  $x$  的稀疏基.

**注 1** 通常, 自然信号在时域内都是非稀疏的, 但在适当的变换域可能是稀疏的. 例如分段平滑信号在 Haar 小波域是稀疏的, 缓变平滑信号在傅立叶变

换域是稀疏的<sup>[3-5]</sup>. 对于非严格稀疏信号, 只保留其系数中的  $K$  个较大的分量而将其他  $N - K$  个分量置为零, 因此可以近似认为其为  $K$  稀疏信号<sup>[1-5]</sup>.

下面简单回顾压缩采样的基本思路. 对于  $K$ -稀疏信号  $x$ , 若采用另一个与正交基矩阵  $\Psi$  不相关的测量矩阵  $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M\}$ , 则可得信号  $x$  的  $M$  个线性测量, 即

$$y = \Phi x, \quad (2)$$

这里  $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$  ( $M \ll N$ ). 如果将  $\Phi$  的每一行看作一个传感器, 则得到的测量向量  $y$  即为原信号  $x$  的  $M$  个线性投影(压缩测量). 也就是说, 压缩采样过程将信号  $x$  从  $N$  维降为  $M$  维观测信号  $y$ . 由于式(2)中未知数个数  $N$  远大于方程个数  $M$ , 从  $y$  中恢复  $x$  是一个欠定问题. 但注意到式(2)中的  $x$  是  $K$ -稀疏的, 将式(1)代入(2)得到

$$y = \Phi \Psi \alpha = \Theta \alpha, \quad (3)$$

其中  $\Theta = \Phi \Psi$  为  $M \times N$  矩阵. 虽然从  $y$  中恢复  $\alpha$  也是一个欠定问题, 但是由于  $\alpha$  中仅有  $K$  个非零系数, 这样使得信号重构成为可能. 文献[15]指出, 若要以较大概率精确重构原信号  $x$ , 则式(3)中的  $\Theta$  必须满足受限等距性(RIP).

**定义 1** (受限等距性) 对于任意  $K$  稀疏向量  $v$  和常数  $\varepsilon \in (0, 1)$ ,  $\Theta$  满足  $K$ -阶受限等距性(RIP), 如果下式成立:

$$1 - \varepsilon \leq \frac{\|\Theta v\|_2^2}{\|v\|_2^2} \leq 1 + \varepsilon. \quad (4)$$

Baraniuk 在文献[16]中给出 RIP 准则的等价条件是测量矩阵  $\Phi$  和稀疏表示矩阵  $\Psi$  不相关, 即要求  $\Phi$  的行  $\varphi_i$  不能由  $\Psi$  的列  $\psi_j$  稀疏表示, 且  $\Psi$  的列  $\psi_j$  不能由  $\Phi$  的行  $\varphi_i$  稀疏表示. 文献[17-18]证明了当  $\Phi$  是高斯随机矩阵时,  $\Theta$  能以较大概率满足 RIP 准则. 其他常见的满足 RIP 准则的测量矩阵还包括二值随机矩阵、一致球矩阵、局部傅立叶矩阵和部分哈达玛矩阵等<sup>[3-5]</sup>.

由于  $l_0$  范数的求解是 NP-难问题, 通常可将  $l_0$  范数优化问题转换为约束条件下的  $l_1$  范数极小问题<sup>[19]</sup>

$$\begin{aligned} \min \|\alpha\|_1; \\ \text{s.t. } y = \Phi x = \Theta \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

含噪情况下, 式(5)可以转换成如下基追踪去噪(BPDN)问题:

$$\hat{x} = \arg \min_x \{\|y - \Theta x\|_2^2 + \gamma \|x\|_1\}, \quad (6)$$

其中参数  $\gamma$  决定了允许误差与稀疏性之间的平衡.

**注 2** 对于优化问题(5), 可采用匹配追踪法<sup>[20]</sup>、正交匹配追踪法(OMP)<sup>[18]</sup>、同伦法<sup>[21]</sup>或梯度投影法<sup>[22]</sup>等进行求解.

## 2 问题与方法

### 2.1 问题描述

基于压缩采样的分类框架可用图1表示, 主要包括信号/样本的稀疏表示、压缩测量和直接压缩测量分类3个方面. 由上述压缩采样基础可知, 一般信号在某个变换域为  $K$ -稀疏信号, 通过压缩测量后, 所需传输、存储的数据都大量减少. 目前发表的文献大多集中在如何高概率、高精度地重构原信号, 即如何构建合适的变换基和压缩测量矩阵, 使得通过压缩测量能以较大概率恢复出原信号. 但是, 对于很多问题(如分类问题), 精确重构原始信号并不重要; 相反地, 能否避开计算量较大的重构过程在变换域直接对样本进行分类? 这是本文的主要动机和出发点.

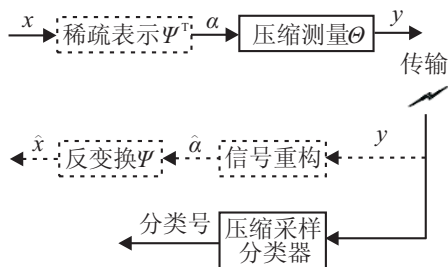


图1 基于压缩采样的分类问题框架

另外, 基于图像的图论表示, 本文提出了一种新的正交变换基  $\psi$ , 即图 Laplacian 矩阵的特征向量构成的矩阵, 为图像的压缩采样提供了新的思路.

### 2.2 图变换压缩表示

首先, 本节基于图像的图论表示给出一种新的稀疏变换基. 包括如下3步: 1) 边缘检测; 2) 基于边缘检测构建对应的图论表示; 3) 对图的 Laplacian 矩阵进行特征值分解, 并利用其特征向量作为正交变换基对图像进行处理.

对于边缘检测, 文献 [23] 中通过对图像相邻像素进行差分, 使得检测出来的边缘位于像素与像素之间. 这样做的好处在于, 便于解释边缘与原始图像像素之间的相对关系, 但此过程比较耗时. 实验表明, 采用经典边缘检测算子(如 canny 等)和不同的图邻接矩阵定义方法, 可获得与文献 [23] 完全相同的图论表示. 在给出图变换压缩表示之前, 先给出图像图论表示的相关定义.

**定义2** (图表示) 令  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  是包含  $N$  个元素的有限集合, 则图定义为由顶点集  $V$  和若干条边  $E = \{(v_i, v_j) \in V \times V\}$  构成的结构, 用  $G = (V, E)$  表示.

**注3** 图是由有限个顶点以及这些顶点之间的边构成的一个结构. 本文用无向图对图像的像素与像素之间的关系进行建模, 其中每个像素对应图的顶点,

而像素之间的相对关系用图的邻接矩阵描述.

**定义3** (邻接矩阵) 令  $G = (V, E)$  表示一个图, 且  $|v_i| = N$ , 其中  $|\cdot|$  表示集合的基数. 邻接矩阵  $A_{ij}$  的定义为

$$A_{ij} = \begin{cases} I_i \odot I_j, & \forall i \neq j; \\ 0, & i = j. \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $I_i$  表示边缘提取后对应像素的二元值,  $\odot$  为同或运算, 即当  $I_i$  和  $I_j$  同为边缘或都不是边缘时其邻接权值为1, 否则为零.

**注4** 图变换压缩表示的前两个步骤, 即边缘检测和邻接矩阵的定义, 分别考虑了图像像素之间的边缘特性和像素关系, 为有效地进行图像压缩采样及分类奠定了良好的基础. 对于无向图, 邻接矩阵  $A$  很显然对称的, 这保证了后续基于图 Laplacian 矩阵特征值分解得到的稀疏变换基的正交性.

在此基础上, 定义图的度矩阵和 Laplacian 矩阵.

**定义4** (度矩阵与 Laplacian 矩阵) 令  $G = (V, E)$  表示一个图, 且  $|v_i| = N$ . 节点  $i$  的度定义为  $d_i = |N_i|$ , 图的度矩阵  $\Delta$  定义为  $\Delta = \text{diag}(d_i)$ , 其 Laplacian 矩阵  $L = \Delta - A$ .

图2所示为边缘检测之后考虑4邻域相关性所对应的图表示. 假设像素1、3、4、5含检测出的边缘, 则对应的邻接矩阵  $A$  如图2右半部分所示, 对应的 Laplacian 矩阵不难求得. 值得一提的是, 该方法可以直接扩展到8邻域图表示, 但是8邻域表示会使图像表示更加精确的同时计算量也增大.

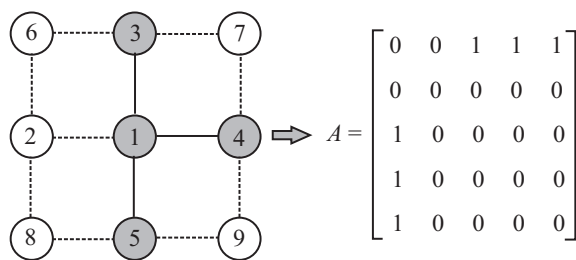


图2 边缘检测结果及对应的4邻域邻接矩阵

在此基础上, 对 Laplacian 矩阵  $L$  进行特征值分解, 并将其特征向量构成的矩阵看作一个正交稀疏变换基  $\psi$ ; 其正交性是由于 Laplacian 矩阵  $L$  是一个对称正定实数矩阵<sup>[24]</sup>. 从而, 利用正交基  $\psi$  对图进行变换可实现其图变换域稀疏投影. 以 MNIST 数据库样本为例, 任取其中一个样本进行图变换之后, 其能量 98% 集中在少量变换系数上, 如图3所示, 其中以 Laplacian 矩阵  $L$  的特征向量为正交基. 从后面实验部分的结果也可看出, 以图 Laplacian 矩阵  $L$  的特征向量矩阵作为正交稀疏变换基的图像重构误差与小波变换基相当, 同时比 DCT 还要理想.

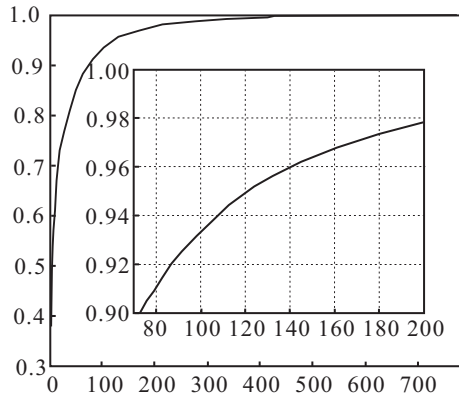


图3 图像变换的归一化累积能量分布

### 2.3 随机投影矩阵

在进行图像的压缩采样直接分类之前,先给出如下 Johnson-Lindenstrauss 引理.

**引理 1 (J-L引理)** 假定  $Q$  为  $R^N$  空间上的有限点集,存在常数  $0 < \delta < 1, \beta > 0$ .  $\Phi$  为  $R^N$  到  $R^M$  的压缩正交投影,若  $M \leq N$  满足

$$M \geq \left( \frac{4 + 2\beta}{\delta^2/2 + \delta^3/3} \right) \ln |Q|, \quad (8)$$

则下式以高于  $1 - |Q|^{-\beta}$  的概率成立:

$$(1 - \delta) \sqrt{\frac{M}{N}} \leq \frac{\|\Phi x - \Phi y\|_2}{\|x - y\|_2} \leq (1 + \delta) \sqrt{\frac{M}{N}}, \quad \forall x, y. \quad (9)$$

**注 5** J-L引理表明,可以随机选取一个远小于原空间维数的高维子空间,使得原始空间两点的某种度量(如样本点之间的距离)投影到该子空间后,能高概率地保持这种度量关系.另外 Baraniuk 证明了满足 J-L 引理的随机矩阵同样满足压缩感知理论中的 RIP 准则.因此,如果随机矩阵  $\Phi$  满足 J-L 引理,则  $K$ -稀疏的信号  $x$  可以从压缩测量  $y$  中高概率地恢复出来,同时压缩测量  $y$  保持了原空间的度量关系.这是本文直接用压缩测量样本直接进行分类的基础.

下面对随机投影矩阵  $\Phi$  进行设计.如前所述,高斯随机矩阵、二值随机矩阵、一致球矩阵、局部傅立

叶和哈达玛矩阵等均满足 RIP 准则,但这些矩阵本身不具有稀疏性,即其中的零元素较少,使得要计算/存储的压缩测量数据依然较大.本文采用文献[25]中的“非常稀疏随机矩阵”作为测量矩阵  $\Phi$ ,以进一步减少传输、存储和计算代价.

$$\varphi_{ij} = \sqrt{s} \cdot \begin{cases} 1, & \text{以概率 } 5/s; \\ 0, & \text{以概率 } 1/s; \\ -1, & \text{以概率 } 5/s. \end{cases} \quad (10)$$

Achlioptas 证明<sup>[26]</sup>式(10)中  $s$  取 2 或者 3 时,矩阵  $\Phi$  满足 J-L 引理.采用此矩阵的优势在于,只需要一个均匀随机数发生器即可.更重要的是当  $s = 3$  时,此矩阵非常稀疏,矩阵元素只有  $1/3$  的概率非零,  $2/3$  的概率为 0,使得计算量大大减少.

### 3 仿真与讨论

将本文提出的方法用于 MNIST 手写数字的压缩采样重构及其识别.基于压缩采样的手写数字识别是基于原图像的随机压缩测量直接进行的.值得一提的是,为了验证图 Laplacian 矩阵的特征向量作为正交变换基的可行性,“重构”并不是图像压缩分类的必需过程.

#### 3.1 图像压缩采样重构

采用 Matlab 工具箱 canny 边缘提取算子,压缩测量矩阵分别取高斯随机矩阵和式(10)中的“非常稀疏随机矩阵”,取投影后的样本特征量维数为原信号的 40% 取整数.式(10)中  $s$  取  $\sqrt{n} = \sqrt{784}$ ,也就是说  $\Phi$  矩阵中只有 3.57% 的元素为非零元,而高斯随机矩阵  $\Phi$  的元素大部分非零,其计算量相对较大.实验中分别采用单层 DCT 基<sup>[27]</sup>,单层 db1 小波变换<sup>[28]</sup>和本文提出的图 Laplacian 特征向量变换基对图像进行压缩采样.取 500 个添加了 SNR = 20 dB 高斯噪声的样本作为实验对象,经 100 次重构实验后 3 种正交基对应的平均重构精度和重构时间对比如表 1 所示.

表 1 3 种变换基对应的重构误差比较

稀疏正交基 投影矩阵 $\Phi$	DCT 基		db1 小波基		图 Laplacian 特征向量	
	高斯随机	非常稀疏随机	高斯随机	非常稀疏随机	高斯随机	非常稀疏随机
平均 MSE/ $10^{-17}$	3.60	2.46	2.87	2.09	3.24	2.08
平均重构时间/s	0.12	0.12	0.15	0.14	0.12	0.12

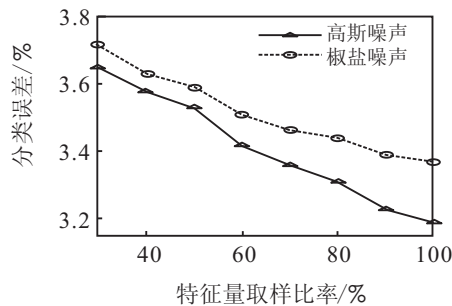
从表 1 可以看出,采用图 Laplacian 特征向量矩阵作为变换基时,重构精度基本上与 db1 小波基相当(采用高斯随机投影时精度略差),但比采用 DCT 基时重构精度高.这说明了采用图 Laplacian 特征向量矩阵作为正交变换基的可行性.从整体上看,采用高斯随机矩阵时的重构时间与采用式(10)中的非常稀疏随机矩阵时相当,但平均重构误差前者比后者的误

差更高.除此之外,还分别对包含椒盐噪声以及不同 SNR 高斯噪声情况进行了仿真,结果表明相同噪声种类情况下其强度的变化对算法的重构性能影响较小.

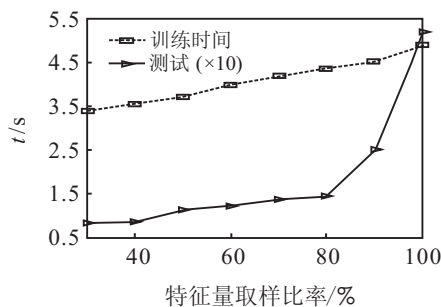
#### 3.2 图像压缩采样分类

利用图像压缩采样样本对支持向量机(SVM)直接进行训练和测试. MNIST 为 10 类分类问题,每类分别对应于手写体数字 0~9,共有 60 000 个训练样本、

10000个测试样本. 采用一对一方法将多类分类问题分解成二值分类问题<sup>[29]</sup>, 实验中SVM使用RBF核, 其参数 $C$ 和 $\gamma$ 由5-折交叉验证确定. 压缩测量矩阵按式(10)选取, 且 $s = \sqrt{n} = \sqrt{784}$ . 不同特征量取样比率情况下的压缩测量分类结果与原始图像直接分类的分类误差及其所需训练和测试时间的比较结果如图4所示.



(a) 特征量取样比率对分类精度的影响



(b) 高斯噪声情况下的训练和测试时间

图4 比较结果

从图4中可以看出, 随着特征向量维数取样比例的减小, 训练和测试时间都大量减少, 但精度退化相对较小. 例如取样比率为40%时, 采用压缩测量样本直接进行分类的训练和测试的时间分别减少27.4%和82.7%, 但高斯噪声和椒盐噪声情况下的分类精度仅分别下降0.403%和0.269%. 由此可见, 相对于原始图像直接分类(取样比例100%), 压缩采样分类不仅保证了分类精度, 而且很大程度上减少了训练和测试时间; 同时, 压缩采样分类情况下样本的传输/存储量明显得到降低. 结果表明, 在特征量取样比率为40%的情况下, 其传输/存储量减少为原始图像直接分类的35%以下(由于非常稀疏投影矩阵(10)的影响使得部分特征元素为零). 另外, 通过仿真发现在相同的特征采样比率条件下, 噪声强度对分类精度的影响不明显, 这说明了在图变换压缩采样域直接进行分类的鲁棒性.

## 4 结 论

本文提出了一种基于图像的图论表示的正交变换基, 并在此基础上对图像进行压缩采样与直接压缩域分类. 首先, 充分利用图像的边缘特性和像素关系

构建图像对应的图论表示, 再通过图Laplacian矩阵的特征值分解得到其特征向量矩阵, 并将其作为正交变换基得到图像的压缩表示. 然后, 采用“非常稀疏随机矩阵”作为压缩测量矩阵, 直接利用压缩测量特征向量对分类器进行训练和测试, 在保持原空间分类精度的基础上大量地减少分类器的训练和测试时间. 值得说明的是, 图像的图论表示将每个像素看成一个节点, 这样对于高分辨率图像而言节点数将非常大, 以特征向量矩阵构成的变换基的计算量也增大, 但本文采用4-邻域邻接矩阵的稀疏度较高, 在一定程度上保证了计算代价的可行性. 为了提高编码效率, 可以采用JPEG-2000标准分块对图像进行处理, 但这不是本文的重点, 将在后续研究工作中进行.

## 参考文献(References)

- [1] Candes E. Compressive sampling[C]. Proc of Int Congress of Mathematicians. Madrid, 2006: 1433-1452.
- [2] Donoho D. Compressed sensing[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] 尹宏鹏, 刘兆栋, 柴毅, 等. 压缩感知综述[J]. 控制与决策, 2013, 28(10): 1441-1445.  
(Yin H P, Liu Z D, Chai Y, et al. Survey of compressed sensing[J], Control and Decision, 2013, 28(10): 1441-1445.)
- [4] 李树涛, 魏丹. 压缩传感综述[J]. 自动化学报, 2009, 35(11): 1369-1377.  
(Li S T, Wei D. A survey on compressive sensing[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(11): 1369-1377.)
- [5] 焦李成, 杨淑媛, 刘芳, 等. 压缩感知回顾与展望[J]. 电子学报, 2011, 39(7): 1651-1662.  
(Jiao L C, Yang S Y, Liu F, et al. Development and prospect of compressive sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(7): 1651-1662.)
- [6] Herrmann F J, Hennenfent G. Non-parametric seismic data recovery with curvelet frames[J]. Int J of Geophysical, 2008, 173(1): 233-248.
- [7] Duarte M F, Davenport M A, Takhar D, et al. Single-pixel imaging via compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 83-91.
- [8] Wright J, Yang J A, Ganesh A, et al. Robust face recognition via sparse representation[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(2): 210-227.
- [9] 宋湘成, 焦李成. 基于稀疏表示及光谱信息的高光谱遥感图像分类[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(2): 268-273.  
(Song X C, Jiao L C. Classification of hyperspectral remote sensing image based on sparse representation and spectral information[J]. J of Electronics & Information Technology, 2012, 34(2): 268-273.)

- [10] 张新征, 黄培康. 基于贝叶斯压缩感知的SAR目标识别[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(1): 40-44.  
(Zhang X Z, Huang P K. SAR ATR based on bayesian compressive sensing[J]. System Engineering and Electronics, 2013, 35(1): 40-44.)
- [11] 蔡骋, 张明, 朱俊平. 基于压缩感知理论的杂草种子分类识别[J]. 中国科学: 信息科学, 2010, 40(增): 160-172.  
(Cai C, Zhang M, Zhu J P. Weed seeds classification based on compressive sensing theory[J]. Science China: Information Science, 2010, 40(S): 160-172.)
- [12] 魏冬梅, 周卫东. 采用压缩感知的人脸识别算法[J]. 计算机工程, 2011, 37(18): 10-12.  
(Wei D M, Zhou W D. Face recognition algorithm using compressive sensing[J]. Computer Engineering, 2011, 37(18): 10-12.)
- [13] 朱明, 高文, 郭立强. 压缩感知理论在图像处理领域中的应用[J]. 中国光学, 2011, 4(5): 441-447.  
(Zhu M, Cao W, Guo L Q. Application of compressed sensing theory in image processing[J]. Chinese Optics, 2011, 4(5): 441-447.)
- [14] 朱丰, 张群, 柏又青, 等. 一种新的基于遗传算法的压缩感知重构方法及其在SAR高分辨距离像重构中的应用[J]. 控制与决策, 2012, 27(11): 1669-1675.  
(Zhu F, Zhang Q, Bai Y Q, et al. A novel reconstruction method based on genetic algorithm in CS theory and its application in SAR HRRP reconstruction[J]. Control and Decision, 2012, 27(11): 1669-1675.)
- [15] Candes E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(4): 489-509.
- [16] Baraniuk R. Compressive sensing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(4): 118-121.
- [17] Candes E, Tao T. Decoding by linear programming[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2005, 51(12): 4203-4215.
- [18] Tropp J, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [19] Donoho D, Tsaig Y. Extensions of compressed sensing[J]. Signal Processing, 2006, 86(3): 533-548.
- [20] Tropp J A. Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2004, 50(10): 2231-2242.
- [21] Donoho D, Ysaig Y. Fast solution of  $l_1$ -norm minimization problems when the solution may be sparse[R]. Palo Alto: Stanford University, 2008.
- [22] Figueiredo M A T, Nowak R D, Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problem[J]. J of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(4): 586-598.
- [23] Shen G, Kim W S, Ortega A, et al. Edge-aware intra prediction for depth-map coding[C]. Proc of the 17th Int Conf on Image Processing. Hong Kong, 2010: 3393-3396.
- [24] Shuman D I, Narang S K, Frossard P, et al. The emerging field of signal processing on graphs: Extending high-dimension data analysis to networks and other irregular domains[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 30(3): 83-98.
- [25] Li P, Hastie T J, Church K W. Very sparse random projections[C]. Proc of the 12th ACM Int Conf on Knowledge Discovery & Data mining. New York, 2006: 287-296.
- [26] Achlioptas D. Data-friendly random projections: Johnson-Lindenstrauss with binary coins[J]. J of Computer & System Sciences, 2003, 66(4): 671-687.
- [27] 尹晓慧, 张宝菊, 王为, 等. 基于改进层式DCT的压缩感知图像处理[J]. 计算机工程, 2012, 38(9): 226-228.  
(Yin X H, Zhang B J, Wang W, et al. Compressed sensing image processing based on improved layered DCT[J]. Computer Engineering, 2012, 38(9): 226-228.)
- [28] 岑翼刚, 陈晓方, 岑丽辉, 等. 基于单层小波变换的压缩感知图像处理[J]. 通信学报, 2010, 31(8A): 52-55.  
(Cen Y G, Chen X F, Cen L H, et al. Compressed sensing based on the single layer wavelet transform for image processing[J]. J of Communications, 2010, 31(8A): 52-55.)
- [29] Hsu C W, Lin C J. A comparison of methods for multi-class support vector machines[J]. IEEE Trans on Neural Network, 2002, 13(2): 415-425.

(责任编辑: 孙艺红)