

基于等信息量转换的区间二元语义多属性群决策方法

张娜^{1,2}, 方志耕¹, 朱建军¹, 刘思峰¹, 郭晓君¹

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016; 2. 石河子大学 商学院, 新疆 五家渠 831300)

摘要: 针对传统区间二元语义距离计算公式的不足, 提出基于离散参数区间二元语义距离公式, 构建基于等信息量转换的区间二元语义多属性群决策模型. 基于该模型, 针对属性权重和专家权重信息完全未知的情形, 设计基于极大熵和正理想方案的权重确定模型, 给出一种处理区间二元语言评价的群决策问题求解方法. 算例分析表明, 所提出的方法可以在一定程度上克服以往基于区间二元语义距离处理方法造成信息扭曲和损失的不足.

关键词: 等信息转换; 区间二元语义; 离散参数; 极大熵; 群决策

中图分类号: C934

文献标志码: A

Multiple attribute group decision making with interval two-tuple linguistic information based on the amount of information convert

ZHANG Na^{1,2}, FANG Zhi-geng¹, ZHU Jian-jun¹, LIU Si-feng¹, GUO Xiao-jun¹

(1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. Commerce College, Shihezi University, Wujiaqu 831300, China. Correspondent: ZHANG Na, E-mail: zhangnanuaa@126.com)

Abstract: A group decision model is builded for multiple attribute group decision making problems with interval two-tuple linguistic information with the shortcomings of traditional binary semantic distance interval calculation formula based on discrete interval parameter tuple linguistic distance formula. The model is designed with the maximum entropy and the positive ideal solution in order to deal with the problem that the attribute weights and expert weights are unknown, and a method is proposed to solve the multiple attribute group decision making with interval two-tuple linguistic information. The example shows that the proposed method can more precisely deal with the interval two-tuple linguistic information and avoid information distortion and loss based on the previous method of traditional binary semantic distance interval calculation formula.

Keywords: amount of information convert; interval two-tuple linguistic information; discrete parameters; maximum entropy; group decision

0 引言

在多属性决策过程中, 由于外部环境的复杂性、不确定性、人类认识的局限性和决策者的主观性等特征, 决策者对事物的评价往往以自然语言的形式给出. Herrera等^[1]首次提出了用二元语义描述语言评价信息, 并给出了其融合方法^[2], 对自然语言评价具有开创性意义. 近年来, 二元语义评价信息的研究引起了国内外学者的极大重视, 其研究主要集中在以下两个方面: 1) 基于二元语义信息的集结算子研究. 文献[3-7]提出了基于二元语义的T-OWA^[3]、T-OWG^[4]、T-

HWA^[5]、ET-WG^[6]、ET-OWG^[6]和T-IOWG^[7]算子, 并在二元语义评价信息的多属性决策中得以应用; 文献[8]针对集成结果只有细微差别的情况, 提出了不确定性语言二元组4种集成算子; 文献[9-11]针对信息分布的疏密程度, 提出了DWA算子, 该算子能有效利用决策信息; 文献[12]提出了T-DM算子, 并将其用于不确定多属性决策问题. 2) 基于现有的多属性决策方法与二元语义信息进行集结, 得到群组的评价结果. 文献[13]提出了一种通过最大化群效用、最小化个体遗憾获得决策者满意的折衷方案的VIKOR群决策方

收稿日期: 2013-12-06; 修回日期: 2014-03-11.

基金项目: 国家社科重大项目(10&ZD014); 国家自然科学基金项目(71363046, 71173106, 71171112); 国家教育部人文社科项目(10YJA790174, 12YJC630115, 13YJC790198).

作者简介: 张娜(1983-), 女, 讲师, 博士生, 从事多属性决策理论与方法的研究; 方志耕(1955-), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论、数量经济学等研究.

法; 文献[14]研究了属性值和权重值都为语言信息的群决策问题, 给出了一种新的主观属性权重集结方法; 文献[15]定义了正、负理想方案的投影值, 并根据各备选方案的相对贴进度对其进行排序; 文献[16]给出了基于偏差最大化的二元语义群决策方法; 文献[17]根据TOPSIS法的基本思想, 给出了一种处理二元语义信息的群决策方法; 文献[18]定义了正、负理想方案的语义灰色关联度, 并通过各方案的语义灰色关联度确定最优方案. 然而, 由于系统的复杂性和外部环境的不确定性, 决策者评价往往介于两个评价短语之间. 针对这类情景, 文献[19]针对不确定语言多属性群决策问题, 提出了一种折衷方案的VIKOR的决策方法; 文献[20]研究了属性值未知的区间二元语义的动态灰色关联群决策模型; 文献[21]研究了一种基于离差最大化的区间二元语义信息处理方法, 用来解决具有多粒度的区间语言评价信息群决策问题; 文献[22]针对准则权重已知、决策者权重未知的情况, 提出了一种基于云模型的不确定语言的多准则群决策方法.

文献[19-22]所提出的方法都是建立在决策信息在区间内取值均等的条件下, 并没有反应信息结构的疏密程度, 且采用的传统区间二元语义的距离公式, 会造成一些决策结果与现实不符. 为此, 本文首先基于“信息等价性”与“数据完整性”的转换规则, 提出了区间二元语义的“核”转换和“半径”转换的定义, 并提出了基于离散参数的区间二元语义的新距离公式; 然后针对属性权重和专家权重信息完全未知的情形, 设计了基于极大熵模型的以各方案属性偏差最小化为目标单目标规划模型, 确定属性权重; 最后定义了“核”与“半径”正理想方案, 通过各方案与正理想方案的灰色关联系数确定决策者权重, 并集结方案排序, 使得最终排序更符合实际情况.

1 预备知识

二元语义是采用一个二元组 (s_k, α_k) 表示语言评价信息的方法, 其元素 s_k 和 α_k 的含义如下: 设 S 为一个预先定义好的由奇数个元素构成的有序集合, 其中 $s_k \in S$ 为第 k 个语言短语, 且要求 S 满足有序性、存在逆运算算子、极大化运算和极小化运算等性质; α_k 为符号转移值, $\alpha_k \in [-0.5, 0.5]$, 表示评价结果与 s_k 的偏差.

定义 1^[2] 若 $s_k \in S$ 是一个语言短语, 则相应的二元语义形式可以通过函数 θ 获得, 即

$$\theta: S \rightarrow S \times [-0.5, 0.5], \quad (1)$$

$$\theta(s_i) = (s_i, 0), s_i \in S. \quad (2)$$

定义 2^[2] 若实数 $\beta \in [0, T]$ 为语言评价集 S 经

某集结方法得到的实数, $T+1$ 为语言评价集 S 中元素的个数, 则 β 可以由函数 Δ 表示二元语义信息, 即

$$\Delta: [0, T] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5]; \quad (3)$$

$$\Delta(\beta) = \begin{cases} s_k, & k = \text{round}(\beta); \\ \alpha_k = \beta - k, & \alpha_k \in [-0.5, 0.5]. \end{cases} \quad (4)$$

其中: round 为四舍五入取整算子; α_k 为符号转移值, 表示评价结果与 s_k 的偏差.

定义 3^[2] 若 (s_k, α_k) 是一个二元语义. 其中: s_k 为 S 中第 k 个元素, $\alpha_k \in [-0.5, 0.5]$. 则存在一个逆函数 Δ^{-1} , 使其转换成相应的数值 β , 即

$$\Delta^{-1}: S \times [-0.5, 0.5] \rightarrow [0, T], \quad (5)$$

$$\Delta^{-1}(s_k, \alpha_k) = k + \alpha_k = \beta. \quad (6)$$

定义 4^[2-3] 若 $(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k)$ 、 $(\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k)$ 为 2 个二元语义信息, $\underline{s}_k, \bar{s}_k \in S^T$, $\underline{\alpha}_k, \bar{\alpha}_k \in [-0.5, 0.5]$, 且 $(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k) \leq (\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k)$, 则称 $(s_k, \alpha_k) = [(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k), (\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k)]$ 为一个区间二元语义, 其中“ \leq ”表示评价信息 $(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k)$ 劣于 $(\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k)$.

定义 5 对于任意一个区间二元语义 $[(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k), (\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k)]$, 在信息分布缺乏的情况下, 称 $\Delta[(\Delta^{-1}(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k) + \Delta^{-1}(\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k))/2]$ 为区间二元语义的核.

定义 6 对于任意一个区间二元语义 $[(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k), (\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k)]$, 在信息分布缺乏的情况下, 称 $\Delta[(\Delta^{-1}(\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k) - \Delta^{-1}(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k))/2]$ 为区间二元语义的半径.

2 区间二元语义的等信息量转换

对于区间二元语义多指标群决策问题 D , $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$ 为备选方案集, $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 为方案的属性集, $P = \{P_1, P_2, \dots, P_k\}$ 为群体决策集. $(\tilde{u}_{ij}^l)_{m \times n}$ 为专家 l 提供的区间二元语义决策矩阵, 其中 $\tilde{u}_{ij}^l = (s_{ij}^l, \alpha_{ij}^l) = [(s_{ij}^l, \underline{\alpha}_{ij}^l), (s_{ij}^l, \bar{\alpha}_{ij}^l)]$ 为专家 l 提供的方案 X_i 在属性 A_j 下的属性值.

根据定义 4、定义 5 和定义 6, 在信息分布缺乏的情况下, 由“核转换”得到区间二元语义的“核”属性值

$$h_{ij}^l = (s_{ij}^l, \bar{\alpha}_{ij}^l) = \Delta[(\Delta^{-1}(s_{ij}^l, \underline{\alpha}_{ij}^l) + \Delta^{-1}(s_{ij}^l, \bar{\alpha}_{ij}^l))/2],$$

通过“半径转换”得到区间二元语义的“半径”属性值

$$r_{ij}^l = (s_{ij}^l, \bar{\alpha}_{ij}^l) = \Delta[(\Delta^{-1}(\bar{s}_{ij}^l, \bar{\alpha}_{ij}^l) - \Delta^{-1}(s_{ij}^l, \underline{\alpha}_{ij}^l))/2].$$

性质 1 通过“核转换”和“半径转换”后的二元语义与区间二元语义具有等量的信息.

证明 由定义 5 和定义 6 可知

$$h_{ij}^l = \Delta[(\Delta^{-1}(\underline{s}_{ij}^l, \underline{\alpha}_{ij}^l) + \Delta^{-1}(\bar{s}_{ij}^l, \bar{\alpha}_{ij}^l))/2], \quad (7)$$

$$r_{ij}^l = \Delta[(\Delta^{-1}(\bar{s}_{ij}^l, \bar{\alpha}_{ij}^l) - \Delta^{-1}(\underline{s}_{ij}^l, \underline{\alpha}_{ij}^l))/2], \quad (8)$$

则有

$$(\underline{s}_{ij}^l, \underline{\alpha}_{ij}^l) = \Delta[(\Delta^{-1}(\underline{s}_{ij}^l, \underline{\alpha}_{ij}^l) + \Delta^{-1}(\bar{s}_{ij}^l, \bar{\alpha}_{ij}^l))/2] -$$

$$\begin{aligned} \Delta[(\Delta^{-1}(\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k) - \Delta^{-1}(s_k, \alpha_k))/2] &= h_{ij}^l - r_{ij}^l, \\ (\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k) &= \\ \Delta[(\Delta^{-1}(s_k, \alpha_k) + \Delta^{-1}(\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k))/2] + \\ \Delta[(\Delta^{-1}(\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k) - \Delta^{-1}(s_k, \alpha_k))/2] &= h_{ij}^l + r_{ij}^l. \end{aligned}$$

可见, 由“核转换”和“半径转换”后得到的二元语义属性值, 可以推导出对应的区间二元语义属性值, 推广后可得到如下等价关系:

$$\begin{aligned} [(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k), (\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k)] &= \\ \begin{cases} h_{ij}^l = \Delta[(\Delta^{-1}(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k) + \Delta^{-1}(\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k))/2], \\ r_{ij}^l = \Delta[(\Delta^{-1}(\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k) - \Delta^{-1}(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k))/2]. \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

综上, 性质1得证. \square

性质2 由“核转换”和“半径转换”后所得的二元语义必须同时包含区间二元语义的上界和下界信息.

证明 由定义5和定义6可知式(7)和(8)成立, 其中每个二元语义的“核”属性和“半径”属性信息均同时来自区间二元语义的上界和下界信息. \square

性质3 通过“核转换”和“半径转换”后所得的二元语义在区间二元语义语言评价信息范围之内.

证明 由定义5和定义6可知式(7)和(8)成立, 进而得到如下两种极端情形:

1) 区间二元语义退化为二元语义时, $(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k) = (\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k)$, 即 $\underline{s}_k = \bar{s}_k, \underline{\alpha}_k = \bar{\alpha}_k$, 因此有 $h_{ij}^l = (\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k) = (\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k), r_{ij}^l = 0$, 即通过“核转化”和“半径转化”后, “核”属性仍然是该二元语义本身, 但“半径”属性为0.

2) 当 $(\underline{s}_k, \underline{\alpha}_k) = 0$ 时, $h_{ij}^l = r_{ij}^l = \Delta[(\Delta^{-1}(\bar{s}_k, \bar{\alpha}_k))/2]$.

其他情形的信息范围均在这两种情形的信息内, 可见, 通过“核转换”和“半径转换”后所得的二元语义在区间二元语义语言评价信息范围之内. \square

定义7 若区间二元语义 $M = [(\underline{s}_a, \underline{\alpha}_a), (\bar{s}_a, \bar{\alpha}_a)]$. 其中: $(\underline{s}_a, \underline{\alpha}_a) \leq (\bar{s}_a, \bar{\alpha}_a), N = [(\underline{s}_b, \underline{\alpha}_b), (\bar{s}_b, \bar{\alpha}_b)], (\underline{s}_b, \underline{\alpha}_b) \leq (\bar{s}_b, \bar{\alpha}_b); h_a, r_a$ 分别为 $M = [(\underline{s}_a, \underline{\alpha}_a), (\bar{s}_a, \bar{\alpha}_a)]$ 的“核转换”和“半径转换”; h_b, r_b 分别为 $N = [(\underline{s}_b, \underline{\alpha}_b), (\bar{s}_b, \bar{\alpha}_b)]$ 的“核转换”和“半径转换”. 则称

$$L(M, N) = \Delta[\sqrt{(1-\theta)|\Delta^{-1}(h_a) - \Delta^{-1}(h_b)|^2 + \theta|\Delta^{-1}(r_a) - \Delta^{-1}(r_b)|^2}] \quad (10)$$

为区间二元语义 M 与 N 之间的距离, 其中 $\theta (0 \leq \theta \leq 1)$ 为区间二元语义的离散参数, 可以通过专家的相关经验获得. 特别地, 当 $\theta = 0.5$ 时, 表明区间二元语义信息是基于均值的.

性质4 对于基于离散参数的区间二元语义距离公式(8), 当 $0 \leq \theta < 0.5$ 时, 区间二元语义的离散度较小; 当 $\theta = 0$ 时, 区间二元语义的距离转换为区间二元语义“核”之间的距离; 当 $0.5 < \theta \leq 1$ 时, 区间二元

语义的离散度较大; 当 $\theta = 1$ 时, 区间二元语义的距离转换为“半径”之间的距离.

性质5 若 M, N 和 Q 为语言评价集 S 上的区间二元语义, 其“核转换”和“半径转换”分别为 $h_a, r_a, h_b, r_b, h_c, r_c$, 则 $L(M, N)$ 满足下列条件:

- 1) $L(M, N) \geq 0, L(M, N) = 0 \Leftrightarrow h_a = h_b, r_a = r_b;$
- 2) $L(M, N) = L(N, M);$
- 3) $L(M, N) \leq L(M, P) + L(P, N).$

证明 1) 根据定义7, 有 $L(M, N) \geq 0$. 当 $L(M, N) = 0$ 时, 有

$|\Delta^{-1}(h_a) - \Delta^{-1}(h_b)|^2 = 0, |\Delta^{-1}(r_a) - \Delta^{-1}(r_b)| = 0,$ 即 $\Delta^{-1}(h_a) = \Delta^{-1}(h_b), \Delta^{-1}(r_a) = \Delta^{-1}(r_b)$. 根据逆函数 Δ^{-1} 的定义有 $h_a = h_b, r_a = r_b$.

2) 根据逆函数 Δ^{-1} 的定义, 有

$$|\Delta^{-1}(h_a) - \Delta^{-1}(h_b)| = |\Delta^{-1}(h_b) - \Delta^{-1}(h_a)|,$$

$$|\Delta^{-1}(r_a) - \Delta^{-1}(r_b)| = |\Delta^{-1}(r_b) - \Delta^{-1}(r_a)|,$$

所以有 $L(M, N) = L(N, M)$.

3) 根据定义7, 有

$$\begin{aligned} L(M, N) &= \\ \Delta[\sqrt{(1-\theta)|\Delta^{-1}(h_a) - \Delta^{-1}(h_b)|^2 + \theta|\Delta^{-1}(r_a) - \Delta^{-1}(r_b)|^2}] &, \\ L(M, P) + L(P, N) &= \\ \Delta[\sqrt{(1-\theta)|\Delta^{-1}(h_a) - \Delta^{-1}(h_c)|^2 + \theta|\Delta^{-1}(r_a) - \Delta^{-1}(r_c)|^2}] &+ \\ \Delta[\sqrt{(1-\theta)|\Delta^{-1}(h_c) - \Delta^{-1}(h_b)|^2 + \theta|\Delta^{-1}(r_c) - \Delta^{-1}(r_b)|^2}] &. \end{aligned}$$

根据空间三角形的三角不等式, 有

$$\begin{aligned} \sqrt{(1-\theta)|\Delta^{-1}(h_a) - \Delta^{-1}(h_b)|^2 + \theta|\Delta^{-1}(r_a) - \Delta^{-1}(r_b)|^2} &\leq \\ \sqrt{(1-\theta)|\Delta^{-1}(h_a) - \Delta^{-1}(h_c)|^2 + \theta|\Delta^{-1}(r_a) - \Delta^{-1}(r_c)|^2} &+ \\ \sqrt{(1-\theta)|\Delta^{-1}(h_c) - \Delta^{-1}(h_b)|^2 + \theta|\Delta^{-1}(r_c) - \Delta^{-1}(r_b)|^2} &. \end{aligned}$$

根据函数 Δ 可以得到

$$L(M, N) \leq L(M, P) + L(P, N). \quad \square$$

3 区间二元语义多属性群决策方法

3.1 问题描述

设定区间二元语义多指标群决策问题 $D, X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$ 为备选方案集; $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 为方案的属性集; $P = \{P_1, P_2, \dots, P_k\}$ 为群体决策集. $(\tilde{u}_{ij}^l)_{m \times n} (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, k)$ 为专家提供的区间二元语义决策矩阵, 其中 \tilde{u}_{ij}^l 为专家 l 提供的方案 X_i 在属性 A_j 下的属性值, 由于决策信息并非具体的二元语义, 而是区间二元语义的形式, 记为 $\tilde{u}_{ij}^l = (s_{ij}^l, \alpha_{ij}^l) = ([s_{ij}^l, \alpha_{ij}^l], [\bar{s}_{ij}^l, \bar{\alpha}_{ij}^l]), [s_{ij}^l, \alpha_{ij}^l]$ 和 $[\bar{s}_{ij}^l, \bar{\alpha}_{ij}^l]$ 分别为属性值的上限和下限. ω_j^l 为第 l 个决策者对于第 j 个属性的权重, ω^l 为第 l 个决策者的权重, ω_j^l 和 ω^l 均未知, 且 $\sum_{j=1}^n \omega_j^l = 1, \sum_{l=1}^k \omega^l = 1$.

3.2 属性权重的确定

以决策者语言信息偏差最小为原则, 建立模型求解各决策者对于各属性值的权重 ω_j^l . 首先假设专家权重均等, 根据决策者 l 提供的方案 X_i 在属性 A_j 下的属性值 $\tilde{u}_{ij}^l = (s_{ij}^l, \alpha_{ij}^l) = ([s_{ij}^l, \underline{\alpha}_{ij}^l], [s_{ij}^l, \bar{\alpha}_{ij}^l])$, 以及定义5和定义6“核转化”与“半径转换”公式, 将区间二元语义 \tilde{u}_{ij}^l 转换为对应的二元语义 h_{ij}^l 和 r_{ij}^l . 由决策者语言信息偏差最小原则, 转化为如下单目标规划问题:

$$\begin{aligned} \min D &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{p,l=1}^k \Delta \left[\frac{1}{k} \times \right. \\ &\quad \left. ((1-\theta) |\Delta^{-1}(h_{ij}^l) \omega_j^l - \Delta^{-1}(h_{ij}^p) \omega_j^p|^2 + \right. \\ &\quad \left. \theta |\Delta^{-1}(r_{ij}^l) \omega_j^l - \Delta^{-1}(r_{ij}^p) \omega_j^p|^2)^{1/2} \right]; \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n \omega_j^l &= 1, \omega_j^p, \omega_j^l \geq 0, i = 1, 2, \dots, m, \\ j &= 1, 2, \dots, n, l, p = 1, 2, \dots, k, 0 \leq \theta \leq 1. \end{aligned}$$

定理1 在各属性值权重的计算中, 决策者语言信息偏差可以取得最小值, 即上述单目标规划必定有最优值.

证明 因为 $j = 1, 2, \dots, n$, 此规划是 n -simplex, 可行域是有界凸集. 由运筹学中线性规划的基本定理可知, 若可行域是有界凸集, 则该规划的目标函数一定可以在其可行域的顶点上达到最优, 故决策者语言信息偏差可以取得最小值, 即上述单目标规划存在最优值. \square

信息不完全决策系统的权重本身具有一定的不确定性, 所以应使属性值权重的不确定尽量减少. 本文根据极大熵概念, 建立如下属性值权重模型:

$$\begin{aligned} \max H &= - \sum_{l=1}^k \sum_{j=1}^n \omega_j^l \ln(\omega_j^l); \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n \omega_j^l &= 1, j = 1, 2, \dots, n, \\ \omega_j^l &\geq 0, l = 1, 2, \dots, k. \end{aligned}$$

对于区间二元语义多指标群决策问题, 属性值权重赋权时应遵循区间二元语义距离最小化思想, 尽量消除属性值权重的不确定性. 根据最大熵原理, 确定的属性值权重应使熵取极大, 本文采用线性加权法对上述组合赋权模型进行化简. 假设对目标函数分别进行赋权, 其权重为 μ_1 和 μ_2 , $\mu_1 + \mu_2 = 1$, 则上述模型可以转化为如下单目标的最小化问题:

$$\min \left\{ \mu_1 D + (1 - \mu_1) \sum_{l=1}^k \sum_{j=1}^n \omega_j^l \ln(\omega_j^l) \right\};$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^n \omega_j^l = 1, \omega_j^l, \omega_j^p \geq 0, i = 1, 2, \dots, m,$$

$$j = 1, 2, \dots, n, l, p = 1, 2, \dots, k, 0 \leq \theta \leq 1.$$

其中 μ_1 和 μ_2 可以根据实际情况确定, 考虑到2个目标函数的公平竞争, 一般将权重设定为 $\mu_1 = \mu_2 = 0.5$.

定理2 在各属性值权重的计算中, 各属性值权重的组合赋权模型可以取到最小值, 即上述单目标规划必定有最优值.

证明过程同定理1, 此略.

3.3 专家权重的确定

由第3.2节求出的综合属性权重, 在决策者权重均等的情况下, 利用下式集结方案的综合“核”、“半径”属性值:

$$\begin{aligned} h^l(\omega) &= \Delta \left[\sum_{j=1}^n \omega_j^l \Delta^{-1}(h_{ij}^l) \right], \\ i &= 1, 2, \dots, m, l = 1, 2, \dots, k; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} r^l(\omega) &= \Delta \left[\sum_{j=1}^n \omega_j^l \Delta^{-1}(r_{ij}^l) \right], \\ i &= 1, 2, \dots, m, l = 1, 2, \dots, k. \end{aligned} \quad (12)$$

定义8 设 $h(\omega)_+ = \max_{1 \leq l \leq k} \{h^l(\omega)\}$, 则 $h(\omega)_+ = \{h^1(\omega)_+, h^2(\omega)_+, \dots, h^k(\omega)_+\}$ 为决策专家灰靶决策的最优核效果向量, 称为核正理想方案.

定义9 设 $r(\omega)_+ = \max_{1 \leq l \leq k} \{r^l(\omega)\}$, 则 $r(\omega)_+ = \{r^1(\omega)_+, r^2(\omega)_+, \dots, r^k(\omega)_+\}$ 为决策专家灰靶决策的最优半径效果向量, 称为半径正理想方案.

通过计算第 l 个决策者给出的属性值与核正理想方案和半径正理想方案的灰关联系数, 得到决策者的权重. 第 l 个决策者给出的属性值与核正理想方案属性值之间的灰关联系数为

$$\rho^l = \frac{\min_l |h(\omega)_+ - h^l(\omega)| + \xi \max_l |h(\omega)_+ - h^l(\omega)|}{|h(\omega)_+ - h^l(\omega)| + \xi \max_l |h(\omega)_+ - h^l(\omega)|}; \quad (13)$$

第 l 个决策者给出的属性值与半径正理想方案属性值之间的灰关联系数为

$$\vartheta^l = \frac{\min_l |r(\omega)_+ - r^l(\omega)| + \xi \max_l |r(\omega)_+ - r^l(\omega)|}{|r(\omega)_+ - r^l(\omega)| + \xi \max_l |r(\omega)_+ - r^l(\omega)|}, \quad (14)$$

其中 $\xi \in (0, 1)$ 为分辨系数, 为简化计算, 通常取 $\xi = 0.5$, 在具体运算中, 可根据各数据序列间的关联度对 ξ 的取值进行调整以增加对比分析的分辨能力; 第 l 个决策者的权重为

$$\omega^l = 0.5\rho^l / \sum_{l=1}^k \rho^l + 0.5\vartheta^l / \sum_{l=1}^k \vartheta^l. \quad (15)$$

将决策者权重代入属性权重计算公式, 重新计算综合属性权重 ω_j^l . 最后, 计算方案的综合核、半径评价价值分别为

$$H_i = \sum_{l=1}^k \sum_{j=1}^n \omega^l \omega_j^l h_{ij}^l, \quad R_i = \sum_{l=1}^k \sum_{j=1}^n \omega^l \omega_j^l r_{ij}^l,$$

$$i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad l = 1, 2, \dots, k. \quad (16)$$

将核、半径评价价值转化为区间二元语义, 并利用区间二元语义排序方法对方案的优劣进行比较和判断.

4 算例分析

“十二五”是我国建设创新型国家的关键时期, 通过加快推进我国自主创新能力建设以推进创新型国家建设的进程, 关键在于找出我国在世界自主创新能力的位 置, 可以为我国后续自主创新能力的提升提供借鉴. 为此, 《加快推进我国自主创新能力建设的战略设计与突破口选择》国家社科重大研究项目课题组将国家自主创新能力评估分为创新环境、创新制度支撑、创新投入、创新绩效和创新潜力 5 个方面, 聘请 3 个精通国家自主创新能力方面的专家 (p_1, p_2, p_3) 构成专家组, 对涉及到的包括中国在内的 A, B, C, D, E 五个国家和地区进行评价. 该评价中, 3 位专家分别给出 5 个地区 5 个评估指标采用 7 标度的二元语义评价信息. 其中

$$P^1: \begin{bmatrix} [(s_4, 0), (s_5, 0)] & [(s_5, 0), (s_6, 0)] & [(s_2, 0), (s_3, 0)] \\ [(s_3, 0), (s_4, 0)] & [(s_4, 0), (s_5, 0)] & [(s_5, 0), (s_6, 0)] \\ [(s_2, 0), (s_3, 0)] & [(s_4, 0), (s_5, 0)] & [(s_2, 0), (s_2, 0)] \\ [(s_3, 0), (s_4, 0)] & [(s_3, 0), (s_3, 0)] & [(s_3, 0), (s_4, 0)] \\ [(s_4, 0), (s_5, 0)] & [(s_5, 0), (s_6, 0)] & [(s_5, 0), (s_5, 0)] \\ [(s_5, 0), (s_6, 0)] & [(s_3, 0), (s_3, 0)] \\ [(s_6, 0), (s_6, 0)] & [(s_5, 0), (s_6, 0)] \\ \leftarrow [(s_3, 0), (s_4, 0)] & [(s_2, 0), (s_3, 0)] \\ [(s_4, 0), (s_5, 0)] & [(s_4, 0), (s_4, 0)] \\ [(s_5, 0), (s_6, 0)] & [(s_6, 0), (s_6, 0)] \end{bmatrix},$$

$$P^2: \begin{bmatrix} [(s_3, 0), (s_4, 0)] & [(s_6, 0), (s_6, 0)] & [(s_3, 0), (s_4, 0)] \\ [(s_2, 0), (s_3, 0)] & [(s_5, 0), (s_5, 0)] & [(s_6, 0), (s_6, 0)] \\ [(s_1, 0), (s_2, 0)] & [(s_3, 0), (s_4, 0)] & [(s_2, 0), (s_3, 0)] \\ [(s_3, 0), (s_3, 0)] & [(s_2, 0), (s_3, 0)] & [(s_3, 0), (s_3, 0)] \\ [(s_3, 0), (s_4, 0)] & [(s_5, 0), (s_5, 0)] & [(s_5, 0), (s_6, 0)] \\ [(s_4, 0), (s_5, 0)] & [(s_2, 0), (s_2, 0)] \\ [(s_5, 0), (s_6, 0)] & [(s_6, 0), (s_6, 0)] \\ \leftarrow [(s_3, 0), (s_4, 0)] & [(s_3, 0), (s_3, 0)] \\ [(s_4, 0), (s_4, 0)] & [(s_4, 0), (s_5, 0)] \\ [(s_5, 0), (s_5, 0)] & [(s_5, 0), (s_6, 0)] \end{bmatrix},$$

$$P^3: \begin{bmatrix} [(s_2, 0), (s_3, 0)] & [(s_5, 0), (s_6, 0)] & [(s_2, 0), (s_3, 0)] \\ [(s_3, 0), (s_3, 0)] & [(s_3, 0), (s_4, 0)] & [(s_6, 0), (s_6, 0)] \\ [(s_3, 0), (s_4, 0)] & [(s_4, 0), (s_4, 0)] & [(s_2, 0), (s_3, 0)] \\ [(s_2, 0), (s_3, 0)] & [(s_3, 0), (s_4, 0)] & [(s_3, 0), (s_4, 0)] \\ [(s_4, 0), (s_5, 0)] & [(s_6, 0), (s_6, 0)] & [(s_5, 0), (s_6, 0)] \\ [(s_3, 0), (s_3, 0)] & [(s_3, 0), (s_4, 0)] \\ [(s_5, 0), (s_6, 0)] & [(s_6, 0), (s_6, 0)] \\ \leftarrow [(s_2, 0), (s_3, 0)] & [(s_2, 0), (s_2, 0)] \\ [(s_4, 0), (s_4, 0)] & [(s_3, 0), (s_4, 0)] \\ [(s_6, 0), (s_6, 0)] & [(s_5, 0), (s_6, 0)] \end{bmatrix}.$$

Step 1: 利用核和半径的定义将区间二元语义评价信息进行转换. 核转换为

$$h_{ij}^1: \begin{bmatrix} (s_5, -0.5) & (s_6, -0.5) & (s_3, -0.5) & (s_6, -0.5) & (s_3, 0) \\ (s_4, -0.5) & (s_5, -0.5) & (s_6, -0.5) & (s_6, 0) & (s_6, -0.5) \\ (s_3, -0.5) & (s_5, -0.5) & (s_2, 0) & (s_4, -0.5) & (s_3, -0.5) \\ (s_4, -0.5) & (s_3, 0) & (s_4, -0.5) & (s_5, -0.5) & (s_4, 0) \\ (s_5, -0.5) & (s_6, -0.5) & (s_5, 0) & (s_6, -0.5) & (s_6, 0) \end{bmatrix},$$

$$h_{ij}^2: \begin{bmatrix} (s_4, -0.5) & (s_6, 0) & (s_4, -0.5) & (s_5, -0.5) & (s_2, 0) \\ (s_3, -0.5) & (s_5, 0) & (s_6, 0) & (s_6, -0.5) & (s_6, 0) \\ (s_2, -0.5) & (s_4, -0.5) & (s_3, -0.5) & (s_4, -0.5) & (s_3, 0) \\ (s_3, 0) & (s_3, -0.5) & (s_3, 0) & (s_4, 0) & (s_5, -0.5) \\ (s_4, -0.5) & (s_5, 0) & (s_6, -0.5) & (s_5, 0) & (s_6, -0.5) \end{bmatrix},$$

$$h_{ij}^3: \begin{bmatrix} (s_3, -0.5) & (s_6, -0.5) & (s_3, -0.5) & (s_3, 0) & (s_4, -0.5) \\ (s_3, 0) & (s_4, -0.5) & (s_6, 0) & (s_6, -0.5) & (s_6, 0) \\ (s_4, -0.5) & (s_4, 0) & (s_3, -0.5) & (s_3, -0.5) & (s_2, 0) \\ (s_3, -0.5) & (s_4, -0.5) & (s_4, -0.5) & (s_4, 0) & (s_4, -0.5) \\ (s_5, -0.5) & (s_6, 0) & (s_6, -0.5) & (s_6, 0) & (s_6, -0.5) \end{bmatrix}.$$

半径转换为

$$r_{ij}^1: \begin{bmatrix} (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) \\ (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) \\ (s_1, -0.5) & (s_0, 0.5) & (s_0, 0) & (s_0, 0.5) & (s_0, 0.5) \\ (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) \\ (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) \end{bmatrix},$$

$$r_{ij}^2: \begin{bmatrix} (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) \\ (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) \\ (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) \\ (s_0, 0) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) \\ (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) \end{bmatrix},$$

r_{ij}^3 :

$$\begin{bmatrix} (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) \\ (s_0, 0) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) \\ (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) \\ (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) \\ (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) & (s_0, 0) & (s_1, -0.5) \end{bmatrix}.$$

Step 2: 由于 3 位专家均认为自身对于二元语义评价给出的信息应该比较集中, 本文取 $\theta = 0.3$. 利用 Lingo 软件对各决策者对属性的权重进行求解, 有

$$\omega_j^1 = (0.0925, 0.1178, 0.4890, 0.1447, 0.1560),$$

$$\omega_j^2 = (0.1187, 0.1164, 0.4510, 0.1612, 0.1527),$$

$$\omega_j^3 = (0.1122, 0.1178, 0.4510, 0.1612, 0.1578).$$

Step 3: 利用式 (11) 和 (12) 集结方案的综合“核”、“半径”属性值, 有

$$h^1(\omega) = \begin{bmatrix} (s_4, -0.4495) \\ (s_5, 0.26955) \\ (s_3, -0.3642) \\ (s_4, -0.3362) \\ (s_5, 0.241) \end{bmatrix}, \quad h^2(\omega) = \begin{bmatrix} (s_4, -0.27685) \\ (s_5, 0.38755) \\ (s_3, -0.26475) \\ (s_3, 0.33205) \\ (s_5, 0.1238) \end{bmatrix},$$

$$h^4(\omega) = \begin{bmatrix} (s_3, 0.0918) \\ (s_5, 0.2883) \\ (s_3, -0.29) \\ (s_3, 0.4684) \\ (s_6, -0.4727) \end{bmatrix}, \quad r^1(\omega) = \begin{bmatrix} (s_0, 0.422) \\ (s_0, 0.42765) \\ (s_0, 0.2555) \\ (s_0, 0.3631) \\ (s_0, 0.1775) \end{bmatrix},$$

$$r^2(\omega) = \begin{bmatrix} (s_0, 0.36545) \\ (s_0, 0.13995) \\ (s_0, 0.42365) \\ (s_0, 0.13455) \\ (s_0, 0.3612) \end{bmatrix}, \quad r^3(\omega) = \begin{bmatrix} (s_0, 0.4194) \\ (s_0, 0.1395) \\ (s_0, 0.3622) \\ (s_0, 0.4194) \\ (s_0, 0.3605) \end{bmatrix}.$$

Step 4: 确定最优核正理想方案和半径正理想方案为

$$h(\omega)_+ = \begin{bmatrix} (s_4, -0.27685) \\ (s_5, 0.38755) \\ (s_3, -0.26475) \\ (s_4, -0.3362) \\ (s_6, -0.4727) \end{bmatrix},$$

$$r(\omega)_+ = \begin{bmatrix} (s_0, 0.422) \\ (s_0, 0.42765) \\ (s_0, 0.42365) \\ (s_0, 0.4194) \\ (s_0, 0.3612) \end{bmatrix}.$$

Step 5: 第 l 个决策者给出的属性值与核正理想方案属性值之间的灰关联系数为

$$\rho^1 = 0.892417, \rho^2 = 0.842575, \rho^3 = 0.547808;$$

第 l 个决策者给出的属性值与半径正理想方案属性值之间的灰关联系数为

$$\vartheta^1 = 0.723587, \vartheta^2 = 0.621897, \vartheta^3 = 0.802623;$$

计算第 l 个决策者的权重为

$$\omega^1 = 0.3639, \omega^2 = 0.3293, \omega^3 = 0.3068.$$

Step 6: 将决策者权重加入第 3.2 节的模型, 重新计算各决策者对属性的权重, 并集结方案的综合“核”、“半径”属性值, 有

$$H^1(\omega) = \begin{bmatrix} (s_4, -0.012) \\ (s_5, 0.04235) \\ (s_3, -0.09715) \\ (s_4, -0.41015) \\ (s_5, 0.19005) \end{bmatrix}, \quad H^2(\omega) = \begin{bmatrix} (s_4, 0.16905) \\ (s_5, -0.02315) \\ (s_3, -0.27665) \\ (s_3, 0.13715) \\ (s_5, -0.10675) \end{bmatrix},$$

$$H^3(\omega) = \begin{bmatrix} (s_3, 0.30185) \\ (s_5, -0.1446) \\ (s_3, -0.03005) \\ (s_3, 0.42795) \\ (s_5, 0.5372) \end{bmatrix}, \quad R^1(\omega) = \begin{bmatrix} (s_0, 0.4592) \\ (s_0, 0.42095) \\ (s_0, 0.30885) \\ (s_0, 0.35015) \\ (s_0, 0.26775) \end{bmatrix},$$

$$R^2(\omega) = \begin{bmatrix} (s_0, 0.36365) \\ (s_0, 0.19035) \\ (s_0, 0.47615) \\ (s_0, 0.12635) \\ (s_0, 0.29845) \end{bmatrix}, \quad R^3(\omega) = \begin{bmatrix} (s_0, 0.40445) \\ (s_0, 0.2048) \\ (s_0, 0.36535) \\ (s_0, 0.40445) \\ (s_0, 0.2952) \end{bmatrix}.$$

Step 7: 利用式 (16) 得到决策者对各方案的综合评价, 并转换为区间二元语义为

$$H_1 = [(s_3, 0.426171), (s_4, 0.248047)],$$

$$H_2 = [(s_5, -0.315274), (s_5, 0.242123)],$$

$$H_3 = [(s_2, 0.483489), (s_3, 0.245823)],$$

$$H_4 = [(s_3, 0.0947), (s_4, -0.31259)],$$

$$H_5 = [(s_5, -0.087462), (s_5, 0.485101)]$$

方案集的排序为 $X_5 > X_2 > X_1 > X_4 > X_3$. 从各专家评价综合看, 第 5 个国家自主创新能力表现最优, 第 3 个国家自主创新能力表现最差.

5 结 论

本文针对属性权重和专家权重信息完全未知的情形, 提出了一种能够反映信息结构疏密程度的区间二元语义距离公式, 运用此距离公式能够克服传统距离公式的不足. 基于极大熵模型, 以各方案属性偏差最小化为目标单目标规划模型, 确定属性权重; 利用灰色关联系数确定决策者权重, 进而集结方案排序. 最后通过算例验证了所提出方法简洁、直观, 具有较强的可操作性. 由于信息统计的逐步准确, 信息分布

已知的区间二元语义多属性群决策是以后的研究方向。

参考文献(References)

- [1] Herrera A F, Herrera E V, Martinez L. A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term set in decision making[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 114(1): 43-58.
- [2] Herrera A F, Martinez L. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2000, 8(6): 746-752.
- [3] Herrera A F, Martinez L. A model based on 2-tuples linguistic for dealing with multi-granularity hierarchical linguistic contexts in multi-expert decision-making[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2001, 31(2): 227-234.
- [4] Jiang Y P, Fan Z P. An approach to group decision-making problems based on two-tuple linguistic symbol operation[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2003, 25(11): 1373-1376.
- [5] Wei F, Liu C A, Liu S Y. A method for group decision making with linguistic information based on uncertain information processing[J]. *Operations Research and Management Science*, 2006, 15(3): 31-35.
- [6] Wei G W. A method for multiple making based on the ET-WG attributes group decision and ET-OWG operators with 2-tuple linguistic information[J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(12): 7895-7900.
- [7] Wei G W. A method for multiple making based on the T-OWG attributes group decision and T-IOWG operators with 2-tuple linguistic information[J]. *Statistics and Decision-making*, 2008(10): 155-156.
- [8] Zhang A P, Tu Z K. Four aggregation operators for uncertain multiple attribute decision making based on 2-tuple linguistic information[J]. *J of Hefei University of Technology*, 2013, 36(4): 506-512.
- [9] Yi P T, Guo Y J, Zhang D N. Density weighted averaging middle operator and application in multi-attribute decision making[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(5): 515-524.
- [10] Yi P T, Guo Y J. Generalized real density weighted averaging middle operator and its application[J]. *J of Systems Engineering*, 2010, 25(2): 190-195.
- [11] Yi P T, Gao L Q, Guo Y J. Combined evaluation based on multi-sources information systems engineering and density aggregation operator[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(12): 2882-2887.
- [12] Yi P T, Li W W, Guo Y J. Two-tuple linguistic density attribute operator and its application in multiattribute decision making[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(5): 757-760.
- [13] Zhang Z, Guo C H. Multiple attributes group decision making method based on two-tuple linguistic information processing[J]. *Control and Decision*, 2011, 26(12): 1881-1885.
- [14] Ding Y, Liang C Y. A subjective and objective weights integrated method based on 2-tuple linguistic for group decision making[J]. *Chinese J of Management Science*, 2010, 18(5): 165-170.
- [15] Wei G W. Project method for multiple attribute group decision making in two-tuple linguistic setting[J]. *Operations Research and Management Science*, 2009, 18(5): 59-63.
- [16] Wei G W. Two-tuple linguistic multiple attribute group decision making with incomplete attribute weight information[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(2): 273-276.
- [17] Zhu N N, Zhu J J, Ding Y, et al. Research on alternatives fast aggregated model based on linguistic evaluation information[J]. *Chinese J of Management Science*, 2009, 17(4): 121-125.
- [18] Wei G W, Lin Y. Method of grey relational analysis for multiple attribute group decision making in two-tuple linguistic setting[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(9): 1686-1689.
- [19] Suo W L. Method for uncertain linguistic multiple attribute group decision making based on extended VIKOR[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(9): 1431-1435.
- [20] Liu Y, Jeffrey Forrest, Liu S F. Dynamic grey incidence group decision making methodology based on interval two-tuple linguistic information processing[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35 (9): 1915-1922.
- [21] Wang X, Chen H Y, Liu X. Multiple attribute group decision making with interval two-tuple linguistic information based on deviation[J]. *Chinese J and Management*, 2011, 8(2): 301-305.
- [22] Wang J Q, Liu T. Uncertain linguistic multi-criteria group decision-making approach based on integrated cloud[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(8): 1185-1190.

(责任编辑: 郑晓蕾)