

柔性宽度浇次计划编制的一种混合改进算法

杨凡, 李歧强, 王桂荣

(山东大学控制科学与工程学院, 济南 250061)

摘要: 根据连铸工艺特点, 炉次的宽度是柔性值, 充分利用炉次宽度的柔性可以有效提高中间包的利用率, 但同时会增加浇次计划的编制难度. 根据柔性宽度浇次计划问题特征, 建立其广义车辆路径问题模型, 并构建一种混合改进算法进行求解. 该算法基于局部-全局方法, 将柔性宽度浇次计划问题分解为确定炉次顺序和选取炉次宽度两个子问题, 并利用改进的交叉熵法和可达算法分别进行求解. 最后通过实例表明了所提出模型和算法的有效性.

关键词: 浇次计划; 柔性制造; 广义车辆路径问题; 局部-全局方法

中图分类号: TP31

文献标志码: A

Hybrid improved algorithm for cast planning problem with flexible width

YANG Fan, LI Qi-qiang, WANG Gui-rong

(School of Control Science and Engineering, Shandong University, Ji'nan 250061, China. Correspondent: LI Qi-qiang, E-mail: qqli@sdu.edu.cn)

Abstract: The widths of charges are flexible values in the cast planning problem, which can be used to increase the utilization of tundishes. But meanwhile, the cast planning becomes more difficult. According to the characteristics of the cast planning problem, the model based on generalized vehicle routing problem and the hybrid improved algorithm are proposed. Based on the local-global approach, the flexible width cast planning problem is decomposed to two sub-problems, charge order and charge widths, which are solved by using the improved cross-entropy method and reaching algorithm respectively. Finally, actual numerical examples are given to demonstrate the effectiveness of the proposed model and algorithm.

Keywords: cast planning; flexible production; generalized vehicle routing problem; local-global approach

0 引言

浇次计划是在工艺约束和交货期要求下, 将尽可能多的给定炉次组合成一个浇次进行连续浇铸, 并确定各个浇次内炉次的组成和排序, 使开浇费用和连浇惩罚费用等生产成本最小. 合理的浇次计划不仅可以节约中间包等材料的消耗, 降低生产成本, 还可以减少生产时间, 提高生产效率, 因此其模型的建立和求解算法一直是钢铁计划与调度的研究热点. 相关专家学者针对不同的炼钢连铸工艺研究了不同的浇次计划模型和求解算法^[1-2], 研究都是基于固定炉次宽度, 而在热轧过程中, 轧机能够对板坯的宽度进行宽展侧压以确保其宽度满足客户需求. 因此, 合同中每个板坯所在炉次的宽度可取为一个区间内的某些值, 在柔性宽度浇次计划中确定其浇铸宽度. Balakrishnan等^[3]首次考虑钢板的柔性, 解决了板坯订单与板坯库

存的匹配问题, 并得到了比不考虑订单柔性更好的结果. 之后, 学者们开始关注考虑宽度柔性的炼钢连铸浇次计划问题, 并取得了一定成果^[4-5], 但仍然存在一些问题, 如没有考虑炉次在中间包内的排序^[4]、算法的求解时间过长^[5]等. 因此, 柔性宽度浇次计划问题的模型和算法还有待研究.

广义车辆路径问题由 Ghiani 等^[6]提出, 可以看作是车辆路径问题的扩展, 它在车辆容量限制的条件下, 为一列车辆选择最优路径, 使其从同一给定的起点出发, 为各自有不同数量货物需求的客户配送货物, 最终回到初始城市. 其中, 客户被分成客户组, 满足且只满足每个客户族(客户集合)中的一个客户即可满足整个客户族. 许多实际问题均可以看作广义车辆路径问题^[7], 因此受到了广泛关注. Pop 等^[8]提出了局部-全局方法, 将广义车辆路径问题分为全局联系

收稿日期: 2013-12-10; 修回日期: 2014-04-08.

基金项目: 国家 863 计划项目(2007AA04Z157); 山东省自然科学基金重点项目(ZR2010FZ001); 山东大学研究生自主创新基金项目(2082012yzc12136).

作者简介: 杨凡(1986—), 男, 博士生, 从事复杂系统建模与优化的研究; 李歧强(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模与优化、节能优化技术等研究.

(客户族之间的联系)和局部联系(不同客户族间客户的联系),取得了较好的效果.

本文基于广义车辆路径问题和局部-全局方法,研究考虑炉次宽度柔性的浇次计划问题. 首先对问题进行描述; 然后介绍柔性宽度浇次计划的广义车辆路径问题模型及其混合改进算法; 最后通过实例对模型和算法进行验证.

1 问题描述

柔性宽度浇次计划问题是指在炼钢连铸工艺约束下, 确定浇次计划的浇次数量、浇次内炉次的选择与排序、被选炉次宽度, 使得浇铸成本最小. 组成同一浇次的炉次需满足的工艺约束包括:

- 1) 一个浇次包含的炉次数量限制(LA);
- 2) 炉次之间钢级量化值在一定范围内;
- 3) 炉次之间的板坯厚度一致, 本文以一天作为计划周期, 因此不考虑厚度的影响;
- 4) 炉次之间的宽度变化在一定范围内, 且应从大到小排列;
- 5) 一个浇次内只能调宽一次, 且只能调宽 50 mm 或 100 mm;
- 6) 同一浇次的炉次交货期应相近.

文献[4]以同一浇次中炉次宽度窗交集越大优化结果越好为标准研究了柔性宽度中间包计划问题, 建立了数学规划模型, 但没有考虑炉次在浇次内的顺序. 文献[5]建立了柔性宽度浇次计划整数规划模型, 但没有考虑炉次的交货期, 在同一浇次中, 交货期相差太大会导致合同延迟或提前, 影响客户满意度. 因此, 本文在炉次连浇规则和中间包寿命等工艺约束下, 以最小化浇次数量、相邻炉次间连浇惩罚费用、未被选炉次惩罚费用为优化目标, 建立了柔性宽度浇次计划的广义车辆路径问题模型. 本文建立的模型更符合实际炼钢连铸生产过程, 且能方便利用广义车辆路径问题的优秀算法进行求解.

2 混合改进算法求解柔性宽度浇次计划

2.1 柔性宽度浇次计划的广义车辆路径问题模型

给定 n 个炉次及其交货信息(钢级、柔性宽度、交货期), 设 v_0 为虚拟起始炉次, $v_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为给定的 n 个炉次. 当 $i, j \neq 0$ 时, 炉次 v_i 紧接着 v_j 进行浇铸的费用为 $c_{i,j}$, 开浇费用为 $c_{0,i} = F'$, $c_{j,0} = 0$. 将一个炉次看作一个客户族(炉次族), 其柔性宽度看作客户族中的单个客户(精确宽度炉次), 开浇费用和炉次间的连浇惩罚费用看作客户间的路程, 中间包寿命限制看作车辆一次最多经过的客户数量限制, 浇次计划看作车辆路径, 柔性宽度浇次计划问题可以转化为有 $n + 1$ 个客户族的广义车辆路径问题, 如图 1 所示.

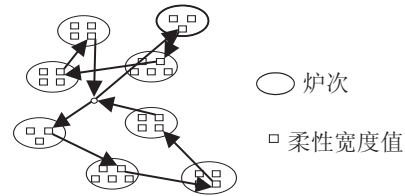


图 1 柔性宽度浇次计划

问题的目标是找到最优炉次浇铸顺序 r^* 和每个被选中炉次的精确宽度, 使得式(1)表示的惩罚费用 $S(r)$ 最小, 即

$$S(r) = \sum_{i=0}^{n-1} [c_{r_i, r_{i+1}} + F' I_{r_{i+1}}^1 + F' I_{r_{i+1}}^2 + P' I_{r_{i+1}}^3]. \quad (1)$$

其中: r_i 为浇次计划 r 中第 i 个进行浇铸的炉次; $c_{r_i, r_{i+1}}$ 为第 i 个与第 $i + 1$ 个炉次间的连浇惩罚费用, 有

$$c_{i,j} = \begin{cases} \omega^1 c_{ij}^1 + \omega^2 c_{ij}^2 + \omega^3 c_{ij}^3, \\ c_{ij}^1, c_{ij}^2, c_{ij}^3 < F', I_{r_j}^1, I_{r_j}^2, I_{r_j}^3 = 0; \\ 0, I_{r_j}^1, I_{r_j}^2, I_{r_j}^3 = 1; \\ F', \text{ otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

F' 为开浇费用; P' 为未选炉次的惩罚系数; $F' I_{r_i}^1$ 表示当连浇炉次数达到中间包寿命 LA 时, 下一连浇炉次需要重新开浇; $F' I_{r_i}^2$ 表示超出调宽次数限制时, 从该炉次开始需重新开浇, 并将其与上一炉次的惩罚设为开浇费用; $P' I_{r_i}^3$ 表示当一个浇次只有一个炉次时, 放弃该浇次; $I_{r_i}^1, I_{r_i}^2, I_{r_i}^3$ 为指示函数, 分别有

$$I_{r_i}^1 = \begin{cases} 1, c_{(r_i-LA-1), (r_i-LA)} = F', c_{r_k, r_{k+1}} < F', \\ k = i - 1, i - 2, \dots, i - LA; \\ 0, \text{ otherwise.} \end{cases} \quad (3)$$

$$I_{r_i}^2 = \begin{cases} 1, c_{(r_i-1), r'} = F', c_{r_k, r_{k+1}} < F', \\ k = r', \dots, i - LA, \\ \exists r'' \in [r', i-1], W_{i'} > W_{i''} > W_i; \\ 0, \text{ otherwise.} \end{cases} \quad (4)$$

$$I_{r_i}^3 = \begin{cases} 1, c_{(r_i-1), r_i} = c_{r_i, (r_i+1)} = F'; \\ 0, \text{ otherwise.} \end{cases} \quad (5)$$

$c_{ij}^1, c_{ij}^2, c_{ij}^3$ 分别为钢级、宽度、交货期连浇惩罚费用, $\omega^1, \omega^2, \omega^3$ 为相应的权重, 有

$$c_{ij}^1 = \begin{cases} F_{11} |p(G_i) - p(G_j)|, \\ TH_1 < |p(G_i) - p(G_j)| \leq TH_2; \\ F_{12} |p(G_i) - p(G_j)|, \\ |p(G_i) - p(G_j)| \leq TH_1; \\ F', |p(G_i) - p(G_j)| > TH_2. \end{cases} \quad (6)$$

$$c_{ij}^2 = \begin{cases} F_{21} (W_i - W_j), 0 \leq W_i - W_j \leq E; \\ F', \text{ otherwise.} \end{cases} \quad (7)$$

$$c_{ij}^3 = \begin{cases} F_{31}(d_i - d_j), & 0 \leq d_i - d_j \leq T; \\ F_{32}(d_i - d_j), & -T \leq d_i - d_j \leq 0; \\ F_{33}T, & |d_i - d_j| > T. \end{cases} \quad (8)$$

$p(G_i)$ 为炉次 v_i 的钢级量化值; TH_1 和 TH_2 分别为两个炉次不需插板就可以连浇和需要插板才能连浇的钢级量化值最大差值; W_i 为炉次 v_i 的选定宽度, $W_i^{\min} \leq W_i \leq W_i^{\max}$, W_i^{\min} 和 W_i^{\max} 分别为最小、最大宽度; E 为可以连浇的炉次间最大宽度差; d_i 为炉次 v_i 的交货期; T 为设定的交货期分段参数; F_{11} 、 F_{12} 、 F_{21} 、 F_{31} 、 F_{32} 和 F_{33} 为相应的连浇惩罚系数。

2.2 柔性宽度浇次计划问题的混合改进算法

局部-全局方法求解广义车辆路径问题的核心是将问题看作客户族顺序和在客户族顺序确定下选取具体城市, 这样可以显著缩小搜索空间, 得到较好的求解结果^[8]。基于局部-全局方法, 柔性宽度浇次计划问题也可看作全局联系(炉次族之间的联系)和局部联系(精确宽度炉次间的联系), 并相应地分为确定炉次顺序和在给定炉次顺序下确定炉次具体宽度。因此, 本文基于局部-全局方法构建混合改进算法(HIA), 利用改进交叉熵法给出炉次顺序, 并利用可达算法求解给定炉次顺序下的精确宽度, 具体步骤如下。

Step 1: 根据钢级分组规则将给定炉次分组。

Step 2: 基于改进的初始马尔科夫状态转移概率矩阵

$$p_{ij} = p'_{ij} / \sum_{j=1}^{n+1} p'_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n+1, \quad (9)$$

随机生成 N 个炉次顺序 $\{(r^0, r^1, \dots, r^n), r\}$ ($r = 1, 2, \dots, N$), 其中 r^0 为起始炉次。

Step 3: 对于每个炉次顺序 r , 利用可达算法确定各炉次宽度, 使宽度连浇惩罚最小, 并根据式(1)计算每个浇次计划的惩罚费用 $S(r)$ 。

Step 4: 将 $S(r)$ 由小到大排序 $\tilde{S}(1) \leq \tilde{S}(2) \leq \dots \leq \tilde{S}(N)$, 其 ρ 分位值为 $\gamma_t = \tilde{S}_{[\rho \cdot N]}$ 。其中: $\tilde{S}(i)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 为 N 个惩罚费用值中由小到大排列的第 i 个值, $[\]$ 为向上取整。

Step 5: 用最好的 $[\rho \cdot N]$ 个浇次计划更新 P , 即

$$p_{ij} = \sum_{r=1}^N I_{\{S(r) \leq \gamma_t\}} I_{\{r \in \chi_{ij}\}} / \sum_{r=1}^N I_{\{S(r) \leq \gamma_t\}},$$

χ_{ij} 为含有炉次 v_i 和 v_j 连浇的所有炉次顺序集合。

Step 6: 如果对于任意 $t \geq 1$, 存在

$$\hat{S}_{t,(1)} = \hat{S}_{t+1,(1)} = \dots = \hat{S}_{t+5,(1)},$$

则重复 Step 3 并停止, 否则重复 Step 2 ~ Step 5, $\hat{S}_{t,(1)}$ 表示第 t 次迭代最小惩罚费用值。

直接利用 Step 5 中的 P 更新公式容易导致陷入局部最优解, 因此参考文献[9], 将 P 更新公式设计为

$P_{ij}^t = \alpha p_{ij} + (1 - \alpha)p_{ij}^{t-1}$, 其中 α 为平滑参数。

2.2.1 钢级分组规则

当炉次数量较大时, 直接应用交叉熵算法求解浇次计划问题不能获得最优或近优解, 如文献[2]中 57 个炉次的例子, 经过 600 s, 不能得出有效的浇次计划, 因此需要对交叉熵算法进行改进。根据连铸机的工艺约束, 钢级差别较大的炉次不能连浇, 可以先按钢级将给定炉次分组, 使得可以连浇的炉次在一组中。例如, 将 n 个炉次分为 $n - 1$ 个炉次和 1 个炉次两组, 需要计算的可能路径减少 $(n - 1)(n - 1)! - 1$ 条。

2.2.2 改进交叉熵法

交叉熵方法^[10]是将信息熵中的交叉熵概念应用于小概率事件的仿真中, 结合重要度采样方法提出的一种小概率事件估计的新方法, 已经成功应用于车辆路径问题^[11]等组合优化问题中。交叉熵法具有构造简单、参数少、运行速度快等优点, 但直接用交叉熵法求解柔性宽度浇次计划问题时, 求解精度与算法运行时间都不理想, 因此本文对其进行了改进。交叉熵法求解组合优化问题的关键是状态转移概率矩阵, 初始状态转移概率矩阵可以根据实际问题的特征进行改进。基于此, 分两步构造改进交叉熵法的初始状态转移概率矩阵:

1) 根据工艺约束赋值, 有

$$p'_{ij} = \begin{cases} 0, & i = j; \\ 1/n, & i = 1, j \neq 1; \\ 1/N, & W_i^{\max} < W_i^{\min} \text{ 或 } W_i^{\min} - W_i^{\max} > 100; \\ 1/2, & [W_i^{\min}, W_i^{\max}] \cap [W_j^{\min}, W_j^{\max}] \neq \emptyset; \\ 1/4, & W_i^{\min} - W_j^{\max} = 50; \\ 1/8, & W_i^{\min} - W_j^{\max} = 100; \\ 1/1 - \sum_{i=1}^{n+1} p_{ij}, & j = 1, j \neq i. \end{cases}$$

其中: n 为炉次数量, N 为抽样次数, $[W_i^{\min}, W_i^{\max}]$ 为炉次 i 的柔性宽度范围。

2) 归一化处理, 得到初始概率转移矩阵 P (即式(9))。

在改进的初始状态转移概率矩阵中, 与炉次 i 的宽度范围差异最小的炉次 j 紧跟炉次 i 之后进行浇铸的概率最大。在生成浇次计划时, 炉次 j 更多地被选中与炉次 i 连浇, 这样生成的浇次计划更接近最优解, 从而提高算法运行速度和精度, 实现利用工艺约束指导算法的搜索方向。

2.2.3 可达算法

炉次顺序确定后, 如果相邻两个炉次不能连浇, 则后一个炉次需要重新开浇, 其连浇惩罚费用设为

开浇费用, 即两个炉次之间先回到虚拟起始炉次. 由虚拟起始炉次 v_0 开始, 最终回到虚拟起始炉次 v_0' 的一个完整浇次可以构建一个分层网络图, 如图 2 所示. 图 2 中, 加粗的黑线表示选定的精确炉次组成的一个浇次. 给定炉次顺序条件下, 精确炉次宽度的选取可以看作从 v_0 到 v_0' 的最短路问题, 可达算法是在多项式时间内快速求出此类问题的有效算法^[12]. 因此, 本文采用可达算法确定给定炉次顺序下炉次的精确宽度, 且当惩罚相同时, 根据工艺约束, 选取较大的宽度值以节省浇铸时间.

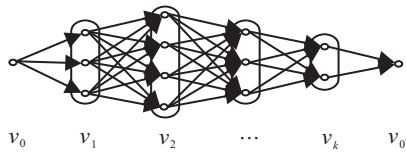


图 2 柔性宽度浇次

3 实例分析

3.1 实验数据

采用两组钢铁企业实际生产数据(例 1^[1]和例 2^[2])对 HIA 进行验证, 将文献 [1-2] 给出的宽度作为柔性宽度的最大值, 柔性宽度可按工艺规则枚举得出. 浇次计划模型中的参数取值为 $LA = 10$, $\omega^1 = 0.5$, $\omega^2 = 0.45$, $\omega^3 = 0.05$, $TH_1 = 2$, $TH_2 = 4.9$, $E = 550$, $T = 30$, $F' = 800$, $F_{11} = 10$, $F_{12} = 5$, $F_{21} = 0.1$, $F_{31} = F_{33} = 1$, $F_{32} = -1$, $P' = 900$.

3.2 参数设置

在 HIA 中, 引入抽样次数 N 、分位参数 ρ 和平滑参数 α 三个参数. 这些参数的取值在一定程度上影响着算法的求解结果. 为了确定一组合理的参数取值, 通过分别赋予 N 、 ρ 和 α 多组不同的取值, 并应用例 2 中含有 26 个炉次的求解结果来衡量其取值对算法性能的影响. 实验中, 为 N 选取 3 个测试值 $\{n+1, (n+1)^2, 2(n+1)^2\}$, 为 ρ 选取 4 个测试值 $\{0.01, 0.05, 0.1, 0.2\}$, 为 α 选取 5 个测试值 $\{0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$. 当对某一参数进行测试时, 其他参数取值保持不变. 当不作为被测参数时, ρ 的取值设定为 0.01, α 的取值设定为 0.6, N 的取值设定为 $(n+1)^2$. 因为算法本身存在一定的随机性, 在相同参数下获得的求解结果也存在一定的差异, 所以, 在仿真实验中, 采用每组参数下连续运行求解 10 次获得的结果与问题已知最优结果的平均距离和算法平均运行求解时间作为衡量该组参数下算法性能的标准, 实验结果见图 3~图 8.

由图 3~图 8 可见, 影响算法速度和精度的主要参数是 N , N 越大, 算法精度越高, 但运行速度呈线性增加. 当 $\rho = 0.01$ 时算法精度最高, 虽然求解时间也最长, 但与最快的相差不到 3 s. 当 $\alpha = 0.6$ 时平均

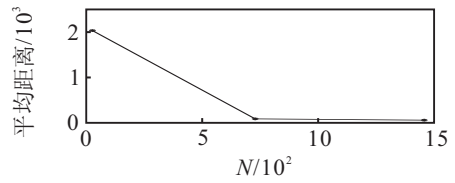


图 3 不同 N 值下结果与最优值的平均距离

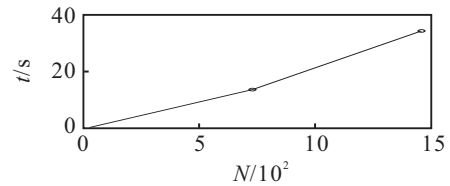


图 4 不同 N 值的平均运行时间

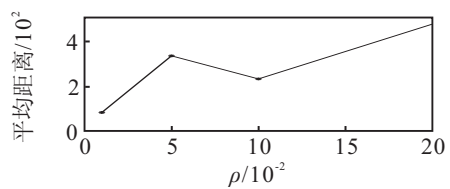


图 5 不同 ρ 值下结果与最优值的平均距离

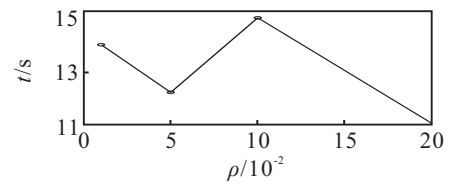


图 6 不同 ρ 值的平均运行时间

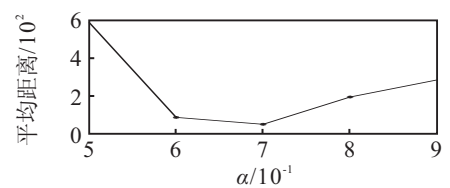


图 7 不同 α 值下结果与最优值的平均距离

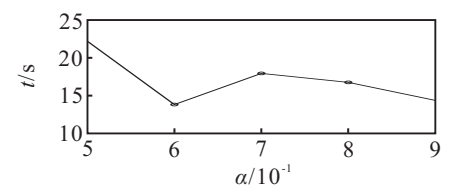


图 8 不同 α 值的平均运行时间

运行时间最短, 与最优解的平均距离是次优, 但与最优值相差不大. 因此, 本文取 $N = (n+1)^2$, $\rho = 0.01$, $\alpha = 0.6$.

3.3 算法比较

根据钢级分组的启发式规则, 分别将例 1 分为 2 组, 例 2 分为 6 组. 由于分组算法的运行时间极短 (小于 0.001 s), 本文将其单独运行, 然后分别对各组用 HIA 和 CE^[9]求解, 得到算法的目标函数值和运行时间如表 1 所示.

HIA 和 CE 的运行环境为 Matlab 7.0, Pentium R,

表1 算法结果比较

例	炉次数量	平均浇次数量		最优目标值		平均运行时间/s		平均距离	
		HIA	CE	HIA	CE	HIA	CE	HIA	CE
1-1	14	2	2	1607.5	1607.5	1.590	1.654	2.85	3.23
1-2	16	2	2	1605.3	1605.3	2.500	2.474	0.24	0.48
总	30	4	4	3212.8	3212.8	4.090	4.128	3.09	3.71
2-1	2	1	1	800	800	0.000	0.000	0	0
2-2	3	1	1	800.1	800.1	0.002	0.002	0	0
2-3	5	1	1	802.55	802.55	0.004	0.005	0	0
2-4	8	1	1	800.15	800.15	0.141	0.156	0	0
2-5	13	2	2	1608.3	1608.3	1.037	1.129	0.05	0.5
2-6	26	3	3.2	2418.4	2433.8	13.815	24.133	86.79	207.4
总	57	9	11.2	7229.5	7244.9	14.999	25.425	86.84	207.9

2GB RAM, 最优目标函数值为算法连续运行10次得到的最优值, 平均运行时间为算法连续运行10次的平均值, 平均距离为算法连续运行10次得到的目标函数值与问题已知最优目标函数值的平均差值。由HIA得到的柔性宽度浇次计划和由CE得到的固定宽度浇次计划结果如表2所示。

表2 柔性宽度与固定宽度浇次计划结果比较

例	炉次数量	平均浇次数量		最优目标值		平均运行时间/s	
		柔性宽度	固定宽度	柔性宽度	固定宽度	柔性宽度	固定宽度
1-1	14	2	3	1607.5	2424.9	1.590	1.203
1-2	16	2	2	1605.3	1609.9	2.500	1.952
总	30	4	5	3212.8	4034.8	4.090	3.155
2-1	2	1	1	800	800	0.000	0.000
2-2	3	1	1	800.1	800.1	0.002	0.000
2-3	5	1	1	802.55	804.8	0.004	0.000
2-4	8	1	1	800.15	800.15	0.141	0.14
2-5	13	2	3	1608.3	2412.9	1.037	0.749
2-6	26	3	4	2418.4	3270.3	13.815	24.738
总	57	9	11	7229.5	8888.25	14.999	25.672

由表1和表2可见, 本文提出的基于广义车辆路径问题的柔性宽度浇次计划模型是有效的, 柔性宽度浇次计划模型得到的浇次数量和连浇惩罚费用与固定宽度浇次计划相比明显减少, 而在求解时间上并未明显增加。与基本交叉熵法相比, 本文提出的改进交叉熵法在求解精度和速度上均有明显提高。

4 结论

本文研究了炉次具有柔性宽度的浇次计划问题, 基于广义车辆路径问题建立了模型, 并构造了一种混合改进算法进行求解。该混合算法基于局部-全局方法的思想, 通过混合改进的交叉熵法和可达算法分别获得炉次顺序和炉次宽度。实验数据表明, 所提出的模型和算法是有效的。本文浇次计划的编制只考虑了连铸工序的工艺要求, 没有考虑下游连轧工序, 限制了实际应用的能力, 下一步将对考虑炼钢-连铸-连轧工艺的浇次计划问题进行研究。

参考文献(References)

- [1] Xue Y C, Zheng D L, Yang Q W. Optimum steel making cast plan with unknown cast number based on the modified discrete particle swarm optimization[J]. Control Theory & Applications, 2010, 27(2): 273-277.
- [2] Tang L X, Luo J X. A new ILS algorithm for cast planning problem in steel industry[J]. ISIJ Int, 2007, 47(3): 443-452.
- [3] Balakrishnan A, Geunes J. Production planning with flexible product specifications: an application to specialty steel manufacturing[J]. Operations Research, 2003, 51(1): 94-112.
- [4] Dong H Y, Huang M, Ip W H, et al. Improved variable neighbourhood search for integrated tundish planning in primary steelmaking processes[J]. Int J of Production Research, 2012, 50(20): 5747-5761.
- [5] 汪恭书. 基于列生成的铁钢区批量计划与物流调度[D]. 沈阳: 东北大学信息科学与工程学院, 2007. (Wang G S. Column generation methods for batching decision and logistics scheduling problems in iron-making and steel-making area[D]. Shenyang: College of Information Science and Engineering, Northeastern University, 2007.)
- [6] Ghiani G, Improta G. An efficient transformation of the generalized vehicle routing problem[J]. European J of Operational Research, 2000, 122(1): 11-17.
- [7] Baldacci R, Bartolini E, Laporte G. Some applications of the generalized vehicle routing problem[J]. J of the Operational Research Society, 2010, 61(7): 1072-1077.
- [8] Pop P C, Matei O, Sitar C P. An improved hybrid algorithm for solving the generalized vehicle routing problem[J]. Neurocomputing, 2013, 109(3): 76-83.
- [9] Boer P T, Kroese D P, Mannor S, et al. A tutorial on the cross-entropy method[J]. Annals of Operation Research, 2005, 134(1): 19-67.
- [10] Rubinstein R. The cross-entropy method for combinatorial and continuous optimization[J]. Methodology and Computing in Applied Probability, 1999, 1(2): 127-190.
- [11] 娄山佐, 史忠科. 基于交叉熵法解决随机用户和车辆路径问题[J]. 控制与决策, 2007, 22(1): 7-10. (Lou S Z, Shi Z K. Vehicle routing problem with stochastic customers and demands based on the cross-entropy method[J]. Control and Decision, 2007, 22(1): 7-10.)
- [12] Moccia L, Cordeau J F, Laporte G. An incremental tabu search heuristic for the generalized vehicle routing problem with time windows[J]. J of the Operational Research Society, 2012, 63(2): 232-244.

(责任编辑: 郑晓蕾)