

基于障碍 Lyapunov 函数的输出有界全局收敛鲁棒控制

吴春, 齐蓉, 陈晓雷

(西北工业大学 自动化学院, 西安 710072)

摘要: 为了克服基于障碍 Lyapunov 函数反演控制方法在输出约束控制中约束变量收敛区间小和要求模型精确已知的缺陷, 提出一种输出有界且全局收敛的鲁棒控制策略. 将收敛区间扩展到全局, 并使输出保持在约束区间内; 同时消除了由未知干扰和模型不确定性引起的稳态误差, 放宽了对指令信号连续可导的限制. 应用于电动舵机位置伺服控制的仿真结果表明, 舵面能够全局稳定且摆幅有界, 稳态无静差, 动态响应快, 抗扰动能力强.

关键词: 障碍 Lyapunov 函数; 反演控制; 滑模控制; 积分反馈; 输出约束

中图分类号: TM351

文献标志码: A

Robust control for output-constrained with global convergence using barrier Lyapunov function

WU Chun, QI Rong, CHEN Xiao-lei

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China. Correspondent: WU Chun, E-mail: wuchun26@163.com)

Abstract: To overcome the problem of the small convergence region of the constrained variable and the knowledge of accurate model using barrier Lyapunov function backstepping control for the output-constrained system, a robust control for the output-constrained system with global convergence is proposed by using the barrier Lyapunov function. This method expands the convergence region to the whole region, while preventing outputs from violating the constraint without steady-state error under the unknown disturbances and model uncertainties. Furthermore, the requirements on the continuity and differentiability of inputs command are relaxed. Simulation on the control of the electromechanical actuator servo system shows that the control plane has characteristics of globally stability, output-constrained, no steady-state error, fast dynamic response, and the robustness to external disturbances.

Keywords: barrier Lyapunov function; backstepping control; sliding mode control; intergal feedback; output constrained

0 引言

实际控制系统中, 为保证系统的安全性, 通常会系统输出值的上下界做出严格限制, 或要求系统超调量在一定范围内. 超调量过大往往意味着系统处于不理想的运行状态, 某些情况下会对该系统本身及其所属的大系统产生不可预知的影响. 例如舵面控制系统, 作为飞控系统的子系统, 舵面运动的动态过程与飞机的飞行姿态息息相关, 若在突变指令下舵面摆角超调量过大, 即使子系统的稳态性能可以保证, 也必然影响到整体系统的稳定性. 上述问题可归结为输出约束非线性系统的镇定问题, 现有可处理输出约束的方法包括参考设定法^[1]、基于不变集或容许集的控

制^[2-3]、超驰控制^[4]、模型预测控制^[5]等. 上述方法本质上均基于数值计算, 且计算较繁复.

长久以来, Lyapunov 函数被视为非线性系统稳定性分析的有力工具. Artstein^[6]和 Sontag^[7]提出了控制 Lyapunov 函数 (CLF) 的概念, 将稳定性分析方法应用于控制器设计, 解决了仿射非线性系统的全局镇定问题; Sontag^[8]进一步提出通用的反馈控制律, 称为 Sontag 公式; Freeman 构造了另一种反馈控制律显式表达, 并证明了其逆最优性^[9]. 然而, 上述控制律设计以 CLF 的存在性为前提, 与寻找 Lyapunov 函数的困境相似, 对于任意非线性系统, 至今尚没有构造 CLF 的通用方法. Krstic 等^[10]提出并完善了反演设计方法,

收稿日期: 2013-12-17; 修回日期: 2014-03-06.

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研项目(20106102110032).

作者简介: 吴春(1987-), 男, 博士生, 从事高精度伺服技术、智能控制理论的研究; 齐蓉(1962-), 女, 教授, 博士生导师, 从事电机控制技术、故障诊断技术等研究.

通过设计满足需求的中间虚拟控制量和分项 CLF, 反向递推获得最终的反馈控制律和系统整体 CLF. 该方法将 CLF 的构造和镇定控制律设计紧密结合, 适用于严格反馈系统或纯反馈系统, 目前已得到了广泛的研究和应用.

然而, 常规反演设计方法得到的控制器只能保证系统的稳定性, 无法处理系统中的约束问题. 近年来, 通过对常规二次型结构 CLF 的改进, 该问题已取得了一定的研究成果. Ngo 等^[11]针对含状态约束的 Brunovsky 标准型系统, 以约束区间作为定义域, 构造反正切型及对数型障碍函数作为 CLF, 完成反演设计. 借鉴 Ngo 等人的思想, Tee 等^[12]对该问题进行了更细致的研究, 将此类基于障碍函数的 CLF 定义为障碍 Lyapunov 函数 (BLF), 针对严格反馈非线性系统采用结合对称 BLF 或非对称 BLF 的反演设计的控制器, 可以保证系统输出有界. 目前该方法已经应用于微机电系统中的静电执行器^[13]、柔性臂^[14]、柴油机^[15]等系统的控制.

文献 [12] 的方法要求系统初始状态在一个较小的收敛域内, 同时要求期望输出指令连续可导. 而在实际系统中, 上述要求通常无法满足. Tee 等^[16]随后提出了改进方法, 若系统初始状态在收敛域之外, 则需重新选择 BLF 的收敛域, 使系统先运动到目标收敛域之内. 郭涛等^[17]采用非线性映射的方法, 将初值的选取区间扩大至整个约束区间. 以上两种改进方法并未解决系统全局收敛问题. 文献 [16] 的设计方法较为繁琐, 且需要系统模型精确已知; 文献 [17] 的不足之处在于, 若系统初始状态位于约束区间之外, 则无法应用该算法.

针对以上问题, 本文提出一种输出有界且全局收敛的鲁棒控制策略. 采用切换控制方法, 若系统约束量在 BLF 的收敛域之外, 则通过滑模控制 (SMC) 将系统约束量控制到收敛域之内, 然后采用 BLF 反演方法设计控制器, 并结合积分反馈 (IF), 使系统输出有界, 且消除由模型不确定性导致的稳态误差. 将该控制策略应用于电动舵机的位置伺服控制, 可以保证舵面在任意位置都能运动到约束区间内. 在系统存在未知扰动或部分参数未知的情况下, 系统可以实现无静差跟踪, 同时取消对给定指令连续可导的限制.

1 问题描述

1.1 常规 BLF 反演控制方法

考虑如下形式的严格反馈非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1}, & i = 1, 2, \dots, n-1; \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u; \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T$, x_1, x_2, \dots, x_n 为系统状

态; $f_1, f_2, \dots, f_n, g_1, g_2, \dots, g_n$ 为已知光滑函数; u 为系统输入; y 为系统输出. $y(t)$ 需满足约束条件 $|y| \leq k_{c1}, \forall t \geq 0$, 其中 k_{c1} 为一正常数. 记 $z_1 = x_1 - y_d$, $z_i = x_i - \alpha_{i-1}, i = 2, 3, \dots, n$, α_i 为稳定函数.

假设 1 对于任意 $k_{c1} > 0$, 存在满足 $Y_0 \leq A_0 < k_{c1}$ 的正常数 $A_0, Y_0, Y_1, \dots, Y_n$, 使得期望轨迹 $y_d(t)$ 及其微分项有界: $|y_d(t)| < Y_0, |\dot{y}_d(t)| < Y_1, |\ddot{y}_d(t)| < Y_2, \dots, |y_d^{(n)}(t)| < Y_n, \forall t \geq 0$.

假设 2 函数 $g_i(\bar{x}_i), i = 1, 2, \dots, n$, 为已知函数, 在 $|x_1| < k_{c1}$ 条件下, 存在正常数 g_0 满足 $0 < g_0 \leq |g_i(\bar{x}_i)|$, 不失一般性, 假设 $g_i(\bar{x}_i)$ 恒大于零.

定理 1 对于系统 (1), 选取镇定函数和控制律如下式所构成的闭环系统:

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_1}(-f_1 - (k_{b1}^2 - z_1^2)\kappa_1 z_1 + \dot{y}_d); \quad (2)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{g_2}\left(-f_2 + \dot{\alpha}_1 - \kappa_2 z_2 - \frac{g_1 z_1}{k_{b1}^2 - z_1^2}\right); \quad (3)$$

$$\alpha_i = \frac{1}{g_i}(-f_i + \dot{\alpha}_{i-1} - \kappa_i z_i - g_{i-1} z_{i-1}),$$

$$i = 3, 4, \dots, n; \quad (4)$$

$$u = \alpha_n. \quad (5)$$

其中: $\kappa_i > 0$ 为正实数, $\dot{\alpha}_{i-1}$ 的形式为

$$\dot{\alpha}_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} (f_j + g_j x_{j+1}) + \sum_{j=0}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(j)}} y_d^{(j+1)}. \quad (6)$$

系统期望轨迹满足假设 1, g_1, g_2, \dots, g_n 满足假设 2, 若初始条件 $\bar{z}_n(0) \in \Omega_{z_0} := \{\bar{z}_n(0) \in R^n : |z_1| \leq k_{b1}\}$, 则以下结论成立^[12].

1) 信号 $z_i(t)$ 保持在紧集内, 即

$$\Omega_z = \{\bar{z}_n \in R^n : |z_1| \leq D_{z1}, \|z_{2n}\| \leq \sqrt{2V_n(0)}\}, \quad (7)$$

$$D_{z1} = k_{b1} \sqrt{1 - e^{-2V_n(0)}}. \quad (8)$$

V_i 是全局 Lyapunov 函数, 表示为

$$V_i = V_1 + \frac{1}{2} z_i^2, \quad i = 2, 3, \dots, n; \quad (9)$$

$$V_1 = \frac{1}{2} \log \frac{k_{b1}^2}{k_{b1}^2 - z_1^2}. \quad (10)$$

2) 输出 $y(t)$ 保持在紧集内 $\Omega_y := \{y \in R : |y| \leq D_{z1} + A_0 < k_{c1}\}, \forall t \geq 0$, 即输出严格有界.

3) 所有闭环信号有界.

4) 系统输出误差 $z_1(t)$ 渐近收敛到零, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $y(t) \rightarrow y_d(t)$.

证明 结论 1)~结论 3) 的证明参见文献 [12]. 针对系统 (1) 选取 Lyapunov 函数如式 (9) 和 (10), 式 (10) 为对称 BLF, 定义域 $z_1 \in (-k_{b1}, k_{b1})$, 当 z_1 趋近 k_{b1} 或 $-k_{b1}$ 时, 式 (10) 趋于无穷大. BLF 定义域最大边界值为 $k_{b1} = k_{c1} - A_0$. 采用反演设计思路, 与常规反演设计方法不同的是第 1 步选取 BLF, 随后几步的设计依然选取二次型 Lyapunov 函数, 设计稳定函数

和控制输入量如式(2)~(6).

采用新状态的闭环系统可以表示为

$$\dot{z}_1 = -(k_{b_1}^2 - z_1^2)\kappa_1 z_1 + g_1 z_2; \quad (11)$$

$$\dot{z}_2 = -\kappa_2 z_2 - \frac{g_1 z_1}{k_{b_1}^2 - z_1^2} + g_2 z_3; \quad (12)$$

$$\dot{z}_i = -\kappa_i z_i - g_{i-1} z_{i-1} + g_i z_{i+1}, \quad (13)$$

$$i = 3, 4, \dots, n-1;$$

$$\dot{z}_n = -\kappa_n z_n - g_{n-1} z_{n-1}. \quad (14)$$

由式(11)~(14), 计算 Lyapunov 函数的导数为

$$\dot{V}_n = -\sum_{j=1}^n k_j z_j^2 \leq 0. \quad (15)$$

为证明 z_1 有界, 引入如下引理.

引理 1 对于任意正常数 k_{a_1} 和 k_{b_1} , $Z_1 := \{z_1 \in R : -k_{a_1} < z_1 < k_{b_1}\} \subset R$ 和 $N := R^l \times Z_1 \subset R^{l+1}$ 为开集, 考虑系统^[18]

$$\dot{\eta} = h(t, \eta), \quad (16)$$

取 $\eta := [\omega, z_1]^T \in N$, $h : R_+ \times N \rightarrow R^{l+1}$ 在定义域内是关于 t 分段连续且满足局部一致 Lipschitz 条件的. 假设存在函数 $U : R^l \rightarrow R_+$ 和 $V_1 : Z_1 \rightarrow R_+$ 在各自的定义域连续可导且正定, 并满足

$$V_1(z_1) \rightarrow \infty, z_1 \rightarrow -k_{a_1} \text{ or } z_1 \rightarrow k_{b_1}; \quad (17)$$

$$\gamma_1(\|\omega\|) \leq U(\omega) \leq \gamma_2(\|\omega\|). \quad (18)$$

其中 γ_1, γ_2 属于无穷大 K 类函数. 令 $V(\eta) := V_1(z_1) + U(\omega)$, $z_1(0)$ 在集合 $z_1 \in (-k_{a_1}, k_{b_1})$ 内, 若不等式

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial \eta} h \leq 0 \quad (19)$$

成立, 则有 $z_1 \in (-k_{a_1}, k_{b_1}), \forall t \in [0, \infty)$.

由引理 1 可知, 当 $|z_1(0)| < k_{b_1}$ 时, $|z_1| < k_{b_1}, \forall t \geq 0$. 由式(11)~(14)可知系统 $\dot{V}_n(t)$ 有界, 从而可知 $\dot{V}_n(t)$ 一致连续. 由 Barbalat 引理^[19]可得, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $z_i(t) \rightarrow 0, i = 1, 2, \dots, n$. \square

1.2 加入积分反馈的全局收敛输出约束问题

常规基于 BLF 反演方法的输出约束问题通常需要已知系统的精确模型, 但真实系统往往无法满足这一点. 模型的不确定性会导致系统输出存在稳态误差. 由定理 1 可知, 系统约束量 z_1 的初值必须在收敛域 $(-k_{b_1}, k_{b_1})$ 之内, 该范围小于系统的约束区间 $(-k_{c_1}, k_{c_1})$, 如果系统约束量初值不在收敛域内, 则会导致系统发散. 本文提出的控制策略是: 在 BLF 方法中加入积分反馈增强系统的鲁棒性, 消除由模型不确定性导致的稳态误差^[20]; 当约束量在收敛域之外时, 通过滑模控制将约束量控制到定义域内, 从而将约束量的收敛域扩大至全局.

引入系统输出误差的积分反馈, 记为

$$z_0(t) = \int_0^t (x_1(\tau) - y_d(\tau))d\tau = \int_0^t z_1(\tau)d\tau, \quad (20)$$

$$\dot{z}_0(t) = z_1(t). \quad (21)$$

按照如下步骤设计控制器.

Step 1: 选取 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{\lambda}{2} z_0^2 + \frac{1}{2} \log \frac{k_{b_1}^2}{k_{b_1}^2 - z_1^2}. \quad (22)$$

取虚拟控制量 $z_2 = x_2 - \alpha_1$, 其中

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_1} [-f_1 - (k_{b_1}^2 - z_1^2)(\kappa_1 z_1 + \lambda z_0) + \dot{y}_d], \quad (23)$$

则 V_1 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \lambda z_1 z_0 + \frac{z_1 \dot{z}_1}{k_{b_1}^2 - z_1^2} = \\ &= \lambda z_1 z_0 + \frac{z_1 (f_1 + g_1 (z_2 + \alpha_1) - \dot{y}_d)}{k_{b_1}^2 - z_1^2} = \\ &= -\kappa_1 z_1^2 + \frac{g_1 z_1 z_2}{k_{b_1}^2 - z_1^2}. \end{aligned} \quad (24)$$

Step 2: $i = 2$, 稳定函数 α_i 的选取如式(3)和(4), V_i 选取为

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2, \quad i = 2, 3, \dots, n. \quad (25)$$

Step 3: 取 $i = i + 1$, 重复执行 Step 2, 当满足 $i = n$ 时, 执行 Step 4.

Step 4: 控制量选取 $u_{BLF} = \alpha_n$, 可见控制律形式不变, 只需将 α_1 替换为式(23). 由定理 1, Lyapunov 函数导数如式(15), 系统将渐近收敛到期望值.

对系统(1)进行滑模控制器设计, 首先将系统(1)重新表示为

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u. \quad (26)$$

其中: $f(x) = [f_1(\bar{x}_1) + g_1(\bar{x}_1)x_2, \dots, f_{n-1}(\bar{x}_{n-1}) + g_{n-1}(\bar{x}_{n-1})x_n, f_n(\bar{x}_n)]^T$, $g(x) = [0, 0, \dots, g_n(\bar{x}_n)]^T$. 然后选取滑模面^[21]

$$s(x) = cx = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n, \quad (27)$$

$$\dot{s}(x) = c(f(x) + g(x)u_{SMC}) = -\varepsilon \text{sign}(s) - ks. \quad (28)$$

若 $cg(x)$ 可逆, 则可得控制律

$$u_{SMC} = (cg(x))^{-1}(-cf(x) - \varepsilon \text{sign}(s) - ks). \quad (29)$$

对上述设计的滑模控制器进行稳定性证明.

取 Lyapunov 函数 $V_0 = s^2/2$, 对 V_0 求导得

$$\dot{V}_0 = s\dot{s} = -\varepsilon|s| - ks^2 \leq 0,$$

则系统将渐近收敛到期望点.

结合滑模和带积分反馈的 BLF 反演控制, 设计全局收敛的输出约束鲁棒控制律为

$$u = pu_{BLF} + (1-p)u_{SMC}, \quad (30)$$

其中

$$p = \begin{cases} 1, & |x_1| < k_{b_1}; \\ 0, & |x_1| \geq k_{b_1}. \end{cases} \quad (31)$$

2 电动舵机输出有界控制

2.1 电动舵机数学模型

电动舵机数学模型为

$$\dot{\theta} = \omega, \quad (32)$$

$$\dot{\omega} = \frac{K_T}{J} I - \frac{B}{J} \omega - \frac{T_L}{J}. \quad (33)$$

其中: θ 为电机转子机械角度, ω 为转子机械角速度, K_T 为转矩常数, B 为摩擦粘滞系数, T_L 为负载转矩, J 为系统转动惯量.

电机每转动 2π 弧度, 滚珠丝杠直线推杆移动一个导程 d , 丝杠机构半径为 R , 整个机构的减速比为

$$i = \frac{2\pi}{d/R}. \quad (34)$$

设舵面的正常摆动范围在 $\pm 30^\circ$ 之间, 整个机构的减速比为 12, 则电机转动角度为 $\pm 360^\circ$. 系统设计的原则是保证舵面的偏转不得超过限定角度 $\pm 33^\circ$, 若舵面遇意外情况位于限定范围之外, 系统依然能够将其控制到限定角度之内, 然后在限定角度内继续运行.

2.2 控制器设计

由电动舵机数学模型式 (32) 和 (33) 可知, 该系统满足严格反馈形式. 采用 1.2 节介绍的控制器设计方法, 设 $z_1 = \theta - \theta_d$, $z_0 = \int_0^t z_1 dt$, $z_2 = x_2 - \alpha_1$, $\alpha_1 = \frac{1}{g_1} [-f_1 - (k_{b1}^2 - z_1^2)(\kappa_1 z_1 + \lambda z_0) + \dot{y}_d]$. 由式 (22) 和 (23), 选取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{\lambda}{2} z_0^2 + \frac{1}{2} \log \frac{k_{b1}^2}{k_{b1}^2 - z_1^2} + \frac{z_2^2}{2}. \quad (35)$$

其中: $k_{b1} = 33 - 30 = 3$, 约束量 z_1 的定义域为 $(-3, 3)$. 限定舵面在 $\pm 33^\circ$ 范围内运动, 具有积分反馈的 BLF 反演控制律为

$$I_{BLF} = \frac{J}{K_T} \left(\frac{B\omega + T_L}{J} + \dot{\alpha}_1 - \kappa_2 z_2 - \frac{z_1}{k_{b1}^2 - z_1^2} \right). \quad (36)$$

设计 SMC 控制器, 滑模面选为 $s(z_1) = c_1 z_1 + \dot{z}_1$, $c_1 > 0$; 趋近律为 $\dot{s} = -ks - \varepsilon \text{sign}(s)$, 得滑模控制律为

$$I_{SMC} = \frac{J}{K_T} \left(\frac{B\omega + T_L}{J} - c_1 \omega + c_1 \dot{\theta}_d + \ddot{\theta}_d - \varepsilon \text{sign}(s) - ks \right).$$

由式 (30) 得到系统综合控制律为

$$I = pI_{BLF} + (1 - p)I_{SMC}, \quad (37)$$

其中 p 的定义如式 (31).

3 仿真研究

对电动舵机位置伺服系统进行仿真, 用表贴式永磁同步电机, 采用 $i_d = 0$ 的控制策略. 部分电机参数: 定子电阻 $R_s = 1.45 \Omega$, 定子电感 $L = 12 \times 10^{-3} \text{H}$, 转动惯量 $J = 1 \times 10^{-4} \text{Kg} \cdot \text{m}^2$, 转矩常数 $K_T = 0.516 \text{N} \cdot \text{m/A}$, 摩擦粘滞系数 $B = 1 \times 10^{-4} \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$, 极对数 $P = 2$, 母线电压 240 V.

PID 控制采用经典的三环控制结构, 由内到外依次为电流环、速度环、位置环. 本文设计的控制器代替了原来的位置环和速度环两个控制器, 输出一个电流指令给 q 轴电流环, 系统结构如图 1 所示.

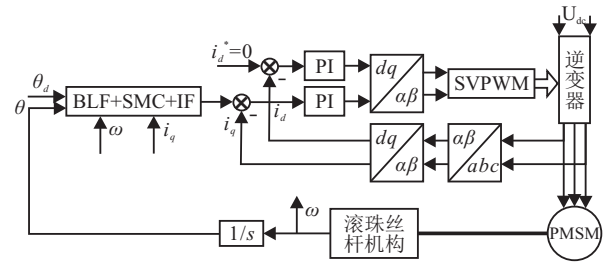


图 1 舵机系统输出有界全局收敛鲁棒控制结构

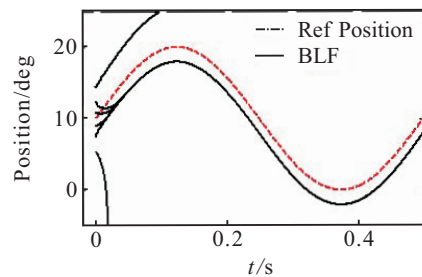
本文对如下 3 种控制策略进行比较:

- 1) 基于障碍 Lyapunov 函数的反演控制策略 (BLF);
- 2) 策略 1) 结合滑模控制的切换策略 (BLF+SMC);
- 3) 策略 2) 结合积分反馈的方法 (BLF+SMC+IF).

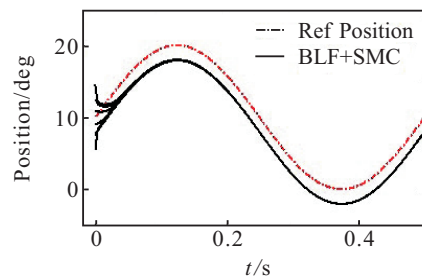
控制器参数: $\kappa_1 = \kappa_2 = 2000$, $c_1 = 200$, $\varepsilon = 2000$, $k = 4000$, $\lambda = 30000$.

3.1 3 种控制策略收敛性和稳态误差比较

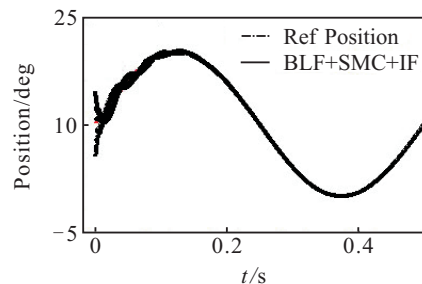
假设系统实际电流可快速准确地跟踪给定电流, 分别采用上述 3 种控制策略对正弦位置指令 $\theta_d = 10 + 10 \sin(4\pi t)$ 进行跟踪, 负载设定为 $T_L = 1 \text{N} \cdot \text{m}$, 系统的初始位置分别为 5.5° 、 7.5° 、 9° 、 11° 、 12.5° 和 14.5° , 结果如图 2 所示.



(a) BLF 方法的位置跟踪性能



(b) BLF+SMC 方法的位置跟踪性能



(c) BLF+SMC+IF 方法的位置跟踪性能

图 2 3 种策略的位置跟踪性能

从图2(a)可以看出:当初始位置误差在 $\pm 3^\circ$ 范围内时,系统能够跟踪上指令,但是由于式(36)中 T_L 、 B 是未知的,且缺少对未知因素的补偿,稳态时存在误差;当初始位置误差在 $\pm 3^\circ$ 范围外时,系统发散,这是因为此时式(36)的分母($k_{b1}^2 - z_1^2$)小于零,系统相当于加了正反馈.由此可以看出,当($k_{b1}^2 - z_1^2$)大于零时为负反馈,系统稳定性得到保证,而该项小于零时系统发散.从图2(b)可以看出,当系统初始位置误差在 $\pm 3^\circ$ 之外时,可以通过滑模控制将误差缩小到 $\pm 3^\circ$ 之内,然后切换到BLF反演控制,能够保证系统此后的输出在限定约束区间之内,但是由于系统参数 T_L 、 B 的未知,系统依然存在稳态误差.从图2(c)可以看出,采用BLF+SMC+IF方法可以在保证全局收敛的同时消除稳态误差.

分别采用上述3种控制策略跟踪 $\pm 3^\circ$ 的方波指令,设定 $T_L = 1 \text{ N}\cdot\text{m}$,仿真结果如图3所示.

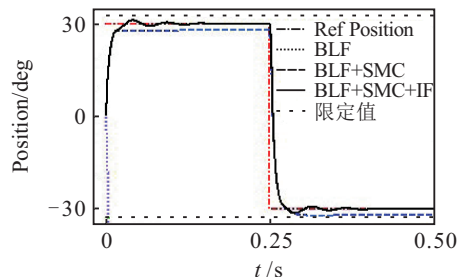


图3 3种方法位置跟踪阶跃信号性能

由图3可以看出:BLF方法初始时刻就不满足收敛条件,系统发散;采用BLF+SMC控制策略时,系统存在稳态误差;采用BLF+SMC+IF控制策略时,积分项的作用弥补了系统不确定性,有效地消除了稳态误差.仿真结果表明:当给定输入指令不连续,约束量 z_1 在 $\pm 3^\circ$ 之外时,采用本文提出的方法可以保证系统稳定收敛到期望值;只采用BLF方法,系统的约束量只有在特定范围内时,系统才能收敛;采用BLF+SMC的方法可以保证系统全局收敛,但控制精度无法保证.

3.2 抗扰动性能分析

将本文提出的BLF+SMC+IF方法与传统的三环PID控制在抗扰动性能上进行比较,结果如图4所示.

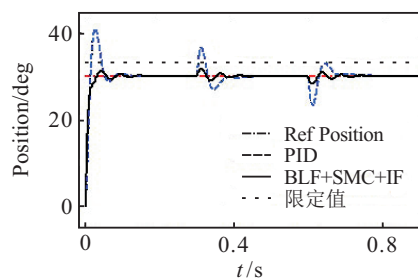


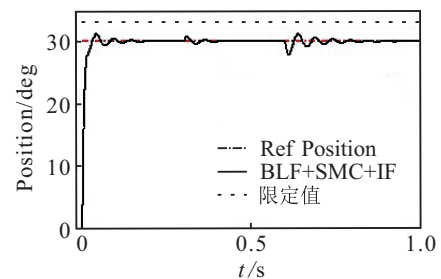
图4 本文方法与传统PID控制在抗扰动性能上的比较

从图4可以看出,系统在0.3s时, T_L 从 $0.5 \text{ N}\cdot\text{m}$ 下降到 $-0.5 \text{ N}\cdot\text{m}$,在0.6s时又从 $-0.5 \text{ N}\cdot\text{m}$ 上升到

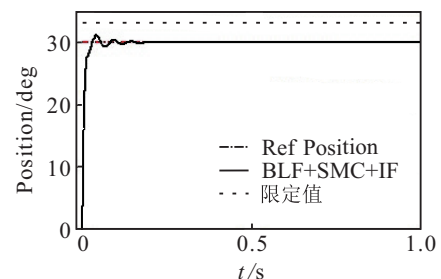
$0.5 \text{ N}\cdot\text{m}$.当采用PID控制策略时,系统的振荡幅值超过了限定值,而采用本文所提方法时的振荡幅值较小,且始终在限定值之内.

3.3 参数摄动对控制性能的影响

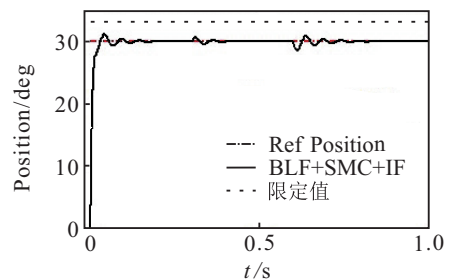
由式(37)可知,对控制量构成影响的参数有 J 、 B 、 K_T .上述参数的摄动对系统的影响如图5所示,跟踪 30° 阶跃指令, $T_L = 0.5 \text{ N}\cdot\text{m}$.



(a) J 变化时位置跟踪性能



(b) B 变化时位置跟踪性能



(c) K_T 变化时位置跟踪性能

图5 参数的摄动对系统的影响

图5(a)为 J 变化时的位置跟踪性能,在0.3s前, J 为准确值 $1 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$,0.3s增大为 $5 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$,0.6s又降至 $4 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.图5(b)为 B 变化时的位置跟踪性能,在0.3s前, B 为 $5 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$,0.3s降至 $0.1 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$,0.6s时又回升至准确值 $1 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$.图5(c)为 K_T 变化时的位置跟踪性能,在0.3s前为准确值 $0.516 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{A}$,0.3s降至 $0.258 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{A}$,0.6s又升至 $0.903 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{A}$.

由图5可以看出,无论哪个参数变化,只要在合理的范围内,系统都将收敛且无静差.

3.4 k_{b1} 对控制性能的影响

k_{b1} 减小相当于将舵面的运动限定范围变小.跟踪 $\pm 30^\circ$ 的方波指令,设定 $T_L = 0.5 \text{ N}\cdot\text{m}$,改变 k_{b1} 时,系统的跟踪误差和电流指令波形如图6所示.

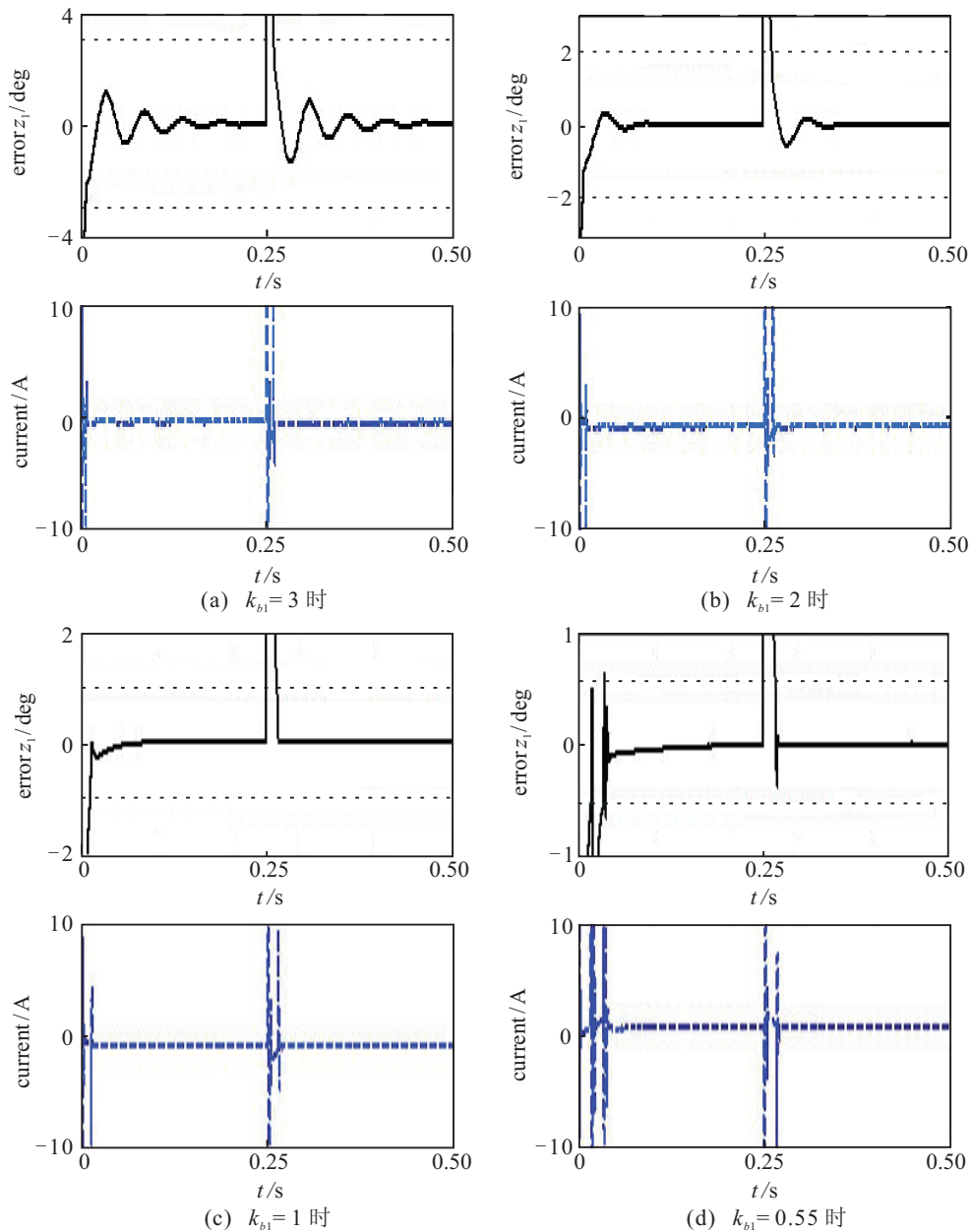


图6 系统跟踪误差和控制输入

从图6可以看出: 当 k_{b1} 减小时系统的超调量随之减小, 电流指令变化得更剧烈, 产生更强的作用以抑制输出超调; 当 k_{b1} 减小到 0.55 时, 系统的振荡幅值超过了限定值, 这是由于此时电流限幅(电流指令输出限幅为 ± 10 A)、电压等真实物理量都有上界和系统的滞后特性, 无法产生一个足够大的控制量抑制超调. 由于滑模控制的作用, 系统输出再次进入限定范围内, 快速收敛到期望值.

4 结论

针对基于障碍 Lyapunov 函数的反演控制策略在输出约束系统中存在收敛域过小和稳态误差的问题, 设计了一种输出有界且全局收敛的鲁棒控制器, 得到以下结论.

1) 本文方法克服了现有方法中系统初始状态收

敛域较小的缺点, 将初始状态选取范围扩展到全局. 当系统的输出在收敛域之外时, 采用滑模控制可将输出调节到收敛域之内, 然后切换至结合积分反馈的 BLF 反演控制器进行控制.

2) 针对系统存在的未知扰动和模型不确定性, 采用输出误差的积分反馈来消除稳态误差, 可以增强系统的鲁棒性.

3) 本文方法放宽了现有文献中要求输入指令必须连续可导的限定.

4) 本文分析了 k_{b1} 对控制性能的影响. 当 k_{b1} 在合理范围内减小时, 系统的超调量也随之减小, 控制量的作用变大, 而在实际系统中, 过小的 k_{b1} 并不能保证系统的约束区间一定变小.

将本文方法应用于电动舵机位置伺服系统的仿

真结果表明,系统在任意初始条件下,对于任意指令信号都能实现快速跟踪,保证系统的输出在限定区间内,并且在负载和部分参数未知的条件下,系统无稳态误差,动态响应快、抗扰动能力强。

参考文献(References)

- [1] Kogiso K, Hirata K. Reference governor for constrained systems with time-varying references[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2009, 57(3): 289-295.
- [2] Bravo J M, Limón D, Alamo T, et al. On the computation of invariant sets for constrained nonlinear systems: An interval arithmetic approach[J]. *Automatica*, 2005, 41(9): 1583-1589.
- [3] Hatanaka T, Takaba K. Computations of probabilistic output admissible set for uncertain constrained systems[J]. *Systems Control and Information*, 2007, 51(11): 499.
- [4] Herrmann G, Turner M C, Postlethwaite I. A robust override scheme enforcing strict output constraints for a class of strictly proper systems[J]. *Automatica*, 2008, 44(3): 753-760.
- [5] Limón D, Alvarado I, Alamo T. MPC for tracking piecewise constant references for constrained linear systems[J]. *Automatica*, 2008, 44(9): 2382-2387.
- [6] Zvi Artstein. Stabilization with relaxed controls[J]. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 1983, 7(11): 1163-1173
- [7] Sontag E D. A Lyapunov-like characterization of asymptotic controllability[J]. *SIAM J on Control and Optimization*, 1983, 21(3): 462-471.
- [8] Sontag E D. A “universal” construction of Artstein’s theorem on nonlinear stabilization[J]. *Systems Control Letters*, 1989, 13(2): 117-123.
- [9] Freeman R A, Primbs J A. Control Lyapunov functions: New ideas from an old source[C]. *Proc of 35th IEEE Conf on Decision and Control*. Kobe: IEEE, 1996: 3926-3931.
- [10] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. *Nonlinear and adaptive control design*[M]. New York: John Wiley & Sons, 1995: 21-39.
- [11] Ngo K B, Mahony R, Jiang Z P. Integrator backstepping using barrier functions for systems with multiple state constraints[C]. *Proc of 44th IEEE Conf Decision and Control*. Seville: IEEE, 2005: 8306-8312.
- [12] Tee K P, Ge S S, Tay E H. Barrier Lyapunov Functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(4): 918-927.
- [13] Sun W, Lan J, Yeow J T W. Constraint adaptive output regulation of output feedback systems with application to electrostatic torsional micromirror[EB/OL]. [2013-12-02]. DOI: 10.1002/rnc.3100.
- [14] He W, Zhang S, Ge S. Adaptive Control of a Flexible Crane System with the Boundary Output Constraint[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2013, 61(8): 4126-4133.
- [15] Yan F, Wang J. Fuel-assisted in-cylinder oxygen fraction transient trajectory shaping control for diesel engine combustion mode switching[C]. *American Control Conference*. San Francisco: IEEE, 2011: 1573-1578.
- [16] Tee K P, Ren B, Ge S S. Control of nonlinear systems with time-varying output constraints[J]. *Automatica*, 2011, 47(11): 2511-2516.
- [17] 郭涛, 王丁磊, 王爱民. 基于非线性映射的约束系统自适应反推控制[J]. *自动化学报*, 2013, 39(9): 1558-1563. (Guo T, Wang D L, Wang A M. Adaptive Backstepping Control for Constrained Systems Using Nonlinear Mapping[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(9): 1558-1563.)
- [18] Sontag E D. *Mathematical control theory: deterministic finite dimensional systems*[M]. New York: Springer, 1998: 476-480.
- [19] Slotine J J E, Li W. *Applied nonlinear control*[M]. New Jersey: Prentice hall, 1991: 122-126.
- [20] Tan Y, Chang J, Tan H, et al. Integral backstepping control and experimental implementation for motion system[C]. *IEEE Int Conf on Control Applications*. Alaska: IEEE, 2000: 367-372.
- [21] Utkin V. Sliding mode control design principles and applications to electrical drives[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 1993, 40(2): 23-36.

(责任编辑: 齐 霖)