

复杂系统的分数阶内模控制器设计

赵志诚^{1,2}, 李明杰², 刘志远¹, 张井岗²

(1. 哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001; 2. 太原科技大学 电子信息工程学院, 太原 030024)

摘要: 针对高阶复杂系统提出一种分数阶内模控制器设计方法. 利用微粒群算法(PSO)进行模型化简, 基于内模控制(IMC)原理设计分数阶控制器, 该控制器仅有一个可调参数, 并根据鲁棒性能指标给出控制器参数整定的解析表达式. 仿真结果表明, 该方法可以使系统同时具有良好的目标值跟踪特性、扰动抑制特性以及克服参数变化的鲁棒性.

关键词: 复杂系统; 内模控制; 分数阶控制器; 鲁棒性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Design of fractional order internal model controller for complex system

ZHAO Zhi-cheng^{1,2}, LI Ming-jie², LIU Zhi-yuan¹, ZHANG Jing-gang²

(1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 2. School of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China. Correspondent: ZHAO Zhi-cheng, E-mail: zhzhich@126.com)

Abstract: A designing method of fractional order internal model controller is proposed for complex systems. Firstly, the model is reduced by using the particle swarm optimization(PSO) algorithm. Then a fractional order controller is designed based on the principles of internal model control(IMC). The controller has only one adjustable parameter. Moreover, according to a robustness index, the analytical expression of controller parameter tuning is given. The simulation results show that the fractional order internal model controller can provide a better dynamic performance of both the command tracking and disturbance rejection and a better robustness against the parameters perturbation of the system.

Keywords: complex system; internal model control; fractional order controller; robustness

0 引言

近年来, 基于分数阶微积分的控制理论与应用研究愈来愈引起控制界的关注^[1]. 对于一些复杂系统, 与整数阶模型相比, 分数阶模型能更加精确地描述其动态特性^[2], 同时分数阶控制器较传统的整数阶控制器具有更好的鲁棒性^[3]. 对于高阶复杂被控对象, 常用的方法是将其模型进行简化, 然后针对简化模型设计分数阶控制器^[4-8], 这样可以降低控制器设计和参数整定的难度, 使系统获得更好的控制性能成为可能.

目前, 分数阶控制器主要包括 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器、TID 控制器、CRONE 控制器和超前滞后校正补偿器等^[9]. 其中最具代表性的当属 Podlubny 提出的分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器^[3], 该控制器通过引入分数微积分阶次 λ 和 μ , 实现了整数阶 PID 控制器的普遍化, 提高了设

计的灵活性. $PI^\lambda D^\mu$ 控制器参数的整定方法主要有稳定裕量法^[10-11], Z-N 整定法^[12-13], 参数稳定域整定法^[14]和 ITAE 指标优化整定法^[15-16]等. 但上述方法都存在着较复杂的公式推导或优化计算, 在一定程度上不便于分数阶控制方法的推广应用.

考虑内模控制(IMC)仅有一个可调参数, 且具有结构简单、鲁棒性强、能消除不可预测干扰影响等优点, 因此将内模控制与分数阶控制相结合, 可以有效地降低分数阶控制器参数整定的难度, 同时保证系统具有良好的控制性能.

本文针对高阶复杂系统, 提出一种分数阶内模控制器设计方法, 并基于鲁棒性能指标, 实现了控制器参数的解析整定, 克服了参数选择的盲目性. 仿真结果表明了所提出方法的有效性.

收稿日期: 2013-12-20; 修回日期: 2014-05-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61203049); 山西省自然科学基金项目(2012011027-4).

作者简介: 赵志诚(1970—), 男, 教授, 博士生, 从事先进控制技术研究; 刘志远(1957—), 男, 教授, 博士生导师, 从事汽车电子控制、机器人控制、鲁棒控制和预测控制等研究.

1 分数阶微积分和分数阶控制器

分数阶微积分的Caputo定义为:若 $f(t)$ 在 $[0, t]$ 上连续可微,则其微分和积分分别表示如下:

$$D^\gamma f(t) = \frac{d^\gamma f(t)}{dt^\gamma} = \frac{1}{\Gamma(\gamma-n)} \int_0^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\gamma+1-n}} d\tau, \quad (1)$$

$$I^\gamma f(t) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\gamma}} d\tau. \quad (2)$$

其中: $\Gamma(\cdot)$ 为Gamma函数, $t > 0$,分数阶阶次 γ 满足 $(n-1) < \gamma < n$.Gamma函数定义为

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt. \quad (3)$$

其中:若 x 为正整数,则 $\Gamma(x) = (x-1)!$.

令 $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$,在零初始状态下, $f(t)$ 的 $\gamma(\gamma \in R_+)$ 阶微积分的Laplace变换为

$$\mathcal{L}\{D^{\pm\gamma} f(t)\} = s^{\pm\gamma} F(s). \quad (4)$$

基于分数阶微积分理论,将传统整数阶PID控制器的微积分阶次扩展到分数,可得分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器的传递函数

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu, \quad \lambda, \mu > 0. \quad (5)$$

其中: λ, μ 分别为分数阶积分和微分的阶次; K_p, K_i, K_d 分别为比例、积分和微分增益.

在式(5)中,当 $\lambda = \mu = 1$ 时, $C(s)$ 为PID控制器;当 $\lambda = 1, \mu = 0$ 时, $C(s)$ 为PI控制器;当 $\lambda = 0, \mu = 1$ 时, $C(s)$ 为PD控制器.另外,若 $K_p = 0, \lambda = 1$,则可得分数阶 ID^μ 控制器.

同理,如果将整数阶PID控制器的比例环节用 $K_t s^{-1/n}$ 替换,则可得TID控制器^[17],其传递函数为

$$C(s) = \frac{K_t}{s^{1/n}} + \frac{K_i}{s} + K_d s. \quad (6)$$

其中: n 为非零正实数, K_t 为可调参数.该控制器实际上是 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器的特殊形式,可使系统具有更好的鲁棒性^[10].若 $K_d = 0$,则可得分数阶TI控制器.

2 系统模型简化和分数阶内模控制器设计

2.1 系统模型简化

直接针对高阶复杂系统模型设计分数阶控制器难度较大,且很难得到满意的控制效果.为此,本文提出一种模型简化方法,将高阶复杂系统模型简化为一类分数阶时滞模型

$$M(s) = \frac{K}{Ts^\gamma + 1} e^{-Ls}, \quad 0 < \gamma < 2. \quad (7)$$

其中: K, T 和 L 分别为等效模型的增益、时间常数和时滞时间, γ 为分数阶次.

为了得到式(7)所示的简化模型,基于高阶复杂

模型和简化模型阶跃响应输出的误差,采用微粒群算法(PSO)进行参数向量的优化.寻优参数向量

$$\theta = [K, T, L, \gamma],$$

选择种群数

$$M = 40,$$

学习因子

$$C_1 = C_2 = 1.5,$$

优化性能指标

$$J_{\text{ISE}} = \min_{\theta} \int_0^\infty \varepsilon^2(t) dt, \quad (8)$$

其中 $\varepsilon(t)$ 为高阶复杂模型和简化模型单位阶跃响应输出的误差.

2.2 分数阶内模控制器设计

针对式(7)所示的模型,根据内模控制原理,选取低通滤波器

$$f(s) = \frac{1}{\eta s + 1},$$

其中 η 为滤波时间常数,可得内模控制器

$$Q(s) = M^{-1}(s)f(s) = \frac{Ts^\gamma + 1}{K(\eta s + 1)}, \quad (9)$$

其中 $M_-(s)$ 为 $M(s)$ 中的可逆部分.

为了便于系统实现,将内模控制结构变换为等效的反馈控制结构,则反馈控制器 $C(s)$ 与内模控制器 $Q(s)$ 的关系为

$$C(s) = \frac{Q(s)}{1 - Q(s)M(s)}. \quad (10)$$

将式(7)、(9)代入(10),并采用一阶泰勒级数逼近时滞环节,即 $e^{-Ls} \approx 1 - Ls$,可得

$$C(s) = \frac{Ts^\gamma + 1}{K(\eta + L)s} = \frac{1}{K(\eta + L)} \left(\frac{1}{s} + Ts^{\gamma-1} \right). \quad (11)$$

由式(11)可以看出:当 $0 < \gamma < 1$ 时, $C(s)$ 为分数阶TI控制器;当 $\gamma = 1$ 时, $C(s)$ 为常规PI控制器;当 $1 < \gamma < 2$ 时, $C(s)$ 为分数阶 ID^μ 控制器.参数 η 是分数阶控制器中唯一的可调参数.

为了降低模型的不确定性和系统参数变化对控制性能的影响,鲁棒性已成为控制器设计时需要考虑的重要指标之一.文献[18]针对开环传递函数为 $e^{-Ls}/(\eta + L)s$ 形式的系统,给出了内模控制器可调参数 η 与鲁棒性能指标 δ 之间的关系

$$\eta = (\delta - 1)L. \quad (12)$$

其中 δ 为系统的鲁棒性能指标,其定义为

$$\frac{1}{\delta} = \max_{0 \leq \omega < \infty} |\text{Re}[C(j\omega)M(j\omega)]|. \quad (13)$$

这里: $C(j\omega)$ 和 $M(j\omega)$ 分别为控制器和对象模型的频

率特性; δ 值为系统开环频率特性实部最大绝对值的倒数, 其取值范围为 1.5 ~ 2.5, 且 δ 的取值越大, 系统的鲁棒性越强.

由式 (7) 和 (11) 可得控制系统的开环传递函数

$$L(s) = C(s)M(s) = \frac{e^{-Ls}}{(\eta + L)s}. \quad (14)$$

由此可见, $L(s)$ 为积分加时滞的形式, 因此, 可以利用式 (12) 进行控制器参数的鲁棒整定. 将式 (12) 代入 (11), 可进一步得到分数阶内模控制器

$$C(s) = \frac{1}{KL\delta} \left(\frac{1}{s} + Ts^{\gamma-1} \right), \quad (15)$$

其中鲁棒性指标 δ 为控制器中的唯一可调参数.

3 仿真研究与分析

为了验证本文所提出方法的有效性, 将本文方法分别与文献中的多种方法进行比较, 并选择超调量 ($\sigma\%$) 和时间乘偏差绝对值积分 (ITAE) 作为验证系统闭环性能的质量指标, 性能指标越小, 表明系统的性能越好.

例 1 考虑文献[19]中的整数阶系统

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^3} e^{-15s},$$

通过模型简化可得

$$M(s) = \frac{0.99794}{2.3479s^{1.0619} + 1} e^{-15.9759s}.$$

由式 (15) 可得分数阶内模 ID^μ 控制器

$$C(s) = \frac{1}{15.9429\delta} \left(\frac{1}{s} + 2.3479s^{0.0619} \right).$$

文献[19]中基于最大灵敏度指标设计的分数阶 PI 控制器为

$$C(s) = 0.33 + \frac{0.032}{s^{1.1}}.$$

系统设定值输入为 $r(t) = 1(t)$, 扰动输入为 $d(t) = -0.2(t - 300)$, 本文方法选择参数 $\delta = 2.3$, 控制系统输出 y 的阶跃响应如图 1 所示, 相应的系统性能指标如表 1 所示.

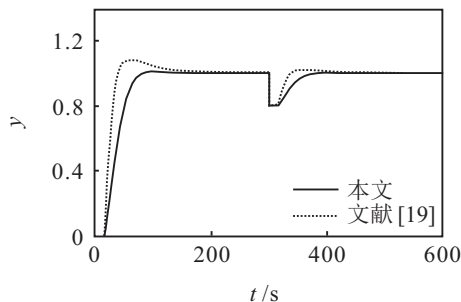


图 1 例 1 系统标称模型的单位阶跃响应

从图 1 和表 1 可以看出, 本文方法的调节时间较短, 超调量较小, 同时具有较好的干扰抑制特性, 且性能指标参数均小于文献[19]方法.

表 1 例 1 控制系统性能指标

方法	标称模型		系统参数扰动	
	$\sigma / \%$	ITAE	$\sigma / \%$	ITAE
本文	0.89	3270.5	8.49	3219.8
文献[19]	8.05	3285.7	24.39	3267.3

为了验证系统的鲁棒性, 假设系统增益和时滞时间产生 +20% 的扰动, 时间常数产生 -10% 的扰动, 即满足下式:

$$G(s) = \frac{1.2}{(0.9s+1)^3} e^{-18s}.$$

系统的输出响应如图 2 所示, 结合表 1 可知, 本文方法具有更好的动态响应性能和鲁棒性.

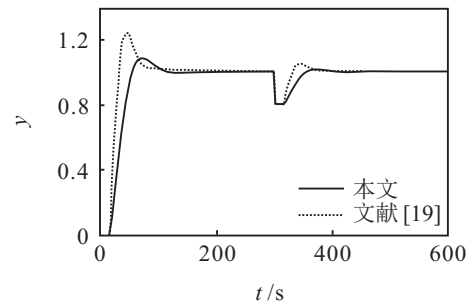


图 2 例 1 系统参数扰动的单位阶跃响应

例 2 考虑文献[20]中的系统模型

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(0.2s+1)(0.04s+1)(0.008s+1)}.$$

利用本文方法得到简化模型

$$M(s) = \frac{0.99933}{1.0776s^{1.01415} + 1} e^{-0.19655s}.$$

进一步可得分数阶内模 ID^μ 控制器

$$C(s) = \frac{1}{0.19642\delta} \left(\frac{1}{s} + 1.0776s^{0.01415} \right).$$

文献[20]中基于稳定裕度方法设计的分数阶 PID 控制器为

$$C(s) = 0.9007 + \frac{1.3198}{s^{0.9495}} + 0.3196s^{0.9284}.$$

系统设定值输入为 $r(t) = 1(t)$, 扰动输入为 $d(t) = -0.2(t - 15)$, 本文方法选择参数 $\delta = 2.5$, 控制系统的阶跃响应曲线如图 3 所示, 系统的控制性能指标如表 2 所示.

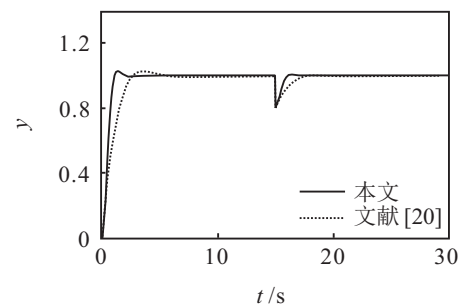


图 3 例 2 系统标称模型的单位阶跃响应

表2 例2控制系统性能指标

方法	标称模型		系统参数摄动	
	$\sigma / \%$	ITAE	$\sigma / \%$	ITAE
本文	2.51	1.7972	5.83	2.1272
文献[20]	3.42	5.3208	6.62	5.2359

从图3和表2可以看出,本文方法响应速度较快,调节时间较短,超调量较小,同时具有较好的干扰抑制特性,系统响应的性能指标参数小于文献[20]方法。

为了验证系统的鲁棒性,假设系统参数产生摄动,即

$$G(s) = \frac{1.1}{(1.2s+1)(0.24s+1)(0.04s+1)(0.008s+1)}$$

系统阶跃响应曲线如图4所示。

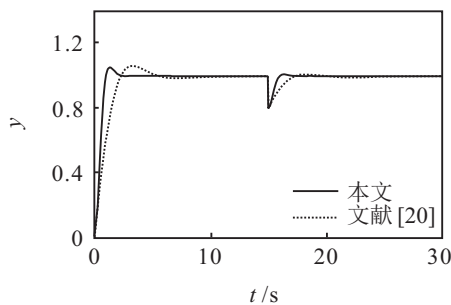


图4 例2系统参数摄动的单位阶跃响应

从图4可以看出,当系统参数发生摄动时,文献[20]方法的调节时间较长,超调量较大,响应速度较慢,本文方法则表现出更好的动态性能和鲁棒性,性能指标也均小于文献[20]的方法。

例3 考虑文献[21]中的分数阶系统模型

$$G(s) = \frac{1}{s^{2.6} + 2.2s^{1.5} + 2.9s^{1.3} + 3.32s^{0.9} + 1}$$

利用本文方法可得简化模型

$$M(s) = \frac{0.9864}{6.2508s^{1.0543} + 1} e^{-0.3928s}$$

根据简化模型设计分数阶内模ID ^{μ} 控制器

$$C(s) = \frac{1}{0.38746\delta} \left(\frac{1}{s} + 6.2508s^{0.0543} \right)$$

系统设定值输入为 $r(t) = 1(t)$,扰动输入为 $d(t) = 0.2(t - 50)$,本文方法选择参数 $\delta = 2.0$,控制系统的阶跃响应曲线如图5所示,控制性能指标参数如表3所示。

表3 例3控制系统性能指标

方法	标称模型		系统参数摄动	
	$\sigma / \%$	ITAE	$\sigma / \%$	ITAE
本文	0.04	19.5963	0.79	16.9008
文献[21]	0.26	151.9325	0.82	123.2265

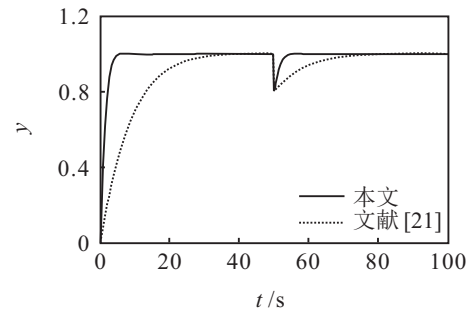


图5 例3系统标称模型的单位阶跃响应

与文献[21]中的分数阶预测控制器相比,本文方法明显具有更好的动态响应和干扰抑制特性,性能指标远小于文献[21]方法。

同理,为了验证系统的鲁棒性,假设系统参数发生摄动,即

$$G(s) = \frac{1.2}{1.2s^{2.6} + 2.42s^{1.5} + 3.19s^{1.3} + 3.652s^{0.9} + 1}$$

控制系统的阶跃响应曲线如图6所示。

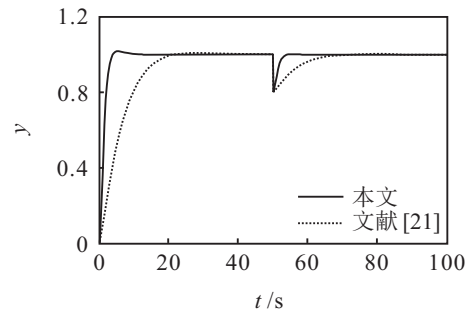


图6 例3系统参数摄动的单位阶跃响应

从图6和表3可以看出,当系统参数发生摄动时,本文方法依然表现出较好的动态响应性能,具有较强的鲁棒性。

4 结论

本文针对高阶复杂系统模型,利用微粒群优化算法得到期望的简化模型,然后基于内模控制原理设计了分数阶内模控制器,控制器仅有一个可调参数,并通过鲁棒性能指标实现了控制器的解析整定。仿真结果表明,本文方法设计简单,参数整定方便,可使系统具有良好的动态响应性能和鲁棒性。

参考文献(References)

- [1] Monje C A, Chen Y Q, Vinagre B M. Fractional order systems and controls: Fundamentals and applications[M]. London: Springer-Verlag, 2010: 75-77.
- [2] Malek H, Luo Y, Chen Y Q. Identification and tuning fractional order proportional integral controllers for time delayed systems with a fractional pole[J]. Mechatronics, 2013, 23(7): 746-754.

- [3] Podlubny I. Fractional-order systems and PID controllers[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(1): 208-214.
- [4] Zhao C N, Xue D Y, Chen Y Q. A fractional order PID tuning algorithm for a class of fractional order plants[C]. Proc of IEEE Int Conf: Mechatronics and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2005: 216-221.
- [5] Das S, Pan I, Das S, et al. Improved model reduction and tuning of fractional-order $PI^\lambda D^\mu$ controllers for analytical rule extraction with genetic programming[J]. ISA Trans, 2012, 51(2): 237-261.
- [6] Chen Y Q, Dou H, Vinagre B M, et al. A robust tuning method for fractional order PI controllers[C]. The 2nd IFAC Symposium on Fractional Derivatives and Applications. Piscataway: IEEE Press, 2006: 22-27.
- [7] Cheon Y J, Kyung H R, Su W S, et al. PID auto-tuning using new model reduction method and explicit PID tuning rule for a fractional order plus time delay model[J]. J of Process Control, 2014, 24(1): 113-128.
- [8] Vu T N L, Lee M. Analytical design of fractional-order proportional-integral controllers for time-delay processes[J]. ISA Trans, 2013, 52(5): 583-591.
- [9] Xue D Y, Chen Y Q. A comparative introduction of four fractional order controllers[C]. Proc of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation, Shanghai: IEEE Press, 2002: 3228-3235.
- [10] Luo Y, Chen Y Q. Fractional order [proportional derivative] controller for a class of fractional order systems[J]. Automatica, 2009, 45(10): 2446-2450.
- [11] Li H S, Luo Y, Chen Y Q. A fractional order proportional and derivative(FOPD) motion controller: Tuning rule and experiments[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2010, 18(2): 516-520.
- [12] Hamamci S E. An algorithm for stabilization of fractional-order time delay systems using fractional-order PID controllers[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(10): 1964-1969.
- [13] Wang D J, Gao X L. H_∞ design with fractional-order PD^μ controllers[J]. Automatica, 2012, 48(5): 974-977.
- [14] Duarte V, José S C. Tuning of fractional PID controllers with Ziegler-Nichols-type rules[J]. Signal Processing, 2006, 86(10): 2771-2784.
- [15] Padula F, Visioli A. Tuning rules for optimal PID and fractional-order PID controllers[J]. J of Process Control, 2011, 21(1): 69-81.
- [16] Fabrizio P, Antonio V. Set-point weight tuning rules for fractional-order PID controllers[J]. Asian J of Control, 2013, 15(3): 678-690.
- [17] 朱呈祥, 邹云. 分数阶控制研究综述[J]. 控制与决策, 2009, 24(2): 161-169.
(Zhu C X, Zou Y. Summary of research on fractional order control[J]. Control and Decision, 2009, 24(2): 161-169.)
- [18] 赵志诚, 刘志远, 张井岗. 一种时滞过程内模PID控制器鲁棒整定方法[J]. 信息与控制, 2010, 39(5): 526-530.
(Zhao Z C, Liu Z Y, Zhang J G. A robust tuning method of internal model PID controller for process with time-delay[J]. Information and Control, 2010, 39(5): 526-530.)
- [19] Xue D Y. Practical tuning rule development for fractional order proportional and integral controllers[J]. J of Computational and Nonlinear Dynamics, 2008, 3(2): 0214031-0214038.
- [20] Das S, Saha S, Das S, et al. On the selection of tuning methodology of FOPID controllers for the control of higher order processes[J]. ISA Trans, 2011, 50(3): 376-388.
- [21] 李大宇, 曹娇, 关圣涛. 一种分数阶预测控制器的研究与实现[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(5): 658-662.
(Li D Z, Cao J, Guan S T. Research and implementation of a fractional predictive controller [J]. Control Theory & Applications, 2010, 27(5): 658-662.)

(责任编辑: 闫妍)