

非匹配离散系统无抖振鲁棒准滑模控制

苏磊¹, 姚宏², 张志浩², 杜军¹

(1. 空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038; 2. 空军工程大学 理学院, 西安 710051)

摘要: 研究离散准滑动模态的鲁棒性恢复和抖振削弱问题. 针对一类同时含有匹配建模误差和非匹配外界干扰不确定离散系统, 设计一种基于解耦干扰补偿器的鲁棒准滑模控制方案. 为保证系统的鲁棒性, 针对非匹配外界干扰设计一种改进的解耦干扰补偿器, 估计误差有界收敛. 通过引入幂次函数设计鲁棒离散准滑模控制器, 消除系统抖振, 给出切换函数准滑模带, 并证明了闭环系统离散准滑动模态的稳定可达性. 最后通过仿真验证了所提出控制方案的有效性.

关键词: 离散时间系统; 准滑动模态; 解耦干扰补偿器; 非匹配不确定

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Chattering-free robust quasi-sliding mode control for unmatched discrete-time systems

SU Lei¹, YAO Hong², ZHANG Zhi-hao², DU Jun¹

(1. School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;

2. School of Science, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China. Correspondent: SU Lei, E-mail: sulei_0412@163.com)

Abstract: Robustness recovery and chattering reduction of the discrete-time quasi-sliding mode(D-QSM) are studied. A decoupled disturbance compensator(DDC) based robust D-QSM(RD-QSM) control method is proposed for a class of discrete-time systems with matched modeling error and unmatched external disturbance. In order to recover system robustness, an improved DDC is designed for unmatched disturbance. The estimation error of DDC is convergent and bounded. The power function(PF) is introduced in the improved RD-QSM control method, which can totally eliminate the chattering of system. The quasi-sliding mode band(QSMB) of the switch function is given. The D-QSM of the close-loop system is proved to be reachable and stable. Simulation results show the effectiveness of the proposed control method.

Keywords: discrete-time systems; quasi-sliding mode; decoupled disturbance compensator; unmatched uncertainty

0 引言

滑模控制(SMC)具有对参数摄动的不变性和对匹配干扰的完全鲁棒性,是现代控制理论中的重要控制方法^[1].随着微处理器的快速发展,离散滑模控制(D-SMC)研究日益受到人们的重视^[2-4].文献[5]给出了离散准滑动模态(D-QSM)和准滑动模态带(QSMB)的概念及物理解释,提出了基于离散趋近律的D-QSM设计方法,即经典的高氏趋近律方法.在D-QSM中,由于有限采样的原因,系统状态在滑模面附近存在zig-zag运动,不再保持在滑模面上,而是处在滑模面的一个邻域内,导致系统不再具有不变性和鲁棒性.恢复和增强鲁棒性的一种重要方法是采用不确

定性估计策略^[6-8].文献[6]提出了一种递归离散变结构控制方法,系统跟踪误差趋于零,但是执行器动态会导致抖振存在.基于文献[6],文献[7]研究了3种不同的控制方法,其中在第1和第3种方法中采用解耦干扰补偿器(DDC),较好地恢复了系统对不确定性的鲁棒性,但是需要不确定性满足匹配条件.文献[8]设计了基于DDC的D-QSM控制方法,实现了估计误差动态和切换函数的解耦,并给出了QSMB的估计边界,指出切换函数最终将收敛于与干扰变化率有关的范围,但需要不确定性满足匹配条件.

传统D-QSM中的符号函数会导致系统抖振,可以采用饱和函数^[4,9]或者幂次函数(PF)^[10]进行抖振抑

收稿日期: 2014-01-12; 修回日期: 2014-06-16.

基金项目: 航空科学基金项目(20111396011); 陕西省自然科学基金项目(2012JM8035).

作者简介: 苏磊(1985-),男,博士生,从事滑模控制的研究;姚宏(1963-),女,教授,博士生导师,从事非线性动力学分析与控制、复杂网络等研究.

制. 文献[10]在D-QSM中引入PF, 对于标称系统, 切换函数无抖振和无正负交替地快速趋近于零; 对于匹配不确定系统, 切换函数无抖振和单调地收敛于与外干扰相关的某一数值.

上述文献大多是针对匹配不确定系统进行研究的, 在实际系统中, 要求不确定性尤其是外界干扰满足匹配条件有些过于苛刻, 需要对不满足匹配条件的D-QSM进行研究^[11-12]. 针对一类同时含有匹配建模误差和非匹配外界干扰的不确定离散系统, 本文对D-QSM中的鲁棒性和抖振问题进行研究. 基于文献[8], 针对外界非匹配干扰设计一种改进的DDC, 并引入PF, 设计一种基于DDC的鲁棒离散准滑模(RD-QSM)控制方法, 以实现系统输出对轨迹指令的鲁棒跟踪, 并消除系统抖振. 通过理论分析, 证明了干扰估计误差和切换函数都是有界收敛的, 且闭环系统满足离散滑模可达性条件. 最后通过数值仿真对相关结论进行了验证.

1 问题描述

考虑如下不确定离散系统:

$$\mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})\mathbf{x}(k) + (\mathbf{b} + \Delta\mathbf{b})u(k) + \mathbf{d}(k). \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为系统状态; $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和 $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为已知系数矩阵; $u \in \mathbf{R}^1$ 为控制输入; $\Delta\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和 $\Delta\mathbf{b} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 分别表示参数不确定性和控制增益不确定性, 且满足匹配条件, 即存在向量 $\mathbf{a} \in \mathbf{R}^{1 \times n}$ 和标量 b , 使得 $\Delta\mathbf{A} = \mathbf{b}\mathbf{a}$ 和 $\Delta\mathbf{b} = \mathbf{b}b$ 成立; $\mathbf{d}(k) = \mathbf{d}d(k)$, $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为不满足匹配条件的外界干扰, 即 $\mathbf{d} \neq \mathbf{b}$.

定义 $f(k) = \mathbf{a}\mathbf{x}(k) + bu(k)$ 为系统总的匹配不确定性, 进而式(1)可以表示为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}(u(k) + f(k)) + \mathbf{d}d(k). \quad (2)$$

设轨迹指令为 $\mathbf{x}_d(k)$, 定义跟踪误差 $\mathbf{e}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_d(k)$. 设计系统滑模面为

$$s(k) = \mathbf{c}\mathbf{e}(k), \quad (3)$$

其中 $\mathbf{c} \in \mathbf{R}^{1 \times n}$ 为系数向量. 针对式(2)有以下假设.

假设 1 (\mathbf{A}, \mathbf{b}) 满足可控条件, 且有 $\mathbf{c}\mathbf{b} \neq 0$ 和 $\mathbf{c}\mathbf{d} \neq 0$ 成立.

假设 2 $f(k)$ 有已知上界 f_0 , 即 $|f(k)| \leq f_0$.

假设 3 $d(k)$ 的最大变化率为 d_{\max} , 即满足

$$|d(k+1) - d(k)|/t \leq d_{\max},$$

其中 t 为相邻采样间隔.

2 基于DDC的RD-QSM控制器设计

针对 $d(k)$ 设计DDC进行估计补偿. 设估计值为 $\hat{d}(k)$, 估计误差为 $\tilde{d}(k)$, 定义 $\tilde{d}(k) = d(k) - \hat{d}(k)$. DDC设计为

$$\begin{aligned} \hat{d}(k) = & \hat{d}(k-1) + g(\mathbf{c}\mathbf{b})^{-1}[s(k) - qs(k-1) + \\ & \eta\text{fal}(s(k-1), \alpha, \delta) - \mathbf{c}\mathbf{d}\tilde{d}(k-1)] + \\ & g(\mathbf{c}\mathbf{d})^{-1}[s(k) - qs(k-1) + \\ & \eta\text{fal}(s(k-1), \alpha, \delta) - \mathbf{c}\mathbf{b}f(k-1)]. \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $g, q \in (0, 1); \eta > 0$ 为待定参数.

设计式(2)的RD-QSM控制器为

$$\begin{aligned} u(k) = & (\mathbf{c}\mathbf{b})^{-1}[-\mathbf{c}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{c}\mathbf{x}_d(k+1) + \\ & qs(k) - \eta\text{fal}(s(k), \alpha, \delta) - \mathbf{c}\mathbf{d}\hat{d}(k)]. \end{aligned} \quad (5)$$

式(4)和(5)中 $\text{fal}(s(k), \alpha, \delta)$ 即为PF, 具体表达式为

$$\text{fal}(s(k), \alpha, \delta) = \begin{cases} |s(k)|^\alpha \text{sgn}(s(k)), & |s(k)| \geq \delta; \\ s(k)\delta^{\alpha-1}, & |s(k)| < \delta. \end{cases} \quad (6)$$

其中: α, δ 为待定参数, 满足 $0 < \alpha < 1, 0 < \delta < 1$.

由式(2)和(3)可得

$$\begin{aligned} s(k+1) = & \mathbf{c}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{c}\mathbf{b}u(k) + \mathbf{c}\mathbf{b}f(k) + \\ & \mathbf{c}\mathbf{d}d(k) - \mathbf{c}\mathbf{x}_d(k+1), \end{aligned} \quad (7)$$

由式(5)和(7)可得系统切换函数为

$$\begin{aligned} s(k+1) = & \\ & qs(k) - \eta\text{fal}(s(k), \alpha, \delta) + \mathbf{c}\mathbf{b}f(k) + \mathbf{c}\mathbf{d}\tilde{d}(k). \end{aligned} \quad (8)$$

注 1 与文献[8]相比, 式(4)中的 $\hat{d}(k)$ 由3部分组成, 其中第2和第3部分分别与 $d(k)$ 和 $f(k)$ 有关, 从而实现了 $d(k)$ 的动态估计.

注 2 与文献[8]相比, 式(8)中的 $s(k+1)$ 除了引入PF之外, 同时受 $f(k)$ 和 $\tilde{d}(k)$ 的影响, 其中 $f(k)$ 是不可调节的, $\tilde{d}(k)$ 是可调节的. 对 $\tilde{d}(k)$ 的具体分析见第3节.

注 3 对于由式(4)和(5)组成的基于DDC的RD-QSM控制方法, 并未限制控制对象是线性还是非线性; 对于非线性系统, 由于被控对象形式不统一, 式(4)和(5)的具体形式会有所区别.

3 DDC和RD-QSM控制器分析

3.1 DDC收敛性分析

定理 1 对于如式(4)所示的针对 $d(k)$ 设计的DDC, $\exists k_0 \in \mathbf{N}_+$, 当 $k > k_0$ 时, 干扰估计误差收敛域为 $|\tilde{d}(k)| < td_{\max}/g + f_0$.

证明 定理1中 \mathbf{N}_+ 表示正整数(下同). 基于文献[8]采用数学归纳法对定理1进行证明.

由式(4)和(8)可得

$$\hat{d}(k+1) = \hat{d}(k) + gf(k) + g\tilde{d}(k), \quad (9)$$

由定义有 $\tilde{d}(k+1) = d(k+1) - \hat{d}(k+1)$, 进而可得

$$\tilde{d}(k+1) = d(k+1) - d(k) + (1-g)\tilde{d}(k) - gf(k). \quad (10)$$

令 $\tilde{d}(k) = \tilde{d}_1(k) + \tilde{d}_2(k)$, $\tilde{d}(k+1) = \tilde{d}_1(k+1) + \tilde{d}_2(k+1)$, 并取 $\tilde{d}_1(0) = 0$, 有 $\tilde{d}(0) = \tilde{d}_2(0)$. 由式(10), $\tilde{d}_1(k+1)$ 和 $\tilde{d}_2(k+1)$ 分别为

$$\begin{cases} \tilde{d}_1(k+1) = \\ (1-g)\tilde{d}_1(k) + d(k+1) - d(k) - gf(k), \\ \tilde{d}_2(k+1) = (1-g)\tilde{d}_2(k). \end{cases} \quad (11)$$

首先, 对于 $\tilde{d}_1(k)$, 当 $k = 0$ 时, 有 $\tilde{d}_1(0) = 0 < td_{\max}/g + f_0$ 成立. 假设 $k = k_0$ 时有 $\tilde{d}_1(k_0) < td_{\max}/g + f_0$ 成立, 则当 $k = k_0 + 1$ 时, 由假设2和假设3以及式(11), 有

$$\begin{aligned} |\tilde{d}_1(k_0+1)| &\leq \\ (1-g)|\tilde{d}_1(k_0)| + |d(k_0+1) - d(k_0)| + g|f(k_0)| &\leq \\ (1-g)(td_{\max}/g + f_0) + td_{\max} + gf_0 = & \\ td_{\max}/g + f_0, & \end{aligned} \quad (12)$$

即当 $k = k_0 + 1$ 时同样有 $|\tilde{d}_1(k_0+1)| \leq td_{\max}/g + f_0$ 成立. 因此, $\exists k_0 \in \mathbf{N}_+$, 当 $k > k_0$ 时, 有 $|\tilde{d}_1(k_0)| \leq td_{\max}/g + f_0$ 成立.

其次, 由式(11)可得 $\tilde{d}_2(k) = (1-g)^k \tilde{d}_2(0)$, 由已知有 $0 < 1-g < 1$, 当 k_0 足够大时, 有 $(1-g)^{k_0} \rightarrow 0$, 而初始值 $\tilde{d}_2(0) = \tilde{d}(0)$ 为有限值, 因此, $\exists k_0 \in \mathbf{N}_+$, 当 $k > k_0$ 时, 有 $\tilde{d}_2(k) \rightarrow 0$ 成立.

综上分析可知, $\exists k_0 \in \mathbf{N}_+$, 当 $k > k_0$ 时, $|\tilde{d}(k)| \leq |\tilde{d}_1(k)| + |\tilde{d}_2(k)| < td_{\max}/g + f_0$. \square

注4 由定理1可知, 当系统参数 t, g 确定之后, DDC 的估计误差 $\tilde{d}(k)$ 的大小只与 $f(k)$ 的上界和 $d(k)$ 的变化率有关, 而与系统具体参数无关.

3.2 切换函数的 QSMB 分析

定理2 对于由式(4)和(5)组成的基于 DDC 的 RD-QSM 控制方案, $\exists k_1 \in \mathbf{N}_+$, 当 $k > k_1$ 时, 有 $|s(k)| < h_1$ 成立, 即切换函数 $s(k)$ 的 QSMB 为 $(-h_1, h_1)$. 其中

$$\begin{aligned} h_1 &= |D_{\max}/(1-q+\eta)|, \\ D_{\max} &= cdt_{\max}/g + (cb+cd)f_0. \end{aligned}$$

证明 令 $v(k) = cbf(k) + cd\tilde{d}(k)$, 则由式(8)有 $s(k+1) = qs(k) - \eta \text{fal}(s(k), \alpha, \delta) + v(k)$. (13)

由 $D_{\max} = cdt_{\max}/g + (cb+cd)f_0$ 和假设2及定理1可得 $|v(k)| \leq D_{\max}$. 式(13)中, 当 $\alpha = 1$ 时, 定义新的数列 $s_1(k) : \{s_1(k)|s_1(k) = s(k), \alpha = 1\}$. 由式(6)和(13)可知, 对于 $\forall s(k)$, $s_1(k+1)$ 可表示为

$$s_1(k+1) = (q-\eta)s(k) + v(k). \quad (14)$$

对于 $s(k)$ 的 QSMB 分析可分为如下3种情况.

1) $s(k) \leq -\delta$.

由式(6)和(13)可得

$$s(k+1) = qs(k) + \eta(-s(k))^\alpha + v(k). \quad (15)$$

式(14)和(15)中, 由已知 $0 < \alpha < 1$, 有 $(-s(k))^\alpha > -s(k)$, 进而有 $s(k) > s_1(k)$ 成立.

2) $s(k) \geq \delta$.

由式(6)和(13)可得

$$s(k+1) = qs(k) - \eta s(k)^\alpha + v(k). \quad (16)$$

式(14)和(16)中, 由已知 $0 < \alpha < 1$, 有 $s(k)^\alpha > s(k)$, 进而有 $s(k) < s_1(k)$ 成立.

由以上情况1)和情况2)的分析可知, 当 $|s(k)| \geq \delta$ 时, 有 $|s(k)| < |s_1(k)|$ 成立.

3) $|s(k)| < \delta$.

由式(6)和(13)可得

$$s(k+1) = qs(k) - \eta s(k)\delta^{\alpha-1} + v(k). \quad (17)$$

由式(14)和(17)可知: 当 $0 < s(k) < \delta$ 时, 有 $\delta^{\alpha-1} > 1$, 进而有 $s(k) < s_1(k)$ 成立; 当 $-\delta < s(k) < 0$ 时, 有 $\delta^{\alpha-1} > 1$, 进而有 $s(k) > s_1(k)$ 成立; 当 $s(k) = 0$ 时, 有 $s(k) = s_1(k)$ 成立. 因此, 当 $|s(k)| < \delta$ 时, 有 $|s(k)| \leq |s_1(k)|$ 成立.

由以上3种情况分析可知, 对于 $\forall s(k)$, 有 $|s(k)| \leq |s_1(k)|$ 成立.

对于数列 $s_1(k)$, 当 $k = p$ 时, 由式(14)可得

$$s_1(p) = (q-\eta)^p s(0) + \frac{1-(q-\eta)^p}{1-q+\eta} v(k). \quad (18)$$

因已知 $0 < q-\eta < 1$, 故当 $p \rightarrow \infty$ 时, 有 $(q-\eta)^p \rightarrow 0$ 成立, 进而有 $s_1(p) \rightarrow v(k)/(1-q+\eta) < |D_{\max}/(1-q+\eta)| = h_1$ 成立. 对于 $k = p$, 当 $p \rightarrow \infty$ 时, 有 $|s(p)| < h_1$, 即 $\exists k_1 \in \mathbf{N}_+$, 当 $k > k_1$ 时, 有 $|s(k)| < h_1$ 成立. 综上, 定理2得证. \square

注5 由定理2可知, 当系统参数 t, g, η, q 确定之后, 切换函数 $s(k)$ 的 QSMB 只与 $f(k)$ 的上界和 $d(k)$ 的变化率有关, 且当 q 足够小和 η 足够大时, $s(k)$ 的 QSMB 带宽将趋于零, 即有 $|s(k)| \rightarrow 0$ 成立.

3.3 RD-QSM 控制器稳定性

定理3 采用由式(4)和(5)组成的基于 DDC 的 RD-QSM 控制方案, 设计 $\eta > ((q-1)\delta + D_{\max})/\delta^\alpha$, 则式(2)满足滑模可达性条件.

证明 由文献[4]可知 D-QSM 可达性条件为

$$s(k)(s(k+1) - s(k)) < 0. \quad (19)$$

即当 $s(k) > 0$ 时, 有 $s(k+1) - s(k) < 0$ 成立; 当 $s(k) < 0$ 时, 有 $s(k+1) - s(k) > 0$ 成立. 式(13)中, 用 D_{\max} 替换 $v(k)$, 对于定理3的证明可分为以下4种情况.

1) $s(k) \leq -\delta$.

定义 $\Delta s(k) = s(k+1) - s(k)$, 由式(15)可得

$$\Delta s(k) = (q-1)s(k) + \eta(-s(k))^\alpha + D_{\max}. \quad (20)$$

其中: $(q-1)s(k) > 0, \eta(-s(k))^\alpha > 0$. 故有 $\Delta s(k) > 0$, 进而有 $s(k)\Delta s(k) < 0$.

2) $s(k) \geq \delta$.

由式(16)可得

$$\Delta s(k) = (q-1)s(k) - \eta s(k)^\alpha + v(k) < (q-1)\delta - \eta\delta^\alpha + v(k). \quad (21)$$

由 $|v(k)| \leq D_{\max}$ 和 $\eta > ((q-1)\delta + D_{\max})/\delta^\alpha$ 可得 $\Delta s(k) < 0$, 进而有 $s(k)\Delta s(k) < 0$.

3) $-\delta < s(k) < 0$.

由式(17)可得

$$\Delta s(k) = (q-1)s(k) - \eta s(k)\delta^{\alpha-1} + D_{\max}. \quad (22)$$

其中: $(q-1)s(k) > 0, -\eta s(k)\delta^{\alpha-1} > 0$. 可知有 $\Delta s(k) > 0$, 进而有 $s(k)\Delta s(k) < 0$.

4) $0 \leq s(k) < \delta$.

由式(17)可得

$$\Delta s(k) = (q-1)s(k) - \eta s(k)\delta^{\alpha-1} + v(k) < (q-1)\delta - \eta\delta^\alpha + v(k). \quad (23)$$

由 $|v(k)| \leq D_{\max}$ 和 $\eta > ((q-1)\delta + D_{\max})/\delta^\alpha$ 可得 $\Delta s(k) < 0$, 进而有 $s(k)\Delta s(k) < 0$.

综上, 对于 $\forall s(k)$, 有 $s(k)\Delta s(k) < 0$ 成立, 即采用本文设计的基于DDC的RD-QSM控制器方案, 式(2)满足离散滑模可达性条件. \square

注6 定理3中, 由于存在 $((q-1)\delta + D_{\max})/\delta^\alpha \leq 0$ 的可能性, η 应满足 $\eta > ((q-1)\delta + D_{\max})/\delta^\alpha$ 和 $\eta > 0$ 同时成立.

4 数值仿真分析

考虑文献[4]中的3阶离散系统模型, 并引入外界非匹配干扰, 即式(2)中系统参数为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.4 & -0.4 \\ -0.2 & 0.6 & -0.1 \\ 0.3 & -0.1 & -0.5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.4 \end{bmatrix}.$$

取 $f(k) = 0.1 \sin(kt)$, $d(k) = 1.2 \sin(2\pi kt)$, 滑模面系数向量 $\mathbf{c} = [c_1, c_2, 1] = [0.1, 0.01, 1]$, 控制器参数取

$$\eta = 0.1, \quad q = 0.2, \quad g = 0.9, \quad t = 0.01.$$

取 $x_d(k) = 5 \sin(kt)$, 系统初值为 $[1, 1, 5]^T$. 此时, 由于存在非匹配项 $\mathbf{d}d(k)$, 文献[8]设计的控制方法不再适用. 采用本文设计的基于DDC的RD-QSM控制方案, 在相同控制器参数下, 考虑以下两种情况:

1) 采用符号函数 sign , 设计基于DDC的RD-QSM控制器, 称为控制器A;

2) 引入幂次函数PF, 设计基于DDC的RD-QSM控制器, 称为控制器B, 取 $\alpha = 0.5, \delta = 0.1$, 可得 $D_{\max} = 1.045$, 进而有 $h_1 = 0.1161$ 和 $\eta > ((q-1)\delta + D_{\max})/\delta^\alpha = 0.0776$ 成立.

在上述两种控制器下对式(2)进行轨迹指令跟踪仿真, 令跟踪结果分别为 $x_a(k)$ 和 $x_b(k)$, 如图1所示; 两种控制器下DDC对 $d(k)$ 的估计值 $\hat{d}(k)$ 完全相同, 如图2所示. 令两种控制器的控制信号分别为 $u_a(k)$ 和 $u_b(k)$, 如图3所示. 令两种控制器的切换函数分别为 $s_a(k)$ 和 $s_b(k)$, 如图4所示.

由图1可知, 两种控制器都可以实现对指定轨迹

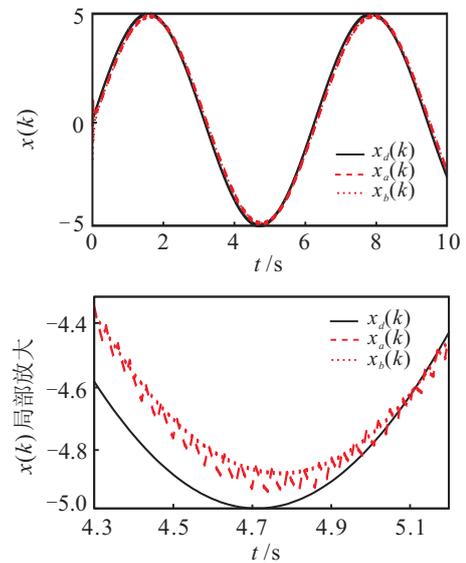


图1 两种控制器的轨迹指令跟踪

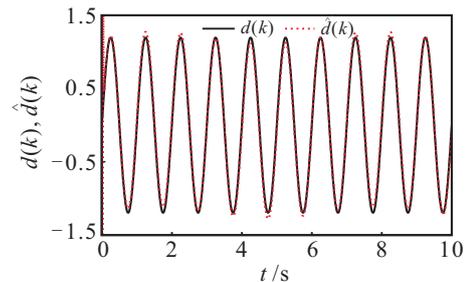


图2 干扰 $d(k)$ 和DDC估计值 $\hat{d}(k)$

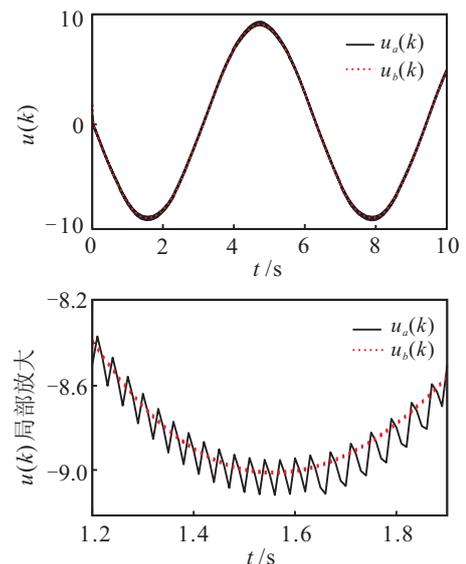


图3 两种控制器的控制信号

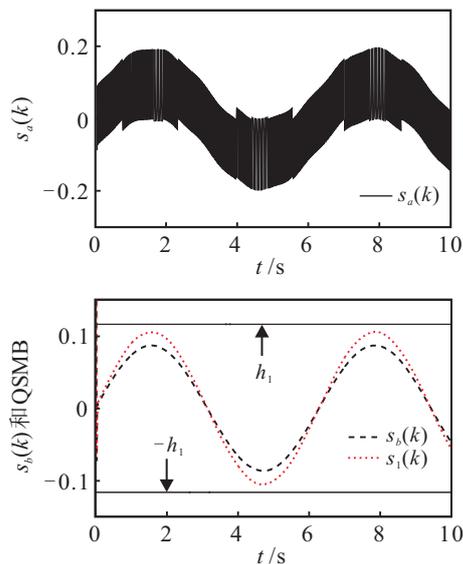


图4 两种控制器的切换函数

$x_d(k)$ 的稳定跟踪, 跟踪误差较小, 且经过局部放大可知, 在采用 PF 后, 控制器 A 消除了系统状态跟踪输出的抖振; 由图 2 可知, DDC 估计值 $\hat{d}(k)$ 能够与 $d(k)$ 较好地吻合; 由图 3 可知, $u_a(k)$ 和 $u_b(k)$ 幅值相同, 经过局部放大可以发现, 采用符号函数的 $u_a(k)$ 存在抖振, 改用 PF 之后, $u_b(k)$ 光滑无抖振; 由图 4 可知, 采用符号函数的 $s_a(k)$ 中存在高频抖振, 采用 PF 之后, $s_b(k)$ 光滑无抖振, 同时验证了定理 2 中的 $|s_b(k)| \leq |s_1(k)|$ 和 $s_b(k)$ 的 QSMB, 即 $|s(k)| < h_1$.

5 结论

针对同时含有匹配建模误差和非匹配外界干扰离散系统的 D-QSM 控制问题, 本文设计了一种基于 DDC 的 RD-QSM 控制方案, 通过对非匹配干扰的有效估计保证了控制器的鲁棒性, 同时消除了系统中跟踪轨迹、控制信号以及切换函数的抖振现象. 通过引入 PF 设计的 RD-QSM 控制器, 对文献 [5] 中高氏控制方法进行了改进, 同时又验证了文献 [10] 中的部分相关结论. 然而, 与文献 [10] 不同的是, 本文针对非匹配系统设计的基于 DDC 的 RD-QSM 控制器, 切换函数 $s(k)$ 具有一定的 QSMB, 而非趋于某一定常数. 与文献 [8] 相比, 本文设计的改进的 DDC, 可以通过补偿有效消除外界干扰的影响, 且不需要干扰满足匹配条件. 同时, 理论分析和仿真结果均表明, 采用本文设计的控制方案, DDC 估计误差有界, 闭环系统鲁棒稳定且无抖振.

参考文献(References)

[1] Young K D, Utkin V I, Ozguner U. A control engineer's guide to sliding mode control[J]. IEEE Trans on Control

Systems, 1999, 7(3): 328-342.

- [2] Niu Y, Ho D W C, Wang Z. Improved sliding mode controller for discrete-time systems via reaching law[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(11): 2245-2251.
- [3] 孙明轩, 范伟云, 王辉. 用于离散滑模重复控制的新型趋近律[J]. 自动化学报, 2011, 37(10): 1213-1221.
(Sun M X, Fan W Y, Wang H. Discrete sliding mode repetitive control with novel reaching law[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(10): 1213-1221.)
- [4] 高存臣, 刘振, 任启峰. 时滞离散系统的非线性准滑模鲁棒控制[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(1): 123-130.
(Gao C C, Liu Z, Ren Q F. Nonlinear quasi-sliding-mode robust control for discrete-time systems with time-delay[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(1): 123-130.)
- [5] 高为炳. 离散时间系统的变结构控制[J]. 自动化学报, 1995, 21(2):154-161.
(Gao W B. Variable structure control of discrete-time systems[J]. Acta Automatica Sinica, 1995, 21(2): 154-161.)
- [6] Kim J, Cho D. Discrete-time variable structure control using recursive switching functions[C]. Proc of the American Control Conf. Seoul, 2000: 1113-1117.
- [7] Kim J, Oh S, Cho D, et al. Robust discrete-time variable structure control methods[J]. J of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2000, 122(12): 766-775.
- [8] Eun Y, Kim J, Kim K, et al. Discrete-time variable structure controller with a decoupled disturbance compensator and its application to a CNC servomechanism[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 1999, 7(4): 414-423.
- [9] Fallaha C, Saad M, Kanaan H Y, et al. Sliding mode robot control with exponential reaching law[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2011, 58(2): 600-610.
- [10] 孙彪, 孙秀霞, 陈琳, 等. 基于幂次函数的离散滑模控制算法[J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 285-288.
(Sun B, Sun X X, Chen L, et al. Algorithm of discrete-time sliding mode control based on power-function[J]. Control and Decision, 2011, 26(2): 285-288.)
- [11] Janardhanan S, Bandyopadhyay B. Discrete sliding mode control of systems with unmatched uncertainty using multirate output feedback[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(6): 1030-1035.
- [12] Xi Z, Hesketh T. Discrete time integral sliding mode control for systems with matched and unmatched uncertainties[J]. IET Control Theory and Application, 2010, 4(5): 889-896.

(责任编辑: 李君玲)