

带执行器饱和的 N 连杆机械臂输出反馈动态面控制

刘金琨, 郭一

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘要: 针对带执行器饱和的多关节刚性机械臂系统, 提出一种基于RBF神经网络补偿的输出反馈动态面控制. 通过观测器实现角速度的观测, 采用RBF网络实现执行器饱和的补偿; 通过Lyapunov方法证明闭环系统的稳定性, 实现高精度的角度和角速度跟踪. 仿真结果表明, 所提出的方法能够有效补偿系统存在的执行器饱和, 显著减小跟踪误差, 并且对于外界干扰具有一定的鲁棒性.

关键词: 动态面控制; 输出反馈; 执行器饱和; 机械臂

中图分类号: TP24

文献标志码: A

Output feedback dynamic surface control for N link manipulators with actuator saturation

LIU Jin-kun, GUO Yi

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China. Correspondent: LIU Jin-kun, E-mail: ljk@buaa.edu.cn)

Abstract: The RBF neural network compensation based output feedback dynamic surface controller is proposed for N link manipulators with actuator saturation. An observer is designed to estimate unknown velocity states. The RBF neural network is designed to overcome the saturation nonlinearity. Based on the Lyapunov stability analysis, it is proved that the control strategy can guarantee the stability of the closed-loop system, and high tracking performance can be achieved by adjusting the controller parameters. Simulation results show that the proposed control system can compensate for the actuator saturation effectively, reduce the tracking error dramatically and improve tracking performance, and the control system shows robustness to external disturbances.

Keywords: dynamic surface control; output feedback; actuator saturation; robot manipulator

0 引言

多输入多输出非线性系统的控制设计一直是控制领域的一个具有挑战性的课题, 多关节刚性机械臂作为其中一类典型代表而引起了人们的广泛关注, 研究方法已涉及自适应控制、滑模控制、神经网络控制、模糊控制、反演设计等^[1-4]. 在诸多研究中, 系统执行器饱和问题以及输出反馈问题的研究因其工程背景和实际意义而备受关注.

饱和、死区、间隙、磁滞是最常见的执行器非线性特性. 饱和非线性在多数执行器中通常是不可避免的, 当控制输入超出了执行器输出的上下限时, “饱和”就发生了. 这时, 控制输入无法完全被执行, 超出执行器限制的那部分控制将起不到应有的作用, 这势必会对跟踪效果产生不良影响, 最显著的就是跟踪误

差增大. 文献[5]针对执行器受限情况下的机械臂系统, 提出了自适应模糊控制器, 既消除了饱和和影响, 又克服了系统的不确定性. 文献[6]提出了一类基于双层神经网络的补偿器, 并将其用于带执行器饱和的机械臂, 结合反馈线性化方法实现跟踪控制, 有效地改善了跟踪效果.

在实际工程中, 一些物理系统的状态或无法直接测量得到, 或无法精确测量. 此外, 速度信号在测量中容易受到噪声污染并且出于节省成本、减轻系统质量等原因通常不被采用. 因此, 输出反馈控制的研究便具有了实际意义.

文献[7]针对不确定机械臂系统采用模糊控制器, 结合一类非线性滤波器实现输出反馈跟踪控制, 较PD控制具有更好的跟踪效果. 文献[8]提出了一种

收稿日期: 2014-01-07; 修回日期: 2014-10-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61374048).

作者简介: 刘金琨(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、滑模控制和飞行器控制等研究; 郭一(1988—), 男, 硕士生, 从事动态面控制、飞行器控制的研究.

仅利用位置信号的自适应神经网络控制,保证了系统局部渐近稳定.

动态面控制^[9]克服了反演设计存在的“微分爆炸”现象,该方法通过一阶低通滤波器实现了与前级设计的解耦.本文针对带执行器饱和的多关节刚性机械臂系统,同时考虑系统存在的执行器饱和问题以及输出反馈问题,基于动态面控制方法设计观测器来重构未知状态,利用RBF神经网络补偿饱和和非线性特性改善跟踪效果.仿真结果表明,所提出的方法能够显著减小跟踪误差,对于外界干扰具有一定的鲁棒性.

1 问题描述

根据 Euler-Lagrangian 方程, N 连杆刚性机械臂的动力学^[5]可以表示为

$$M(q)\ddot{q} + C(q\dot{q})\dot{q} + F\dot{q} + G(q) + \varphi_d = \varphi. \quad (1)$$

其中: $q \in \mathbf{R}^n$ 、 $\dot{q} \in \mathbf{R}^n$ 、 $\ddot{q} \in \mathbf{R}^n$ 分别表示连杆的角度、角速度、角加速度向量; $M(q) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 表示惯量矩阵; $F \in \mathbf{R}^n$ 为正定矩阵,代表各关节的摩擦系数; $C(q, \dot{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、 $G(q) \in \mathbf{R}^n$ 分别表示哥氏力-离心力项和重力项; $\varphi_d \in \mathbf{R}^n$ 表示有界外部干扰并满足 $\|\varphi_d\| \leq \rho$; $\varphi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n]^T \in \mathbf{R}^n$ 表示控制力矩.

假定系统执行器带有饱和和非线性特性.定义 $u = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T \in \mathbf{R}^n$ 为控制输入, φ_{\max} 和 φ_{\min} 分别为执行器输出上限和下限,则执行器输出 $\varphi_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 可表示为

$$\varphi_i = \text{sat}(u_i) = \begin{cases} \varphi_{\max}, & u_i \geq \varphi_{\max}; \\ u_i, & \varphi_{\min} < u_i < \varphi_{\max}; \\ \varphi_{\min}, & u_i \leq \varphi_{\min}. \end{cases} \quad (2)$$

闭环系统如图1所示.若控制信号 u_i 落在执行器上下限以外范围,则饱和现象发生,并且 u_i 无法完全被执行.定义未执行部分 $\Delta = [\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n]^T \in \mathbf{R}^n$, 其中

$$\Delta_i = \varphi_i - u_i = \text{sat}(u_i) - u_i = \begin{cases} \varphi_{\max} - u_i, & u_i \geq \varphi_{\max}; \\ 0, & \varphi_{\min} < u_i < \varphi_{\max}; \\ \varphi_{\min} - u_i, & u_i \leq \varphi_{\min}. \end{cases} \quad (3)$$

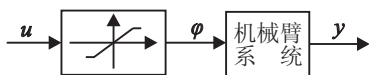


图1 带执行器饱和的系统

为了便于控制律设计,首先给出刚性机械臂模型的一些性质^[5,10].

性质1 惯量矩阵 $M(q)$ 是有界的正定对称阵,即对于正数 M_m 、 M_M 满足 $M_m \leq \|M(q)\| \leq M_M$.

性质2 哥氏力-离心力矩阵 $C(q, \dot{q})$ 能够使得 $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ 成为一个反对称阵,并满足 $C(q, \xi)\zeta = C(q, \zeta)\xi$, 其中 ξ 和 ζ 为任意向量.

性质3 哥氏力-离心力矩阵 $C(q, \dot{q})$ 有上界,即对于正数 C_M , 满足 $\|C(q, \dot{q})\| \leq C_M \|\dot{q}\|$.

定义状态变量 $x_1 = q$, $x_2 = \dot{q}$, 则由式(1)可得到状态方程

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= M^{-1}(x_1)[-C(x_1, x_2)x_2 - \\ &\quad Fx_2 - G(x_1) - \varphi_d + \varphi], \\ y &= x_1. \end{aligned} \quad (4)$$

本文的控制目标为在执行器存在饱和的情况下设计动态面控制,仅利用输出状态而非全状态,使得机械臂角度 x_1 跟踪预定角度 x_{1d} .

假设1 系统中仅角度信号 q 可测;

假设2 理想角度信号 x_{1d} 有界,满足 $\|x_{1d}\|^2 + \|\dot{x}_{1d}\|^2 + \|\ddot{x}_{1d}\|^2 \leq \chi$, 其中 χ 为正实数;

假设3^[12] 连杆角速度 \dot{q} 有界,即对于正数 ω_1 , 满足 $\|\dot{q}\| \leq \omega_1$.

假设3并不意味着需要获得 $\|\dot{q}\|$ 的严格上界,合理的上界可以从机械臂产品说明书以及机械臂本身结构限制中获得,该上界只用于稳定性分析.

2 控制策略

2.1 神经网络系统描述

RBF神经网络具有逼近任意连续非线性函数的能力.RBF神经网络可表示为 $y = \theta^T \xi(x)$. 其中: $x \in \mathbf{R}^n$ 为网络输入向量, $y \in \mathbf{R}$ 为网络输出, $\theta \in \mathbf{R}^N$ 为网络权值向量, $\xi(x) \in \mathbf{R}^N$ 为非线性向量函数且 $\xi(x) = [\beta_1(x), \beta_2(x), \dots, \beta_N(x)]^T$. $\beta_i(x) (i = 1, 2, \dots, N)$ 为高斯基函数,且有如下形式:

$$\beta_i(x) = \exp\left(-\frac{\|x - d_i\|^2}{2b^2}\right),$$

其中 $d_i \in \mathbf{R}^n (i = 1, 2, \dots, N)$ 和 $b > 0$ 分别为第 i 个高斯基函数的中心点坐标值和宽度.

引理1^[11] 对于紧集 $\Omega \in \mathbf{R}^n$, 存在任意连续函数 $f: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ 和 $\sigma_M > 0$, 则有理想权向量 $\theta^* \in \mathbf{R}^N$, 保证神经网络输出 $\theta^{*T} \xi(x)$ 能够以任意精度逼近函数 f , 即

$$f(x) = \theta^{*T} \xi(x) + \sigma^*, \quad x \in \Omega,$$

其中 σ^* 为理想逼近误差,且 $\|\sigma^*\| \leq \sigma_M$.

2.2 观测器设计

为了观测速度状态,设计如下观测器:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 + l(x_1 - z_1) + D_1(x_1 - z_1), \\ \dot{z}_2 &= M^{-1}(x_1)[-C(x_1, z_2, +l(x_1 - z_1))(z_2 + \\ &\quad l(x_1 - z_1)) - F(z_2 + l(x_1 - z_1)) - \\ &\quad G(x_1) + \varphi + \bar{D}_2(x_1 - z_1)]. \end{aligned} \quad (5)$$

其中: z_1 、 z_2 为观测器状态; l 为待设计参数; D_1 、 D_2 为待设计的观测器增益矩阵; 并取

$$\hat{x}_1 = z_1, \hat{x}_2 = z_2 + l(x_1 - z_1), \quad (6)$$

\hat{x}_1, \hat{x}_2 为估计状态. 定义状态估计误差

$$\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i, \quad i = 1, 2, \quad (7)$$

对 \hat{x}_1, \hat{x}_2 求导, 可得到

$$\dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + D_1 \tilde{x}_1, \quad (8)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 =$$

$$M^{-1}(x_1)[-C(x_1, \hat{x}_2)\hat{x}_2 - F\hat{x}_2 - G(x_1) +$$

$$\varphi + \bar{D}_2 \tilde{x}_1] + l(x_2 - \hat{x}_2 - D_1 \tilde{x}_1) =$$

$$M^{-1}(x_1)[-C(x_1, \hat{x}_2)\hat{x}_2 - F\hat{x}_2 - G(x_1) +$$

$$\varphi + (\bar{D}_2 - lM(x_1)D_1)\tilde{x}_1] + l\tilde{x}_2. \quad (9)$$

定义 $D_2 = \bar{D}_2 - lM(x_1)D_1$, 则

$$\dot{\hat{x}}_2 = M^{-1}(x_1)[-C(x_1, \hat{x}_2)\hat{x}_2 - F\hat{x}_2 - G(x_1) + \varphi + D_2 \tilde{x}_1] + l\tilde{x}_2, \quad (10)$$

对 \hat{x}_1, \hat{x}_2 求导, 得到

$$\dot{\hat{x}}_1 = x_2 - \hat{x}_2 - D_1 \tilde{x}_1 = \tilde{x}_2 - D_1 \tilde{x}_1, \quad (11)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = M^{-1}(x_1)[-C(x_1, x_2)x_2 - Fx_2 - G(x_1) -$$

$$\varphi_d + \varphi] - M^{-1}(x_1)[-C(x_1, \hat{x}_2)\hat{x}_2 -$$

$$F\hat{x}_2 - G(x_1) + \varphi + D_2 \tilde{x}_1] - l\tilde{x}_2 =$$

$$M^{-1}(x_1)[-C(x_1, x_2)x_2 + C(x_1, \hat{x}_2)\hat{x}_2 - F\tilde{x}_2 - D_2 \tilde{x}_1 - \varphi_d] - l\tilde{x}_2. \quad (12)$$

根据性质2, 有 $C(x_1, x_2)\hat{x}_2 = C(x_1, \hat{x}_2)x_2$, 对式(12)进行简单变换, 可得

$$\dot{\hat{x}}_2 = M^{-1}(x_1)[-C(x_1, x_2)\tilde{x}_2 - C(x_1, \hat{x}_2)\tilde{x}_2 - F\tilde{x}_2 - D_2 \tilde{x}_1 - \varphi_d] - l\tilde{x}_2. \quad (13)$$

2.3 控制器设计

下面结合观测器设计自适应律, 并利用RBF神经网络克服饱和和非线性特性. 控制器设计步骤如下.

Step 1: 定义第1个误差表面

$$S_1 = x_1 - x_{1d}, \quad (14)$$

对式(14)误差表面求导, 得

$$\dot{S}_1 = x_2 - \dot{x}_{1d} = \hat{x}_2 + \tilde{x}_2 - \dot{x}_{1d}. \quad (15)$$

设计虚拟控制

$$\bar{x}_2 = -c_1 S_1 + \dot{x}_{1d}, \quad (16)$$

其中 $c_1 > 0$.

取 \bar{x}_2 为输入, x_{2d} 为输出, 设计时间常数为 τ_2 的低通滤波器, 得

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = \bar{x}_2, \quad x_{2d}(0) = \bar{x}_2(0). \quad (17)$$

Step 2: 定义第2个误差表面

$$S_2 = \hat{x}_2 - x_{2d}, \quad (18)$$

对式(18)求导, 并将(10)代入, 得

$$\dot{S}_2 = M^{-1}(x_1)[-C(x_1, \hat{x}_2)\hat{x}_2 - F\hat{x}_2 - G(x_1) +$$

$$u + D_2 \tilde{x}_1] + M^{-1}(x_1)\Delta + l\tilde{x}_2 - \dot{x}_{2d}. \quad (19)$$

RBF神经网络对连续非线性函数有良好的逼近效果, 利用RBF神经网络逼近函数 $M^{-1}(x_1)\Delta$, 有

$$M^{-1}(x_1)\Delta = \theta^{*T}\xi(x_{NN}) + \sigma^*. \quad (20)$$

其中: $\theta^* = [\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*]$ 为理想权阵, σ^* 为逼近误差且满足 $\|\sigma^*\| \leq \sigma_M$, $\xi(x_{NN})$ 为高斯基函数向量.

注意到 $\Delta = \text{sat}(u) - u$ 并综合考虑式(19), 选取神经网络补偿器的输入 x_{NN} 为 $[x_1, \hat{x}_2, S_2, u]^T$. x_{NN} 中含有 u , 将会出现代数环问题. 为了克服这个问题, 将 u 输入到一类Butterworth低通滤波器 $G(s)^{[13]}$, 得到的输出 u_f 定义为 $u_f = G(s)u$. 这样, 重新选取 $x_{NN} = [x_1, \hat{x}_2, S_2, u_f]^T$. 由于 θ^* 未知, 需要进行在线估计, 假设存在正数 θ_{iM} 使得 $\|\theta_i^*\| \leq \theta_{iM}^{[6]}$.

设计控制律

$$u = C(x_1, \hat{x}_2)\hat{x}_2 + F\hat{x}_2 + G(x_1) - D_2 \tilde{x}_1 + M(x_1)[- \hat{\theta}^T \xi(x_{NN}) + \dot{x}_{2d} - c_2 S_2]. \quad (21)$$

其中: c_2 为正数, $\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_n]$ 为 $\theta^* = [\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*]$ 的估计. 设计参数估计的自适应律

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \Gamma_i \xi(x_{NN}) S_{2i} - \Gamma_i \eta_i \hat{\theta}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (22)$$

其中: Γ_i 为待设计正定对称阵, η_i 为正设计参数, S_{2i} 为 S_2 的第 i 个分量.

由于采用较为简单的RBF神经网络补偿饱和和非线性特性, 较文献[6]的双层神经网络和文献[14]的小波神经网络, 减轻了计算负担, 具有更强的可操作性^[15].

3 稳定性分析

下面对闭环系统进行稳定性分析, 从理论上证明带执行器饱和的机械臂系统半全局稳定. 定义边界层误差

$$y_2 = x_{2d} - \bar{x}_2, \quad (23)$$

则由式(17)可得到

$$\dot{x}_{2d} = -y_2/\tau_2. \quad (24)$$

定义估计误差

$$\tilde{\theta}_i = \hat{\theta}_i - \theta_i^*, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (25)$$

注意到 $\hat{x}_2 = S_2 + y_2 + \bar{x}_2$, 由式(15)和(19), 有

$$\dot{S}_1 = S_2 + y_2 + \tilde{x}_2 - c_1 S_1, \quad (26)$$

$$\dot{S}_2 = M^{-1}(x_1)\Delta - \hat{\theta}^T \xi(x_{NN}) + l\tilde{x}_2 - c_2 S_2. \quad (27)$$

对边界层误差求导, 得

$$\dot{y}_2 = -\frac{y_2}{\tau_2} + c_1 \dot{S}_1 - \dot{x}_{1d} = -\frac{y_2}{\tau_2} + B_2(S_1, S_2, y_2, \tilde{x}_2, \dot{x}_{1d}). \quad (28)$$

考虑如下紧集:

$$\Omega_1 := \{(x_{1d}, \dot{x}_{1d}, \ddot{x}_{1d}) : \|x_{1d}\|^2 +$$

$$\|\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}_{1d}\|^2 + \|\ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_{1d}\|^2 \leq \chi\},$$

$$\Omega_2 := \left\{ \mathbf{S}_1^T \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2^T \mathbf{S}_2 + \mathbf{y}_2^T \mathbf{y}_2 + \tilde{\boldsymbol{x}}_1^T \tilde{\boldsymbol{x}}_1 + \right.$$

$$\left. \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \mathbf{M}(\mathbf{x}_1) \tilde{\boldsymbol{x}}_2 + \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i \leq 2p \right\},$$

其中 p 为任意正常数. 易知 $\Omega_1 \times \Omega_2$ 也是紧集, 则 $\|\mathbf{B}_2\|$ 在 $\Omega_1 \times \Omega_2$ 上有最大值, 记为 M_2 . 定义 Lyapunov 函数

$$V = V_1 + V_2 + V_3. \quad (29)$$

其中

$$V_1 = \frac{1}{2}(\mathbf{S}_1^T \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2^T \mathbf{S}_2 + \mathbf{y}_2^T \mathbf{y}_2),$$

$$V_2 = \frac{1}{2}[\tilde{\boldsymbol{x}}_1^T \tilde{\boldsymbol{x}}_1 + \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \mathbf{M}(\mathbf{x}_1) \tilde{\boldsymbol{x}}_2],$$

$$V_3 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i.$$

定理 1 考虑由对象 (4)、观测器 (5) 与实际控制器 (21) 组成的闭环系统, 如果满足假设 1~假设 3 且 $V(0) \leq p$, 则通过调节 c_1 、 c_2 、 τ_2 、 l 、 \mathbf{D}_1 、 \mathbf{D}_2 、 η_i 和 Γ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 可保证闭环系统半全局一致有界, 系统跟踪误差收敛到任意小残集内.

证明 由 V_1 表达式, 并考虑式 (20), 有

$$V_1 = \mathbf{S}_1^T (\mathbf{S}_2 + \mathbf{y}_2 + \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - c_1 \mathbf{S}_1) + \mathbf{S}_2^T [\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x}_1) \boldsymbol{\Delta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}_{\text{NN}}) + l \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - c_2 \mathbf{S}_2] + \mathbf{y}_2^T \left(-\frac{\mathbf{y}_2}{\tau_2} + \mathbf{B}_2 \right) =$$

$$\mathbf{S}_1^T (\mathbf{S}_2 + \mathbf{y}_2 + \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - c_1 \mathbf{S}_1) + \mathbf{S}_2^T [-\hat{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}_{\text{NN}}) + \sigma^* + l \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - c_2 \mathbf{S}_2] + \mathbf{y}_2^T \left(-\frac{\mathbf{y}_2}{\tau_2} + \mathbf{B}_2 \right). \quad (30)$$

对 V_2 求导, 并利用性质 2, 有

$$\dot{V}_2 = \tilde{\boldsymbol{x}}_1^T (\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_2 - \mathbf{D}_1 \tilde{\boldsymbol{x}}_1) + \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T [-\mathbf{C}(\mathbf{x}_1, \hat{\boldsymbol{x}}_2) \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - \mathbf{C}(\mathbf{x}_1, \hat{\boldsymbol{x}}_2) \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - \mathbf{F} \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - \mathbf{D}_2 \tilde{\boldsymbol{x}}_1 - \boldsymbol{\varphi}_d] -$$

$$l \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \mathbf{M}(\mathbf{x}_1) \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_2 + \frac{1}{2} \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_2^T \mathbf{M}(\mathbf{x}_1) \tilde{\boldsymbol{x}}_2 =$$

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_1^T (\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_2 - \mathbf{D}_1 \tilde{\boldsymbol{x}}_1) + \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T [-\mathbf{C}(\mathbf{x}_1, \hat{\boldsymbol{x}}_2) \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - \mathbf{F} \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - \mathbf{D}_2 \tilde{\boldsymbol{x}}_1 - \boldsymbol{\varphi}_d] - l \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \mathbf{M}(\mathbf{x}_1) \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_2 =$$

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_1^T \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - \tilde{\boldsymbol{x}}_1^T \mathbf{D}_1 \tilde{\boldsymbol{x}}_1 - \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \mathbf{C}(\mathbf{x}_1, \hat{\boldsymbol{x}}_2) \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \mathbf{F} \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \mathbf{D}_2 \tilde{\boldsymbol{x}}_1 - \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \boldsymbol{\varphi}_d -$$

$$l \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \mathbf{M}(\mathbf{x}_1) \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_2. \quad (31)$$

取 $\mathbf{D}_2 = \mathbf{I}$, $\mathbf{D}_1 = d_1 \mathbf{I}$, 则

$$\dot{V}_2 = -d_1 \tilde{\boldsymbol{x}}_1^T \tilde{\boldsymbol{x}}_1 - \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T [\mathbf{C}(\mathbf{x}_1, \hat{\boldsymbol{x}}_2) + \mathbf{F} + l \mathbf{M}(\mathbf{x}_1)] \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \boldsymbol{\varphi}_d. \quad (32)$$

其中: d_1 为正数, \mathbf{I} 表示单位阵. 定义 ω_2 为初始估计误差 $\|\hat{\boldsymbol{x}}_2\|$ 的上界^[14], f_m 为矩阵 \mathbf{F} 的最小特征值. 根据性质 3 得到 $\|\mathbf{C}(\mathbf{x}_1, \hat{\boldsymbol{x}}_2)\| \leq C_M \|\hat{\boldsymbol{x}}_2\|$, 根据假设 3 得到 $\|\hat{\boldsymbol{x}}_2\| = \|\mathbf{x}_2 - \tilde{\boldsymbol{x}}_2\| \leq \|\mathbf{x}_2\| + \|\tilde{\boldsymbol{x}}_2\| \leq \omega_1 + \omega_2$, 则

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_2^T [\mathbf{C}(\mathbf{x}_1, \hat{\boldsymbol{x}}_2) + \mathbf{F} + l \mathbf{M}(\mathbf{x}_1)] \tilde{\boldsymbol{x}}_2 \geq [f_m + l M_m - C_M(\omega_1 + \omega_2)] \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \tilde{\boldsymbol{x}}_2. \quad (33)$$

令 $\beta = f_m + l M_m - C_M(\omega_1 + \omega_2)$, 则

$$\dot{V}_2 \leq -d_1 \tilde{\boldsymbol{x}}_1^T \tilde{\boldsymbol{x}}_1 - \beta \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \tilde{\boldsymbol{x}}_2 - \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \boldsymbol{\varphi}_d. \quad (34)$$

对 V_3 求导, 得

$$\dot{V}_3 = \sum_{i=1}^n (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \boldsymbol{\xi} S_{2i} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \eta_i \hat{\boldsymbol{\theta}}_i). \quad (35)$$

注意到 $\mathbf{S}_2^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\xi} = \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \boldsymbol{\xi} S_{2i}$, 并结合式 (30)、(34) 和 (35), 则有

$$\dot{V} = \|\mathbf{S}_1\| \|\mathbf{S}_2\| + \|\mathbf{S}_1\| \|\mathbf{y}_2\| + \|\mathbf{S}_1\| \|\tilde{\boldsymbol{x}}_2\| -$$

$$c_1 \|\mathbf{S}_1\|^2 + \|\mathbf{S}_2\| \|\sigma^*\| + l \|\mathbf{S}_2\| \|\tilde{\boldsymbol{x}}_2\| -$$

$$c_2 \|\mathbf{S}_2\|^2 - \frac{\|\mathbf{y}_2\|^2}{\tau_2} + \|\mathbf{y}_2\| \|\mathbf{B}_2\| - d_1 \|\tilde{\boldsymbol{x}}_1\|^2 -$$

$$\beta \|\tilde{\boldsymbol{x}}_2\|^2 + \|\tilde{\boldsymbol{x}}_2\| \|\boldsymbol{\varphi}_d\| - \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \eta_i \hat{\boldsymbol{\theta}}_i. \quad (36)$$

利用 Young 不等式和不等式 $2\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_i \geq \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i\|^2 - \|\boldsymbol{\theta}_i^*\|^2$, 有

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \|\mathbf{S}_1\|^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{S}_2\|^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{S}_1\|^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{y}_2\|^2 +$$

$$\frac{1}{2} \|\mathbf{S}_1\|^2 + \frac{1}{2} \|\tilde{\boldsymbol{x}}_2\|^2 - c_1 \|\mathbf{S}_1\|^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{S}_2\|^2 +$$

$$\frac{1}{2} \|\sigma^*\|^2 + \frac{l}{2} \|\mathbf{S}_2\|^2 + \frac{l}{2} \|\tilde{\boldsymbol{x}}_2\|^2 - c_2 \|\mathbf{S}_2\|^2 -$$

$$\frac{\|\mathbf{y}_2\|^2}{\tau_2} + \frac{\|\mathbf{y}_2\|^2 \|\mathbf{B}_2\|^2}{2} + \frac{1}{2} - d_1 \|\tilde{\boldsymbol{x}}_1\|^2 -$$

$$\beta \|\tilde{\boldsymbol{x}}_2\|^2 + \frac{1}{2} \|\tilde{\boldsymbol{x}}_2\|^2 + \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\varphi}_d\|^2 -$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{2} (\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i\|^2 - \|\boldsymbol{\theta}_i^*\|^2). \quad (37)$$

整理式 (37), 得到

$$\dot{V} = \left(\frac{3}{2} - c_1 \right) \|\mathbf{S}_1\|^2 + \left(1 + \frac{l}{2} - c_2 \right) \|\mathbf{S}_2\|^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{\|\mathbf{B}_2\|^2}{2} - \frac{1}{\tau_2} \right) \|\mathbf{y}_2\|^2 - d_1 \|\tilde{\boldsymbol{x}}_1\|^2 + \left(1 + \frac{l}{2} - \beta \right) \|\tilde{\boldsymbol{x}}_2\|^2 -$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{2 \lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})} (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \Gamma_i^{-1} \boldsymbol{\theta}_i) +$$

$$\frac{1}{2} \|\sigma^*\|^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\varphi}_d\|^2 + \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{2} \|\boldsymbol{\theta}_i^*\|^2, \quad (38)$$

其中 $\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})$ 表示 Γ_i^{-1} 的最大值. 由于 $\beta = f_m + l M_m - C_M(\omega_1 + \omega_2)$, 要使下式成立:

$$\left(1 + \frac{l}{2} - \beta \right) \|\tilde{\boldsymbol{x}}_2\|^2 \leq -r M_M \|\tilde{\boldsymbol{x}}_2\|^2 \leq -r \tilde{\boldsymbol{x}}_2^T \mathbf{M}(\mathbf{x}_1) \tilde{\boldsymbol{x}}_2,$$

需选取 $l \geq \frac{1 + C_M(\omega_1 + \omega_2) + r M_M - f_m}{M_m - 0.5}$.

取 $d_1 \geq r$, $c_1 \geq 3/2 + r$, $c_2 \geq 1 + l/2 + r$, $1/\tau_2 \geq 1/2 + M_2^2/2 + r$, $\eta_i \geq 2r \lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})$, 则

$$\dot{V} \leq -2rV + Q + \left(\frac{\|\mathbf{B}_2\|^2}{M_2^2} - 1 \right) \frac{M_2^2 \|\mathbf{y}_2\|^2}{2}, \quad (39)$$

其中 $Q = \frac{1}{2} \|\sigma^*\|^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\varphi}_d\|^2 + \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{2} \|\boldsymbol{\theta}_i^*\|^2$.

通过选取 r 使得 $r \geq Q/(2p)$ 成立. 由于 Q 与 η_i 有关, η_i 又与 r 有关, r 存在性可通过减小 $\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})$ 来

保证.

因为 $V \leq p$ 时, $\|B_2\| \leq M_2$ 成立, 所示当 $V = p$ 时, $\dot{V} \leq -2rp + Q \leq 0$. 因此, $V \leq p$ 是一个不变集, 即如果 $V(0) \leq p$ 成立, 则 $t > 0$ 时均满足 $V(t) \leq p$. 因为 $V(0) \leq p$ 恒成立, 所以

$$\dot{V} \leq -2rV + Q. \quad (40)$$

解不等式 (40), 得

$$V \leq \frac{Q}{2r} + \left(V(0) - \frac{Q}{2r}\right)e^{-2rt}, \quad (41)$$

因此, 闭环系统所有信号半全局有界, 且

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq \frac{Q}{2r}. \quad (42)$$

式 (42) 表明, 通过调节参数 $l, D_1, D_2, c_1, c_2, \tau_2, \eta_i, \Gamma_i^{-1}$, 可实现跟踪误差和状态估计误差任意小. \square

4 仿真结果

以平面二连杆机械臂动力学模型 (1) 为仿真对象, 忽略重力和摩擦的影响. 动力学模型中

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, \quad C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix},$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

且有

$$M_{11} = l_2^2 m_2 + l_1^2 (m_1 + m_2) + 2l_1 l_2 m_2 \cos q_2,$$

$$M_{12} = M_{21} = l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 \cos q_2,$$

$$M_{22} = l_2^2 m_2, \quad C_{11} = -l_1 l_2 m_2 \dot{q}_2 \sin q_2,$$

$$C_{12} = -l_1 l_2 m_2 \dot{q}_1 \sin q_2 - l_1 l_2 m_2 \dot{q}_2 \sin q_2,$$

$$C_{21} = l_1 l_2 m_2 \dot{q}_1 \sin q_2, \quad C_{22} = 0.$$

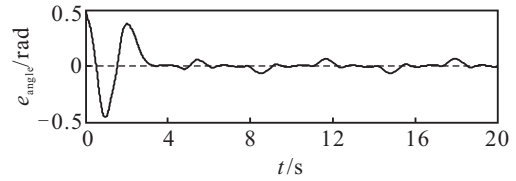
其中: m_1 和 m_2 为两臂质量, l_1 和 l_2 为两臂长度.

在仿真中, 设定两个关节的理想角度轨迹为 $x_{1d} = [\sin t \quad \cos t]^T$. 系统参数选取如下: $m_1 = 1.8 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 2 \text{ kg}$ 、 $l_1 = 1 \text{ m}$ 、 $l_2 = 1 \text{ m}$, 饱和上下限设定为 $\varphi_{\max} = 8$ 、 $\varphi_{\min} = -8$, 外界干扰设定为 $\varphi_d = [2 \sin t \quad 2 \cos t]^T$, 系统初始状态设定为 $q_1(0) = q_2(0) = 0.5$ 、 $\dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0$. 神经网络补偿器输入为 $x_{NN} = [x_1, \hat{x}_2, S_2, u_f]^T$, 其中用于获得 u_f 的 Butterworth 低通滤波器取为

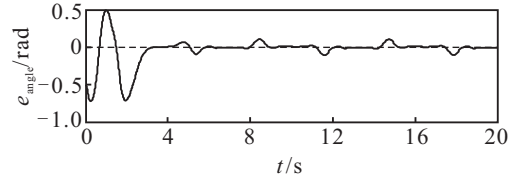
$$G(s) = \frac{8000000}{s^3 + 400s^2 + 80000s + 8000000}.$$

RBF 神经网络中间层选取 9 个神经元, 高斯基函数中心向量的每个分量分布在区间 $[-18 \quad 18]$, 宽度取 4, 权值均初始化为 0. 控制参数选取如下: $l = 5$, $D_1 = 4I$, $D_2 = I$, $c_1 = 4$, $c_2 = 5$, $\tau_2 = 0.01$; Γ_1 和 Γ_2 为 9×9 的对角阵, $\Gamma_1(i, i) = 200$, $\Gamma_2(i, i) = 450$, $i = 1, 2, \dots, 9$; $\eta_1 = \eta_2 = 0.001$.

带有 RBF 神经网络补偿的闭环系统仿真结果如图 2~图 5 所示. 图 2 反映了两臂的角度跟踪误差. 从图 2 可见, 角度跟踪误差小, 稳态性能良好. 图 3(a) 和

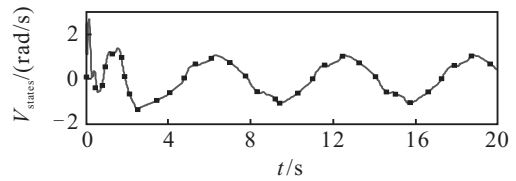


(a) 关节1角度跟踪误差

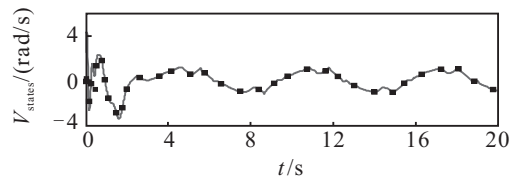


(b) 关节2角度跟踪误差

图 2 角度跟踪误差

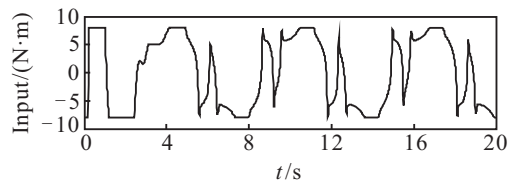


(a) 关节1角速度状态估计

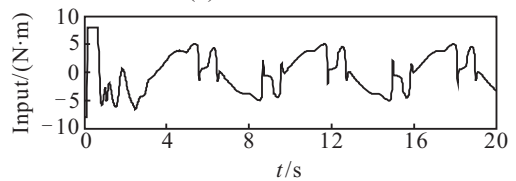


(b) 关节2角速度状态估计

图 3 角速度状态估计效果

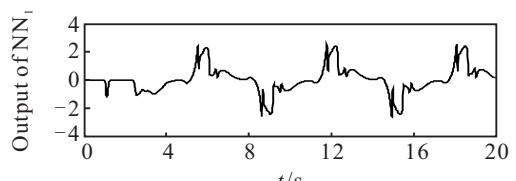


(a) 关节1控制输入

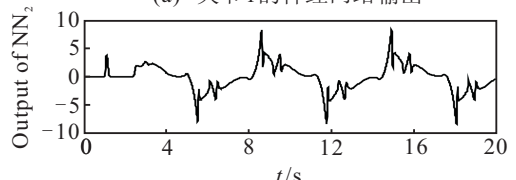


(b) 关节2控制输入

图 4 执行器输出



(a) 关节1的神经网络输出



(b) 关节2的神经网络输出

图 5 神经网络输出

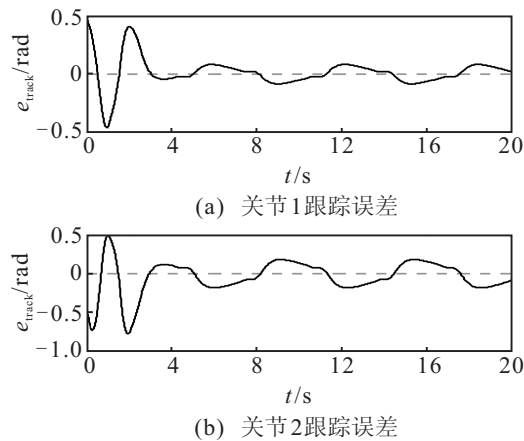


图6 角度跟踪误差(未补偿)

图3(b)分别反映了两个关节角速度状态 \dot{q}_1 、 \dot{q}_2 的估计效果,图中实际状态用点线表示,估计状态用实线表示,可见,采用观测器可准确地估计出角速度信号.图4反映了两执行器的输出力矩,可以看出力矩被限制在 ± 8 之间.图5反映了神经网络补偿器的输出,可以看出补偿动态效果.为了突出神经网络补偿器克服饱和和非线性特性的效果,采用同样的控制参数,不采用神经网络进行补偿,得到两臂的角度跟踪误差如图6所示.对比图2和图6可见,经过神经网络补偿后,角度跟踪误差显著减小,跟踪性能得以改善,显然,神经网络自适应补偿器具有很好的补偿效果.

5 结论

本文针对带执行器饱和的多关节刚性机械臂系统,设计了基于神经网络补偿的输出反馈动态面控制,得到如下结论:

- 1) 动态面控制方法能简化设计过程,避免“微分爆炸”现象,保证闭环系统半全局稳定;
- 2) 所应用的观测器能够准确估计未知的角速度信号,减少测量要求,便于实际工程应用;
- 3) RBF神经网络补偿器能够克服饱和和非线性特性,有效减小跟踪误差,改善稳态性能;
- 4) 性能的改善是有代价的,代价便是抗饱和补偿器增加了控制器设计的复杂性以及计算量,为此,工程应用中应根据实际情况综合考虑性能要求与复杂性要求.

参考文献(References)

[1] Yoo B K, Ham W C. Adaptive control of robot manipulator using fuzzy compensator[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2000, 8(2): 1050-1060.

[2] Barambones O, Etxebarria V. Robust neural control for robotic manipulators[J]. Automatica, 2002, 38(2): 235-242.

[3] Zhao D, Li S, Gao F. A new terminal sliding mode control for robotic manipulators[J]. Int J of Control, 2009, 82(10): 1804-1813.

[4] Hu Q, Xu L, Zhang A. Adaptive backstepping trajectory tracking control of robot manipulator[J]. J of the Franklin Institute, 2012, 349(2): 1087-1105.

[5] Purwara S, Kara I N, Jhaa A N. Neural adaptive control of robot manipulators using fuzzy logic systems under actuator constraints[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 152(3): 651-664.

[6] Gao W, Selmic R R. Neural network control of a class of nonlinear systems with actuator saturation[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2006, 17(1): 147-156.

[7] Zhang F, Dawson D M, Queiroz M S, et al. Global adaptive output feedback tracking control of robot manipulators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(6): 1203-1208.

[8] Purwar S, Kar I N, Jha A N. Adaptive output feedback tracking control of robot manipulators using position measurements only[J]. Expert Systems with Applications, 2008, 34(4): 2789-2798.

[9] Swaroop D, Hedrick J K, Yip P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(10): 1893-1899.

[10] Yoo S J, Park J B, Choi Y H. Output feedback dynamic surface control of flexible-joint robots[J]. Int J of Control, Automation, and Systems, 2008, 6(2): 223-233.

[11] Park J, Sandberg I W. Universal approximation using radial-basis-function networks[J]. Neural Computation, 1991, 3(2): 246-257.

[12] Jankovic M. Observer based control for elastic joint robots[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2005, 11(4): 618-623.

[13] Kim E, Park C. Fuzzy disturbance observer approach to robust tracking control of nonlinear sampled systems with the guaranteed suboptimal H_∞ performance[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2004, 34(3): 1574-1581.

[14] Yoo S J, Park J B, Choi Y H. Adaptive output feedback control of flexible-joint robots using neural networks: dynamic surface design approach[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2008, 19(10): 1712-1726.

[15] 刘金琨. RBF神经网络自适应控制Matlab仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2014: 57-60.
(Liu J K, RBF neural network adaptive control and Matlab simulation[M]. Beijing: Tsinghua Press, 2014: 57-60.)