

基于分段线性化 Hammerstein 模型的自校正控制器设计

张 弼^a, 毛志忠^{a,b}

(东北大学 a. 信息科学与工程学院, b. 流程工业综合自动化国家重点实验室, 沈阳 110004)

摘要: 许多实际系统可以表示为不连续非线性块状结构模型, 其不连续非线性部分常采用符号函数参数化, 该处理方法适用于递推参数辨识, 但自适应控制器的设计较为困难. 鉴于此, 针对一类含有不连续非线性环节的 Hammerstein 模型, 采用一系列线性分段函数参数化不连续非线性环节, 提出自校正控制方法. 根据线性分段函数的逆函数特性, 求解自适应控制律. 理论分析证明了闭环系统的稳定性, 仿真结果验证了所提出方法的有效性.

关键词: 非线性块状结构模型; 不连续非线性; 自校正控制; 稳定性分析

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Design of a self tuning controller based on a piecewise-linear Hammerstein model

ZHANG Bi^a, MAO Zhi-zhong^{a,b}

(a. College of Information Science and Technology, b. State Key Lab of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: ZHANG Bi, E-mail: zhangbi_neu@126.com)

Abstract: Many actual systems can be represented as discontinuous nonlinear block oriented models. Switch functions are often applied to describe discontinuous parts. However, this formulation seems only suitable for recursive parameter estimation but not appropriate for adaptive controller design. Therefore, a self tuning control scheme is proposed for a class of Hammerstein model with discontinuous nonlinearity, which is parameterized by a number of piecewise-linear functions. The adaptive control law is derived from the inversion of the piecewise-linear function. Theoretical analysis proves the stability of the closed-loop system. The simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: nonlinear block oriented model; discontinuous nonlinearity; self tuning control; stability analysis

0 引 言

线性动态系统的自适应控制和参数辨识方法日趋成熟^[1-2]. 近年来, 非线性块状结构模型已受到广泛关注, 包括 Hammerstein (简称 H) 模型^[3]、Wiener(W) 模型^[4]和 Hammerstein-Wiener(H-W) 模型^[5]. 现阶段, 学者多假定非线性环节由多项式函数描述^[6-9], 但是实际系统中, 经常存在不连续的非线性, 如死区非线性、继电非线性等. 这类不连续的非线性很难用多项式描述来近似, 很多学者针对具有不连续非线性的块状结构模型, 提出参数辨识和控制器设计方法. 不连续 H 模型参数辨识研究相对成熟. 文献 [10-13] 讨论了死区非线性. 文献 [14] 讨论了一类比死区环节非线性程度更强的由 6 个未知量参数化的不连续非线性, 其非线性程度比死区要强, 研究难度相对更大.

目前, 针对不连续 H 模型控制器设计的研究相对较少, 难点在于如何参数化非线性环节才能确保控制律的可实现性. 大部分工作在参数化非线性环节用到了符号函数^[10-14], 这种方法适用于参数辨识, 但给控制器设计带来了困难. 参数辨识与控制器设计的根本出发点是不同的, 对于参数向量或信息向量中的符号函数, 前者根据已知输入值估计输出值, 解必然存在; 后者根据期望输出值求取符号函数的逆函数, 解不一定存在.

为了解决上述难题, 文献 [15] 采用一系列线性分段函数拟合不连续非线性函数^[16], 提出了基于极点配置的控制器的设计方法. 首先离线辨识模型参数, 然后基于辨识模型, 设计死区逆补偿环节和线性极点配置控制器. 采用上述控制策略, 闭环系统不具有自适

收稿日期: 2014-01-19; 修回日期: 2014-07-01.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61333006).

作者简介: 张弼(1989—), 男, 博士生, 从事非线性系统建模与控制的研究; 毛志忠(1961—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业系统建模、优化与控制等研究.

应能力,自适应控制技术能够有效地处理参数不确定动态系统的控制问题^[17].文献[18-21]针对含有不连续非线性环节的H模型,采用特定的非线性环节参数化方法,提出了自适应控制器设计方法.稳定性结果表明,闭环系统跟踪误差上界与参数辨识结果和噪声方差同时有关.这种控制器设计方法以牺牲闭环系统的跟踪精度换取闭环系统的自适应能力,即使在不考虑噪声的情况下,跟踪误差仍然不能保证为零,且模型参数化方法仅适用于特定的非线性,如在文献[19-21]中,作者假定不连续非线性环节关于原点严格对称.

鉴于上述研究所存在的不足,本文针对含有不连续非线性环节的H模型,提出自校正控制器设计方法.线性部分由ARX模型描述,不连续非线性部分由一系列线性分段函数拟合^[16].采用递推最小二乘辨识算法进行参数估计,根据确定性等价原则设计一步超前控制律,并给出参数辨识收敛性和闭环系统稳定性结果.理论分析表明采用所提出的方法,闭环系统跟踪误差上界仅与噪声方差有关.仿真结果表明了所提出方法的有效性.

1 模型描述

不连续非线性函数 $v(t) = f(u(t))$ 如图1所示, Hammerstein 非线性块状模型如图2所示. H模型由两部分组成,其中 $f(\cdot)$ 是静态非线性的模块, $G(z^{-1})$ 是动态线性的模块.整个系统中,只有输出信号 $y(t)$ 和输入信号 $u(t)$ 是可测的,系统的中间信号 $v(t)$ 和外加噪声 $\xi(t)$ 都是不可测的.

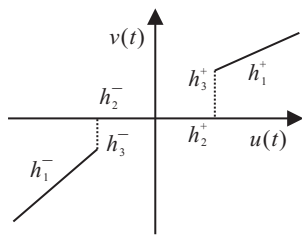


图1 不连续非线性函数 $v(t) = f(u(t))$

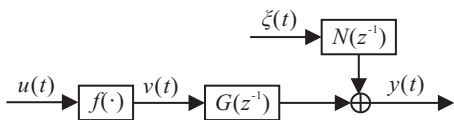


图2 Hammerstein 非线性块状模型

假定线性模块为离散时不变单输入单输出系统

$$y(t) = G(z^{-1})v(t) + N(z^{-1})\xi(t), \quad (1)$$

$$G(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_mz^{-m}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}}, \quad (2)$$

$$N(z^{-1}) = \frac{1}{A(z^{-1})} = \frac{1}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}}, \quad (3)$$

其中 $z^{-1}y(t) = y(t-1)$.

与文献[14]类似,本文讨论如图1所示的一类不连续非线性环节.这里不再采用6个待辨识量 $h_1^+, h_1^-, h_2^+, h_2^-, h_3^+, h_3^-$ 参数化不连续非线性函数,而是采用如下一系列线性分段函数对该类不连续非线性环节进行拟合^[16]:

$$v(t) = f(u(t)) = \mathbf{l}(u(t), \mathbf{u})^T \mathbf{f} = \begin{bmatrix} l_1(u(t), \mathbf{u}) \\ l_2(u(t), \mathbf{u}) \\ \vdots \\ l_p(u(t), \mathbf{u}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_p \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中: $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_p]^T$ 为不连续非线性函数 $f(u(t))$ 的参数; 辅助向量 $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_p]^T$ 为一系列与输入信号 $u(t)$ 有关的节点,据先验信息适当选定; $\mathbf{l}(u(t), \mathbf{u}) = [l_1(u(t), \mathbf{u}), l_2(u(t), \mathbf{u}), \dots, l_p(u(t), \mathbf{u})]^T$ 为一系列函数表达式,各元素定义为

$$l_1(u(t), \mathbf{u}) = \begin{cases} \frac{u_2 - u(t)}{u_2 - u_1}, & u_1 \leq u(t) < u_2; \\ 0, & u_2 \leq u(t) < u_p. \end{cases}$$

$$l_j(u(t), \mathbf{u}) = \begin{cases} 0, & u_1 \leq u(t) < u_{j-1}; \\ \frac{u(t) - u_{j-1}}{u_j - u_{j-1}}, & u_{j-1} \leq u(t) < u_j; \\ \frac{u_{j+1} - u(t)}{u_{j+1} - u_j}, & u_j \leq u(t) < u_{j+1}; \\ 0, & u_{j+1} \leq u(t) < u_p; \end{cases} \quad j = 2, 3, \dots, p-1.$$

$$l_p(u(t), \mathbf{u}) = \begin{cases} 0, & u_1 \leq u(t) < u_{p-1}; \\ \frac{u(t) - u_{p-1}}{u_p - u_{p-1}}, & u_{p-1} \leq u(t) < u_p. \end{cases} \quad (5)$$

选择式(4)和(5)参数化不连续非线性环节,确保参数向量或信息向量中不出现符号函数 $\text{sgn}(\cdot)$ ^[10-14],从而可以避免其逆函数无解的可能性^[20-21].本文的线性分段函数参数化方法适于在线求解关于 $v(t)$ 和 $u(t)$ 的逆函数 $u(t) = f^{-1}(v(t))$,以得到控制律 $u(t)$.下面详细说明求解线性分段逆函数的思想.线性分段函数(4)的逆函数^[16]为

$$u(t) = f^{-1}(v(t)) = \mathbf{l}(v(t), \mathbf{f})^T \mathbf{u} = \begin{bmatrix} l_1(v(t), \mathbf{f}) \\ l_2(v(t), \mathbf{f}) \\ \vdots \\ l_p(v(t), \mathbf{f}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix}. \quad (6)$$

其中: $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_p]^T$; $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_p]^T$;
 $\mathbf{l}(v(t), \mathbf{f}) = [l_1(v(t), \mathbf{f}), l_2(v(t), \mathbf{f}), \dots, l_p(v(t), \mathbf{f})]^T$,
 其各元素定义为

$$l_1(v(t), \mathbf{f}) = \begin{cases} \frac{f_2 - v(t)}{f_2 - f_1}, & f_1 \leq v(t) < f_2; \\ 0, & f_2 \leq v(t) < f_p. \end{cases}$$

$$l_j(v(t), \mathbf{f}) = \begin{cases} 0, & f_1 \leq v(t) < f_{j-1}; \\ \frac{v(t) - f_{j-1}}{f_j - f_{j-1}}, & f_{j-1} \leq v(t) < f_j; \\ \frac{f_{j+1} - v(t)}{f_{j+1} - f_j}, & f_j \leq v(t) < f_{j+1}; \\ 0, & f_{j+1} \leq v(t) < f_p; \end{cases} \quad j = 2, 3, \dots, p-1.$$

$$l_p(v(t), \mathbf{f}) = \begin{cases} 0, & f_1 \leq v(t) < f_{p-1}; \\ \frac{v(t) - f_{p-1}}{f_p - f_{p-1}}, & f_{p-1} \leq v(t) < f_p. \end{cases} \quad (7)$$

控制目标是在任意时刻 t , 对式 (1)~(4) 描述的 \mathbf{H} 模型, 基于观测值设计反馈控制器, 以确保如下跟踪误差准则函数是极小化的:

$$J[u(t)] = E\{[y(t+1) - y^*(t+1)]^2 | F_t\}. \quad (8)$$

在给出主要结果前, 首先对 \mathbf{H} 系统作如下假设.

假设 1 外加干扰 $\{\xi(t)\}$ 为适应于 $\{F_{t-1}\}$ 的独立同分布高斯白噪声, 有

$$E[\xi(t) | F_{t-1}] = 0, \text{ a.s.}; \quad (9)$$

$$E[\xi^2(t) | F_{t-1}] = \sigma^2(t) \leq \bar{\sigma}^2 < \infty, \text{ a.s.}; \quad (10)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \xi^2(t) < \infty, \text{ a.s.} \quad (11)$$

其中: $\{F_{t-1}\}$ 为 $t-1$ 时刻及其以前的观测值生成的 σ -代数, F_0 包含所有的初始状态信息.

假设 2 $B(z^{-1})$ 是最小相位的.

假设 3 阶次 n 和 m 上界已知.

假设 4 控制信号 $\{u(t)\}$ 适应于 $\{F_t\}$.

假设 5 为了获得唯一的参数估计值, 需要假定模型的一部分增益已知, 固定增益方法并不唯一.

假设 6 $\{y^*(t)\}$ 表示一系列参考输入信号, 是一个确定性的有界序列或者一个随机性的 F_{t-1} 可观测有界序列, 并且与噪声序列 $\{\xi(t)\}$ 相互独立.

注 1 对于上述假设进行如下说明: 假设 1 是噪声的常见形式; 假设 2 确保控制器的稳定性; 假设 3 表明线性系统的结构已知, 即本文工作是估计系统的参数, 而不需要估计系统的结构; 假设 4 和假设 6 确保自适应反馈律的有效性; 假设 5 的提出是因为对于常数 α , 任何辨识方法都无法区分 $(f(\cdot), G(z^{-1}))$ 和 $(\alpha f(\cdot),$

$G(z^{-1})/\alpha)^{[10]}$. 因此, 为了得到唯一的参数估计值, 模型一部分增益需要固定. 现有文献主要采用如下 3 种处理方法: 1) 假定线性部分增益为固定值^[15-16], 如 $\sum_{i=1}^m b_i = 1 + \sum_{i=1}^n a_i$; 2) 假定非线性部分的首项为固定值^[6-9], 如 $f_1 = -1$; 3) 假定线性部分的首项为固定值^[12], 如 $b_1 = 1$. 可以任选一种上述假定方法, 它们都不失一般性.

2 主要结果

给出文中数学符号的含义: I 为单位阵, \mathbf{T} 为矩阵的转置, $|X| = \det[X]$ 为矩阵 X 的行列式, 范数 $\|X\|^2 = \text{tr}[XX^T]$, $\lambda_{\max}[X]$ 和 $\lambda_{\min}[X]$ 为矩阵 X 最大和最小特征值.

根据式 (1)~(5), 可得

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = b_1 f(u(t-1)) + b_2 f(u(t-2)) + \dots + b_m f(u(t-m)) + \xi(t) =$$

$$[b_1 f_1, b_1 f_2, \dots, b_1 f_p] \begin{bmatrix} l_1(u(t-1), \mathbf{u}) \\ l_2(u(t-1), \mathbf{u}) \\ \vdots \\ l_p(u(t-1), \mathbf{u}) \end{bmatrix} +$$

$$[b_2 f_1, b_2 f_2, \dots, b_2 f_p] \begin{bmatrix} l_1(u(t-2), \mathbf{u}) \\ l_2(u(t-2), \mathbf{u}) \\ \vdots \\ l_p(u(t-2), \mathbf{u}) \end{bmatrix} + \dots +$$

$$[b_m f_1, b_m f_2, \dots, b_m f_p] \begin{bmatrix} l_1(u(t-m), \mathbf{u}) \\ l_2(u(t-m), \mathbf{u}) \\ \vdots \\ l_p(u(t-m), \mathbf{u}) \end{bmatrix} + \xi(t). \quad (12)$$

引入参数向量和信息向量分别为

$$\theta = [-a_1, -a_2, \dots, -a_n, b_1 f_1, \dots, b_m f_p]^T, \quad (13)$$

$$\varphi(t) = [y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-n),$$

$$l_1(u(t-1), \mathbf{u}), \dots, l_p(u(t-m), \mathbf{u})]^T. \quad (14)$$

将式 (12) 改写为线性回归形式

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta + \xi(t). \quad (15)$$

注 2 系统 (15) 虽然是线性回归形式, 但与常规的线性系统不同: 一方面, 参数向量中含有 $[b_1 f_1, b_1 f_2, \dots, b_m f_p]$ 乘积项; 另一方面, 信息向量中含有分段函数 $[l_1(u(t-1), \mathbf{u}), l_2(u(t-2), \mathbf{u}), \dots, l_p(u(t-m), \mathbf{u})]^T$.

引入参数估计值 $\hat{\theta}(t)$, $\hat{y}(t+1) = \varphi^T(t+1)\hat{\theta}(t)$ 便为输出估计值. 当参数辨识有效时, 根据确定性等价原则^[1], 极小化式 (8), 可得一步超前控制律

$$y^*(t+1) = \varphi^T(t+1)\hat{\theta}(t). \quad (16)$$

采用最小二乘算法在线递推更新参数估计值

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{P(t-1)\varphi(t)e(t)}{1 + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)}, \quad (17)$$

$$P(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t-1)}{1 + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)}, \quad (18)$$

$$e(t) = y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1), \quad (19)$$

$$\hat{\theta}(t) = [-\hat{a}_1(t), -\hat{a}_2(t), \dots, -\hat{a}_n(t), \hat{b}_1(t)\hat{f}_1(t), \hat{b}_2(t)\hat{f}_2(t), \dots, \hat{b}_m(t)\hat{f}_p(t)]^T, \quad (20)$$

$$\varphi(t) = [y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-n), l_1(u(t-1), \mathbf{u}), l_2(u(t-1), \mathbf{u}), \dots, l_p(u(t-m), \mathbf{u})]^T. \quad (21)$$

其中: $[\varphi(0), \hat{\theta}(0), P(0)]$ 为算法的初始条件, $P(0) = \rho I$, $0 < \rho < \infty$.

注 3 根据假设 5, 利用奇异值分解方法, 从 $\hat{\theta}(t)$ 中分离出 $[\hat{b}_1(t), \hat{b}_2(t), \dots, \hat{b}_m(t)]$ 和 $[\hat{f}_1(t), \hat{f}_2(t), \dots, \hat{f}_p(t)]$. 具体参见文献 [6-9, 12, 15-16].

注 4 文献 [6, 9] 认为, $f(u(t))$ 是多项式描述的非线性函数, 根据一步超前控制律 (16), 求解关于 $u(t)$ 的高阶方程, 得到控制信号. 本文讨论不连续的非线性 (4), 求解控制信号的方式与文献 [6, 9] 不同, 结合式 (6) 和 (16) 求取控制信号 $u(t)$.

控制信号 $u(t)$ 的求解步骤如下.

Step 1: 根据式 (16), 定义期望的中间信号为

$$\hat{v}(t) = \{y^*(t+1) + \hat{a}_1(t)y(t) + \hat{a}_2(t)y(t-1) + \dots + \hat{a}_n(t)y(t+1-n) - \hat{b}_2(t)\hat{f}_1(t)l_1(u(t-1), \mathbf{u}) - \hat{b}_2(t)\hat{f}_2(t)l_2(u(t-1), \mathbf{u}) - \dots - \hat{b}_m(t)\hat{f}_p(t)l_p(u(t-m+1), \mathbf{u})\}/\hat{b}_1(t).$$

Step 2: 定义 $\hat{\mathbf{f}} = [\hat{f}_1(t), \hat{f}_2(t), \dots, \hat{f}_p(t)]^T$, 根据式 (6), 求解当前期望的输入信号

$$u(t) = f^{-1}(\hat{v}(t)) = \begin{bmatrix} l_1(\hat{v}(t), \hat{\mathbf{f}}) \\ l_2(\hat{v}(t), \hat{\mathbf{f}}) \\ \vdots \\ l_p(\hat{v}(t), \hat{\mathbf{f}}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix}.$$

注 5 当参数估计值 $\hat{b}_1(t) = 0$ 时, 无法求解 $u(t)$, 因此估计值 $\hat{b}_1(t)$ 需要进行修正. 定义

$$r(t) = \text{tr}[P^{-1}(t)], \quad (22)$$

有

$$r(0) = \frac{n+mp}{\rho}. \quad (23)$$

在求解控制信号 $u(t)$ 时, 为了确保 $\hat{b}_1(t)$ 不为零, 利用 $\bar{b}_1(t)$ 代替 $\hat{b}_1(t)$, 有

$$\bar{b}_1(t) = \begin{cases} \hat{b}_1(t), & |\hat{b}_1(t)| \geq \frac{1}{(\lg r(t))^{1/2}}; \\ \hat{b}_1(t) + \frac{\text{sgn}(\hat{b}_1(t))}{(\lg r_{t-1})^{1/2}}, & |\hat{b}_1(t)| < \frac{1}{(\lg r(t))^{1/2}}. \end{cases} \quad (24)$$

其中

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0; \\ -1, & x < 0. \end{cases} \quad (25)$$

注意到, 如果当 $t \rightarrow \infty$ 时 $r(t) \rightarrow \infty$, 则 $\bar{b}_1(t)$ 会一致收敛到 $\hat{b}_1(t)$, 不会影响控制器设计.

下面讨论 $r(t)$ 的性质. 根据式 (22), 可得

$$r(t) \geq \frac{n+mp}{\rho} + \sum_{i=0}^T y^2(t-1) = \frac{n+mp}{\rho} + \sum_{i=0}^T (\theta^T \varphi(t-1))^2 + 2 \sum_{i=0}^T \theta^T \varphi(t-1) \xi(t-1) + \sum_{i=0}^T \xi^2(t-1). \quad (26)$$

根据文献 [2] 引理 2.8 可得, 存在 $c > 0$, 对于任意 $\delta > 0$, 有

$$r(t) \geq \frac{n+mp}{\rho} + \sum_{i=0}^T (\theta^T \varphi(t-1))^2 + c \left\{ \sum_{i=0}^T (\theta^T \varphi(t-1))^2 \right\}^{\frac{1}{2}+\delta} + \sum_{i=0}^T \xi^2(t-1). \quad (27)$$

由假设 1 可得, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $r(t) \rightarrow \infty$, 因此上述修改方法是合理的.

下面给出递推参数辨识收敛性和闭环系统稳定性的主要结果. 引入变量

$$\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta, \quad (28)$$

$$\tilde{y}(t) = \varphi^T(t)\tilde{\theta}(t-1), \quad (29)$$

$$V(t) = \tilde{\theta}^T(t)P^{-1}(t)\tilde{\theta}(t), \quad (30)$$

$$Q(t) = \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t). \quad (31)$$

引理 1 采用参数递推辨识算法 (17)~(21), 有

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varphi^T(i)P(i)\varphi(i)}{r(i)} < \infty, \text{ a.s.} \quad (32)$$

证明 由式 (22), 可得

$$r(t) = \lambda_1[P^{-1}(t)] + \lambda_2[P^{-1}(t)] + \dots + \lambda_{n+mp}[P^{-1}(t)] \leq (n+mp)\lambda_{\max}[P^{-1}(t)], \quad (33)$$

$$|P^{-1}(t)| = \lambda_1[P^{-1}(t)]\lambda_2[P^{-1}(t)] \dots \lambda_{n+mp}[P^{-1}(t)] \leq \lambda_{\max}^{n+mp}[P^{-1}(t)] \leq r^{n+mp}(t). \quad (34)$$

由式(18), 可得

$$P^{-1}(t-1) = P^{-1}(t) - \varphi(t)\varphi^T(t) = P^{-1}(t)[I - P(t)\varphi(t)\varphi^T(t)]. \quad (35)$$

对式(35)两边取行列式, 有

$$\varphi^T(t)P(t)\varphi(t) = \frac{|P^{-1}(t)| - |P^{-1}(t-1)|}{|P^{-1}(t)|}. \quad (36)$$

对式(36)两边除以 $r(t)$, 并从 $1 \sim \infty$ 积分, 可得

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\varphi^T(t)P(t)\varphi(t)}{r(t)} &= \sum_{t=1}^{\infty} \frac{|P^{-1}(t)| - |P^{-1}(t-1)|}{|P^{-1}(t)|r(t)} \leq \\ &\sum_{t=1}^{\infty} \int_{|P^{-1}(t-1)|}^{|P^{-1}(t)|} \frac{dx}{|P^{-1}(t)|^{1+\frac{1}{n+mp}}} \leq \\ &\sum_{t=1}^{\infty} \int_{|P^{-1}(t-1)|}^{|P^{-1}(t)|} \frac{dx}{x^{1+\frac{1}{n+mp}}} = \int_{|P^{-1}(0)|}^{|P^{-1}(\infty)|} \frac{dx}{x^{1+\frac{1}{n+mp}}} = \\ &-(n+mp)x^{-\frac{1}{n+mp}} \Big|_{|P^{-1}(0)|}^{|P^{-1}(\infty)|} = \\ &(n+mp) \left[\frac{1}{\{|P^{-1}(0)|\}^{\frac{1}{n+mp}}} - \frac{1}{\{|P^{-1}(\infty)|\}^{\frac{1}{n+mp}}} \right] < \infty, \end{aligned} \quad (37)$$

a.s..

引理1得证. \square

引理2 系统(1)~(5)满足假设1~假设6, 采用递推辨识算法(17)~(21), 有如下性质成立:

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{\tilde{\theta}^T(t)P^{-1}(t)\tilde{\theta}(t)}{r(t)} < \infty, \text{ a.s.}; \quad (38)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^T \frac{\tilde{y}^2(i)}{r(i)} < \infty, \text{ a.s.} \quad (39)$$

证明 由式(16)、(18)、(25)和(26), 可得

$$e(t) = y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1) = -\varphi^T(t)\tilde{\theta}(t-1) + \xi(t) = -\tilde{y}(t) + \xi(t). \quad (40)$$

引入增益

$$L(t) = \frac{P(t-1)\varphi(t)}{1 + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)} = \frac{P(t-1)\varphi(t)}{1 + Q(t)}. \quad (41)$$

联立式(18)和(41), 有

$$\begin{aligned} P(t) &= P(t-1) - L(t)\varphi^T(t)P(t-1) = \\ &[I - L(t)\varphi^T(t)]P(t-1) \Rightarrow \\ &[I - L(t)\varphi^T(t)] = P(t)P^{-1}(t-1) \Rightarrow \\ &P^{-1}(t) = [1 + Q(t)]P^{-1}(t-1). \end{aligned} \quad (42)$$

联立式(17)和(41), 有

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}(t) &= \tilde{\theta}(t-1) + L(t)e(t) = \\ &\tilde{\theta}(t-1) + L(t)[- \varphi^T(t)\tilde{\theta}(t-1) + \xi(t)] = \\ &[I - L(t)\varphi^T(t)]\tilde{\theta}(t-1) + L(t)\xi(t) = \\ &P(t)P^{-1}(t-1)\tilde{\theta}(t-1) + L(t)\xi(t). \end{aligned} \quad (43)$$

进而有

$$\begin{aligned} P^{-1}(t)\tilde{\theta}(t) &= \\ &P^{-1}(t-1)\tilde{\theta}(t-1) + P^{-1}(t)L(t)\xi(t). \end{aligned} \quad (44)$$

根据式(43)和(44), 可得

$$\begin{aligned} V(t) - V(t-1) &= \\ &\tilde{\theta}^T(t)P^{-1}(t)\tilde{\theta}(t) - \tilde{\theta}^T(t-1)P^{-1}(t-1)\tilde{\theta}(t-1) = \\ &[\tilde{\theta}(t-1) + L(t)e(t)]^T [P^{-1}(t-1)\tilde{\theta}(t-1) + \\ &P^{-1}(t)L(t)\xi(t)] - \tilde{\theta}^T(t-1)P^{-1}(t-1)\tilde{\theta}(t-1) = \\ &-\frac{1}{1+Q(t)}\tilde{y}^2(t) + \frac{Q(t)}{1+Q(t)}\xi^2(t) + \frac{2\tilde{y}(t)\xi(t)}{1+Q(t)}, \end{aligned} \quad (45)$$

其中 $\tilde{y}(t)$ 和 $Q(t)$ 都是 F_{t-1} 可测的, 且均与 $\xi(t)$ 不相关. 对式(45)两边在条件 F_{t-1} 下取期望, 根据假设1可得

$$\begin{aligned} E[V(t)|F_{t-1}] &\leq \\ &V(t-1) - \frac{1}{1+Q(t)}\tilde{y}^2(t) + \frac{Q(t)}{1+Q(t)}\sigma^2. \end{aligned} \quad (46)$$

可见, $\left[\frac{1}{1+Q(t)}\right]$ 非负, 根据式(18), 可得

$$1 - \varphi^T(t)P(t)\varphi(t) = \frac{1}{1 + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)} = \frac{1}{1 + Q(t)}. \quad (47)$$

根据式(47), 可得

$$\frac{Q(t)}{1 + Q(t)} = 1 - \frac{1}{1 + Q(t)} = \varphi^T(t)P(t)\varphi(t). \quad (48)$$

引入

$$W(t) = \frac{V(t)}{r(t)}, \quad (49)$$

根据式(22)得到 $r(t)$ 是非递减的, 因此有

$$\begin{aligned} E[W(t)|F_{t-1}] &\leq \\ &\frac{V(t-1)}{r(t)} - \frac{1 - \varphi^T(t)P(t)\varphi(t)}{r(t)}\tilde{y}^2(t) + \\ &\frac{\varphi^T(t)P(t)\varphi(t)}{r(t)}\sigma^2 \leq \\ &W(t) - \frac{1 - \varphi^T(t)P(t)\varphi(t)}{r(t)}\tilde{y}^2(t) + \\ &\frac{\varphi^T(t)P(t)\varphi(t)}{r(t)}\sigma^2. \end{aligned} \quad (50)$$

根据引理1可得, 式(50)右边最后1项从 $t=1$ 到 $t=\infty$ 积分是有界的.

根据上述分析, 对式(50)使用鞅收敛定理^[1], 可得 $W(t)$ 以概率1趋近于某一个有界随机数, 即

$$\begin{aligned} W(t) &= V(t)/r(t) = \\ &\frac{\tilde{\theta}^T(t)P^{-1}(t)\tilde{\theta}(t)}{r(t)} \rightarrow W(0) < \infty, \text{ a.s.} \end{aligned} \quad (51)$$

由式(31)、(35)和(48)可知

$$1 - \varphi^T(t)P(t)\varphi(t) = \frac{1}{1 + Q(t)}$$

是正数且有界. 因此, 对式(50)使用鞅收敛定理还可以得到

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^t \frac{\tilde{y}^2(i)}{r(i)} < \infty, \text{ a.s.} \quad (52)$$

引理2得证. \square

注6 由上述分析可以得到参数收敛性结论(38). 但若想要得到更加严格的参数收敛性结论

$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^N \|\tilde{\theta}(t)\|^2 < \infty$, a.s., 则需要对关于 $P(t)$ 的

条件数附加更强的假定, 如假定 $\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{\lambda_{\max} P(t)}{\lambda_{\min} P(t)} < \infty$, a.s. 成立, 但这样的假设过于严格. 文献[22]对一般的最小二乘算法进行改进, 提出了一种条件数监控方法替代标准的 $P(t)$ 以更新式(18), 不再需要假定条件数有界, 即

$$P'(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t-1)}{1 + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)}, \quad (53)$$

$$\bar{r}(t) = \bar{r}(t-1)(1 + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)). \quad (54)$$

如果 $\bar{r}(t)\lambda_{\max}[P'(t)] \leq K(0 < K < \infty)$, 则有

$$P(t) = P'(t), \quad (55)$$

否则有

$$P(t) = \frac{KP'(t)}{\bar{r}(t)\lambda_{\max}[P'(t)]}, \quad (56)$$

其中 K 为选定的阈值, 以保证关于 $P(t)$ 的条件数始终有界. 当使用式(53)~(56)替代标准的 $P(t)$ 更新式(18)时, 不需要严格的有界条件数假定即可得到参数收敛性结论. 改进算法证明过程与本文引理2相似, 限于篇幅, 不再赘述^[22].

定理1 系统(1)~(5)满足假设1~假设6. 对于闭环系统(15), 采用自校正控制算法(16)~(21)或者(16)、(17)、(19)~(21)、(53)~(56), 得到如下性质成立:

1) 系统输出跟踪误差收敛

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t [y(i) - y^*(i) - \xi(i)]^2 = 0, \text{ a.s.} \quad (57)$$

2) 系统中所有信号均有界

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t [u^2(i) + v^2(i) + y^2(i)] < \infty, \text{ a.s.} \quad (58)$$

证明 通过式(26)和(27)可以证明, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $r(t) \rightarrow \infty$, 因此对式(52)使用 Kronecker 引理^[1], 可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t}{r(t)} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \tilde{y}^2(i) = 0, \text{ a.s.} \quad (59)$$

由假设2可知, H 系统的线性部分是稳定的, 因此对闭环系统(15)使用文献[1]的引理B3.3, 可以推断

$$\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t v^2(i) \leq \frac{d_1}{t} \sum_{i=1}^t y^2(i) + d_2, \text{ a.s.}, \quad (60)$$

其中 d_i 为有界正数.

由式(15)、(16)、(22)、(28)、(29)、假设1和假设6可得

$$\frac{r(t)}{t} \leq \frac{d_3}{t} \sum_{i=1}^t y^2(i) + d_4 =$$

$$\frac{d_3}{t} \sum_{i=1}^t [y^*(i) - \tilde{y}(i) + \xi(i)]^2 + d_4 \leq$$

$$\frac{d_5}{t} \sum_{i=1}^t \tilde{y}^2(i) + d_6, \text{ a.s.} \quad (61)$$

根据式(59)和(61), 可得

$$0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \tilde{y}^2(i)}{\frac{r(t)}{t}} \geq \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \tilde{y}^2(i)}{\frac{d_5}{t} \sum_{i=1}^t \tilde{y}^2(i) + d_6} \geq 0, \quad (62)$$

a.s..

所以有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \tilde{y}^2(i) =$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t [y(i) - y^*(i) - \xi(i)]^2 = 0, \text{ a.s.} \quad (63)$$

由于

$$E\{[y(i) - y^*(i) - \xi(i)]^2 | F_{t-1}\} =$$

$$E\{(y(i) - y^*(i))^2 + 2y^*(i)v(t) -$$

$$2y(t)v(t) + v^2(t) | F_{t-1}\} =$$

$$E\{(y(i) - y^*(i))^2 | F_{t-1}\} + 0 - 2\sigma^2(t) + \sigma^2(t) =$$

$$E\{(y(i) - y^*(i))^2 | F_{t-1}\} - \sigma^2(t), \text{ a.s.} \quad (64)$$

根据式(63)和(64), 可得

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t E\{[y(i) - y^*(i)]^2 | F_{t-1}\} =$$

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \sigma^2(i) \leq \bar{\sigma}^2, \text{ a.s.} \quad (65)$$

根据式(65)和假设6可得, 在任意采样时刻, 信号 $y(t)$ 都是有界的, 即

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t y^2(i) < \infty, \text{ a.s.} \quad (66)$$

再次使用文献[1]的引理B3.3, 可得系统的所有信号都是有界的, 即

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t v^2(i) < \infty, \text{ a.s.}, \quad (67)$$

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t u^2(i) < \infty, \text{ a.s.} \quad (68)$$

定理1得证. \square

3 仿真实验

为了验证所提出方法的有效性, 进行仿真实验. 实验中, H 非线性模块的线性环节由如下 ARX 模型描述:

$$y(t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}v(t) + \frac{1}{A(z^{-1})}\xi(t).$$

其中

$$A(z^{-1}) = 1 - 1.41z^{-1} + 0.47z^{-2},$$

$$B(z^{-1}) = 1.15z^{-1} - 0.18z^{-2}.$$

3.1 第1组对比实验

假定不连续非线性环节如图1所示,有

$$v(t) = \begin{cases} 1.1(u(t) - 0.1) + 0.21, & u(t) \geq 0.1; \\ 0, & -0.2 \leq u(t) < 0.1; \\ 0.8(u(t) + 0.2) - 0.36, & u(t) < -0.2. \end{cases}$$

第1组对比实验比较不同辅助向量对控制性能的影响.

实验1 辅助向量 $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_p]^T$ 选取为 $\mathbf{u} = [-1, -0.6, -0.205, -0.195, 0.095, 0.105, 0.5, 1]^T$.

实验2 辅助向量 $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_p]^T$ 选取为 $\mathbf{u} = [-1, -0.8, -0.6, -0.4, -0.205, -0.195, 0, 0.095, 0.105, 0.3, 0.5, 0.7, 1]^T$.

对比实验其他条件均相同,外加扰动为 20 db 高斯白噪声.采用本文自校正控制算法(16)~(21),算法初始条件取为 $\hat{\theta}(0) = 0.01 \times (1, 1, \dots, 1)^T$, $\varphi(0) = (0, 0, \dots, 0)^T$, $P(0) = 10^5$.

仿真实验进行 400 个采样时刻,前 200 个采样时刻输出设定值为 1,后 200 个采样时刻为 -1.系统输出曲线如图3所示.控制结束时,两组实验的跟踪误差标准差 $\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{t-1} \sum_{i=1}^t (y(i) - y^*(i))^2}$ 分别为实验1的 $\varepsilon = 0.2078$ 和实验2的 $\varepsilon = 0.4183$.

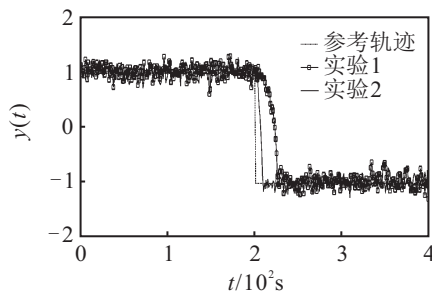


图3 第1组对比实验系统输出曲线

由仿真结果可见,实验2辅助向量选取得更加密集,线性化程度更高,对于模型的近似程度更大,因此控制效果也相对更好.对比两组实验的待辨识参数可见,实验1的 $\hat{\theta}(t)$ 为 18 维向量,实验2为 28 维向量,实验1的计算复杂度相对较低.

通过第1组对比实验可知,辅助向量对于控制性能有较大影响.为了获得满意的控制效果,应该同时考虑辅助向量密集度和计算复杂度,折衷选取辅助向量.

3.2 第2组对比实验

由于死区非线性是图2不连续非线性的一个特例,讨论死区非线性

$$v(t) = \begin{cases} 1.25(u(t) - 0.2), & u(t) \geq 0.2; \\ 0, & -0.2 \leq u(t) < 0.2; \\ 1.25(u(t) + 0.2), & u(t) < -0.2. \end{cases}$$

第2组对比实验比较本文方法与文献[21]自适应控制方法的控制效果.

实验3 采用本文思想设计自校正控制器,辅助向量 $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_p]^T$ 选取为

$$\mathbf{u} = [-1, -0.7, -0.4, -0.205, -0.195, 0, 0.195, 0.205, 0.4, 0.7, 1]^T.$$

其他条件与第1组仿真对比实验相同.

实验4 采用文献[21]思想设计自校正控制器.其他条件与第1组仿真对比实验相同.

仿真实验进行 400 个采样时刻,前 200 个采样时刻输出设定值为 1,后 200 个采样时刻为 -1.系统输出曲线如图4所示.控制结束时,两组实验的跟踪误差标准差 $\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{t-1} \sum_{i=1}^t (y(i) - y^*(i))^2}$ 分别为实验3的 $\varepsilon = 0.1623$ 和实验4的 $\varepsilon = 0.1812$.仿真结果表明,本文的模型参数化方法和自校正控制算法在处理含有死区不连续非线性环节的H模型时,控制效果优于文献[21]的方法.

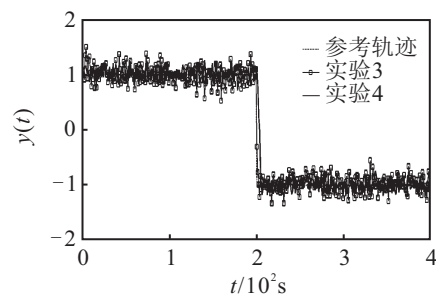


图4 第2组对比实验系统输出曲线

4 结论

含有不连续非线性环节的H模型控制问题具有一定的研究意义,这类块状模型广泛存在于实际工业控制系统中,直接影响系统性能的提高,常规的控制算法不能很好地解决这一问题.鉴于此,本文采用一系列线性分段函数参数化不连续非线性环节,使用递推最小二乘辨识算法进行参数估计,根据确定性等价原则设计一步超前自校正控制规律,并给出参数辨识收敛性和闭环系统稳定性结果.理论分析表明,采用本文方法,闭环系统跟踪误差上界界与噪声方差有关.仿真结果验证了所提出方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Goodwin G C, Sin K S. Adaptive filtering, prediction and control[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984: 401-415.
- [2] Chen H F, Guo L. Identification and stochastic adaptive control[M]. Boston: Birkhauser, 1991: 25-50.
- [3] 袁廷奇. 一类多变量 Hammerstein 模型的参数辨识方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(3): 478-480.
(Yuan T Q. Parameter identification method for a kind of multivariable Hammerstein model[J]. Control and Decision, 2010, 25(3): 478-480.)
- [4] Kim K K, Rios-Patron E, Braatz R D. Robust nonlinear internal model control of stable Wiener systems[J]. J of Process Control, 2012, 22(8): 1468-1477.
- [5] 李妍, 毛志忠, 王福利, 等. 基于分段 Lyapunov 函数的 Hammerstein-Wiener 非线性预测控制[J]. 控制与决策, 2011, 26(5): 650-654.
(Li Y, Mao Z Z, Wang F L, et al. Hammerstein-Wiener nonlinear predictive control based on piecewise Lyapunov function[J]. Control and Decision, 2011, 26(5): 650-654.)
- [6] Zhao W X, Chen H F. Adaptive tracking and recursive identification for Hammerstein systems[J]. Automatica, 2009, 45(12): 2773-2783.
- [7] Zhao W X. Parametric identification of Hammerstein systems with consistency results using stochastic inputs[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(2): 474-480.
- [8] Ding F, Chen T W. Identification of Hammerstein nonlinear ARMAX systems[J]. Automatica, 2005, 41(9): 1479-1489.
- [9] Ding F, Chen T W, Iwai Z. Adaptive digital control of Hammerstein nonlinear systems with limited output sampling[J]. SIAM J on Control and Optimization, 2007, 45(6): 2257-2276.
- [10] Bai E W. Identification of linear systems with hard input nonlinearities of known structure[J]. Automatica, 2002, 38(5): 853-860.
- [11] Giri F, Rochdi Y, Chaoui F Z. Hammerstein systems identification in presence of hard nonlinearities of preload and dead-zone type[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(9): 2174-2178.
- [12] Voros J. Recursive identification of Hammerstein systems with discontinuous nonlinearities containing dead-zones[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(12): 2203-2206.
- [13] Yu F, Mao Z Z, Jia M X. Recursive identification for Hammerstein-Wiener systems with dead-zone input nonlinearity[J]. J of Process Control, 2013, 23(8): 1108-1115.
- [14] Chen H F. Strong consistency of recursive identification for Hammerstein systems with discontinuous piecewise-linear memoryless block[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(10): 1612-1617.
- [15] Dolanc G, Strmcnik S. Design of a nonlinear controller based on a piecewise-linear Hammerstein model[J]. Systems and Control Letters, 2008, 57(4): 332-339.
- [16] Dolanc G, Strmcnik S. Identification of nonlinear systems using a piecewise-linear Hammerstein model[J]. Systems and Control Letters, 2005, 54(2): 145-158.
- [17] 孙明轩, 余林江, 何海港. 离散自适应重复控制: 收敛性分析与实现[J]. 自动化学报, 2013, 39(4): 400-406.
(Sun M X, Yu L J, He H G. Discrete adaptive repetitive control: Convergence analysis and implementation[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(4): 400-406.)
- [18] Tao G, Tian M. Discrete-time adaptive control of systems with multisegment piecewise-linear nonlinearities[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(5): 710-723.
- [19] Kung M C, Womack B F. Discrete time adaptive control of linear dynamic with a two-segment piecewise-linear asymmetric nonlinearity[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1984, 29(2): 170-172.
- [20] Kung M C, Womack B F. Discrete time adaptive control of linear systems with preload nonlinearity[J]. Automatica, 1984, 20(4): 477-479.
- [21] 孙西, 金以慧, 方崇智. 死区非线性系统的全局收敛自适应控制[J]. 信息与控制, 1992, 21(6): 326-331.
(Sun X, Jin Y H, Fang C Z. Globally convergent adaptive control of linear systems with dead-zone nonlinearity[J]. Information and Control, 1992, 21(6): 326-331.)
- [22] Sin K S, Goodwin G C. Stochastic adaptive control using a modified least squares algorithm[J]. Automatica, 1982, 18(3): 315-321.

(责任编辑: 郑晓蕾)