

## 基于库存切换的不确定动态供应链网络系统模糊鲁棒控制

张松涛<sup>1</sup>, 张春杨<sup>1</sup>, 侯嫣婷<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨商业大学 管理学院, 哈尔滨 150028; 2. 同济大学 经济与管理学院, 上海 200092)

**摘要:** 研究基于库存切换的不确定动态供应链网络系统的鲁棒运作问题. 首先, 建立含有系统参数不确定和顾客需求不确定的动态供应链网络的离散 T-S 模糊模型; 然后, 提出一种新的模糊鲁棒控制策略, 该控制策略不仅可以有效遏制子系统切换时产生的较大波动, 而且可以抑制不确定因素对供应链网络的影响, 进而保证供应链网络在不确定环境下鲁棒稳定; 最后, 通过仿真实例表明了所提出模糊鲁棒控制策略的有效性.

**关键词:** 供应链网络; 不确定性; 库存切换; 模糊系统; 鲁棒控制

**中图分类号:** TP18; O934

**文献标志码:** A

## Fuzzy robust control of uncertain dynamic supply chain network system based on switched inventory

ZHANG Song-tao<sup>1</sup>, ZHANG Chun-yang<sup>1</sup>, HOU Yan-ting<sup>2</sup>

(1. School of Management, Harbin University of Commerce, Harbin 150028, China; 2. School of Economics and Management, Tongji University, Shanghai 200092, China. Correspondent: ZHANG Chun-yang, E-mail: zcy.19860225@163.com)

**Abstract:** The robust operation problem of an uncertain dynamic supply chain network based on switched inventory is studied. Firstly, a discrete T-S fuzzy model of the dynamic supply chain network with uncertainties of the system parameters and the customers' demands is established. Then, a new fuzzy robust control strategy is proposed, and this control strategy can not only effectively reduce the large fluctuation among subsystems in the switching processes, but also suppress the effect on the supply chain network caused by uncertainties. Therefore, under this control strategy, the supply chain network can operate robustly stable in the uncertain environment. Finally, a simulation example is given to show the effectiveness of the proposed fuzzy robust control strategy.

**Keywords:** supply chain network; uncertainty; switched inventory; fuzzy system; robust control

### 0 引言

随着全球经济的不断发展、科学技术的进步和顾客需求的多样性, 企业生产运作过程中的不确定性大大增加, 因此, 对供应链的有效管理已成为企业在日益激烈的竞争中获得竞争优势的重要手段<sup>[1]</sup>. 在供应链管理模式下, 库存管理对企业的经济效益起到至关重要的作用. 现实生产过程中, 库存存在安全库存值和期望库存值, 在不同的库存值区间内, 企业会采取不同的生产或订购策略<sup>[2]</sup>. 同时, 供应链不再是单一的链条结构, 而是供需复杂的动态网络系统, 因此, 对库存系统运用切换理论的必要性日渐增强, 而

切换规则的不同将影响供应链网络系统的性能. 刘春玲等<sup>[3]</sup>建立了多供应链不确定切换系统模型, 利用鲁棒优化理论给出了系统切换的控制算法; 葛汝刚等<sup>[4-6]</sup>应用鲁棒  $H_\infty$  控制方法给出了一系列供应链库存切换系统模型; 胡明茂<sup>[7]</sup>建立了具有时滞的三级供应链切换系统. 以上文献虽然对库存切换的研究取得了一定成果, 但均未考虑库存系统存在安全库存值、期望库存值和系统网络化的情况, 且只是运用现代控制理论的方法对各子系统进行常规切换控制, 而常规切换控制在切换过程中会导致库存等变量发生较大波动.

收稿日期: 2014-01-20; 修回日期: 2014-08-18.

基金项目: 黑龙江省教育厅科研项目(12541200); 黑龙江省普通高等学校青年学术骨干支持计划项目(1253G028); 哈尔滨商业大学研究生创新科研项目(YJSCX2013-270HSD).

作者简介: 张松涛(1972—), 男, 副教授, 博士, 从事库存控制、模糊控制等研究; 张春杨(1986—), 女, 硕士生, 从事供应链管理、模糊鲁棒控制的研究.

另一方面, 供应链系统已呈现出一种复杂网络化的组织关系, 且企业间供需关系更为复杂<sup>[8]</sup>. 徐君群<sup>[9]</sup>建立了包含多个生产商和分销商的供应链网络动态模型, 给出了该模型的鲁棒  $H_\infty$  控制方法; 郭海峰等<sup>[10]</sup>研究了基于鲁棒控制的闭环供应链网络协同控制方法, 提出了在需求波动最差条件下, 双链闭环供应链网络中节点企业协同运作的鲁棒  $H_\infty$  控制方法; 李翀等<sup>[11-12]</sup>研究了牛鞭效应对供应链网络库存波动的影响, 构建了库存波动模型和相应的控制策略. 上述文献虽然是从供应链网络角度出发, 但均未考虑系统参数不确定性的问题, 研究结果难以满足所期望的控制效果.

本文在上述研究的基础上, 考虑供应链网络系统的内外部不确定性因素, 并应用模糊鲁棒控制方法实现系统库存的柔性切换. 考虑库存量在安全库存、期望库存等不同区间下, 制定分销商和制造商调节各自的生产策略和订购策略. 考虑多种系统不确定参数和顾客不确定需求, 建立不同库存量下的供应链网络模糊切换模型. 应用模糊系统中的模糊隶属度函数, 实现供应链网络各子系统间的柔性切换, 从而降低不确定参数和切换过程对系统变量的干扰, 实现供应链网络系统的鲁棒稳定. 最后, 通过仿真实例表明了所提出模糊鲁棒控制策略的有效性.

## 1 模型描述

### 1.1 供应链网络基本模型

本文构建由  $s$  个制造商和  $t$  个分销商组成的动态供应链网络模型. 该模型中制造商、分销商的库存状态方程可以表示为

$$\begin{aligned} x_a(k+1) &= x_a(k) + u_a(k) - \sum_{b=1}^t l_{ab}(k)u_{ab}(k), \\ a &= 1, 2, \dots, s; \\ y_b(k+1) &= y_b(k) + \sum_{a=1}^s l_{ab}(k)u_{ab}(k) - w_b(k), \\ b &= 1, 2, \dots, t. \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $x_a(k)$  为第  $a$  个制造商  $k$  时刻的库存量,  $y_b(k)$  为第  $b$  个分销商  $k$  时刻的库存量,  $x_a(k)$  和  $y_b(k)$  均为状态变量;  $u_a(k)$  为第  $a$  个制造商  $k$  时刻的生产量,  $u_{ab}(k)$  为第  $b$  个分销商  $k$  时刻向第  $a$  个制造商的订购量,  $u_a(k)$  和  $u_{ab}(k)$  均为控制变量;  $w_b(k)$  为第  $b$  个分销商  $k$  时刻的顾客需求, 为外部扰动变量;  $l_{ab}(k)$  为制造商与分销商之间  $k$  时刻的供需结构, 取  $[0, 1]$  中的任何值, 若  $0 < l_{ab}(k) \leq 1$ , 则第  $a$  个制造商与第  $b$  个分销商存在供需关系, 若  $l_{ab}(k) = 0$ , 则第  $a$  个制造商与第  $b$  个分销商不存在供需关系. 式 (1) 分别描述了制造商和分销商库存的动态过程.

## 1.2 基于库存切换的不确定供应链网络系统的

### T-S 模糊模型

供应链系统的不确定性因素是各节点企业不可避免的问题, 而供应链网络的复杂性和动态性又加剧了不确定性因素对供应链管理造成的困难. 本文考虑生产能力、季节变化、促销活动、供应链结构等内外部不确定性因素, 同时, 式 (1) 借助矩阵理论增加成本输出方程, 得到基于库存切换的不确定动态供应链网络系统的离散 T-S 模糊模型如下:

$$\begin{aligned} \text{Plant Rule } i: & \text{ if } x_1(k) \text{ is } M_1^i, \text{ and } \dots, \\ & \text{ and } x_j(k) \text{ is } M_j^i, \text{ and } \dots, \\ & \text{ and } x_n(k) \text{ is } M_n^i; \text{ then} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k+1) &= (\mathbf{A}_i + \Delta\mathbf{A}_i)\mathbf{X}(k) + (\mathbf{B}_i + \Delta\mathbf{B}_i)\mathbf{U}(k) + \\ & (\mathbf{B}_{wi} + \Delta\mathbf{B}_{wi})\mathbf{W}(k), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z(k) &= (\mathbf{C}_i + \Delta\mathbf{C}_i)\mathbf{X}(k) + (\mathbf{D}_i + \Delta\mathbf{D}_i)\mathbf{U}(k) + \\ & (\mathbf{D}_{wi} + \Delta\mathbf{D}_{wi})\mathbf{W}(k), \end{aligned}$$

$$\mathbf{X}(k) = \boldsymbol{\varphi}(k), \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad k \in \{0, 1, \dots, N\}. \quad (2)$$

其中: Plant Rule  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, r$ ) 为第  $i$  条库存切换模糊规则,  $r$  为模糊规则数;  $M_j^i$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) 为模糊集合;  $n$  为状态变量数;  $\boldsymbol{\varphi}(k)$  为供应链网络系统的初始向量;  $\mathbf{W}(k) \in l_2[0, \infty)$  为  $k$  时刻的顾客需求变量;  $\mathbf{X}^T(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_s(k), y_1(k), y_2(k), \dots, y_t(k)]$  为  $k$  时刻的库存量, 是状态变量;  $\mathbf{U}^T(k) = [\mathbf{u}(k), \mathbf{O}_1(k), \mathbf{O}_2(k), \dots, \mathbf{O}_s(k)]$  为  $k$  时刻的控制向量,  $\mathbf{u}^T(k) = [u_1(k), u_2(k), \dots, u_s(k)]$ ,  $\mathbf{O}_a^T(k) = [u_{a1}(k), u_{a2}(k), \dots, u_{at}(k)]$ ,  $a = 1, 2, \dots, s$ ;  $\mathbf{A}_i$  为库存状态系数矩阵, 体现了供应链网络系统的库存水平;  $\mathbf{B}_i$  为生产和订购系数矩阵, 体现了制造商的生产能力及与分销商之间的供需关系;  $\mathbf{B}_{wi}$  为顾客需求系数矩阵;  $\mathbf{C}_i$  为库存成本系数矩阵;  $\mathbf{D}_i$  为生产和订购成本系数矩阵;  $\mathbf{D}_{wi}$  为适当维数的常数矩阵;  $\Delta\mathbf{A}_i$ 、 $\Delta\mathbf{B}_i$ 、 $\Delta\mathbf{B}_{wi}$ 、 $\Delta\mathbf{C}_i$ 、 $\Delta\mathbf{D}_i$ 、 $\Delta\mathbf{D}_{wi}$  均为相应的不确定参数矩阵. 系统 (2) 采用偏差值描述, 即实际运作值与标称值之差. 系统 (2) 呈多周期状态运作, 即在每个周期初, 制造商将生产完成的产品放入仓库, 分销商根据制造商的库存量和顾客需求变化更新订购率, 并将需求信息传递给制造商, 然后制造商根据分销商的订购量向其发货, 从而使分销商满足外部顾客需求.

式 (2) 通过单点模糊化、乘积推理和加权平均反模糊化方法, 得到最终不确定供应链网络模糊系统的总体模型为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k+1) &= \\ & \sum_{i=1}^r \mu_i(\mathbf{X}(k)) [(\mathbf{A}_i + \Delta\mathbf{A}_i)\mathbf{X}(k) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\mathbf{B}_i + \Delta\mathbf{B}_i)\mathbf{U}(k) + (\mathbf{B}_{wi} + \Delta\mathbf{B}_{wi})\mathbf{W}(k), \\
 z(k) = & \sum_{i=1}^r \mu_i(\mathbf{X}(k))[(\mathbf{C}_i + \Delta\mathbf{C}_i)\mathbf{X}(k) + \\
 & (\mathbf{D}_i + \Delta\mathbf{D}_i)\mathbf{U}(k) + (\mathbf{D}_{wi} + \Delta\mathbf{D}_{wi})\mathbf{W}(k)]. \quad (3)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \mu_i(\mathbf{X}(k)) &= \frac{h_i(\mathbf{X}(k))}{\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{X}(k))}, \\
 h_i(\mathbf{X}(k)) &= \prod_{j=1}^n M_j^i(x_j(k)), \quad i = 1, 2, \dots, r,
 \end{aligned}$$

$M_j^i(x_j(k))$  为  $x_j(k)$  关于模糊集合  $M_j^i$  的隶属度函数,  $h_i(\mathbf{X}(k))$  为第  $i$  条规则的隶属度, 以下将  $\mu_i(\mathbf{X}(k))$  简记为  $\mu_i$ .

## 2 不确定动态供应链网络的模糊鲁棒 $H_\infty$ 控制

### 2.1 鲁棒稳定条件

面对内外部不确定因素的影响, 模糊鲁棒  $H_\infty$  控制能有效保证供应链网络系统的稳定, 其管理意义是通过库存  $\mathbf{X}(k)$  控制产品生产量和订购量  $\mathbf{U}(k)$ , 达到抑制成本参数、顾客需求、企业生产能力等不确定性扰动的目的, 进而保证动态供应链网络系统运行的鲁棒稳定, 使供应链网络的运作总成本稳定在理想的水平. 下面引入参数  $\gamma$  来描述供应链网络对上述不确定扰动的抑制程度, 即

$$\frac{\|\text{供应链网络总成本}\|_2}{\|\text{顾客需求}\|_2} \leq \gamma, \quad (4)$$

其中  $\|\cdot\|_2$  为函数的  $l_2[0, \infty)$  范数. 式 (4) 描述了供应链网络从顾客需求变量  $\mathbf{W}(k)$  到输出成本  $z(k)$  时的系统增益, 即  $\gamma$  越小, 系统的性能越好, 而模糊鲁棒控制策略能够使式 (4) 达到理想值.

为实现不确定供应链网络模糊系统 (3) 在  $H_\infty$  性能  $\gamma$  下是鲁棒稳定的, 需要满足以下条件:

- 1) 当  $\mathbf{W}(k) \equiv 0$  时, 模糊系统 (3) 是渐近稳定的;
- 2) 当  $\mathbf{W}(k) \neq 0$  时, 在零初始条件下, 任意外部扰动均满足  $\|z(k)\|_2^2 \leq \gamma \|\mathbf{W}(k)\|_2^2$ .

### 2.2 模糊鲁棒控制策略

对于式 (3) 的不确定供应链网络模糊系统, 所设计的库存状态反馈模糊控制规则如下:

Controller Rule  $i$ : if  $x_1(k)$  is  $M_1^i$ , and  $\dots$ ,  
 and  $x_j(k)$  is  $M_j^i$ , and  $\dots$ ,  
 and  $x_n(k)$  is  $M_n^i$ ; then

$$\mathbf{U}(k) = -\mathbf{K}_i\mathbf{X}(k), \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

其中  $\mathbf{K}_i$  为库存状态反馈增益矩阵.

整个系统的库存状态反馈控制律为

$$\mathbf{U}(k) = -\sum_{i=1}^r \mu_i \mathbf{K}_i \mathbf{X}(k). \quad (5)$$

为了分析不确定因素对供应链网络系统运作产生的影响, 给出如下假设.

假设 1 式 (3) 中的参数不确定矩阵是 Lebesgue 可测的, 且具有如下形式:

$$\begin{aligned}
 \Delta\mathbf{A}_i &= \mathbf{H}_{1i}\mathbf{F}_{1i}(k)\mathbf{E}_{11i}, \\
 \Delta\mathbf{B}_i &= \mathbf{H}_{1i}\mathbf{F}_{1i}(k)\mathbf{E}_{12i}, \\
 \Delta\mathbf{B}_{wi} &= \mathbf{H}_{1i}\mathbf{F}_{1i}(k)\mathbf{E}_{13i}, \\
 \Delta\mathbf{C}_i &= \mathbf{H}_{2i}\mathbf{F}_{2i}(k)\mathbf{E}_{21i}, \\
 \Delta\mathbf{D}_i &= \mathbf{H}_{2i}\mathbf{F}_{2i}(k)\mathbf{E}_{22i}, \\
 \Delta\mathbf{D}_{wi} &= \mathbf{H}_{2i}\mathbf{F}_{2i}(k)\mathbf{E}_{23i}, \\
 \mathbf{F}_{1i}^T(k)\mathbf{F}_{1i}(k) &\leq \mathbf{I}, \\
 \mathbf{F}_{2i}^T(k)\mathbf{F}_{2i}(k) &\leq \mathbf{I}.
 \end{aligned}$$

其中:  $\mathbf{H}_{1i}$ 、 $\mathbf{H}_{2i}$ 、 $\mathbf{E}_{11i}$ 、 $\mathbf{E}_{12i}$ 、 $\mathbf{E}_{13i}$ 、 $\mathbf{E}_{21i}$ 、 $\mathbf{E}_{22i}$ 、 $\mathbf{E}_{23i}$  为具有适当维数的常数矩阵,  $\mathbf{F}_{1i}(k)$  和  $\mathbf{F}_{2i}(k)$  为未知的时变不确定矩阵.

根据文献 [13], 关于供应链网络 (3) 的模糊鲁棒  $H_\infty$  控制策略有如下结论.

定理 1<sup>[13]</sup> 考虑输入采用双交叠模糊分划的供应链网络模糊系统 (3), 对于给定的抑制参数  $\gamma > 0$ , 如果在各最大交叠规则组中存在对称正定矩阵  $\mathbf{X}_c$ 、矩阵  $\mathbf{Y}_{ic}$  和常数  $\varepsilon_{ijc} > 0$ , 则满足如下线性矩阵不等式组:

$$\begin{bmatrix}
 -\mathbf{X}_c & * & * & * & * & * & * \\
 0 & -\gamma^2\mathbf{I} & * & * & * & * & * \\
 \mathbf{L}\mathbf{S}_{ii} & \mathbf{B}_{wi} & \Phi_{33} & * & * & * & * \\
 \mathbf{T}\mathbf{S}_{ii} & \mathbf{D}_{wi} & 0 & \Phi_{44} & * & * & * \\
 \mathbf{U}_{ii} & \mathbf{E}_{13i} & 0 & 0 & -\varepsilon_{iic}\mathbf{I} & * & * \\
 \mathbf{V}_{ii} & \mathbf{E}_{23i} & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{iic}\mathbf{I} & *
 \end{bmatrix} < 0, \quad (6)$$

$i \in I_c;$

$$\begin{bmatrix}
 -4\mathbf{X}_c & * & * & * & * & * & * & * \\
 0 & -4\gamma^2\mathbf{I} & * & * & * & * & * & * \\
 \mathbf{\Gamma}_{31} & \mathbf{\Gamma}_{32} & \mathbf{\Gamma}_{33} & * & * & * & * & * \\
 \mathbf{\Gamma}_{41} & \mathbf{\Gamma}_{42} & 0 & \mathbf{\Gamma}_{44} & * & * & * & * \\
 \mathbf{U}_{ij} & \mathbf{E}_{13i} & 0 & 0 & \mathbf{\Gamma}_{55} & * & * & * \\
 \mathbf{V}_{ij} & \mathbf{E}_{23i} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{\Gamma}_{66} & * & * \\
 \mathbf{U}_{ji} & \mathbf{E}_{13j} & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{\Gamma}_{77} & * \\
 \mathbf{V}_{ji} & \mathbf{E}_{23j} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{\Gamma}_{88}
 \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

$i < j, i, j \in I_c.$

其中

$$\mathbf{L}\mathbf{S}_{ij} = \mathbf{A}_i\mathbf{X}_c - \mathbf{B}_i\mathbf{Y}_{jc},$$

$$\begin{aligned}
 TS_{ij} &= C_i X_c - D_i Y_{jc}, \\
 U_{ij} &= E_{11i} X_c - E_{12i} Y_{jc}, \\
 V_{ij} &= E_{21i} X_c - E_{22i} Y_{jc}, \\
 \Phi_{33} &= -X_c + \varepsilon_{iic} H_{1i} H_{1i}^T, \\
 \Phi_{44} &= -I + \varepsilon_{iic} H_{2i} H_{2i}^T, \\
 \Gamma_{31} &= LS_{ij} + LS_{ji}, \\
 \Gamma_{32} &= B_{wi} + B_{wj}, \\
 \Gamma_{33} &= -X_c + \varepsilon_{ijc} H_{1i} H_{1i}^T + \varepsilon_{jic} H_{1j} H_{1j}^T, \\
 \Gamma_{41} &= TS_{ij} + TS_{ji}, \\
 \Gamma_{42} &= D_{wi} + D_{wj}, \\
 \Gamma_{44} &= I + \varepsilon_{ijc} H_{2i} H_{2i}^T + \varepsilon_{jic} H_{2j} H_{2j}^T, \\
 \Gamma_{55} &= \Gamma_{66} = -\varepsilon_{ijc} I, \\
 \Gamma_{77} &= \Gamma_{88} = -\varepsilon_{jic} I,
 \end{aligned}$$

$I_c$  为  $G_c$  中包含的规则序号集,  $G_c$  为第  $c$  个最大交叠规则组,  $c = 1, 2, \dots, \prod_{j=1}^n (m_j - 1)$ ,  $m_j$  为第  $j$  个输入变量的模糊分划数. 令状态反馈增益矩阵  $K_i = Y_{ic} X_c^{-1}$ , 则存在状态反馈控制律 (5), 使得不确定供应链网络系统 (3) 在  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$  下鲁棒渐近稳定.

### 3 仿真分析

为了验证第2节所设计的模糊控制策略对不确定性因素的抑制效果, 选取钢铁行业中由两个制造商和两个分销商组成的二级动态供应链网络作为研究对象. 考虑到产品直接面对外部不确定顾客需求, 并且制造商库存能力有限, 制造商应根据自身的库存水平制定生产策略, 避免库存积压或增加不必要的机会成本. 同时, 分销商根据制造商的库存量和顾客需求制定订货策略, 从而满足顾客需要. 因此, 动态供应链网络中, 制造商1、制造商2、分销商1和分销商2的库存状态分别为

$$\begin{aligned}
 x_1(k+1) &= x_1(k) + u_1(k) - l_{11}(k)u_{11}(k) - \\
 &\quad l_{12}(k)u_{12}(k), \\
 x_2(k+1) &= x_2(k) + u_2(k) - l_{21}(k)u_{21}(k) - \\
 &\quad l_{22}(k)u_{22}(k), \\
 y_1(k+1) &= y_1(k) + l_{11}(k)u_{11}(k) + l_{21}(k)u_{21}(k) - \\
 &\quad w_1(k), \\
 y_2(k+1) &= y_2(k) + l_{12}(k)u_{12}(k) + l_{22}(k)u_{22}(k) - \\
 &\quad w_2(k). \tag{8}
 \end{aligned}$$

其中:  $x_1(k)$ 、 $x_2(k)$ 、 $y_1(k)$  和  $y_2(k)$  分别为  $k$  时刻制造商1、制造商2、分销商1和分销商2的库存量;  $u_1(k)$  和  $u_2(k)$  分别为  $k$  时刻制造商1和制造商2的生产量;  $u_{11}(k)$  和  $u_{21}(k)$  为  $k$  时刻分销商1的订购量,  $u_{12}(k)$

和  $u_{22}(k)$  为  $k$  时刻分销商2的订购量;  $w_1(k)$  和  $w_2(k)$  分别为  $k$  时刻分销商1和分销商2的顾客需求;  $l_{11}(k)$  和  $l_{21}(k)$  为  $k$  时刻分销商1的订购率,  $l_{12}(k)$  和  $l_{22}(k)$  为  $k$  时刻分销商2的订购率.

根据该模型, 制造商1和制造商2根据各自库存量的实际变化情况, 均采取如下生产策略: 制造商库存分为安全库存、期望库存和最大库存3个等级. 当制造商的库存小于其安全库存时, 制造商采用 JIT 生产方式满足分销商的需求; 当制造商的库存大于其安全库存而小于其期望库存时, 制造商正常生产即可满足分销商的需求; 当制造商的库存大于其期望库存而小于最大库存时, 制造商停止生产, 以免增加库存成本.

假设制造商的库存  $x_1(k)$  和  $x_2(k)$  均可测,  $x_1(k)$  和  $x_2(k)$  的模糊分划分别为  $F_1^m(x_1(k))$  和  $F_2^p(x_2(k))$  ( $m, p = 1, 2$ ), 满足双交叠模糊分划的条件, 如图1所示.  $D_{0s}$ 、 $D_{1s}$  和  $D_{smax}$  分别为制造商1的安全库存、期望库存和最大库存;  $D_{0t}$ 、 $D_{1t}$  和  $D_{tmax}$  分别为制造商2的安全库存、期望库存和最大库存; 并设定

$$\begin{aligned}
 M_1^1 &= M_1^2 = F_1^1, \quad M_1^3 = M_1^4 = F_1^2, \\
 M_2^1 &= M_2^3 = F_2^1, \quad M_2^2 = M_2^4 = F_2^2.
 \end{aligned}$$

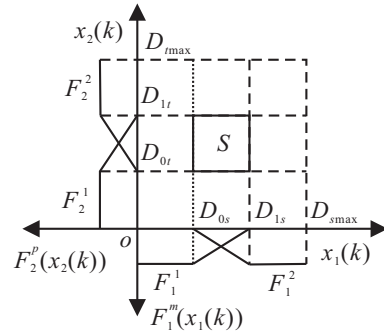


图1 库存的模糊隶属度函数

由图1可知, 系统(8)中存在一个包含4个模糊规则的最大交叠规则组  $S$ . 综合考虑生产能力、供应链结构、顾客需求等不确定因素, 基于库存切换的二级不确定动态供应链网络 T-S 模糊模型如下:

Plant Rule  $i$ : if  $x_1(k)$  is  $M_1^i$ , and  $x_2(k)$  is,  $M_2^i$ ; then

$$\begin{aligned}
 X(k+1) &= \\
 &\sum_{i=1}^4 \mu_i [(A_i + \Delta A_i)X(k) + \\
 & (B_i + \Delta B_i)U(k) + (B_{wi} + \Delta B_{wi})W(k)], \\
 z(k) &= \\
 &\sum_{i=1}^4 \mu_i [(C_i + \Delta C_i)X(k) + (D_i + \Delta D_i)U(k)], \\
 &\quad i = 1, 2, 3, 4.
 \end{aligned}$$

其中

$$\mathbf{X}^T(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ y_1(k) \ y_2(k)]$$

为  $k$  时刻的库存量, 是状态变量;

$$\mathbf{U}^T(k) =$$

$$[u_1(k) \ u_2(k) \ u_{11}(k) \ u_{12}(k) \ u_{21}(k) \ u_{22}(k)]$$

为  $k$  时刻的控制向量;

$$\mathbf{W}^T(k) = [0 \ 0 \ w_1(k) \ w_2(k)]$$

为  $k$  时刻的顾客需求变量. 在不同的模糊规则下,  $l_{ab}(k)$  有不同的取值:

1) 当  $i = 1$  时,  $l_{11}(k) = l_{12}(k) = l_{21}(k) = l_{22}(k) = 0.5$ ;

2) 当  $i = 2$  时,  $l_{11}(k) = 0.3, l_{12}(k) = 0.4, l_{21}(k) = 0.7, l_{22}(k) = 0.6$ ;

3) 当  $i = 3$  时,  $l_{11}(k) = 0.7, l_{12}(k) = 0.6, l_{21}(k) = 0.3, l_{22}(k) = 0.4$ ;

4) 当  $i = 4$  时,  $l_{11}(k) = l_{12}(k) = l_{21}(k) = l_{22}(k) = 0.5$ .

则有

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_3 = \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.3 & -0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0.7 & -0.6 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0 & 0.6 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.7 & -0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0.3 & -0.4 \\ 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 & 0.4 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{w1} = \mathbf{B}_{w2} = \mathbf{B}_{w3} = \mathbf{B}_{w4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_3 = \mathbf{C}_4 = [c_{r1} \ c_{r2} \ c_{r3} \ c_{r4}],$$

$$\mathbf{D}_1 = [c_{mJ1} \ c_{mJ2} \ 0.5c_{o1} \ 0.5c_{o2} \ 0.5c_{o3} \ 0.5c_{o4}],$$

$$\mathbf{D}_2 = [c_{mJ1} \ c_{m2} \ 0.3c_{o1} \ 0.4c_{o2} \ 0.7c_{o3} \ 0.6c_{o4}],$$

$$\mathbf{D}_3 = [c_{m1} \ c_{mJ2} \ 0.7c_{o1} \ 0.6c_{o2} \ 0.3c_{o3} \ 0.4c_{o4}],$$

$$\mathbf{D}_4 = [c_{m1} \ c_{m2} \ 0.5c_{o1} \ 0.5c_{o2} \ 0.5c_{o3} \ 0.5c_{o4}],$$

$$\mathbf{E}_{11i} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E}_{12i} = \begin{bmatrix} 0.03 & 0 & 0.01 & 0.015 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0 & 0 & 0.02 & 0.01 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0.02 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.015 & 0 & 0.01 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E}_{13i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.03 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E}_{21i} = [0.015 \ 0.01 \ 0.02 \ 0.01],$$

$$\mathbf{E}_{22i} = [0.01 \ 0.015 \ 0.02 \ 0.03 \ 0.02 \ 0.01],$$

$$\mathbf{E}_{23i} = [0 \ 0 \ 0 \ 0], \mathbf{H}_{1i} = [0.1], \mathbf{H}_{2i} = [0.2],$$

$$\mathbf{F}_{1i}(k) = \mathbf{F}_{2i}(k) = \sin(k), \ i = 1, 2, 3, 4.$$

其中:  $c_{r1}$  为制造商 1 的单位库存成本,  $c_{r2}$  为制造商 2 的单位库存成本,  $c_{r3}$  为分销商 1 的单位库存成本,  $c_{r4}$  为分销商 2 的单位库存成本,  $c_{m1}$  为制造商 1 在正常条件下的单位生产成本,  $c_{mJ1}$  为 JIT 条件下的单位生产成本,  $c_{m2}$  为制造商 2 在正常条件下的单位生产成本,  $c_{mJ2}$  为 JIT 条件下的单位生产成本,  $c_{o1}$  为分销商 1 向制造商 1 订购的成本,  $c_{o2}$  为分销商 2 向制造商 1 订购的成本,  $c_{o3}$  为分销商 1 向制造商 2 订购的成本,  $c_{o4}$  为分销商 2 向制造商 2 订购的成本.

根据已建立的 T-S 模糊模型, 设计如下模糊反馈控制器:

Plant Rule  $i$ : if  $x_1(k)$  is  $M_1^i$ , and  $x_2(k)$  is  $M_2^i$ ; then

$$\mathbf{U}(k) = - \sum_{i=1}^4 \mu_i \mathbf{K}_i \mathbf{X}(k), \ i = 1, 2, 3, 4.$$

结合该钢铁供应链网络系统的具体情况, 设定模型中的参数如下(单位:  $10^3$  元/吨):

$$c_{r1} = 1, \ c_{r2} = 1.2, \ c_{r3} = 0.8, \ c_{r4} = 0.95,$$

$$c_{m1} = 2.1, \ c_{mJ1} = 2.8, \ c_{m2} = 2, \ c_{mJ2} = 2.5,$$

$$c_{o1} = 3.5, \ c_{o2} = 4, \ c_{o3} = 3.8, \ c_{o4} = 3.6.$$

制造商 1 的安全库存量和期望库存量分别为  $D_{0s} = 10$  和  $D_{1s} = 30$ , 制造商 2 的安全库存量和期望库存量

分别为  $D_{0t} = 8$  和  $D_{1t} = 33$  (单位:  $10^4$  吨). 设定不确定抑制参数  $\gamma = 0.65$ , 利用 Matlab 软件 LMI 工具箱中的 feasp 求解器, 求解式 (6) 和 (7) 得到

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.1196 & -0.6462 & -2.9625 & -2.9879 \\ 1.0121 & 1.5482 & 3.6554 & 3.6839 \\ 1.1902 & 0.9018 & 5.5672 & 4.5636 \\ -3.4254 & -2.1857 & -11.3962 & -10.4426 \\ -1.2790 & -0.9788 & -3.7598 & -4.7538 \\ 3.3321 & 2.1052 & 11.2017 & 12.2511 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.0476 & -0.5549 & -2.9179 & -2.8088 \\ 1.0305 & 1.6080 & 4.0028 & 3.9111 \\ 1.7082 & 1.2838 & 7.3790 & 6.3959 \\ -3.9902 & -2.4845 & -13.3116 & -12.3239 \\ -0.7603 & -0.5388 & -1.7384 & -2.7513 \\ 2.6325 & 1.6658 & 8.8609 & 9.8678 \end{bmatrix},$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -0.2271 & -0.8017 & -3.2829 & -3.4669 \\ 1.0825 & 1.5957 & 3.5429 & 3.7084 \\ 0.6541 & 0.4607 & 3.4724 & 2.4255 \\ -2.8175 & -1.8674 & -9.5215 & -8.6169 \\ -1.7002 & -1.3037 & -5.5514 & -6.4977 \\ 4.0765 & 2.5941 & 13.5538 & 14.6624 \end{bmatrix},$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} -0.1232 & -0.6753 & -3.1015 & -3.1468 \\ 1.0784 & 1.6286 & 3.7723 & 3.8227 \\ 1.1920 & 0.8720 & 5.4014 & 4.3743 \\ -3.4054 & -2.2005 & -11.5639 & -10.6330 \\ -1.2055 & -0.8920 & -3.6387 & -4.6103 \\ 3.3937 & 2.1805 & 11.3137 & 12.3838 \end{bmatrix},$$

$$X_1 = \begin{bmatrix} 5.1380 & -0.0517 & -0.0224 & -0.0288 \\ -0.0517 & 5.0962 & -0.0135 & 0.0088 \\ -0.0224 & -0.0135 & 5.3844 & -0.2008 \\ -0.0288 & 0.0088 & -0.2008 & 5.4293 \end{bmatrix}.$$

对顾客需求为正态随机分布 ( $w_1(k) = w_2(k) \sim N(6, 1^2)$ ) 的不确定供应链网络系统进行仿真. 图示采用实际量描述, 其值为偏差值与标称值之和. 设库存初始值为(单位:  $10^4$  吨)

$$x_1(0) = 2.5, x_2(0) = 2.0, y_1(0) = 1.1, y_2(0) = 1.5;$$

标称值为(单位:  $10^4$  吨)

$$\bar{x}_1(k) = 17.5, \bar{x}_2(k) = 18.3,$$

$$\bar{y}_1(k) = 16.5, \bar{y}_2(k) = 15.8.$$

假设不确定参数  $\Delta B_{wi}(k)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 满足均匀分布  $U[0.05 \ 0.15]$ , 仿真结果如图 2~4 所示.

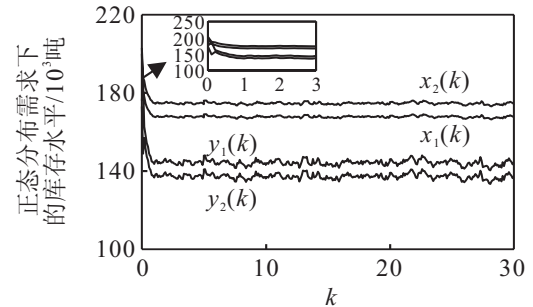


图 2 正态分布需求下的库存水平

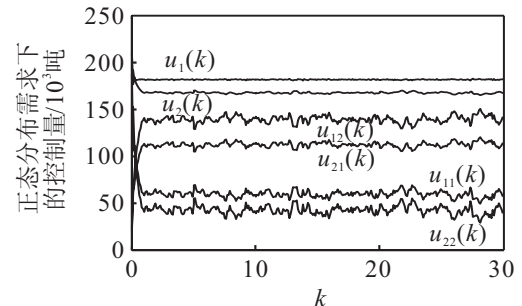


图 3 正态分布需求下的控制量

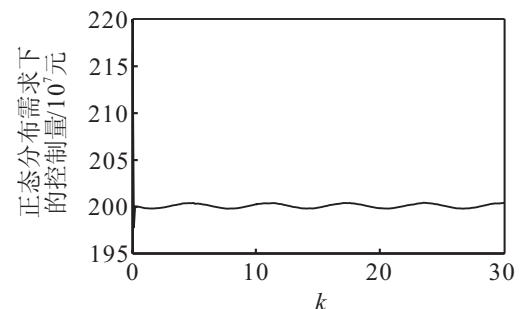


图 4 正态分布需求下的总成本

由图 2 和图 3 可见, 在多周期正态随机需求下, 随着时间  $k$  的变化, 制造商和分销商根据实际库存量调整生产策略和订购策略. 在本文设计的模糊控制策略下, 库存水平、生产量、订购量由初期系统切换引起的较大波动逐渐趋于平稳. 图 4 为正态分布需求下的供应链网络系统总成本, 在不同的库存水平下, 制造商的生产成本不同, 同时, 由于分销商的订购批量和订购系数不同, 导致其订购成本也不同. 在本文设计的控制策略下, 总成本可以控制在波动较小的稳定范围内, 从而达到控制目的. 因此, 本文提出的模糊鲁棒控制方法能抑制顾客不确定需求和多种不确定系统参数对供应链网络动态系统的干扰, 从而使该系统鲁棒稳定.

## 4 结 论

本文考虑生产能力、季节变化、促销活动、供应链结构等内外部不确定性因素,建立了基于库存切换的不确定动态供应链网络T-S模糊模型,并提出了针对该模型的模糊鲁棒 $H_\infty$ 控制策略.仿真结果表明,在顾客需求及系统不确定参数的干扰下,供应链网络系统能在模糊控制器的作用下保持鲁棒稳定,同时使系统运作总成本达到理想状态.

## 参考文献(References)

- [1] Pishvae M S, Torabi S A. A possibilistic programming approach for closed-loop supply chain network design under uncertainty[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2010, 161(20): 2668-2683.
- [2] 张松涛, 赵晓伟. 基于成本切换的闭环供应链离散动态模型及其模糊鲁棒控制[J]. *计算机集成制造系统*, 2013, 19(6): 1385-1396.  
(Zhang S T, Zhao X W. Discrete dynamic model and fuzzy robust control of closed-loop supply chain based on cost switching[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2013, 19(6): 1385-1396.)
- [3] 刘春玲, 黎继子, 孙祥龙, 等. 基于Robust优化的多链库存系统动态切换模型及仿真[J]. *系统仿真学报*, 2012, 24(7): 1465-1469.  
(Liu C L, Li J Z, Sun X L, et al. Simulation of dynamic model for multi-chains inventory system based on robust optimization[J]. *J of System Simulation*, 2010, 24(7): 1465-1469.)
- [4] 葛汝刚, 黄小原. 一类基于库存切换的供应链不确定模型及其鲁棒 $H_\infty$ 控制[J]. *系统工程*, 2009, 27(3): 119-122.  
(Ge R G, Huang X Y. Uncertain supply chain model based on switched inventory and robust  $H_\infty$  control[J]. *Systems Engineering*, 2009, 27(3): 119-122.)
- [5] 葛汝刚, 黄小原. 具有外包选择的闭环供应链切换模型及其鲁棒控制[J]. *计算机集成制造系统*, 2009, 15(10): 2012-2016.  
(Ge R G, Huang X Y. Closed-loop supply chain switching model with outsourcing selection and its robust control[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2009, 15(10): 2012-2016.)
- [6] 葛汝刚, 黄小原. 电子商务网站广告投放切换模型及其鲁棒控制[J]. *东北大学学报: 自然科学版*, 2009, 30(7): 1055-1057.  
(Ge R G, Huang X Y. Switching model for schedule advertisements on ecommerce website and robust control[J]. *J of Northeastern University: Natural Science*, 2009, 30(7): 1055-1057.)
- [7] 胡明茂. 具有时滞且产量受限的供应链切换系统建模与仿真[J]. *统计与决策*, 2012(8): 42-45.  
(Hu M M. Modeling and simulation on switched system of supply chain with time-delay and limited production[J]. *Statistics and Decision*, 2012(8): 42-45.)
- [8] 李翀, 刘思峰. 含时滞的不确定性供应链网络系统牛鞭效应控制策略及其经济性能分析[J]. *控制与决策*, 2013, 28(1): 13-19.  
(Li C, Liu S F. Bullwhip effect control strategy and economic performance in uncertain supply chain networks with lead time delays[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(1): 13-19.)
- [9] 徐君群. 动态供应链网络的 $H_\infty$ 控制[J]. *管理科学学报*, 2012, 15(9): 58-63.  
(Xu J Q.  $H_\infty$  control of dynamic supply chain network[J]. *J of Management Sciences in China*, 2012, 15(9): 58-63.)
- [10] 郭海峰, 朱立志. 基于鲁棒控制的闭环供应链网络协同控制方法研究[J]. *沈阳理工大学学报*, 2008, 27(6): 5-8.  
(Guo H F, Zhu L Z. Study on cooperation control methods of closed-loop supply chain networks based on robust control[J]. *Trans of Shenyang Ligong University*, 2008, 27(6): 5-8.)
- [11] 李翀, 刘思峰, 方志耕, 等. 供应链网络系统的牛鞭效应时滞因素分析与库存控制策略研究[J]. *中国管理科学*, 2013, 21(2): 107-113.  
(Li C, Liu S F, Fang Z G, et al. Bullwhip effect in supply chain networks with lead time delays and its inventory control strategy[J]. *Chinese J of Management Science*, 2013, 21(2): 107-113.)
- [12] 李翀, 刘思峰. 信息共享受限条件下的供应链网络系统牛鞭效应控制策略[J]. *控制与决策*, 2012, 27(12): 1787-1792.  
(Li C, Liu S F. Bullwhip effect control strategy in supply chain networks with limited information sharing[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(12): 1787-1792.)
- [13] Zhang S T, Hou Y T, Zhao X W. Robust stabilization for discrete uncertain Takagi-Sugeno fuzzy systems based on a piecewise lyapunov function[J]. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2014, 53(17): 7132-7140.  
(责任编辑: 郑晓蕾)