

互联大系统动态输出反馈多重叠鲁棒分散关联镇定

李小华, 刘洋, 高佳旺

(辽宁科技大学 电子与信息工程学院, 辽宁 鞍山 114051)

摘要: 针对一类具有网型拓扑结构的互联大系统, 提出一种动态输出反馈多重叠鲁棒分散关联镇定方法. 该方法将系统状态空间加以扩展, 在扩展空间中将其分解为按循环逆序排列的一系列两两子系统对, 并为每个子系统对分别设计使其关联稳定的鲁棒分散动态输出反馈控制器, 将这些多重叠设计的控制器再收缩回原空间, 实现控制律的协调. 将该方法应用到一个四区域网型电力系统控制设计中, 仿真结果验证了所提出方法的可行性和优越性.

关键词: 互联大系统; 网型拓扑结构; 动态输出反馈; 关联稳定性; 多重叠分散控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Multi-overlapping robust decentralized connective stabilization based on dynamic output feedback for large-scale interconnected systems

LI Xiao-hua, LIU Yang, GAO Jia-wang

(School of Electronic and Information Engineering, University of Science and Technology Liaoning, Anshan 114051, China. Correspondent: LI Xiao-hua, E-mail: lixiaohua6412@163.com)

Abstract: A multi-overlapping robust decentralized connective stabilization method based on dynamic output feedback is proposed for a class of large-scale interconnected systems with the netted topological structure. In this method, the state space of an interconnected system is firstly expanded. The system is divided into a series of pair-wise subsystems in cyclical inverse order in the expanded space. And the robust decentralized dynamic output feedback controllers of each pair-wise subsystem are respectively designed, so that the each pair-wise subsystem is connective stable. Then the designed repeatedly controllers of every subsystem are contracted to the original space. Coordination of the control laws can be achieved. Finally, the proposed method is applied to control design of a four-area interconnected power system with the netted structure. Simulation results show the feasibility and superiority of the proposed method.

Keywords: large-scale interconnected systems; netted topological structure; dynamic output feedback; connective stability; multi-overlapping decentralized control

0 引言

在实际存在的互联大系统中, 多数系统是以网型拓扑结构形式存在的, 即其子系统间的联结方式通常是网型关联. 此类结构系统的关联程度十分复杂, 给系统的分散控制设计带来了很大的麻烦. 目前, 此类系统的分散镇定及控制问题也是该领域研究的热点, 并已产生了很多研究成果^[1-5]. 文献[1-3]采用LMI的方法解决该问题, 但是, 若大系统中子系统很多且维数较高, 则会导致得到的LMI维数过大, 从而使得问题的求解变得困难, 且易造成无解的状况. 为了克服这个缺点, 本文考虑按照文献[6-7]的思想, 利用系统的结构信息约束对系统进行结构分解, 从而降低设计时LMI的维数, 在此基础上再进行分散控制的设计.

这种方法其实就是重叠分散控制, 它是利用大系统包含原理^[7]对系统的共有部分进行重叠结构的分解, 在扩展空间中进行控制器设计, 再收缩回原空间. 近年来, 重叠分散控制的研究已引起许多国内外学者的关注^[8-10], 但这些研究一般仅考虑了状态反馈的形式, 只有文献[11]给出了基于静态输出反馈的重叠分散控制方法. 在文献[12]中, 作者虽然提出了未来应研究的基于动态输出反馈重叠分散控制方法, 但目前尚未查到相关文献的研究报道.

本文针对一类具有网型拓扑结构联结形式的互联大系统, 研究其基于动态输出反馈的多重叠鲁棒分散镇定问题. 根据大系统包含原理的约束与聚集条件, 将互联的整个子系统作为重叠部分, 对系统进行

收稿日期: 2014-01-21; 修回日期: 2014-05-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61273011).

作者简介: 李小华(1964—), 女, 教授, 博士, 从事复杂系统结构与控制、工业过程建模与控制等研究; 刘洋(1988—), 男, 硕士生, 从事复杂系统结构与控制的研究.

多重叠结构分解. 在扩展空间中, 将大系统分解为一列两两子系统对, 并对每个两两子系统采用 LMI 方法分别设计使系统关联稳定的鲁棒分散动态输出反馈控制器, 然后再收缩回原空间, 构成原系统的多重叠鲁棒分散关联稳定控制律. 本文的主要贡献是通过采用重叠分散控制的思想, 改进了基于 LMI 的互联大系统分散控制设计方法, 解决了与以往文献中不同的多重叠控制器的收缩问题, 使得基于动态输出反馈的互联系统多重叠分散控制得以实现. 仿真结果验证了所提出方法的可行性和优越性.

1 网型互联大系统数学模型及其结构分解

1.1 网型互联大系统的数学模型

考虑一类网型拓扑结构的互联大系统, 它的每个子系统与其余所有子系统都有相互联结的情况. 该系统中共包含 N 个子系统, 其数学模型可描述为

$$S: \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + \Omega\xi, \\ y = Cx. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in R^n$, $u \in R^m$, $y \in R^l$, $\xi \in R^m$ 分别是系统的状态、控制输入、输出和不确定扰动输入, 且有 $n = \sum_{i=1}^N n_i$, $m = \sum_{i=1}^N m_i$, $l = \sum_{i=1}^N l_i$, n_i , m_i , l_i 分别为第 i 个子系统相对于状态、控制输入和输出的向量维数; 常数矩阵 A , B , C 和 Ω 分别为

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & A_{NN} \end{bmatrix},$$

$$\Delta = \text{blockdiag}(\Delta_{11}, \Delta_{22}, \cdots, \Delta_{NN}),$$

这里 Δ 可代表 B , C , Ω . 这里 A 阵的形式表示出系统的网型结构.

1.2 网型互联大系统的多重叠结构分解

针对互联大系统的网型拓扑结构形式, 采用系统包含原理对其进行多重叠结构分解, 即将每个子系统都作为与其他子系统互联的重叠部分. 根据文献 [7], 可采用

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= VAU + M_A, \quad \tilde{B} = VBQ + M_B, \\ \tilde{C} &= TCU + M_C, \quad \tilde{\Omega} = V\Omega Q + M_\Omega \end{aligned} \quad (2)$$

先对系统 (1) 进行扩展. 其中: V , U , Q , T 为相应的扩展矩阵, M_A , M_B , M_C , M_Ω 为补偿矩阵. 这些矩阵的选择可参见文献 [7]. 经过相应的运算后, 可得到系统 S 的扩展系统

$$\tilde{S}: \begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}\tilde{u} + \tilde{\Omega}\tilde{\xi}, \\ \tilde{y} = \tilde{C}\tilde{x}. \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\tilde{x} \in R^{\tilde{n}}$, $\tilde{u} \in R^{\tilde{m}}$, $\tilde{y} \in R^{\tilde{l}}$, $\tilde{\xi} \in R^{\tilde{m}}$ 分别是扩展系统的状态、控制输入、输出和不确定扰动输入. 对于系统 S 和 \tilde{S} , 总有 $n \leq \tilde{n}$, $m \leq \tilde{m}$, $l \leq \tilde{l}$. 扩展后的矩

阵 \tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{C} 和 $\tilde{\Omega}$ 可参见文献 [7].

扩展后系统 \tilde{S} 中包含 $N(N-1)$ 个子系统. 为了构成多重叠的两两子系统对, 需要将扩展后的 \tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{C} 和 $\tilde{\Omega}$ 中对应于各子系统的矩阵块所在的行组和列组进行调换, 使每个子系统与所有其他子系统构成两两子系统对, 即将扩展后的系统做行组和列组的置换处理. 这种置换可通过线性变换的形式得到, 置换后这些矩阵的维数不发生变化, 置换矩阵的构成方式可遵循定义 1 和引理 1 [7].

定义 1 设单位矩阵 I 可划分为与扩展系统 \tilde{S} 的 $N(N-1)$ 个子系统对应同维的单位子矩阵 $I_1, I_2, \cdots, I_k, \cdots, I_{N(N-1)}$, 并令两组相邻列和两组相邻行的基本交换矩阵分别为

$$p_{k(k+1)} = \text{blockdiag}\left(I_1, \cdots, I_{k-1}, \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I_k \\ I_{k+1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, I_{k+2}, \cdots, I_{N(N-1)}\right),$$

$$p_{k(k+1)}^T = \text{blockdiag}\left(I_1, \cdots, I_{k-1}, \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I_{k+1} \\ I_k & \mathbf{0} \end{bmatrix}, I_{k+2}, \cdots, I_{N(N-1)}\right),$$

则可定义:

1) 列组置换矩阵为

$$P = p_{12}p_{23} \cdots p_{(M-1)M} = \prod_{k=1}^{M-1} p_{k(k+1)},$$

2) 行组置换矩阵为

$$P^T = p_{(M-1)M}^T \cdots p_{23}^T p_{12}^T = \prod_{k=1}^{M-1} p_{k(k+1)}^T.$$

其中: 符号 $\overleftarrow{\prod}$ 和 $\overrightarrow{\prod}$ 表示矩阵的右向累乘和左向累乘, $M = N(N-1)$.

引理 1 设系统 \tilde{S} 是由系统 S 通过式 (2) 扩展得到的. 如果将扩展系统 \tilde{S} 变化为同维数扩展空间的系统 \tilde{S}_p , 且系统 \tilde{S}_p 包含了系统 S 循环逆序排列的 $\frac{N(N-1)}{2}$ 个基本互联子系统对 S_{ij} , 则系统 \tilde{S}_p 可由系统 \tilde{S} 通过列组和行组对称置换得到, 其中列组和行组置换矩阵分别为

$$P = \prod_{i=1}^{N-2} \prod_{j=1}^{N-2-(i-1)} \prod_{k=1+i(i-1)}^{(N-1)N-2i-[N+1+(i-1)](j-1)} p_{k(k+1)} =$$

$$\prod_{i=1}^{N-2} \prod_{j=1}^{N-i-1} \prod_{k=1+i(i-1)}^{N(N-j)-i(j+1)} p_{k(k+1)},$$

$$P^T = \prod_{i=1}^{N-2} \prod_{j=1}^{N-2-(i-1)} \prod_{k=1+i(i-1)}^{(N-1)N-2i-[N+1+(i-1)](j-1)} p_{k(k+1)}^T =$$

$$\prod_{i=1}^{N-2} \prod_{j=1}^{N-i-1} \prod_{k=1+i(i-1)}^{N(N-j)-i(j+1)} p_{k(k+1)}^T.$$

证明见文献[7], 这里略.

由定义1和引理1可知, 根据 \tilde{A} 、 \tilde{B} 、 \tilde{C} 的维数可确定它们对应的置换矩阵 P_A 、 P_B 、 P_C , 并利用下式

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= P_A^T \tilde{A} P_A, \quad \tilde{B} = P_A^T \tilde{B} P_B, \\ \tilde{C} &= P_C^T \tilde{C} P_A, \quad \tilde{\Omega} = P_A^T \tilde{\Omega} P_B \end{aligned} \quad (4)$$

对它们进行置换处理. 处理后可构成包含循环逆序排列的 $\frac{N(N-1)}{2}$ 个两两子系统对 S_{ij} 的扩展大系统 \tilde{S}_p , \tilde{S}_p 中 S_{ij} 的循环排列顺序为

$$S_{12}, S_{23}, S_{13}, S_{34}, S_{24}, S_{14}, \dots, S_{(N-1)N}, \dots, S_{2N}, S_{1N}.$$

该顺序可以由 S_{ij} 的下标计算式 $i = j - k, j = 2, 3, \dots, N, k = 1, 2, \dots, j - 1$ 产生.

2 互联系统动态输出反馈多重叠分散关联镇定

本节给出网型互联大系统(1)的动态输出反馈多重叠分散镇定的控制器设计方法.

2.1 动态输出反馈控制的两两子系统对模型

大系统(1)经过上述多重叠分解后, 在扩展空间中变成了一系列两两子系统对, 其中任一子系统对 S_{ij} 的模型为

$$\begin{aligned} S_i : \dot{x}_i &= A_{ii}x_i + B_{ii}u_i + \Omega_{ii}\xi_i + e_{ij}A_{ij}x_j, \\ y_i &= C_{ii}x_i; \\ S_j : \dot{x}_j &= A_{jj}x_j + B_{jj}u_j + \Omega_{jj}\xi_j + e_{ji}A_{ji}x_i, \\ y_j &= C_{jj}x_j. \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $i = j - k; j = 2, 3, \dots, N; k = 1, 2, \dots, j - 1;$ e_{ij} 为系统关联矩阵 $E = (e_{ij})$ 中的元素, $e_{ij} = 1$ 表示 S_j 对 S_i 有关联, $e_{ij} = 0$ 表示 S_j 对 S_i 无关联. 这里假设每个子系统都不存在自互联. 由于 ξ_i 和 ξ_j 为子系统内的不确定扰动, 设计出的反馈控制律可对其进行抑制, 为了研究方便, 可略去, 同时将系统互联项表示为 $h_i(t, x_j, E)$ 和 $h_j(t, x_i, E)$.

针对两两子系统对(5), 设计每个子系统的分散镇定动态输出反馈控制器. 设系统 S_i 的动态输出反馈控制器为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ki} &= A_{ki}x_{ki} + B_{ki}y_i, \\ u_i &= C_{ki}x_{ki} + D_{ki}y_i. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $x_{ki} \in R^{k_i}$ 是动态输出反馈控制器的状态; 系数矩阵 A_{ki} 、 B_{ki} 、 C_{ki} 、 D_{ki} 均为一定维数的常数矩阵. 将式(6)代入(5)的子系统 S_i 中, 得到闭环后系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{x}_{ki} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ii} + B_{ii}D_{ki}C_{ii} & B_{ii}C_{ki} \\ B_{ki}C_{ii} & A_{ki} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ x_{ki} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} h_i(t, x_j, E) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

可将式(7)表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{x}_{ki} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} A_{ii} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{ii} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{ki} & C_{ki} \\ B_{ki} & A_{ki} \end{bmatrix} \right\} \times \begin{bmatrix} x_i \\ x_{ki} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_i(t, x_j, E) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

进一步写成紧缩形式

$$\dot{\bar{x}}_i = (\bar{A}_i + \bar{B}_i \bar{K}_i \bar{C}_i) \bar{x}_i + \bar{h}_i(t, \bar{x}_j, E). \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A}_i &= \begin{bmatrix} A_{ii} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_{ii} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix}, \quad \bar{C}_i = \begin{bmatrix} C_{ii} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix}, \\ \bar{K}_i &= \begin{bmatrix} D_{ki} & C_{ki} \\ B_{ki} & A_{ki} \end{bmatrix}, \quad \bar{x}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ x_{ki} \end{bmatrix}, \\ \bar{h}_i(t, \bar{x}_j, E) &= \begin{bmatrix} h_i(t, x_j, E) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

同理, 另一个子系统 S_j 也有同样的紧缩形式. 将这两个带控制器的子系统合写为闭环形式

$$\dot{\bar{x}} = (\bar{A}_D + \bar{B}_D \bar{K}_D \bar{C}_D) \bar{x} + \bar{h}(t, \bar{x}, E). \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{x} &= [\bar{x}_i^T, \bar{x}_j^T]^T, \\ \bar{A}_D &= \text{blockdiag}(\bar{A}_i, \bar{A}_j), \quad \bar{B}_D = \text{blockdiag}(\bar{B}_i, \bar{B}_j), \\ \bar{C}_D &= \text{blockdiag}(\bar{C}_i, \bar{C}_j), \quad \bar{K}_D = \text{blockdiag}(\bar{K}_i, \bar{K}_j), \\ \bar{h}(t, \bar{x}, E) &= [\bar{h}_i^T(t, \bar{x}_j, E), \bar{h}_j^T(t, \bar{x}_i, E)]^T. \end{aligned}$$

2.2 两两子系统对的动态输出反馈鲁棒分散镇定

在给出设计结果之前, 这里先做如下假设.

假设1 在闭环系统(10)中, 矩阵 B_D 为列满秩矩阵.

假设2 互联项 $\bar{h}(t, \bar{x}, E)$ 是不确定的, 被限制在一定的范围内, 且满足如下二次约束:

$$\begin{aligned} \bar{h}^T(t, \bar{x}, E) \bar{h}(t, \bar{x}, E) &\leq \\ \bar{x}^T (\bar{\alpha}_i^2 \bar{H}_i^T \bar{H}_i + \bar{\alpha}_j^2 \bar{H}_j^T \bar{H}_j) \bar{x}. \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $\bar{\alpha}_i > 0$ 和 $\bar{\alpha}_j > 0$ 是不确定互联的界, $\bar{H}_i = \begin{bmatrix} H_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$, $\bar{H}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & H_j \end{bmatrix}$ 是同维数的互联约束矩阵.

定理1 如果存在块对角矩阵 \bar{N}_D 、 \bar{J}_D 和对称正定的矩阵 \bar{X}_D , 使得下面的优化问题可解:

$$\min(\bar{\gamma}_i + \bar{\gamma}_j),$$

$$\text{s.t. } \bar{X}_D > 0,$$

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_D^T \bar{P}_D + \bar{P}_D \bar{A}_D + \bar{C}_D^T \bar{N}_D^T \bar{B}_D^T + \bar{B}_D \bar{N}_D \bar{C}_D \\ \bar{P}_D \\ \bar{H}_i \\ \bar{H}_j \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{bmatrix} \bar{P}_D & \bar{H}_i^T & \bar{H}_j^T \\ -I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\bar{\gamma}_i I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\bar{\gamma}_j I \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

则两两子系统对(10)是稳定且是关联稳定的,其鲁棒分散动态输出反馈镇定控制律为

$$\bar{K}_D = \bar{J}_D^{-1} \bar{N}_D. \quad (13)$$

其中: $\bar{\gamma}_i = \frac{1}{\bar{\alpha}_i^2}$, $\bar{\gamma}_j = \frac{1}{\bar{\alpha}_j^2}$, $\bar{P}_D = \bar{B}_D(\bar{B}_D^T \bar{B}_D)^{-1} \bar{J}_D \bar{B}_D^T + \bar{B}_D^{-1} \bar{X}_D (\bar{B}_D^{-1})^T$.

证明 选择二次型能量函数

$$V(\bar{x}) = \bar{x}^T \bar{P}_D \bar{x}, \quad \bar{P}_D = \begin{bmatrix} \bar{P}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{P}_j \end{bmatrix}.$$

若使系统稳定,则

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{x}) = & \bar{x}^T (\bar{A}_D^T \bar{P}_D + \bar{P}_D \bar{A}_D + \bar{C}_D^T \bar{K}_D^T \bar{B}_D^T \bar{P}_D + \\ & \bar{P}_D \bar{B}_D \bar{K}_D \bar{C}_D) \bar{x} + \bar{h}^T \bar{P}_D \bar{x} + \bar{x}^T \bar{P}_D \bar{h} < 0. \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)可等效为

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{h} \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} \bar{A}_D^T \bar{P}_D + \bar{P}_D \bar{A}_D + \bar{C}_D^T \bar{K}_D^T \bar{B}_D^T \bar{P}_D + \bar{P}_D \bar{B}_D \bar{K}_D \bar{C}_D & \bar{P}_D \\ \bar{P}_D & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{h} \end{bmatrix} < 0. \quad (15)$$

将式(11)写成矩阵不等式形式

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{h} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -(\bar{\alpha}_i^2 \bar{H}_i^T \bar{H}_i + \bar{\alpha}_j^2 \bar{H}_j^T \bar{H}_j) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{h} \end{bmatrix} \leq 0. \quad (16)$$

运用S-过程和Schur补引理^[13],可得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \bar{A}_D^T \bar{P}_D + \bar{P}_D \bar{A}_D + \bar{C}_D^T \bar{K}_D^T \bar{B}_D^T \bar{P}_D + \bar{P}_D \bar{B}_D \bar{K}_D \bar{C}_D & \bar{P}_D \\ \bar{P}_D & \bar{H}_i \\ & \bar{H}_j \end{bmatrix} \rightarrow \\ & \leftarrow \begin{bmatrix} \bar{P}_D & \bar{H}_i^T & \bar{H}_j^T \\ -\tau I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\bar{\gamma}_i I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\bar{\gamma}_j I \end{bmatrix} < 0. \end{aligned} \quad (17)$$

其中: $\bar{\gamma}_i = \frac{1}{\bar{\alpha}_i^2}$, $\bar{\gamma}_j = \frac{1}{\bar{\alpha}_j^2}$, $\tau = 1$. 由于矩阵不等式(17)是一个关于 \bar{P}_D 和 \bar{K}_D 的BMI,是非凸的,这里借鉴文献[14]的做法,给式(17)加一个等式约束,使其满足

$$\bar{P}_D \bar{B}_D = \bar{B}_D \bar{J}_D. \quad (18)$$

按照文献[14],可得式(12).

当表示结构关联的 e_{ij} 从1变为0或从0变为1时,系统互联的变化仍在所约束限制的范围内,故控制律 \bar{K}_D 可以使系统稳定且关联稳定.

在 $\min(\bar{\gamma}_i + \bar{\gamma}_j)$ 且 $\bar{X}_D > 0$ 的条件下求解式(12)即可得到系统(10)的动态输出反馈鲁棒分散镇定控制律(13). \square

注1 通过增加一个等式约束转化LMI虽然具有一定的保守性,但这种方法对于相当一部分系统而言,还是易于获得其鲁棒镇定控制器的. 本文主要的贡献在于给出互联系统一种多重叠鲁棒分散镇定方法,这里只是给出一种控制器的求法.

对于置换后构成的系统 \tilde{S}_p ,可重复定理1的设计方法,为每个两两子系统对设计分散动态输出反馈控制器,在这个扩展空间里,整个大系统的增益矩阵 \tilde{K} 可按照 \tilde{S}_p 中子系统的顺序表示为

$$\tilde{K} = \text{blockdiag}(\bar{K}_1^1, \bar{K}_2^1, \bar{K}_2^2, \bar{K}_3^1, \bar{K}_3^2, \bar{K}_3^3, \dots, \bar{K}_2^N, \bar{K}_N^{N-1}, \bar{K}_1^N, \bar{K}_N^N). \quad (19)$$

2.3 多重叠分散镇定控制律的协调

按照上述方法,在扩展空间中为每个子系统设计了 $N-1$ 个控制器. 为了协调这些控制器,并在原空间中实现单一的分散控制律,可以将式(19)通过数学置换和大系统包含原理的条件收缩回原空间.

首先,将 \tilde{K} 做置换处理,其置换公式为

$$\tilde{K} = Z \tilde{K} W. \quad (20)$$

其中: 矩阵 Z 的选择与 P_B 的形式相同,但其单位矩阵的维数为 P_B 中单位矩阵的维数与控制器维数之和; 矩阵 W 的选择与 P_C^T 的形式相同,但其单位矩阵的维数为 P_C^T 中单位矩阵的维数与控制器维数之和.

经置换后, \tilde{K} 变为

$$\begin{aligned} \tilde{K} = & \text{blockdiag}(\overbrace{[\bar{K}_1^1, \bar{K}_2^1, \dots, \bar{K}_1^{N-1}]}^{N-1}, \\ & \dots, \overbrace{[\bar{K}_N^1, \bar{K}_N^2, \dots, \bar{K}_N^{N-1}]}^{N-1}). \end{aligned} \quad (21)$$

然后,将其收缩回原空间. 由于

$$K = \begin{bmatrix} D_k & C_k \\ B_k & A_k \end{bmatrix},$$

不可按文献[7]中的方法直接收缩,这里可在其基础上对收缩变换矩阵进行改造,利用式

$$K = L \tilde{K} F \quad (22)$$

将 \tilde{K} 收缩回原空间,改造后的收缩阵可选为

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{N-1} \text{blockdiag}(\underbrace{[I_{m_1+k_1}, I_{m_1+k_1}, \dots, I_{m_1+k_1}]}_{N-1}, \\ & \dots, \underbrace{[I_{m_N+k_N}, I_{m_N+k_N}, \dots, I_{m_N+k_N}]}_{N-1}); \\ F = & \text{blockdiag}(\underbrace{[I_{l_1+k_1}, I_{l_1+k_1}, \dots, I_{l_1+k_1}]}_{N-1}, \\ & \dots, \underbrace{[I_{l_N+k_N}, I_{l_N+k_N}, \dots, I_{l_N+k_N}]}_{N-1}). \end{aligned} \quad (23)$$

其中: k_i 为子系统动态输出反馈控制器的维数, l_i 为

子系统输出 y_i 的维数.

因此, 可得到一类网型互联大系统的多重叠分散镇定动态输出反馈控制律

$$K = \text{blockdiag}(K_1, K_2, \dots, K_N). \quad (24)$$

定理 2 如果 \tilde{S} 为大系统 S 的多重叠结构扩展系统, \tilde{K} 为 \tilde{S} 的分散镇定动态输出反馈控制器增益阵, 且使系统分散稳定和关联稳定, 则原系统 S 的多重叠分散镇定动态输出反馈控制律

$$K = L\tilde{K}F$$

亦可使系统稳定和关联稳定, L 和 F 已由式 (23) 给出.

证明 线性变换不改变系统的可控性, 且由文献 [7] 中控制器的包含原理可知, K 包含于 \tilde{K} , 因此 K 亦可使系统稳定和关联稳定. \square

3 四区域网型互联电力系统的仿真实例

3.1 网型互联电力系统的数学模型

考虑一类四区域网型互联电力系统^[7,15], 它的每个区域包括两个发电机组, 即一个水电机组和一个火电机组. 结合自动发电控制 AGC 的偏差控制, 第 i 个区域的子系统模型可描述为式 (5) 的形式. 其中: $x_i \in R^{n_i}$ 、 $u_i \in R^{m_i}$ 、 $y_i \in R^{l_i}$ 、 $\xi_i \in R^{m_i}$ 分别为子系统的状态、控制输入、输出和不确定扰动输入向量. 选择各变量与稳态值的偏差量为系统的状态变量和输出变量, 各变量和系数矩阵表示如下:

$$x_i = [\Delta a_{Ti}, \Delta p_{t1i}, \Delta p_{t2i}, \Delta p_{t3i}, \Delta a_{Hi}, \Delta v_{Hi}, \Delta q_i, \Delta f_i, \Delta v_i, \Delta pe_i]^T,$$

$$y_i = [\Delta p_{Ti}, \Delta p_{Hi}, \Delta f_i, \Delta v_i, \Delta pe_i]^T,$$

$$A_{ii} = \begin{bmatrix} A_i & \mathbf{0} & \gamma_{ti} \\ \delta_i^T & 0 & 1 \\ \alpha_{1i} \sum_{j=1, j \neq i}^N m_{ij}^T & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & 0 \\ -\alpha_{1i} m_{ji}^T & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} b_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_i = \begin{bmatrix} c_i & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \Omega_i = \begin{bmatrix} f_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3, 4.$$

其中参数和具体的物理意义可参见文献 [7,15].

3.2 仿真结果及分析

对于四区域网型互联电力系统, 为每个子系统选择三阶的动态输出反馈控制器, 运用所提出的方法选择相应的扩展矩阵、补偿矩阵、置换矩阵和收缩矩阵. 在进行控制器设计时, 适当选择互联约束矩阵. 按照定理 1 和上述多重鲁棒分散镇定控制器设计方法, 并利用 Matlab 中的 LMI 工具箱, 可以得出系统的动态输出反馈控制律. 在四区域的负载扰动分别

为 0.1 p.u.、1 p.u.、0.5 p.u. 和 0.1 p.u. 的情况下对各子系统进行仿真, 主要输出响应曲线如图 1 中实线所示.

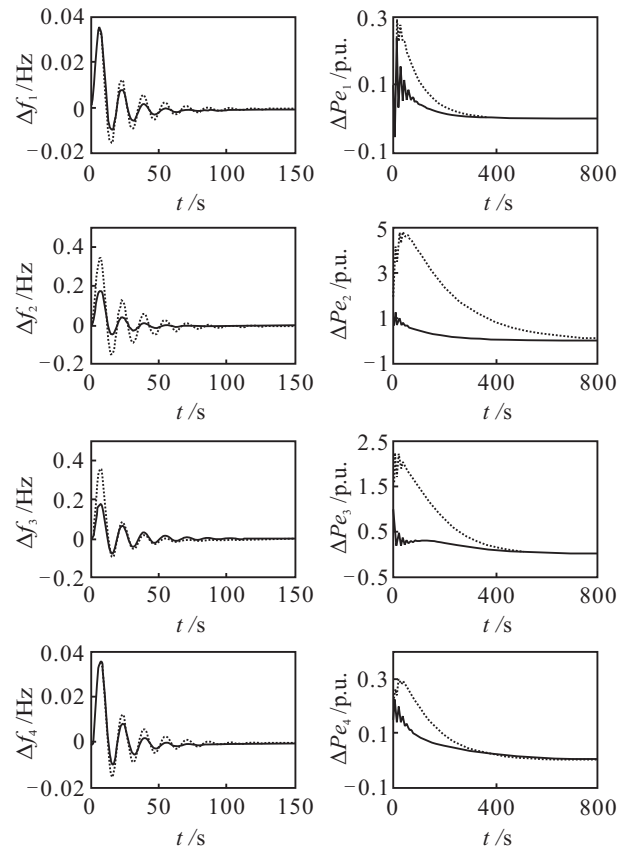


图 1 系统对于负载扰动的输出响应曲线

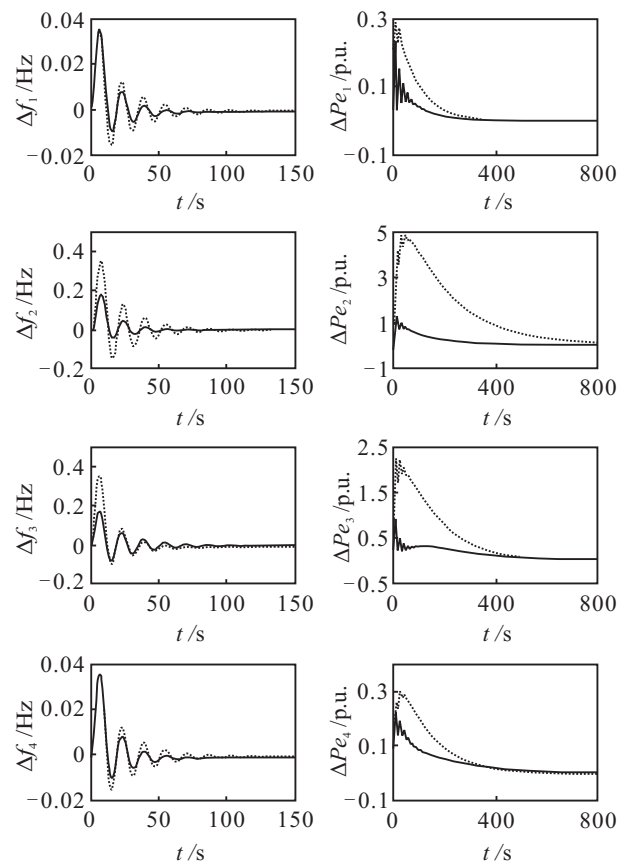


图 2 互联项 e_{14} 由 1 变为 0 时系统的输出响应曲线

图 1 中包含了 4 个子系统的频率偏差变化量

$\Delta f_{1,2,3,4}$ 和传输线功率交换偏差变化量 $\Delta P_{e_{1,2,3,4}}$. 由图 1 可知, 各子系统均是稳定的, 且满足自动发电控制要求.

为了证明系统的关联稳定性, 将系统的互联项 e_{14} 由 1 变为 0, 得到图 2 中实线所示的仿真曲线. 结果表明, 断开互联项曲线并没有明显变化, 该方法具有关联稳定性, 同时也说明其鲁棒性较强.

为了说明本文方法的优越性, 将直接对四区域系统采用定理 1 的 LMI 方法设计所得的结果进行仿真, 得到直接法的仿真曲线如图 1 和图 2 中虚线所示. 通过比较可以看出, 本文给出的方法在保证系统稳定性的同时, 使得系统的超调量和调节时间等动态性能指标明显好于直接法的控制性能. 分析其原因应该是本文方法在结构分解时充分考虑了系统间各个子系统的结构信息约束, 在设计中起到了一定的积极作用. 通过比较方法的运算过程, 不难发现直接法需求解 N 个子系统组成的 LMI, 而多重叠分散控制方法只需要求解每个两两子系统对组成的 LMI, 从而使得 LMI 大幅降阶, 并使得分析和求解变得简单易行.

4 结 论

本文针对一类具有网型拓扑结构的互联大系统, 研究了使系统稳定和关联稳定的动态输出反馈多重叠鲁棒分散镇定问题, 给出了一种新的多控制器的协调方法. 将该方法应用到四区域网型互联电力系统的自动发电控制 (AGC) 设计中, 并与直接采用 LMI 方法的仿真结果进行了比较, 表明了所提出方法的可行性和优越性. 该方法避免了因互联大系统中子系统过多、维数过大而引起的 LMI 求解上的困难, 而且动态输出反馈控制器的维数可以选得较低, 实现起来较为方便. 由于本文方法充分考虑了不确定结构扰动对系统的影响, 该方法也是鲁棒的, 并能保证系统的关联稳定性, 从而得到较好的控制性能. 该方法完全可以推广到具有其他任意联结形式的互联大系统分散镇定动态输出反馈控制设计中.

参考文献(References)

- [1] Siljak D D, Stankovic D M. Organically-structured control[C]. Proc of the American Control Conf. USA, 2001: 2736-2742.
- [2] Yongliang Zhu, Prabhakar R Pagilla. Decentralized output feedback control of a class of large-scale interconnected systems[J]. IMA J of Mathematical Control & Information, 2007, 24(1): 57-69.
- [3] Ghosh S, Das S K, Ray G. Decentralized stabilization of uncertain systems with interconnection and feedback delays: An LMI approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(4): 905-912.
- [4] 王银河, 罗亮, 陈玮, 等. 一类不确定大系统的状态量化分散反馈镇定控制器设计[J]. 控制与决策, 2010, 25(10): 1527-1530.
- (Wang Y H, Luo L, Chen W, et al. Decentralized state quantization feedback stabilization for a class of large scale uncertain systems[J]. Control and Decision, 2010, 25(10): 1527-1530.)
- [5] 傅勤. 基于 LMI 的大型互联线性系统的分散有限时间镇定[J]. 控制与决策, 2010, 25(5): 763-768.
- (Fu Q. Decentralized finite-time stabilization of large-scale interconnected linear systems based on LMI[J]. Control and Decision, 2010, 25(5): 763-768.)
- [6] Xuebo Chen, Srdjan S Stankovic. Decomposition and decentralized control of systems with multi-overlapping structure[J]. Automatica, 2005, 49(11): 1765-1772.
- [7] 陈雪波. 系统包含原理及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 178-234.
- (Chen X B. Inclusion principle and its applications[M]. Beijing: Science Press, 2012: 178-234.)
- [8] Knittel D, Gigan D, Laroche E. Robust decentralized overlapping control of large scale winding systems[C]. Proc of American Control Conf. USA, 2002: 1805-1810.
- [9] Hug-glanzmann G, Andersson G. Decentralized optimal power flow control for overlapping areas in power systems[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2009, 24(1): 327-336.
- [10] Lavaei J, Aghdam A G. A necessary and sufficient condition for the existence of a LTI stabilizing decentralized overlapping controller[C]. Proc of 45th IEEE Conf on Decision and Control. USA, 2006: 6179-6186.
- [11] Francisco Palacios-quinonero, Josep M Rossell. Decentralized control with infomation structure constraints[C]. The 15th Int Workshop on Dynamics and Control. Barcelona: Centro Int de Métodos Numéricos en Ingeniería, 2009: 111-118.
- [12] Srdjan S Stankovic, Duan M Stipanovic, Dragoslav D Siljak. Decentralized dynamic output feedback for robust stabilization of a class of nonlinear interconnected systems[J]. Automatica, 2007, 43(5): 861-867.
- [13] Boyd S, Ghaooni L E, Feron E, et al. LMIs in system and control theory[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994: 29-54.
- [14] 欧阳华. 一类不确定非线性系统鲁棒控制的 LMI 方法[J]. 北京大学学报: 自然科学版, 2004, 40(5): 722-728.
- (Ouyang H. Robust stabilization for a class of uncertain nonlinear systems: LMI approach[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis, 2004, 40(5): 722-728.)
- [15] 李小花. 复杂大系统的有机结构控制及其应用研究[D]. 沈阳: 东北大学信息科学与工程学院, 2006.
- (Li X H. Organically-structured control of complex large-scale systems and its applications[D]. Shenyang: College of Information and Decision, Northeastern University, 2006.)