

基于引导角的轮式移动机器人轨迹跟踪控制

于浩, 宿浩, 杨雪, 田春鹏, 唐功友

(中国海洋大学 信息科学与工程学院, 山东 青岛 266100)

摘要: 首先, 基于拉格朗日方程建立移动机器人模型; 然后, 根据侧向误差和角度误差的关系设计引导角, 将该引导角作为虚拟输入, 结合 Backstepping 方法设计基于移动机器人运动学模型的轨迹跟踪控制律, 并给出参数选取条件; 最后, 以驱动轮力矩作为控制输入, 并考虑到机器人受到的外部扰动, 将运动学控制律扩展得到基于动力学模型的控制律. 仿真结果表明了所设计控制律的有效性.

关键词: 轮式移动机器人; 轨迹跟踪; 引导角; Backstepping

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Guidance angle based trajectory tracking for wheeled mobile robots

YU Hao, SU Hao, YANG Xue, TIAN Chun-peng, TANG Gong-you

(College of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China.

Correspondent: TANG Gong-you, E-mail: gtang@ouc.edu.cn)

Abstract: Firstly, the mobile robot model is built based on the Lagrange function. Then the guidance angle is designed by analyzing the relationship between lateral and angular errors. The kinematics tracking controller is developed with the Backstepping approach by taking the guidance angle as a virtual input. The parameter selection criterion for the controller is also investigated. Finally, by taking the external disturbances into account, the torque controller based on the dynamic model is obtained. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: wheeled mobile robot; trajectory tracking; guidance angle; Backstepping

0 引言

轮式移动机器人是一种典型的非完整系统, 由于其系统模型复杂和应用领域广泛, 一直是研究的热点. 当前轮式移动机器人运动控制的研究方向主要包括点镇定、路径跟踪和轨迹跟踪. 不同于路径跟踪问题, 轨迹跟踪控制不仅具有空间位置要求, 同时具有时间要求, 即在特定的时间到达特定的位置, 使机器人跟踪一条以时间为参数的轨迹. 文献[1-2]分别基于模糊系统和神经网络设计了轨迹跟踪控制律, 实现了位置跟踪而忽略了姿态的跟踪; 文献[3]设计了极坐标表示下的轨迹跟踪控制律; 文献[4-7]基于变结构控制、模糊控制和自适应 Backstepping 等方法设计了轨迹跟踪控制律, 实现了位置与姿态的跟踪, 这些控制律都是通过文献[8]中的基于运动学模型的控制律进行扩展得到的; 文献[8]中的控制律存在控制奇异点, 如当参考轨迹为直线, 初始侧向误差为 0, 姿态误

差为 π 时, 只能实现位置跟踪而无法实现姿态跟踪.

受文献[9-10]对路径跟踪问题研究的启发, 本文提出一种不存在控制奇异点的轮式移动机器人轨迹跟踪方法. 该方法不直接跟踪姿态角, 而是根据当前的侧向误差设计一个引导角作为期望姿态, 随着侧向误差的收敛, 该引导角也逐渐趋向于姿态角, 以此实现位姿跟踪. 本文首先将引导角作为虚拟输入, 结合 Backstepping 方法^[11]设计了基于移动机器人运动学模型的轨迹跟踪控制律, 并给出了参数选取条件; 然后, 将基于运动学模型的控制律扩展得到基于动力学模型的控制律; 最后, 通过仿真验证了所设计控制律的有效性.

1 问题描述

差动驱动移动机器人如图 1 所示. 两后轮为驱动轮, 分别由独立的直流伺服电机驱动; 以伺服电机力矩输出作为移动机器人的控制输入, 前轮为随动轮仅

收稿日期: 2014-02-07; 修回日期: 2014-04-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074092); 山东省自然科学基金项目(ZR2010FM019).

作者简介: 于浩(1985—), 男, 博士生, 从事移动机器人运动控制、运动规划的研究; 唐功友(1953—), 男, 教授, 博士生导师, 从事时滞系统、非线性系统及网络控制的分析和综合等研究.

起支撑作用而无导向作用. 图中: P 为驱动轮轴线上点, P_c 为车体质心, P 与 P_c 之间的距离为 d , 两驱动轮距离为 $2b$, 车轮半径为 r .

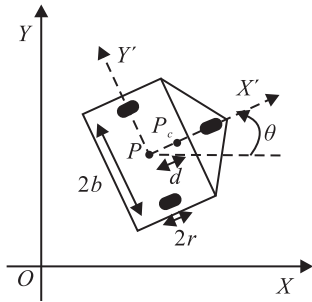


图1 轮式移动机器人及参考系

用以下5维广义坐标表示其位形:

$$\mathbf{q} = [x, y, \theta, \phi_r, \phi_l]^T.$$

其中: (x, y) 为 P 点在惯性坐标系 OXY 下的坐标, θ 为机器人的朝向角, ϕ_r 和 ϕ_l 分别为右轮和左轮旋转的角度. 在车轮的运动满足纯滚动无滑动的假设时, 有如下约束条件^[7]:

$$\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0, \quad (1)$$

$$\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta + b\dot{\theta} = r\dot{\phi}_r, \quad (2)$$

$$\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta - b\dot{\theta} = r\dot{\phi}_l. \quad (3)$$

约束的矩阵表示为

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}, \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta & 0 & 0 & 0 \\ \cos \theta & \sin \theta & b & -r & 0 \\ \cos \theta & \sin \theta & -b & 0 & -r \end{bmatrix}.$$

通常基于拉格朗日方程建立移动机器人的动力学模型, 如文献[12]对一类驱动轮轴线上点和质心重合的移动机器人建立了动力学模型, 且忽略了车轮的质量和转动惯量.

考虑到移动机器人各部件总成的动能之和, 得到机器人的动能函数为

$$L = \frac{1}{2}m_c(\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2) + \frac{1}{2}m_w(\dot{x}_{rw}^2 + \dot{y}_{rw}^2 + \dot{x}_{lw}^2 + \dot{y}_{lw}^2) + \frac{1}{2}I_c\dot{\theta}^2 + I_m\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_w(\dot{\phi}_r^2 + \dot{\phi}_l^2). \quad (5)$$

其中: m_c 为车体质量, m_w 为车轮质量, I_c 为车体绕经 P_c 点的垂直轴的转动惯量, I_m 为车轮绕其直径的转动惯量, I_w 为车轮绕轮轴的转动惯量, (x_c, y_c) 为 P_c 点坐标, (x_{rw}, y_{rw}) 和 (x_{lw}, y_{lw}) 分别为右轮和左轮质心的坐标. 由动能函数(5)可以得到系统的拉格朗日方程为

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\xi} = \mathbf{0}. \quad (6)$$

其中: $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbf{R}^3$ 为拉格朗日乘子向量, 表示运动过程中受到的约束力; $\boldsymbol{\xi}$ 为作用力向量. 用 P 点坐标表示动能函数(5)中的各坐标并代入式(6)可得

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_{ed} + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{B}\boldsymbol{\tau}. \quad (7)$$

其中: $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$ 为惯性矩阵, $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$ 为与速度和位置有关的矩阵, $\boldsymbol{\tau}_{ed} \in \mathbf{R}^5$ 表示运动受到的阻力和外部扰动向量, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{5 \times 2}$ 为输入变换矩阵, $\boldsymbol{\tau} = [\tau_r, \tau_l]^T$ 为右轮与左轮电机的力矩控制输入向量.

为了消去 $\mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda}$, 选择满秩矩阵

$$\mathbf{S}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \\ 1/r & b/r \\ 1/r & -b/r \end{bmatrix}$$

作为 $\mathbf{A}(\mathbf{q})\mathbf{S}(\mathbf{q}) = \mathbf{0}$ 解空间的一组基. 由式(4)可知 $\dot{\mathbf{q}}$ 处于 $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ 的零空间, 有

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{S}(\mathbf{q})\mathbf{v}. \quad (8)$$

其中: $\mathbf{v} = [v, \omega]^T$, v 和 ω 分别为机器人运动的线速度和角速度. 式(8)两端对时间求导可得 $\ddot{\mathbf{q}}$, 式(7)左乘 \mathbf{S}^T 并将 $\dot{\mathbf{q}}$ 和 $\ddot{\mathbf{q}}$ 的表达式代入可得

$$\bar{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{v}} + \bar{\mathbf{V}}\mathbf{v} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_{ed} = \bar{\mathbf{B}}\boldsymbol{\tau}. \quad (9)$$

其中

$$\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{S}^T \mathbf{M} \mathbf{S} =$$

$$\begin{bmatrix} m_c + 2m_w + \frac{2I_w}{r^2} & 0 \\ 0 & I + \frac{2b^2 I_w}{r^2} \end{bmatrix};$$

$$\bar{\mathbf{V}} = \mathbf{S}^T (\mathbf{M}\dot{\mathbf{S}} + \mathbf{V}\mathbf{S}) = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}m_c d \\ \dot{\theta}m_c d & 0 \end{bmatrix};$$

$$\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{S}^T \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1/r & 1/r \\ b/r & -b/r \end{bmatrix};$$

$\bar{\boldsymbol{\tau}}_{ed} = \mathbf{S}^T \boldsymbol{\tau}_{ed} \triangleq [\delta_1, \delta_2]^T$ 为有界扰动, 有 $|\delta_i| < \delta_{M_i}$, $i = 1, 2$, δ_{M_i} 为已知正数; $I = I_c + 2I_m + m_c d^2 + 2m_w b^2$.

式(8)和(9)即为将式(7)分解后得到的移动机器人的运动学模型和动力学模型.

2 基于运动学模型的轨迹跟踪控制律设计

2.1 移动机器人的轨迹跟踪问题

对于移动机器人的轨迹跟踪问题, 只需要关注向量 \mathbf{q} 中表示移动机器人位置和朝向的广义坐标 x , y 和 θ . 惯性坐标系下移动机器人的参考轨迹为 x_r , y_r 和 θ_r , 线速度和角速度的参考输入 v_r , ω_r 有界, 且 $v_r > 0$. 参考轨迹与参考速度满足如下关系:

$$\dot{x}_r = v_r \cos \theta_r, \quad \dot{y}_r = v_r \sin \theta_r, \quad \dot{\theta}_r = \omega_r.$$

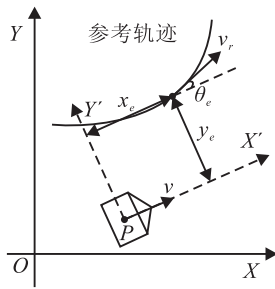


图2 移动机器人轨迹跟踪问题

如图2所示,以 P 为原点,沿线速度方向为 X' 轴,垂直线速度方向为 Y' 轴,定义本体坐标系 $PX'Y'$,在本体坐标系下表示的移动机器人的跟踪误差为

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}. \quad (10)$$

式(10)两端对时间求导,并由式(1)和(8)可得跟踪误差的微分方程^[8]为

$$\begin{aligned} \dot{x}_e &= y_e \omega - v + v_r \cos \theta_e, \\ \dot{y}_e &= -x_e \omega + v_r \sin \theta_e, \\ \dot{\theta}_e &= \omega_r - \omega. \end{aligned} \quad (11)$$

基于运动学模型的轨迹跟踪控制问题可描述为给定二阶可导的参考轨迹 x_r, y_r 和 θ_r ,设计控制输入 v 和 ω ,使跟踪误差 x_e, y_e 和 θ_e 趋向于零。

2.2 控制律设计

基于Backstepping方法给出轨迹跟踪控制律的设计步骤如下。

Step 1 选取正定Lyapunov函数

$$V_1 = \frac{1}{2}x_e^2 + \frac{1}{2}y_e^2, \quad (12)$$

式(12)两端对时间求导,并由式(11)可得

$$\dot{V}_1 = -vx_e + x_e v_r \cos \theta_e + y_e v_r \sin \theta_e, \quad (13)$$

将式(13)中最后一项的角度误差作为虚拟输入,取

$$\theta_d = \arctan(-y_e/L), \quad (14)$$

表示当 y_e 没有收敛时,先不使 θ_e 收敛,而是控制 θ_e 取一个特定的角度,即为前文所提到的引导角,其中 $L > 0$ 为引导角参数。取线速度输入 v 的值为

$$v_d = k_1 x_e + v_r \cos \theta_e, \quad (15)$$

其中 $k_1 > 0$ 。由式(14)和(15),有

$$\dot{V}_1 = -k_1 x_e^2 - \frac{v_r y_e^2}{\sqrt{y_e^2 + L^2}}, \quad (16)$$

因此 \dot{V}_1 负定。

Step 2 定义 θ_d 与 θ_e 之差

$$\theta_z = \theta_d - \theta_e = \arctan(-y_e/L) - \theta_e. \quad (17)$$

根据式(12)构造扩展Lyapunov函数为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}\theta_z^2. \quad (18)$$

式(17)两边对时间求导,有

$$\dot{\theta}_z = \frac{L^2 + y_e^2 + Lx_e}{L^2 + y_e^2} \omega - \frac{Lv_r \sin \theta_e}{L^2 + y_e^2} - \omega_r. \quad (19)$$

取角速度输入 ω 的值为

$$\omega_d = \frac{(L^2 + y_e^2)(\omega_r - k_2 \theta_z) + Lv_r \sin \theta_e}{L^2 + y_e^2 + Lx_e}, \quad (20)$$

其中 $k_2 > 0$ 。将式(18)对时间求导,并由式(19)和(20)有

$$\dot{V}_2 = -k_1 x_e^2 + v_r y_e \sin(\theta_d - \theta_z) - k_2 \theta_z^2. \quad (21)$$

2.3 参数选取规则

在区间 $(0, \pi/2)$ 内任意选择一个角度 θ_x ,若 $|\theta_z| > \theta_x$,则由 $\dot{\theta}_z = -k_2 \theta_z$ 可知存在有限时间 t_1 满足 $t_1 \geq t_0 \geq 0$,使当 $t > t_1$ 时有 $|\theta_z| < \theta_x$ 。由于移动机器人状态和输入均是有界的,在 $t \in [t_0, t_1]$ 时间段内, x_e, y_e 和 θ_z 有界。

当 $|\theta_z| < \theta_x$ 时,令 $\cos \theta_x = \alpha$,此时有 $\alpha > 0$ 和 $\cos \theta_z > \alpha$ 。由式(21)有

$$\begin{aligned} & v_r y_e \sin(\theta_d - \theta_z) - k_2 \theta_z^2 = \\ & - \frac{v_r y_e^2}{\sqrt{y_e^2 + L^2}} \cos \theta_z - \frac{v_r y_e L}{\sqrt{y_e^2 + L^2}} \sin \theta_z - k_2 \theta_z^2 \leq \\ & - \frac{v_r y_e^2}{\sqrt{y_e^2 + L^2}} \alpha - k_2 \theta_z^2 + \frac{v_r L}{\sqrt{y_e^2 + L^2}} |y_e \theta_z| \leq \\ & - \frac{v_r}{2\sqrt{y_e^2 + L^2}} (2\alpha - L\beta) y_e^2 - \\ & \left(k_2 - \frac{v_r L}{2\beta\sqrt{y_e^2 + L^2}} \right) \theta_z^2 \leq \\ & - \frac{v_r}{2\sqrt{y_e^2 + L^2}} (2\alpha - L\beta) y_e^2 - \left(k_2 - \frac{v_r}{2\beta} \right) \theta_z^2, \end{aligned}$$

其中 β 为任意正数。于是有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 & \leq -k_1 x_e^2 - \frac{v_r}{2\sqrt{y_e^2 + L^2}} (2\alpha - L\beta) y_e^2 - \\ & \left(k_2 - \frac{v_r}{2\beta} \right) \theta_z^2. \end{aligned} \quad (22)$$

当控制参数的选取满足

$$Lv_r < 4k_2 \alpha \quad (23)$$

时, $\dot{V}_2 < 0$,即当 $t \rightarrow \infty$ 时有 $[x_e, y_e, \theta_z]^T \rightarrow \mathbf{0}$,由式(14)可知 $\theta_e(\infty) \rightarrow 0$ 。

定理 1 考虑基于式(11)描述的移动机器人轨迹跟踪误差运动学模型,由式(15)和(20)选取线速度和角速度控制律,且控制参数的选取满足式(23)时,闭环系统是渐近稳定的。

注 1 式(22)的推导过程中用到了

$$|y_e \theta_z| \leq \frac{\beta}{2} y_e^2 + \frac{1}{2\beta} \theta_z^2,$$

其中 β 可为满足条件的任意正数。 θ_x 的值可在取值区间 $(0, \pi/2)$ 内任取,当 θ_x 确定后即得到选取 L 和 k_2 应满足的条件。

3 基于动力学模型的轨迹跟踪控制律设计

若考虑动力学因素,控制律(15)和(20)中的 v_d

和 ω_d 不能立即获得, 下面将 v_d 和 ω_d 作为虚拟输入, 以力矩 τ 作为控制输入, 进一步利用 Backstepping 方法设计基于动力学模型的控制律. 令 $v_e = v_d - v$ 为机器人期望线速度与实际速度之差, 将虚拟速度输入 (15) 代入 (11) 可得

$$\dot{x}_e = y_e \omega + v_e - k_1 x_e. \quad (24)$$

令 $\omega_e = \omega_d - \omega$ 为期望角速度与实际角速度之差, 将虚拟角速度输入 (20) 代入 (19) 可得

$$\dot{\theta}_z = -k_2 \theta_z - \left(1 + \frac{L x_e}{L^2 + y_e^2}\right) \omega_e. \quad (25)$$

令 $v_e = [v_e, \omega_e]^T$, $v_d = [v_d, \omega_d]^T$, $\dot{v}_d = [\dot{v}_d, \dot{\omega}_d]^T$, $e = [x_e, \theta_z]^T$, $C = \text{diag}\left\{1, -1 - \frac{L x_e}{L^2 + y_e^2}\right\}$, 则由式 (24) 和 (25), 有

$$\dot{V}_2 = -k_1 x_e^2 + v_r y_e \sin(\theta_d - \theta_z) - k_2 \theta_z^2 + e^T C v_e. \quad (26)$$

构造扩展 Lyapunov 函数

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} v_e^T \bar{M} v_e, \quad (27)$$

将式 (27) 两端对时间求导, 并由式 (26) 和 (9), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -k_1 x_e^2 + v_r y_e \sin(\theta_d - \theta_z) - k_2 \theta_z^2 + \\ & v_e^T (C e + \bar{M} \dot{v}_d + \bar{V} v + \bar{\tau}_{ed} - \bar{B} \tau). \end{aligned} \quad (28)$$

选取控制律

$$\tau = \bar{B}^{-1} (K v_e + C e + \bar{M} \dot{v}_d + \bar{V} v + \varphi). \quad (29)$$

其中: $K = \text{diag}\{k_3, k_4\}$, $k_3 > 0$, $k_4 > 0$ 为控制参数; $\varphi = [\varphi_1, \varphi_2]^T$ 为补偿外部有界扰动的鲁棒项, 当

$$\varphi = \left[\delta_{M1} \text{sat}\left(\frac{\delta_{M1} v_e}{4\varepsilon}\right), \delta_{M2} \text{sat}\left(\frac{\delta_{M2} \omega_e}{4\varepsilon}\right) \right]^T \quad (30)$$

时可以满足如下不等式^[13]:

$$\delta_{M1} |v_e| - \varphi_1 v_e \leq \varepsilon,$$

$$\delta_{M2} |\omega_e| - \varphi_2 \omega_e \leq \varepsilon.$$

其中: 参数 $\varepsilon > 0$, $\text{sat}(\cdot)$ 表示饱和函数. 将控制律 (29) 代入 (28) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & -k_1 x_e^2 + v_r y_e \sin(\theta_d - \theta_z) - \\ & k_2 \theta_z^2 - v_e^T K v_e + 2\varepsilon. \end{aligned} \quad (31)$$

在控制律 (29) 作用下, 有

$$\begin{aligned} \left(I + \frac{2b^2 I_\omega}{r^2}\right) \dot{\omega}_e = \\ \theta_z \left(1 + \frac{L x_e}{L^2 + y_e^2}\right) - k_4 \omega_e + \delta_2 - \varphi_2. \end{aligned} \quad (32)$$

对 θ_z 和 ω_e 构成的子系统构造 Lyapunov 函数

$$V_{\text{sub}} = \frac{1}{2} \theta_z^2 + \frac{1}{2} \left(I + \frac{2b^2 I_\omega}{r^2}\right) \omega_e^2, \quad (33)$$

V_{sub} 对时间求导, 并由式 (25) 和 (32), 有

$$\dot{V}_{\text{sub}} \leq -k_2 \theta_z^2 - k_4 \omega_e^2 + \varepsilon. \quad (34)$$

只要正参数 ε 的选取满足

$$\varepsilon < k_2 \theta_x^2, \quad (35)$$

即存在有限时间 t_1 满足 $t_1 \geq t_0 \geq 0$, 使得当 $t > t_1$ 时

有 $|\theta_z| < \theta_x$.

当 $|\theta_z| < \theta_x$ 时, 有 $\alpha > 0$ 和 $\cos \theta_z > \alpha$. 由式 (31) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & -k_1 x_e^2 - \frac{v_r}{2\sqrt{y_e^2 + L^2}} (2\alpha - L\beta) y_e^2 - \\ & \left(k_2 - \frac{v_r}{2\beta}\right) \theta_z^2 - v_e^T K v_e + 2\varepsilon. \end{aligned} \quad (36)$$

式 (36) 的推导过程与式 (22) 相同, 当

$$\begin{aligned} \frac{v_r}{2\sqrt{y_e^2 + L^2}} (2\alpha - L\beta) y_e^2 + \left(k_2 - \frac{v_r}{2\beta}\right) \theta_z^2 + \\ k_1 x_e^2 + v_e^T K v_e > 2\varepsilon \end{aligned}$$

时, 跟踪误差减小.

定理 2 考虑式 (11) 描述的移动机器人轨迹跟踪误差运动学模型和式 (9) 描述的动力学模型, 根据式 (29) 和 (30) 选取控制律, 且当控制参数的选取满足式 (23) 和 (35) 时, 跟踪误差终结有界.

注 2 若以符号函数代替鲁棒项中的饱和函数可使跟踪误差渐近稳定, 但此时控制律为不连续控制律, 则随着跟踪误差的减小, 控制信号会产生抖振. 由于电机的力矩输出不能突变, 本文选择饱和函数.

4 仿真结果

为了验证本文方法的正确性和有效性, 使用 Matlab 编写程序进行仿真. 机器人跟踪的参考轨迹为圆形, 参考速度 $v_r = 0.5$, $\omega_r = 0.2$; 初始参考位姿 $x_r(0) = 1$, $y_r(0) = 1$, $\theta_r(0) = 0.5\pi$; 机器人初始位姿 $x(0) = 0$, $y(0) = 0.5$, $\theta(0) = 0$; 初始速度 $v(0) = 0.1$, $\omega(0) = 0$.

移动机器人的物理参数为 $r = 0.05$, $b = 0.5$, $d = 0.3$, $m_c = 30$, $m_\omega = 1$, $I_c = 16.625$, $I_m = 0.0025$, $I_\omega = 0.005$; 地面阻力和扰动为 $\bar{\tau}_{ed} = [5 \sin t, 4 \cos t + e^{-t}]^T$; 控制参数 $\theta_x = \pi/3$, $k_1 = 3$, $k_2 = 3$, $L = 1.1$, $k_3 = 30$, $k_4 = 30$, $\varepsilon = 0.05$, 所选参数满足式 (23) 和 (35).

轨迹跟踪的仿真结果如图 3 所示. 图 3(a) 为机器人的实际运动轨迹, 可以看到虽然存在初始误差和外部扰动, 在控制律的作用下仍实现了轨迹的跟踪. 轨迹跟踪误差如图 3(b) 所示, 经过 7s 的时间后跟踪误差收敛到一个很小的区间并保持在区间之内, 与定理 2 的结论相符. 图 4 为移动机器人跟踪过程的线速度和角速度, 由于机器人初始速度较小, 在控制力矩的作用下实现加速与减速运动, 与以速度作为控制输入相比, 以力矩作为控制输入更为符合实际. 随着跟踪误差的减小, 移动机器人的线速度和角速度逐渐接近参考速度. 图 5 为力矩控制输入, 由于以饱和函数作为控制律中的鲁棒项, 随着跟踪误差的减小, 控制力矩始终保持在一个很小的区间内, 没有发生抖振.

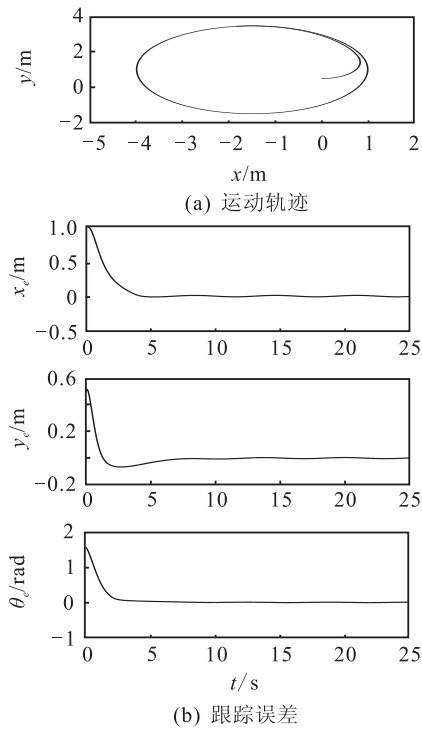


图3 轨迹跟踪结果

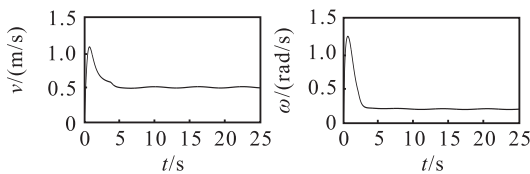


图4 运动速度

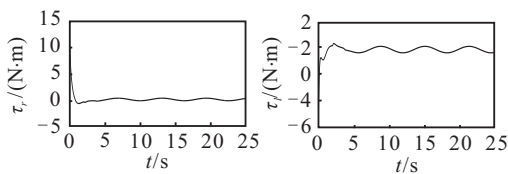


图5 力矩控制输入

5 结论

本文研究了轮式移动机器人的轨迹跟踪问题. 首先, 基于拉格朗日方程建立了移动机器人的运动模型并分解得到移动机器人的运动学和动力学模型. 根据跟踪过程中的侧向误差设计一个引导角作为期望姿态, 结合 Backstepping 设计了基于运动学模型的轨迹跟踪控制律, 进行了稳定性分析, 并给出了参数选取应满足的条件; 然后考虑到外部扰动的影响, 将该控制律扩展得到基于动力学模型的控制律; 最后, 通过仿真验证了本文方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Hou Z G, Zou A M, Cheng L, et al. Adaptive control of an electrically driven nonholonomic mobile robot via backstepping and fuzzy approach[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2009, 17(4): 803-815.

[2] Rossomando F G, Soria C, Carelli R. Neural network-based compensation control of mobile robots with partially known structure[J]. IET Control Theory & Applications, 2012, 16(2): 1851-1860.

[3] Park B S, Yoo S J, Park J B, et al. Adaptive neural sliding mode control of nonholonomic wheeled mobile robots with model uncertainty[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2009, 17(1): 207-214.

[4] Yue M, Hu P, Sun W. Path following of a class of non-holonomic mobile robot with underactuated vehicle body[J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4 (10): 1898-1904.

[5] Das T, Kar I N. Design and implementation of an adaptive fuzzy logic-based controller for wheeled mobile robots[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2006, 14(3): 501-510.

[6] 崔明月, 孙棣华, 李永福, 等. 轮子纵向打滑条件下的移动机器人自适应跟踪控制[J]. 控制与决策, 2013, 28(5): 664-670.
(Cui M Y, Sun D H, Li Y F, et al. Adaptive tracking control of wheeled mobile robots in presence of longitudinal slipping[J]. Control and Decision, 2013, 28(5): 664-670.)

[7] Fukao T, Nakagawa H, Adachi N. Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2000, 16(5): 609-615.

[8] Fierro R, Lewis F L. Control of a nonholonomic mobile robot: Backstepping kinematics to dynamics[J]. J of Robotic Systems, 1997, 14(3): 149-163.

[9] Breivik M, Fossen T I. Principles of guidance-based path following in 2D and 3D[C]. Proc of the 44th IEEE CDC. Seville: IEEE, 2005: 627-634.

[10] 郑泽伟, 霍伟, 诸兵. 非完整移动机器人全局路径跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(6): 741-746.
(Zheng Z W, Huo W, Zhu B. Global path-following control for nonholonomic mobile robots[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(6): 741-746.)

[11] Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Morse A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1991, 36(11): 1241-1253.

[12] 吴克河, 李为, 柳长安, 等. 双轮驱动式移动机器人动力学控制[J]. 宇航学报, 2006, 27(2): 272-275.
(Wu K H, Li W, Liu C A, et al. Dynamic control of two-wheeled mobile robot[J]. J of Astronautics, 2006, 27(2): 272-275.)

[13] Lee H, Tomizuka M. Robust adaptive control using a universal approximator for SISO nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2000, 8(1): 95-106.

(责任编辑: 滕 蓉)