第 30 卷 第 4 期
Vol. 30 No. 4

控 制 与 决 策
Control and Decision

2015 年 4 月
Apr. 2015

文章编号: 1001-0920 (2015) 04-0640-05 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2014.0177

一类直觉模糊线性规划的求解及其应用

余高锋[1,3], 李登峰[2], 邱锦明[1]

(1. 三明学院 信息工程学院，福建 三明 365004；2. 福州大学 经济与管理学院，福州 350108；3. 电子商务技术福建省高校技术工程中心，福建 三明 365004)

摘 要: 研究一类直觉模糊线性规划及其应用. 首先, 定义直觉模糊不等式, 给出直觉模糊线性规划模型; 然后, 提出一种基于总精确函数的直觉模糊线性规划求解方法, 并给出其求解步骤; 最后, 建立证券投资组合的直觉模糊线性规划模型. 数值算例表明了所提出理论是合理有效的.

关键词: 直觉模糊不等式；直觉模糊线性规划；证券投资组合

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Solution to intuitionistic fuzzy linear programming and its application

YU Gao-feng[1], *LI Deng-feng*[2], *QIU JIN-ming*[1]

(1. Institute of Information Engineering，Sanming University，Sanming 365004，China；2. School of Management, Fuzhou University，Fuzhou 350108，China；3. The Electronic Commerce Technology University Engineering Center in Fujian Province，Saming 365004，China．Correspondent：LI Deng-feng，E-mail：lidengfeng@fzu.edu.cn)

Abstract: A class of intuitionistic fuzzy linear programming and its application is constructed. Firstly, the definition of intuitionistic fuzzy inequality equations is proposed, and the model of intuitionistic fuzzy linear programming is established. Then the solving method based on the total exact function and its solution steps are proposed. Finally, a securities portfolio of the intuitionistic fuzzy linear programming model is founded. The numerical examples illurstrate that the theory is reasonable and effective.

Keywords: intuitionistic fuzzy inequality；intuitionistic fuzzy linear programming；securities investment portfolio

0 引 言

在经济管理决策以及日常生活中, 人们总是希望用更少的成本办更多的事, 这类问题称为最优化问题. 最优化问题是考虑在一定条件下寻找目标函数的最大 (或最小) 值. 解决最优化问题的有效方法有线性规划和动态规划等. 传统的优化方法常将目标函数和约束条件视为确定的, 然而在很多实际问题中, 目标函数和约束条件都具有不同程度的不确定性. 模糊集[1]为解决不确定性优化问题奠定了理论基础, 引出了模糊优化理论; 文献 [2] 首次提出了模糊优化问题; 文献 [3-4] 研究了一类具有弹性约束的模糊线性规划问题; 文献 [5] 随后针对具有弹性约束的模糊线性规划问题提出了各自的求解方法; 文献 [6] 定义了一类参数为模糊环境的线性规划模型的最优解; 文献 [7] 提出了区间数和模糊数线性规划的求解方法; 文献 [8] 考虑了模糊变量线性规划, 并应用模糊数比较的概念给出求解方法; 文献 [9] 建立了全部系数为模糊数且具有等式约束条件的线性规划; 文献 [10] 证明了带模糊约束的线性规划对偶定理, 并利用参数规划给出了带模糊约束的线性规划的一种解法; 文献 [11] 提出了一种系数为对称梯形模糊数的线性规划求解方法; 文献 [12] 提出了一种具有三角模糊系数的线性规划求解方法; 文献 [13] 对直觉模糊环境的优化问题进行了研究; 文献 [14] 建立了一种基于线性规划的直觉模糊多属性决策模型; 文献 [15] 建立了一种基于模糊线性规划的不同类型的权重信息不完全的多属性决策方法; 文献 [16] 建立了一种基于模糊 LINMAP 方法的考虑决策犹豫度混合多属性决策模型; 文献 [17] 建

收稿日期: 2014-02-13；**修回日期:** 2014-05-28.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(71231003)；国家自然科学基金项目(71171055, 70871117, 11401341)；福建省自然科学基金项目(2012J012802)；福建省大学生创新创业训练计划项目(201311311023)；福建省教育厅科技项目(JA14295).

作者简介: 余高锋(1986−), 男, 助教, 从事决策分析和博弈论的研究；李登峰(1965−), 男, 教授, 博士生导师, 从事决策分析与博弈论等研究.

立了一种基于模糊结构元方法的直觉模糊弹性约束的模糊线性规划模型; Atanassov 提出的直觉模糊集[18]是模糊集的扩展, 同时考虑了隶属度、非隶属度和犹豫度 3 方面的信息, 在处理模糊性和不确定性方面更具灵活性和实用性. 因此, 直觉模糊集更能合理地表达决策者的信息.

综上所述, 目前的研究主要成果是考虑系数为不同模糊变量的线性规划模型及其应用, 而关于含有直觉模糊约束条件的线性规划则比较少. 因此, 研究一类直觉模糊线性规划及其应用是有意义的.

1　直觉模糊不等式

定义 1　设 $a \in R^n$, 称 $a^{\mathrm T}x \gtrsim_{\mathrm{IF}} b$ 为直觉模糊不等式, 可以表示为

$$\{\langle a^{\mathrm T}x, \mu(a^{\mathrm T}x), \nu(a^{\mathrm T}x)\rangle | a^{\mathrm T}x \in R\}.$$

$a^{\mathrm T}x \gtrsim_{\mathrm{IF}} b$ 的隶属函数和非隶属函数分别为

$$\mu(a^{\mathrm T}x) = \begin{cases} 0,\ a^{\mathrm T}x \leqslant b-p; \\ h_1(a^{\mathrm T}x),\ b-p \leqslant a^{\mathrm T}x \leqslant b; \\ 1,\ a^{\mathrm T}x \geqslant b. \end{cases} \tag{1}$$

$$\nu(a^{\mathrm T}x) = \begin{cases} 1,\ a^{\mathrm T}x \leqslant b-p-q; \\ h_2(a^{\mathrm T}x),\ b-p-q \leqslant a^{\mathrm T}x \leqslant b; \\ 0,\ a^{\mathrm T}x \geqslant b. \end{cases} \tag{2}$$

其中: $p > 0$ 表示决策者对 $a^{\mathrm T}x \geqslant b$ 的忍受程度; $q > 0$ 表示决策者的乐观系数, q 越大, 非隶属度越小; $h_1 : R \to [0,1]$ 的连续和非单调递减的函数分别为 $h_1(b-p) = 0$ 和 $h_1(b) = 1$, 而非隶属函数只需满足 $\mu(a^{\mathrm T}x) + \nu(a^{\mathrm T}x) \leqslant 1$, 因此 $h_2 : R \to [0,1]$ 的连续和非单调递增的函数分别为 $h_2(b-p-q) = 0$ 和 $h_2(b) = 0$, 且 $h_1(a^{\mathrm T}x) + h_2(a^{\mathrm T}x) \leqslant 1$; $a^{\mathrm T}x \geqslant b$ 的犹豫度为

$$\pi(a^{\mathrm T}x) = 1 - \mu(a^{\mathrm T}x) - \nu(a^{\mathrm T}x).$$

$a^{\mathrm T}x \gtrsim_{\mathrm{IF}} b$ 的隶属函数和非隶函数的关系如图 1 所示.

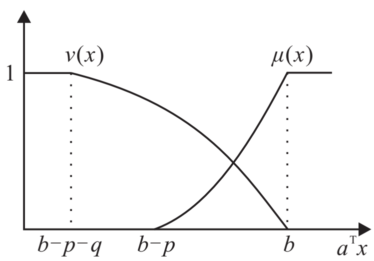

图 1　$a^{\mathrm T}x \gtrsim_{\mathrm{IF}} b$ **的隶属函数和非隶属函数**

特别地, 若 $\nu(a^{\mathrm T}x) = 0$, 则 $a^{\mathrm T}x \gtrsim_{\mathrm{IF}} b$ 为模糊不等式; 若 $\mu(a^{\mathrm T}x) = 1$ 且 $\nu(a^{\mathrm T}x) = 0$, 则 $a^{\mathrm T}x \gtrsim_{\mathrm{IF}} b$ 为传统不等式.

在模糊情况下 (包括直觉模糊), "大于等于"和"小于等于"不是对偶概念. 类似于 $a^{\mathrm T}x \gtrsim_{\mathrm{IF}} b$, 给出 $a^{\mathrm T}x \lesssim_{\mathrm{IF}} b$ 的隶属函数和非隶属函数分别为

$$\mu(a^{\mathrm T}x) = \begin{cases} 0,\ a^{\mathrm T}x \geqslant b+p; \\ h_1(a^{\mathrm T}x),\ b-p \leqslant a^{\mathrm T}x \leqslant b; \\ 1,\ a^{\mathrm T}x \leqslant b. \end{cases} \tag{3}$$

$$\nu(a^{\mathrm T}x) = \begin{cases} 1,\ a^{\mathrm T}x \geqslant b+p+q; \\ h_2(a^{\mathrm T}x),\ b \leqslant a^{\mathrm T}x \leqslant b+p+q; \\ 0,\ a^{\mathrm T}x \geqslant b. \end{cases} \tag{4}$$

其中: $p > 0$ 表示决策者对 $a^{\mathrm T}x \leqslant b$ 的忍受程度; $q > 0$ 表示决策者的乐观系数, q 越大, 非隶属度越小; $h_1 : R \to [0,1]$ 的连续和非单调递增的函数分别为 $h_1(b-p) = 0$ 和 $h_1(b) = 1$, $h_2 : R \to [0,1]$ 的连续和非单调递减的函数分别为 $h_2(b-p-q) = 0$ 和 $h_2(b) = 0$, 且 $h_1(a^{\mathrm T}x) + h_2(a^{\mathrm T}x) \leqslant 1$; $a^{\mathrm T}x \leqslant b$ 的犹豫度为

$$\pi(a^{\mathrm T}x) = 1 - \mu(a^{\mathrm T}x) - \nu(a^{\mathrm T}x).$$

直觉模糊不等式是在传统不等式的基础上增加了决策者的犹豫度, 而直觉模糊数是一个数量概念, 刻画了一个不确定的数量或难以量化的量. 因此, 直觉模糊不等式与直觉模糊数大小具有不同物理意义.

2　具有直觉模糊约束的线性规划模型

定义 2　具有直觉模糊约束的线性规划模型 (IFLP) 为

$$\begin{aligned} &\tilde{\max}\ c^{\mathrm T}x; \\ &\text{s.t. } Ax \lesssim_{\mathrm{IF}} b, \\ &x \in S. \end{aligned} \tag{5}$$

其中: c 和 x 为 n 维列向量; S 和 b 为 m 维列向量; A 为 $m \times n$ 矩阵; $\lesssim_{\mathrm{IF}}$ 表示直觉模糊不等式, 可以表示为 $\{\langle Ax, \mu(Ax), \nu(Ax)\rangle | Ax \in R\}$.

若 $\nu(Ax) = 0$, 则式 (5) 退化为模糊线性规划; 若 $\mu(Ax) = 1$ 且 $\nu(Ax) = 0$, 则式 (5) 退化为普通线性规划.

定义 3　设 x 为 n 维向量, 若 x 满足 IFLP 模型, 则该模型具有可行解. 特别地, 若不存在 x, 使得 $c^{\mathrm T}x \gtrsim_{\mathrm{IF}} c^{\mathrm T}x^*$, 则称 x^* 为该模型的直觉模糊有效解.

决策者给定一个满意值 Z_0, 目标函数可以表示为 $c^{\mathrm T}x \gtrsim_{\mathrm{IF}} Z_0$. 因此, IFLP 相当于求解一个 $x \in R^n$, 使其满足如下直觉模糊不等式组:

$$\begin{cases} c^{\mathrm T} \gtrsim_{\mathrm{IF}} xZ_0, \\ Ax \lesssim_{\mathrm{IF}} b, \\ x \in S. \end{cases} \tag{6}$$

根据直觉模糊排序的方法, 有

$$\begin{cases} f_0(c^{\mathrm T}x) = \mu_0(c^{\mathrm T}x) + \lambda\pi_0(c^{\mathrm T}x), \\ f_i(a_i^{\mathrm T}x) = \mu_i(a_i^{\mathrm T}x) + \lambda\pi_i(a_i^{\mathrm T}x). \end{cases} \tag{7}$$

其中: $a_i \in R^n$, $i = 1, 2, \cdots, m$; $\lambda \in [0,1]$. 因此, 具有直接模糊约束的线性规划 (IFLP) 可以转化为

$$\max_{x\geqslant 0}\ \min\{f_0(c^{\mathrm T}x), f_1(a_1^{\mathrm T}x), f_2(a_2^{\mathrm T}x),\cdots,f_m(a_m^{\mathrm T}x)\},\tag{8}$$

即转化为普通线性规划 (ECP), 表示为

$$\begin{aligned}&\max\ \alpha.\\ &\text{s.t. } f_0(c^{\mathrm T}x)\geqslant\alpha;\\ &\quad f_i(a_i^{\mathrm T}x)\geqslant\alpha,\ i=1,2,\cdots,m;\\ &\quad x\geqslant 0,\ \alpha\in[0,1].\end{aligned}\tag{9}$$

定理 1 若 (x^*,α^*) 是普通线性规划 (ECP) 的最优解, 则 x^* 是具有直觉模糊约束的线性规划模型 (IFLP) 的直觉模糊有效解.

证明 假设 (x^*,α^*)是 ECP 的最优解, 但 x^* 不是 IFLP 的直觉模糊有效解, 则存在 x' 使得

$$c^{\mathrm T}x'\gtrsim_{\mathrm{IF}} c^{\mathrm T}x^*,$$

即

$$f_0(c^{\mathrm T}x')>f_0(c^{\mathrm T}x^*).\tag{10}$$

由 (x^*,α^*) 是 ECP 的最优解, 有

$$f_0(c^{\mathrm T}x')<f_0(c^{\mathrm T}x^*).\tag{11}$$

因此式 (10) 和 (11) 相矛盾, 故 x^* 是具有直觉模糊约束的线性规划模型 (IFLP) 的直觉模糊有效解. □

定理 2 若 (x^*,α^*) 不是普通线性规划 (ECP) 的最优解, 则 x^* 也不是具有直觉模糊约束的线性规划模型 (IFLP) 的有效解.

定理 3 若 x^* 是

$$\begin{aligned}&\max c^{\mathrm T}x.\\ &\text{s.t. } f_i(a_i^{\mathrm T}x)\geqslant\alpha^*,\ i=1,2,\cdots,m,\ \alpha^*\in[0,1];\\ &\quad x\geqslant 0\end{aligned}\tag{12}$$

的最优解, 且 $\mu_0(c^{\mathrm T}x^*)+\lambda\nu_0(c^{\mathrm T}x^*)=\alpha^*$. 则 (x^*,α^*) 是普通线性规划 (ECP) 的最优解.

证明 设 x^* 是式 (12) 的最优解, 且 $\mu_0(c^{\mathrm T}x^*)+\lambda\nu_0(c^{\mathrm T}x^*)=\alpha^*$, 则显然 (x^*,α^*) 是普通线性规划 (ECP) 的可行解. 若 α^* 不是普通线性规划 (ECP) 的最优解, 则存在 $\alpha^*<\alpha'\leqslant 1$ 及 $x'\in\{x|f_i(a_i^{\mathrm T}x)\geqslant\alpha', i=1,2,\cdots,m,x\geqslant 0\}\subset\{x|f_i(a_i^{\mathrm T}x)\geqslant\alpha^*, i=1,2,\cdots,m,x\geqslant 0\}$, 使 (x',α') 是普通线性规划 (ECP)的可行解. 又 x' 为式 (12) 的可行解, 故 $c^{\mathrm T}x\leqslant c^{\mathrm T}x'$. 从而有 $c^{\mathrm T}x'\leqslant c^{\mathrm T}x^*$, 即 $\mu_0(c^{\mathrm T}x')+\lambda\nu_0(c^{\mathrm T}x')=\alpha'<\mu_0(c^{\mathrm T}x^*)+\lambda\nu_0(c^{\mathrm T}x^*)=\alpha^*$, 与假设相矛盾, 故定理得证. □

依据上述的定义和定理, 本文给出求解具有直觉模糊约束条件线性规划的方法, 具体步骤如下.

Step 1 决策者给出目标函数的一个满意值 Z_0, 及其弹性度 p_0 和 q_0, 同时, 给出直觉模糊不等式 $a_i^{\mathrm T}x\gtrsim_{\mathrm{IF}} b_i$ 的弹性度 p_i 和 q_i.

Step 2 分别给出目标函数的隶属函数和非隶属函数

$$\mu_0(c^{\mathrm T}x)=\begin{cases}0,\ c^{\mathrm T}x\leqslant z_0;\\ 1+\dfrac{c^{\mathrm T}x-z_0}{p_0},\ z_0-p_0\leqslant c^{\mathrm T}x\leqslant z_0;\\ 1,\ c^{\mathrm T}x\geqslant z_0+p_0.\end{cases}\tag{13}$$

$$\nu_0(c^{\mathrm T}x)=\begin{cases}1,\ c^{\mathrm T}x\leqslant z_0-p_0-q_0;\\ 1-\dfrac{c^{\mathrm T}x-(z_0-p_0-q_0)}{p_0+q_0},\ z_0-p_0-q_0\leqslant c^{\mathrm T}x\leqslant z_0;\\ 0,\ c^{\mathrm T}x\geqslant z_0.\end{cases}\tag{14}$$

同理给出直觉模糊约束条件的隶属函数和非隶属函数

$$\mu_i(a_i^{\mathrm T}x)=\begin{cases}0,\ a_i^{\mathrm T}x\leqslant b_i;\\ 1+\dfrac{b_i-a_i^{\mathrm T}x}{p_0},\ p_i\leqslant a_i^{\mathrm T}x\leqslant b_i+p_i+q_i;\\ 1,\ a_i^{\mathrm T}x\geqslant b_i+p_i+q_i.\end{cases}\tag{15}$$

$$\nu_i(a_i^{\mathrm T}x)=\begin{cases}0,\ a_i^{\mathrm T}x\leqslant b_i;\\ 1+\dfrac{a_i^{\mathrm T}x-(b_i+p_i+q_i)}{p_i+q_i},\ b_i\leqslant a_i^{\mathrm T}x\leqslant b_i+p_i+q_i;\\ 1,\ a_i^{\mathrm T}x\geqslant b_i+p_i+q_i.\end{cases}\tag{16}$$

Step 3 分别给出目标函数和约束条件的总精确度函数

$$f_0(c^{\mathrm T}x)=\mu_0(c^{\mathrm T}x)+\lambda(1-\mu_0(c^{\mathrm T}x)-\nu_0(c^{\mathrm T}x))=\begin{cases}0,\ c^{\mathrm T}x\leqslant z_0-p_0-q_0;\\ \dfrac{\lambda[c^{\mathrm T}x-(z_0-p_0-q_0)]}{p_0+q_0},\\ z_0-p_0-q_0\leqslant c^{\mathrm T}x\leqslant z_0-p_0;\\ 1+\dfrac{(c^{\mathrm T}x-z_0)[p_0+(1-\lambda)q_0]}{p_0(p_0+q_0)},\ z_0-p_0\leqslant c^{\mathrm T}x\leqslant z_0;\\ 1,\ c^{\mathrm T}x\geqslant z_0.\end{cases}\tag{17}$$

$$f_i(c^{\mathrm T}x)=\mu_i(c^{\mathrm T}x)+\lambda(1-\mu_i(c^{\mathrm T}x)-\nu_i(c^{\mathrm T}x))=\begin{cases}1,\ a_i^{\mathrm T}x\leqslant b_i;\\ 1+\dfrac{(b_i-a_i^{\mathrm T}x)[p_i+(1-\lambda)q_i]}{p_i(p_i+q_i)},\ b_i\leqslant a_i^{\mathrm T}x\leqslant b_i+p_i;\\ \dfrac{\lambda(b_i+p_i+q_i-a_i^{\mathrm T}x)}{p_i+q_i},\ b_i+p_i\leqslant a_i^{\mathrm T}x\leqslant b_i+p_i+q_i;\\ 0,\ a_i^{\mathrm T}x\leqslant b_i+p_i+q_i.\end{cases}\tag{18}$$

其中 $i=1,2,\cdots,m$.

Step 4 将 IFLP 模型转为普通线性规划 (ECP)

$$\begin{aligned}&\max \alpha.\\ &\text{s.t. } f_0(c^{\mathrm{T}}x) \geqslant \alpha,\ x\in \boldsymbol{S},\ \alpha\in[0,1];\\ &\quad f_i(a_i^{\mathrm{T}}x)\geqslant \alpha,\ i=1,2,\cdots,m.\end{aligned}$$

Step 5 求解 ECP 模型.

3 证券投资组合直觉模糊线性规划优化模型的建立和求解

3.1 证券投资组合直觉模糊线性规划优化模型

假设 1 在投资期内, 投资者服从不满足假设 (不允许卖空操作, 不考虑交易费, 回避风险假设, 银行利率不变);

假设 2 收益和风险具有相同的单调性.

投资者持有 n 种企业债券, x_i 表示第 i 种债券的投资比例, r_i 表示第 i 种债券收益率, p_i 表示第 i 种债券的违约率, I^* 表示不发生违约, I' 表示发生违约. 则该组合的收益函数表示为

$$G=\sum_{i=1}^n x_i r_i I^*;$$

期望收益函数为

$$E(G)=\sum_{i=1}^n x_iE(r_i)E(I^*)=\sum_{i=1}^n x_iE(r_i)(1-p_i);$$

该组合的损失函数为

$$L=\sum_{i=1}^n x_iI';$$

期望损失函数为

$$E(L)=\sum_{i=1}^n x_iE(I')=\sum_{i=1}^n x_ip_i.$$

投资者在对各种证券的认知过程中存在着不同程度的犹豫度, 从而使得投资者对给定水平的期望损失存在一定容忍度, 可以用直觉模糊不等式表示, 而对期望收益存在的一定满意水平, 其模型如下:

$$\begin{aligned}&\tilde{\max}\sum_{i=1}^n x_iE(r_i)(1-p_i).\\ &\text{s.t}\ \sum_{i=1}^n x_iI' \preceq_{\mathrm{IF}} q;\\ &\quad \sum_{i=1}^n x_i=1;\\ &\quad x_i\geqslant 0,\ i=1,2,\cdots,n.\end{aligned}\tag{19}$$

其中 q 表示投资者愿意承担的大概风险.

3.2 实例分析

选取 16 家企业债券为投资对象, 利用这些债券于 2010 年 8 月 26 日至 2011 年 8 月 26 日的交易数据求出这些企业债券在一年内的期望收益率 r_i 和违约概率 q_i, 结果如表 1 所示.

表 1 企业债券的预期收益率和违约概率

股票	r_i	q_i
1	0.053 7	0.016 20
2	0.048 1	0.006 83
3	0.054 5	0.017 50
4	0.048 6	0.007 67
5	0.053 5	0.015 83
6	0.080 1	0.060 16
7	0.079 7	0.059 50
8	0.049 6	0.009 33
9	0.050 9	0.011 50
10	0.064 9	0.034 83
11	0.059 4	0.025 67
12	0.050 0	0.010 00
13	0.049 1	0.008 50
14	0.058 3	0.023 833
15	0.063 7	0.032 833
16	0.063 0	0.031 667

投资者给出期望收益的一个满意值 $Z_0=0.5$, 对期望收益的弹性度 $p_0=0.015$ 和 $q_0=0.01$, 投资者愿意承担的期望损失 $z_1=0.01$, 对期望损失的弹性度 $p=0.005$ 和 $q=0.005$. 因此, 建立 16 家企业证券交易优化模型如下:

$$\begin{aligned}&\tilde{\max}\sum_{i=1}^{16} x_iE(r_i)(1-p_i).\\ &\text{s.t. }\sum_{i=1}^{16} x_ip_i \preceq_{\mathrm{IF}} 0.001;\\ &\quad \sum_{i=1}^{16} x_i=1;\\ &\quad x_i\geqslant 0,\ i=1,2,\cdots,16.\end{aligned}\tag{20}$$

利用式 (10)～(19), 并结合定义 1, 将模型 (20) 转化为如下普通线性规划:

$$\begin{aligned}&\max \alpha.\\ &\text{s.t. }\sum_{i=1}^{16} x_iE(r_i)(1-p_i)+0.025\lambda M\delta_0-\\ &\quad 0.025\lambda\alpha\geqslant 0.025;\\ &\quad (0.025-0.01\lambda)\sum_{i=1}^{16} x_iE(r_i)(1-p_i)+\\ &\quad 0.004(M-M\delta_0-\alpha+1)\geqslant\\ &\quad 0.05(0.25-0.01\lambda)(0.01-\lambda)\sum_{i=1}^{16} x_ip_i+\\ &\quad 0.05(\alpha-1-M\delta_1)\leqslant 0.01;\\ &\quad \lambda\sum_{i=1}^{16} x_ip_i+0.001(M\delta_1-\alpha-M-\lambda)\leqslant 0.02\lambda;\\ &\quad \sum_{i=1}^{16} x_i=1,\ x_i\geqslant 0,\ i=1,2,\cdots,16,\ \delta_i\in\{0,1\}.\end{aligned}$$

利用Lingo软件求解, 得最优解为0.8.

3.3 与传统线性规划模型相比较

利用优化理论, 建立传统优化模型如下:

$$\max \sum_{i=1}^{16} x_i E(r_i)(1-p_i).$$

$$\text{s.t} \sum_{i=1}^{16} x_i p_i \leqslant 0.001;$$

$$\sum_{i=1}^{16} x_i = 1;$$

$$x_i \geqslant 0,\ i=1,2,\cdots,16.$$

利用Lingo软件求解, 得最优解为0.753. 本文方法得到的结果更大, 因为本文方法考虑了投资者的风险偏好, 充分地体现了决策过程的柔性. 同时, 本文方法是对传统线性规划的推广, 因此结果更加合理.

4 结 论

本文提出了一类直觉模糊线性规划方法及其应用. 该方法的优点体现在: 1) 定义了一种新的不等式——直觉模糊不等式, 分别给出了它们的隶属函数和非隶属函数; 2) 考虑了决策者的风险偏好, 充分体现了决策者的认知程度; 3) 提出了一种基于总精确函数的模型求解方法. 实例结果说明了本文的方法是可行、简洁并且有效的.

参考文献(References)

[1] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-356.

[2] Bellman R E, Zadeh L A. Decision making in a fuzzy environment[J]. Management Science, 1970, 17(4): 141-164.

[3] Zimmermann H J. Description on optimization of fuzzy systems[J]. J of General Systems, 1976, 10(2): 209-215.

[4] Zimmermann H J. Fuzzy programming and linear programming with several objective function[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 5(1): 45-55.

[5] Verdegay J L. Fuzzy mathematical programming[C]. Fuzzy Information and Decision Process. Berlin: Springer US, 1982: 231-237.

[6] Werners B M. Aggregation models in mathematical programming[M]. Mathematical Model for Decision Support. Berlin: Springer Berlin, 1988: 295-305.

[7] Tong S C. Interval number and fuzzy number linear programmings[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 66(3): 301-306.

[8] Cadenas J M, Verdegay J L. Using ranking functions in multiobjective fuzzy linear programming[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 111(1): 47-53.

[9] Maleki H R, Tata M, Mashinchi M. Linear programming with fuzzy variables[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 109(1): 21-33.

[10] 刘文奇, 罗承忠. 带模糊约束的线性规划的几点注记[J]. 应用数学,1997, 10(2): 105-109.
(Liu W Q, Luo C Z. A few notes about fuzzy linear programming with elastic constraints[J]. Mathematics Application, 1997, 10(2): 105-109.)

[11] 朱佳翔, 谭清美, 荆象源. 系数为对称梯形模糊数的模糊线性规划[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(6): 701-703.
(Zhu J X, Tan Q M, Jing X Y. Fuzzy linear programming with symmetrical trapezoidal fuzzy coefficients[J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(6):701-703.)

[12] 梁志贞, 施鹏飞. 一种具有三角模糊系数的线性规划方法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(12): 1818-1820.
(Ling Z Z, Shi P F. A new approach to linear programming with triangular fuzzy coefficients[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(12): 1818-1820.)

[13] Angelov P P. Optimization in an intuitionistic fuzzy environment[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 86(3): 299-306.

[14] Li D F, Chen G H, Huang Z G. Linear programming method for multi-attribute group decision making using IF sets[J]. Information Sciences, 2010, 180(9): 1591-1609.

[15] Li D F, Wan S P. Fuzzy linear programming approach to multiattribute decision making with multiple types of attribute values and incomplete weight information[J]. Applied Soft Computing, 2013, 13(11): 4333-4348.

[16] Wan S P, Li D F. Fuzzy LINMAP approach to heterogeneous MADM considering the comparisons of alternatives with hesitation degrees[J]. The Int J of Management Science, 2013, 41(6): 925-940.

[17] 刘云志, 郭嗣琮. 含直觉模糊弹性约束的模糊线性规划求解[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(8): 2027-2032.
(Liu Y Z, Guo S C. Method for solving fuzzy linear programming with intuitionistic fuzzy elastic constraints[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2013, 33(8): 2027-2032.)

[18] Antanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.

(责任编辑: 齐 霁)