

群体分类偏好下的双重语言信息融合聚类方法

郝晶晶, 朱建军

(南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 211106)

摘要: 研究一类基于双重信息融合的群体聚类方法. 依据偏好信息下专家意见相似关系挖掘群体分类偏好信息; 考虑专家决策依据向量的相似程度, 设计一致性和非一致性测度指标, 以表征双重维度下群体聚类的一致及差异度; 以群体聚类结果差异最小为目标构建规划模型, 测算属性权重, 并以编网聚类的思想给出聚类结果. 算例研究验证了所提出方法的科学性和合理性.

关键词: 双重信息; 聚类; 语言变量; 群体分类偏好

中图分类号: C943

文献标志码: A

Clustering method based on dual linguistic information fusion considering group classification preference

HAO Jing-jing, ZHU Jian-jun

(College of Economic and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China. Correspondent: HAO Jing-jing, E-mail: redearjing@126.com)

Abstract: A clustering method based on the dual linguistic information fusion is proposed to solve the conflict of clustering results caused by different sorts of information. Specifically, the experts' similarities are calculated according to preference information, which can be employed to obtain the prior group classification preference. With the similarity vector of decision support information, the consistency and inconsistency indexes are introduced to present the extent of uniformity and difference of group clustering results from dual-dimension calculation. With the objective of minimizing the inconsistency measures of group clustering results, a programming model is constructed to calculate the attribute weights. Furthermore, the netting clustering method is utilized to determine the clustering results. Finally, a case study is conducted to illustrate the rationality of the proposed method.

Keywords: dual information; clustering; linguistic variable; group classification preference

0 引言

在复杂重大项目的决策问题中, 决策者常常面临众多的多源异构信息. 各类信息在结构、来源、涵义、特征等方面存在诸多不同, 总体可归结为两类: 专家偏好信息和决策依据信息. 前者是专家依据专业知识和自身经验对方案作出的总体判断, 后者反映了专家判断结果的依据^[1]. 专家偏好信息以专家的判断矩阵表征, 而决策依据信息则以多属性决策矩阵形式体现. 专家偏好从总体上把握方案的绩效特征, 是多维属性测度的总体表现; 决策依据信息着重体现方案的属性细化特征, 可以反映专家总体偏好的依据来源. 两类信息虽然在形式上存在一定的差异, 但两者的内

在本质则具有较强的一致性. 现有的关于专家判断矩阵和多属性决策信息下的研究成果较多, 涉及到判断矩阵的一致性^[2-4]、判断矩阵排序方法^[5-6]、属性权重测度方法^[7-10]、多属性集结模型^[11-12]等内容. 然而, 关于双重信息下的决策方法较少, 仅涉及到双重信息结构变换及多阶段集结方法^[1]. 双重信息下的群体决策不仅受到双重信息结构的影响, 还要考虑群体一致性及分类问题等方面, 因此, 研究双重信息融合下的群决策问题具有较大的意义.

通讯技术的发展和网络化信息平台的普及使得众多的专家能够同时参与到重大问题的决策过程中, 如何高效地进行大规模群体决策是学者关注的主要

收稿日期: 2014-02-17; 修回日期: 2014-05-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71171112); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(NS2014086); 江苏省高校哲学社会科学重点项目(2012ZDIXM007); 广义虚拟经济研究专项资金项目(GX2013-1017(M)).

作者简介: 郝晶晶(1983-), 女, 博士生, 从事不确定性决策理论与方法的研究; 朱建军(1976-), 男, 教授, 博士生导师, 从事群决策理论与方法、灰色系统理论等研究.

问题. 群体聚类分析将评价相似的专家归为同类, 差异较大的专家归为不同类别, 从而提高决策过程的效率. 基于群体聚类的大规模群体决策问题受到学者的广泛关注, 文献[13]研究了属性间存在关联的直觉模糊梯形偏好形式下的大规模群体聚类方法; 文献[14]提出了基于灰色关联系数的聚类方法, 并研究了决策者一致度的判定及协调方法; 文献[15]和文献[16]提出了基于矢量空间的群体聚类启发式算法, 但仅仅适用于单一评估对象的多准则矢量. 通过整理文献可知, 现有文献大多针对单一信息下的群体聚类问题进行研究, 较少涉及双重信息下的群体聚类问题. 群体类别偏好下的聚类问题的研究更少, 虽然有部分文献涉及到方案偏好^[17-18]或聚类样本类别偏好下的决策问题研究^[19], 但先验偏好信息均是主观给出, 没有体现判别依据.

基于上述考虑, 本文研究群体分类偏好下的双重语言信息融合聚类方法, 主要有以下内容: 1) 基于专家判断矩阵信息挖掘群体分类偏好, 保证群体先验分类信息的可信度和客观性; 2) 定义双重信息下群体聚类结果的一致性和非一致性测度指标, 以此为依据构建规划模型, 测算属性权重以使群体聚类结果差异最小; 3) 提出基于群体综合相似关系的双重信息融合聚类方法, 并给出算例分析.

1 问题描述

存在方案集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, 属性集 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 和专家集 $D = \{D_1, D_2, \dots, D_s\}$, 考虑到专家主观思维模式和评价习惯, 方案评估信息使用语言变量形式表征. 语言变量集为 $S = \{s_t | t = 0, 1, \dots, g, g > 0\}$ (g 一般为偶数), 专家从 S 中选择合适的语言变量以评估方案表现. 各专家针对方案在各属性下的表现进行评估, 得到多属性语言决策矩阵 $X^d = (x_{ij}^d)_{m \times n}$ (即决策依据信息), 同时依据各属性测度以及总体绩效对方案进行两两比较, 得到专家语言判断矩阵 $R^d = (r_{\alpha\beta}^d)_{m \times m}$ (即专家偏好信息). 语言变量可以通过转为三角模糊数、梯形模糊数^[20]或二元语义形式^[21]处理. 考虑到二元语义形式计算简便、方便操作且不易丢失信息等特点, 本文将 X^d 和 R^d 中的语言变量转化为二元语义形式处理, 具体方法如下列定义所示.

定义 1^[21] 若 $s_t \in S$ 为语言短语, 则其对应的二元语义形式可由如下转换函数 θ 得到:

$$\theta : S \rightarrow S \times [-0.5, 0.5], \theta(s_t) = (s_t, 0).$$

定义 2^[21] 设 $\beta \in [0, g]$ 为语言评价集 S 经某集结方法得到的实数, 令

$$\Delta : [0, g] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5];$$

$$\Delta(\beta) = \begin{cases} s_t, t = \text{round}(\beta), \\ a_t = \beta - t, a_t \in [-0.5, 0.5). \end{cases}$$

则称函数 Δ 为实数 β 对应二元语义信息的转换函数, 其中 round 为四舍五入取整算子.

定义 3^[21] 设 (s_t, a_t) 是一个二元语义信息, $s_t \in S, a_t \in [-0.5, 0.5)$. 令

$$\Delta^{-1} : S \times [-0.5, 0.5) \rightarrow [0, g],$$

$$\Delta^{-1}(s_t, a_t) = t + a_t = \beta,$$

则称 Δ^{-1} 为转换函数的逆函数.

专家数目众多增加了决策问题的风险性和不确定性, 因此需要依据专家双重信息进行群体聚类分析. 决策依据信息和专家偏好信息是专家分别从不同的思维角度进行的评估结果, 两者既有内在的一致联系, 又存在必然的矛盾和差异. 依据专家偏好信息可以得到群体分类的先验信息, 然而由于专家偏好信息具备不可避免的犹豫性和模糊性, 先验分类信息必然与多属性评价信息下的专家聚类结果存在冲突和矛盾, 尤其当属性权重未知时, 其不确定性更加大了聚类结果的偏差. 如图 1 所示, 图 1(a) 表示专家偏好信息下的聚类结果, 图 1(b) 和图 1(c) 表示可能的决策依据信息下的聚类结果, 属性权重的设置可以使聚类结果出现如图 1(b) 和图 1(c) 的明显差异. 如何融合双重信息下的聚类结果, 研究属性权重设置方法, 协调双重信息下的群体聚类冲突是本文研究的主要问题.

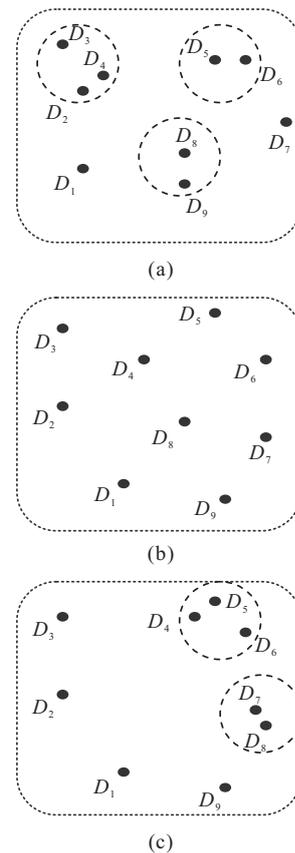


图 1 双重信息下的聚类分析

2 主要方法

2.1 专家相似关系测度方法

决策依据信息和专家偏好信息反映了专家的判断思维和偏好特征,因此可以通过计算各矩阵向量间的相似性以表征专家间的相似关系.本文利用夹角余弦公式^[22]来测度专家间的相似关系.

定义 4 存在两个专家偏好信息 R^k 和 R^l ($k, l \in \{1, 2, \dots, s\}, k \neq l$), $\rho(k, l)$ 为两个专家偏好信息间的相似关系,如下所示:

$$\rho(k, l) = \frac{1}{m} \sum_{\beta=1}^m \rho_{\beta}(k, l) = \frac{1}{m} \sum_{\beta=1}^m \frac{\sum_{\alpha=1}^m \Delta^{-1}(r_{\alpha\beta}^k) \Delta^{-1}(r_{\alpha\beta}^l)}{\sqrt{\sum_{\alpha=1}^m (\Delta^{-1}(r_{\alpha\beta}^k))^2 \sum_{\alpha=1}^m (\Delta^{-1}(r_{\alpha\beta}^l))^2}}. \quad (1)$$

$\rho(k, l)$ 满足 $0 \leq \rho(k, l) \leq 1$, $\rho(k, l) = \rho(l, k)$. 给定阈值 $0 \leq \theta \leq 1$, 称 $\Omega_1 = \{(k, l)\} = \{(k, l) | \rho(k, l) > \theta\}$ 为先验同类别偏好信息集; 称 $\Omega_2 = \{(k, l)\} = \{(k, l) | \rho(k, l) \leq \theta\}$ 为先验非同类别偏好信息集.

设 Ω 为所有两两专家对元素组成的集合, 则明显满足 $\Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset$, $\Omega_1 \cup \Omega_2 = \Omega$, $|\Omega| = \frac{s(s-1)}{2}$. 构造专家偏好信息下的相似矩阵

$$\Pi_{\rho} = (\rho(k, l))_{s \times s},$$

满足 $k = l$ 时, $\rho(k, l) = 1$, $\rho(k, l) = \rho(l, k)$. 阈值 θ 与专家偏好信息下的专家相似关系密切相关, 可以依据相似矩阵、决策精度以及期望类的个数来设定. 根据决策者对聚类结果的要求, 若选取较大的阈值 θ , 则群体类的规模平均较小, 类数较多; 若选取较小的阈值 θ , 则群体类的规模平均较大, 类数较少.

定义 5 存在两个专家决策依据信息 X^k 和 X^l ($k, l \in \{1, 2, \dots, s\}, k \neq l$), $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ 为决策依据信息中的属性权重, 则称 $\mu(k, l)$ 为两个专家决策依据信息间的相似关系, 表示为

$$\mu(k, l) = \sum_{j=1}^n w_j \mu_j(k, l), \quad (2)$$

$$\mu_j(k, l) = \frac{\sum_{i=1}^m \Delta^{-1}(x_{ij}^k) \Delta^{-1}(x_{ij}^l)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (\Delta^{-1}(x_{ij}^k))^2 \sum_{i=1}^m (\Delta^{-1}(x_{ij}^l))^2}}. \quad (3)$$

从定义 5 和式 (2) 可以看出, 由于 w_j 未知, 式 (2) 为含有未知变量 w_j 的表达式. 通过式 (2) 无法得到相似关系的具体数值, 进而无法得到类似定义 4 中的同类别 (非同类别) 偏好信息集. 虽然通过主观设定属性权重 w_j 可以得到某一同类别 (非同类别) 偏好信息集,

但是此信息集与定义 4 中的 Ω_1 和 Ω_2 必然存在一定的差异, 甚至完全相互矛盾. 因此, 本文不考虑主观设定属性权重所得到的偏好信息集.

构造专家决策依据信息下的相似矩阵

$$\Pi_{\mu} = (\mu(k, l))_{s \times s},$$

满足 $k = l$ 时, $\mu(k, l) = 1$, $\mu(k, l) = \mu(l, k)$. 属性权重对相似矩阵 Π_{μ} 有较大影响, 若依据主观经验设置属性权重, 则会导致双重信息下的聚类结果有较大差异, 不利于有效地群体决策.

由于专家偏好信息和决策依据信息都是由同一专家个体给出, 反映了专家从不同纬度对决策方案绩效考量的结果, 且本文方法中的两类信息均采用语言变量形式, 保证了两类信息下的数据变量和量纲的一致性, 因此专家偏好信息下和决策依据信息下的专家分类结果可依据同样的阈值 θ 来判断. 依据专家偏好信息和决策依据信息测算的专家相似关系存在内在联系和一定程度的差异, 因而先验类别偏好信息与决策依据信息下的聚类结果存在重合和冲突并存的结果. 具体来说, 在同等阈值水平 θ 下, 若双重信息下的两位专家都同属于一类或属于不同类, 则认为双重聚类结果一致; 反之, 则认为双重聚类结果不一致. 总结起来有 4 种情况, 如表 1 所示.

表 1 双重信息下聚类结果分析表

情况	聚类结果		结论
	偏好信息	依据信息	
1	k 和 l 同属于一类	k 和 l 同属于一类	结果一致
2	k 和 l 不同属于一类	k 和 l 不同属于一类	结果一致
3	k 和 l 同属于一类	k 和 l 不同属于一类	结果不一致
4	k 和 l 不同属于一类	k 和 l 同属于一类	结果不一致

2.2 聚类融合目标下的属性权重测度方法

先验类别信息偏好下的聚类融合目标在于使双重信息下聚类结果的不一致程度达到最小化, 同时使一致度测度最大. 以此为目标进行属性权重的设置, 可以使双重信息下的聚类冲突获得较好的协调效果. 本文借鉴 LINMAP 方法的思想来设计非一致性测度和一致性测度. LINMAP 方法通过比较两两方案与理想方案之间的距离构造一致度和非一致度指标, 构建模型, 从而获得最优的理想解和方案属性权重^[23]. 本文将 LINMAP 方法扩展到群体聚类问题中, 将先验类别偏好信息与聚类冲突结果相结合, 构造一致性测度和非一致性测度指标.

定义 6 在依据两个专家 k 和 l 的双重决策信息进行聚类时, 称 S^+ 为双重信息聚类结果一致性测度, 有

$$S(k, l)^+ =$$

$$\begin{cases} (\rho(k, l) - \theta)(\mu(k, l) - \theta), S_1; \\ 0, S_2 \end{cases} = \max\{0, (\rho(k, l) - \theta)(\mu(k, l) - \theta)\}. \quad (4)$$

其中: S_1 表示双重信息下聚类结果一致的情形, S_2 表示双重信息下聚类结果不一致的情形.

对于所有具有先验类别信息的专家而言, 总体一致性测度为

$$G = \sum_{\Omega} S(k, l)^+,$$

其中 Ω 是具有先验类别信息的专家对集合. 对所有的专家两两间的相似关系进行判断时 (专家总数为 s), 集合 Ω 中的元素个数为 $s(s-1)/2$.

定义 7 在依据两个专家 k 和 l 的双重决策信息进行聚类时, 称 S^- 为双重信息聚类结果非一致性测度, 有

$$\begin{cases} 0, S_1; \\ (\rho(k, l) - \theta)(\theta - \mu(k, l)), S_2 \end{cases} = \max\{0, (\rho(k, l) - \theta)(\theta - \mu(k, l))\}. \quad (5)$$

对于所有具有先验类别信息的专家而言, 总体非一致性测度为

$$B = \sum_{\Omega} S(k, l)^-.$$

定义 6 和定义 7 分别从一致和非一致两个角度构造测度指标, 以表征一致和冲突两种情形下的聚类结果. 为了使聚类结果冲突最小, 需要使总体非一致性测度最小, 以获取决策依据信息的属性权重, 即

$$\min = \left\{ B = \sum_{(k, l) \in \Omega} S(k, l)^- \right\}. \quad (6)$$

借鉴 LINMAP 方法中对非一致性测度分段函数的处理方法, 令

$$\begin{aligned} t_{kl} &= S(k, l)^- = \\ &\max\{0, (\rho(k, l) - \theta)(\theta - \mu(k, l))\}. \end{aligned} \quad (7)$$

由式 (6) 和 (7) 可得, 对所有的 $(k, l) \in \Omega$, 有

$$t_{kl} \geq 0, \quad (8)$$

$$t_{kl} \geq (\rho(k, l) - \theta)(\theta - \mu(k, l)). \quad (9)$$

式 (9) 可以转化为

$$t_{kl} + (\rho(k, l) - \theta) \left(\sum_{j=1}^n w_j \mu_j(k, l) - \theta \right) \geq 0. \quad (10)$$

在满足非一致性最小的同时也要满足一致性最大, 因此构造如下约束条件:

$$\sum_{(k, l) \in \Omega} (G - B) = h. \quad (11)$$

根据式 (4) 和 (5), 可将式 (11) 转化为

$$h = \begin{cases} \sum_{(k, l) \in \Omega} ((\rho(k, l) - \theta)(\mu(k, l) - \theta) - 0), S_1; \\ \sum_{(k, l) \in \Omega} (0 - (\rho(k, l) - \theta)(\theta - \mu(k, l))), S_2. \end{cases}$$

即

$$\sum_{(k, l) \in \Omega} (\rho(k, l) - \theta) \left(\sum_{j=1}^n w_j \mu_j(k, l) - \theta \right) = h. \quad (12)$$

根据式 (6)~(10) 和 (12), 构建如下规划模型 (M-1):

$$\begin{aligned} \min &= \sum_{(k, l) \in \Omega} t_{kl}. \\ \text{s.t. } &t_{kl} + (\rho(k, l) - \theta) \left(\sum_{j=1}^n w_j \mu_j(k, l) - \theta \right) \geq 0, \end{aligned}$$

$$\forall (k, l) \in \Omega;$$

$$\sum_{(k, l) \in \Omega} (\rho(k, l) - \theta) \left(\sum_{j=1}^n w_j \mu_j(k, l) - \theta \right) = h,$$

$$w_j \geq 0, \sum_{j=1}^n w_j = 1, w_j \in H;$$

$$t_{kl} \geq 0, \forall (k, l) \in \Omega.$$

其中 H 为部分权重信息集合, 通常可表示为如下 5 种形式^[24]: 1) 弱序: $\{w_i \geq w_j\}$; 2) 严格序: $\{w_i - w_j \geq \alpha_i\}$; 3) 倍序: $\{w_i \geq \alpha_i w_j\}$; 4) 区间序: $\{\alpha_i \leq w_i \leq \alpha_i + \varepsilon_i\}$; 5) 差序: $\{w_i - w_j \geq w_k - w_l, j \neq k \neq l\}$. 这里 $\{\alpha_i\}$ 和 $\{\varepsilon_i\}$ 是非负常数.

模型 M-1 借鉴了 LINMAP 方法的思想, 并将其扩展到群体聚类问题中. 模型结合群体分类偏好信息下的一致性测度和非一致性测度, 求解可得属性权重, 以使得双重信息下的聚类结果冲突最小.

设定合适的参数 h 对模型的求解至关重要, 如果 h 设定不合适, 则可能导致该模型无可行解. 以下分析 h 的合理取值范围.

将式 (12) 进行进一步变换可得到

$$\begin{aligned} &\sum_{(k, l) \in \Omega} \sum_{j=1}^m w_j \rho(k, l) \mu_j(k, l) - \\ &\sum_{(k, l) \in \Omega} \left(\rho(k, l) + \sum_{j=1}^m w_j \mu_j(k, l) \right) \theta + \\ &\frac{s(s-1)}{2} \theta^2 = h. \end{aligned} \quad (13)$$

为了分析 θ 与 h 之间的关系, 式 (13) 可以看成是 h 关于 θ 的二次函数, 其中 $0 \leq \theta \leq 1$. 二次函数对应的抛物线图形顶点横坐标的表达式为

$$\theta^* = \frac{\sum_{(k, l) \in \Omega} \left(\rho(k, l) + \sum_{j=1}^m w_j \mu_j(k, l) \right)}{s(s-1)}. \quad (14)$$

通过分析抛物线图形顶点横坐标的大小, 可以确

定 h 与 θ 之间的变化关系, 从而确定 h 合理的取值范围. 通过分析可得如下性质.

性质 1 $0 \leq \theta^* \leq 1$.

证明 由式 (14) 可以得出, $0 \leq \rho(k, l) \leq 1, 0 \leq \sum_{j=1}^m w_j \mu_j(k, l) \leq 1$, 则

$$0 \leq \rho(k, l) + \sum_{j=1}^m w_j \mu_j(k, l) \leq 2.$$

对所有的 (k, l) 计算相似关系时, Ω 集合中的个数为 $\frac{s(s-1)}{2}$, 则式 (14) 中分子的取值范围为 $[0, s(s-1)]$, 由此可得 $0 \leq \theta^* \leq 1$. \square

由性质 1 可知, 在实际范围 $\theta \in [0, 1]$ 内, 当 $\theta > \theta^*$ 时, h 随 θ 的增大而增大; 当 $\theta < \theta^*$ 时, h 随 θ 的减小而增大. 因此, h_{\max} 在 $\theta = 0$ 或 $\theta = 1$ 时取得. 考虑到 θ 越接近于 0, 表明专家的相似关系越弱, 对聚类结果没有意义. 因此, h_{\max} 应在 $\theta = 1$ 时取得.

令 $\theta = 1$, 由式 (13) 可得

$$\begin{aligned} & \sum_{(k,l) \in \Omega} \sum_{j=1}^m w_j \rho(k, l) \mu_j(k, l) - \\ & \sum_{(k,l) \in \Omega} \left(\rho(k, l) + \sum_{j=1}^m w_j \mu_j(k, l) \right) + \\ & \frac{s(s-1)}{2} = h_{\max}. \end{aligned} \quad (15)$$

构建如下规划模型 (M-2), 以求得 h 的取值范围:

$$\begin{aligned} \max h_{\max} = & \\ & \sum_{(k,l) \in \Omega} \sum_{j=1}^m w_j \rho(k, l) \mu_j(k, l) - \\ & \sum_{(k,l) \in \Omega} \left(\rho(k, l) + \sum_{j=1}^m w_j \mu_j(k, l) \right) + \frac{s(s-1)}{2}. \\ \text{s.t. } & w_j \geq 0, \sum_{j=1}^n w_j = 1. \end{aligned}$$

明显可知, M-2 的可行域存在且有界, 目标函数为自变量的线性表达式, 因此 M-2 一定有最优解. 使用 Lingo 软件求得 h_{\max} , 则 $h \in [0, h_{\max}]$. 因此, 决策者设定的 h 只要满足 $h \in [0, h_{\max}]$, M-1 即可保证有可行解.

参数 h 的具体取值可以依据两方面的因素来确定. 一是决策精度要求. 参数 h 表征双重信息下总体聚类结果一致性程度, 因此, 依据决策问题的具体要求, 精度越高, 要求双重信息下的聚类结果一致性程度越高, 则 h 取值越大. 另一个因素是阈值 θ 的大小. 由性质 1 可知, 当 w_j 不变时, h 随 θ 的增大而增大 ($\theta > \theta^*$ 时), 因此, 若阈值 θ 取值较大, 则 h 取值也应较大.

定义 8 设定专家偏好信息下相似关系的信任程度 η , 令

$$\pi = \eta \rho(k, l) + (1 - \eta) \mu(k, l), \quad (16)$$

则称 π 为专家 k 与 l 之间的综合相似关系.

由定义 8, 构造综合相似关系矩阵

$$II = (\pi_{kl})_{s \times s},$$

满足 $\pi_{kl} = \pi_{lk}, \pi_{kk} = 1$. 综合相似关系矩阵能够全面考虑专家偏好信息和决策依据信息下的专家相似关系, 系统地反映专家判断的相似程度.

2.3 群体分类偏好下的双重信息融合聚类分析步骤

根据上述分析过程, 可以总结得到双重信息融合聚类的决策步骤如下.

Step 1: 依据式 (1) 计算专家偏好矩阵下专家两两间的相似关系 $\rho(k, l)$, 构造相似关系矩阵 $\Pi_\rho = (\rho_{kl})_{s \times s}$, 再依据式 (3) 求得多属性决策矩阵信息中关于各属性向量信息的专家相似关系 $\mu_j(k, l)$, 构造各属性下相似关系矩阵 $\Pi_{\mu_j} = (\mu_{jkl})_{s \times s}$;

Step 2: 依据相似关系 $\rho(k, l)$ 设定阈值 θ , 即可以得到先验类别偏好信息集 Ω ;

Step 3: 求解模型 M-2, 得到 h 的取值范围 $[0, h_{\max}]$, 决策者根据此范围设定合适的 h 值;

Step 4: 求解模型 M-1, 得到双重信息聚类结果冲突最小的属性权重, 并依据式 (2) 求得多属性决策矩阵下的专家相似关系 $\mu(k, l)$;

Step 5: 设定专家偏好信息下相似关系的信任程度 η , 依据式 (10) 求得综合相似关系 π , 并构造相似关系矩阵 $II = (\pi_{kl})_{s \times s}$;

Step 6: 根据综合相似关系矩阵 II 和编网聚类方法^[25]对专家进行群体聚类.

3 算例分析

某市针对文化创意产业园的区位选择问题, 征求了 15 位来自文化、建筑、城市管理等领域的专家意见. 现初步拟定有 5 个区位, 涉及到经济环境、文化环境、生态环境、人力资源环境 4 个方面的评价指标. 设语言变量集为 $S = \{s_0 = \text{极差}, s_1 = \text{差}, s_2 = \text{稍差}, s_3 = \text{一般}, s_4 = \text{稍好}, s_5 = \text{好}, s_6 = \text{极好}\}$. 专家从 S 中选择合适的语言变量对 5 个区位的外部环境进行评价, 得到多属性决策矩阵 $X^d (d = 1, 2, \dots, 15)$, 同时从整体角度对比两两区位的优势, 提供专家判断矩阵 $R^d (d = 1, 2, \dots, 15)$, 如下所示. 为了提高决策效率, 现根据专家的双重决策信息对 15 位专家进行聚类分析.

$$R^1 = \begin{bmatrix} s_3 & s_4 & s_3 & s_6 & s_4 \\ s_2 & s_3 & s_5 & s_4 & s_2 \\ s_3 & s_1 & s_3 & s_4 & s_5 \\ s_0 & s_2 & s_2 & s_3 & s_3 \\ s_2 & s_4 & s_1 & s_3 & s_3 \end{bmatrix}, R^2 = \begin{bmatrix} s_3 & s_5 & s_4 & s_6 & s_4 \\ s_1 & s_3 & s_5 & s_3 & s_1 \\ s_2 & s_1 & s_3 & s_4 & s_5 \\ s_0 & s_3 & s_2 & s_3 & s_5 \\ s_2 & s_5 & s_1 & s_1 & s_3 \end{bmatrix}, R^3 = \begin{bmatrix} s_3 & s_2 & s_3 & s_4 & s_3 \\ s_4 & s_3 & s_2 & s_5 & s_5 \\ s_3 & s_4 & s_3 & s_6 & s_4 \\ s_2 & s_1 & s_0 & s_3 & s_2 \\ s_3 & s_1 & s_2 & s_4 & s_3 \end{bmatrix},$$

$$R^4 = \begin{bmatrix} s_3 & s_6 & s_4 & s_4 & s_3 \\ s_0 & s_3 & s_4 & s_6 & s_3 \\ s_2 & s_2 & s_3 & s_6 & s_4 \\ s_2 & s_0 & s_0 & s_3 & s_2 \\ s_3 & s_3 & s_2 & s_4 & s_3 \end{bmatrix}, R^5 = \begin{bmatrix} s_3 & s_4 & s_3 & s_4 & s_6 \\ s_2 & s_3 & s_5 & s_5 & s_2 \\ s_3 & s_1 & s_3 & s_3 & s_2 \\ s_2 & s_1 & s_3 & s_3 & s_5 \\ s_0 & s_4 & s_4 & s_1 & s_3 \end{bmatrix}, R^6 = \begin{bmatrix} s_3 & s_2 & s_2 & s_6 & s_4 \\ s_4 & s_3 & s_1 & s_4 & s_6 \\ s_4 & s_5 & s_3 & s_5 & s_4 \\ s_0 & s_2 & s_1 & s_3 & s_3 \\ s_2 & s_0 & s_2 & s_3 & s_3 \end{bmatrix},$$

$$R^7 = \begin{bmatrix} s_3 & s_3 & s_4 & s_3 & s_6 \\ s_3 & s_3 & s_4 & s_5 & s_5 \\ s_2 & s_2 & s_3 & s_6 & s_5 \\ s_3 & s_2 & s_0 & s_3 & s_4 \\ s_0 & s_2 & s_1 & s_2 & s_3 \end{bmatrix}, R^8 = \begin{bmatrix} s_3 & s_4 & s_5 & s_5 & s_3 \\ s_2 & s_3 & s_5 & s_6 & s_4 \\ s_1 & s_1 & s_3 & s_2 & s_3 \\ s_1 & s_0 & s_4 & s_3 & s_2 \\ s_3 & s_2 & s_3 & s_4 & s_3 \end{bmatrix}, R^9 = \begin{bmatrix} s_3 & s_4 & s_2 & s_6 & s_5 \\ s_2 & s_3 & s_3 & s_4 & s_5 \\ s_4 & s_3 & s_3 & s_5 & s_3 \\ s_0 & s_2 & s_1 & s_3 & s_3 \\ s_1 & s_1 & s_3 & s_3 & s_3 \end{bmatrix},$$

$$R^{10} = \begin{bmatrix} s_3 & s_1 & s_3 & s_5 & s_4 \\ s_5 & s_3 & s_2 & s_4 & s_3 \\ s_3 & s_4 & s_3 & s_4 & s_4 \\ s_1 & s_2 & s_2 & s_3 & s_5 \\ s_2 & s_3 & s_2 & s_1 & s_3 \end{bmatrix}, R^{11} = \begin{bmatrix} s_3 & s_4 & s_3 & s_5 & s_5 \\ s_2 & s_3 & s_3 & s_4 & s_4 \\ s_3 & s_3 & s_3 & s_6 & s_6 \\ s_1 & s_2 & s_0 & s_3 & s_2 \\ s_1 & s_2 & s_0 & s_4 & s_3 \end{bmatrix}, R^{12} = \begin{bmatrix} s_3 & s_2 & s_4 & s_4 & s_3 \\ s_4 & s_3 & s_5 & s_3 & s_3 \\ s_2 & s_1 & s_3 & s_6 & s_5 \\ s_2 & s_3 & s_0 & s_3 & s_4 \\ s_3 & s_3 & s_1 & s_2 & s_3 \end{bmatrix},$$

$$R^{13} = \begin{bmatrix} s_3 & s_5 & s_4 & s_6 & s_5 \\ s_1 & s_3 & s_5 & s_4 & s_5 \\ s_2 & s_1 & s_3 & s_2 & s_3 \\ s_0 & s_2 & s_4 & s_3 & s_4 \\ s_1 & s_0 & s_3 & s_2 & s_3 \end{bmatrix}, R^{14} = \begin{bmatrix} s_3 & s_3 & s_4 & s_3 & s_5 \\ s_3 & s_3 & s_2 & s_4 & s_6 \\ s_2 & s_4 & s_3 & s_4 & s_5 \\ s_3 & s_2 & s_2 & s_3 & s_4 \\ s_1 & s_0 & s_1 & s_2 & s_3 \end{bmatrix}, R^{15} = \begin{bmatrix} s_3 & s_4 & s_6 & s_4 & s_2 \\ s_2 & s_3 & s_4 & s_4 & s_2 \\ s_0 & s_2 & s_3 & s_2 & s_2 \\ s_2 & s_2 & s_4 & s_3 & s_1 \\ s_4 & s_4 & s_4 & s_5 & s_3 \end{bmatrix},$$

$$X^1 = \begin{bmatrix} s_6 & s_5 & s_4 & s_4 \\ s_3 & s_6 & s_5 & s_5 \\ s_3 & s_3 & s_3 & s_2 \\ s_2 & s_2 & s_1 & s_3 \\ s_2 & s_4 & s_5 & s_3 \end{bmatrix}, X^2 = \begin{bmatrix} s_5 & s_4 & s_4 & s_3 \\ s_3 & s_3 & s_4 & s_4 \\ s_4 & s_4 & s_5 & s_5 \\ s_2 & s_2 & s_1 & s_2 \\ s_3 & s_2 & s_4 & s_3 \end{bmatrix}, X^3 = \begin{bmatrix} s_6 & s_6 & s_4 & s_5 \\ s_4 & s_3 & s_3 & s_3 \\ s_3 & s_2 & s_5 & s_1 \\ s_3 & s_4 & s_3 & s_2 \\ s_5 & s_1 & s_5 & s_3 \end{bmatrix}, X^4 = \begin{bmatrix} s_4 & s_5 & s_4 & s_3 \\ s_5 & s_6 & s_5 & s_5 \\ s_3 & s_2 & s_4 & s_5 \\ s_4 & s_4 & s_2 & s_2 \\ s_2 & s_3 & s_4 & s_3 \end{bmatrix},$$

$$X^5 = \begin{bmatrix} s_6 & s_4 & s_4 & s_3 \\ s_4 & s_2 & s_3 & s_4 \\ s_3 & s_5 & s_6 & s_6 \\ s_5 & s_3 & s_2 & s_2 \\ s_1 & s_3 & s_4 & s_3 \end{bmatrix}, X^6 = \begin{bmatrix} s_3 & s_5 & s_3 & s_5 \\ s_4 & s_5 & s_3 & s_5 \\ s_5 & s_6 & s_6 & s_3 \\ s_1 & s_3 & s_2 & s_4 \\ s_6 & s_3 & s_1 & s_1 \end{bmatrix}, X^7 = \begin{bmatrix} s_3 & s_5 & s_5 & s_4 \\ s_5 & s_4 & s_4 & s_4 \\ s_2 & s_4 & s_3 & s_3 \\ s_4 & s_2 & s_2 & s_5 \\ s_2 & s_4 & s_5 & s_2 \end{bmatrix}, X^8 = \begin{bmatrix} s_6 & s_5 & s_4 & s_5 \\ s_5 & s_4 & s_4 & s_4 \\ s_2 & s_1 & s_3 & s_5 \\ s_3 & s_4 & s_2 & s_4 \\ s_5 & s_5 & s_5 & s_3 \end{bmatrix},$$

$$X^9 = \begin{bmatrix} s_4 & s_5 & s_5 & s_3 \\ s_3 & s_4 & s_4 & s_5 \\ s_1 & s_5 & s_2 & s_1 \\ s_5 & s_4 & s_6 & s_2 \\ s_2 & s_3 & s_3 & s_2 \end{bmatrix}, X^{10} = \begin{bmatrix} s_4 & s_4 & s_5 & s_6 \\ s_5 & s_3 & s_5 & s_4 \\ s_3 & s_5 & s_4 & s_5 \\ s_4 & s_2 & s_2 & s_1 \\ s_2 & s_2 & s_3 & s_5 \end{bmatrix}, X^{11} = \begin{bmatrix} s_5 & s_2 & s_4 & s_4 \\ s_2 & s_5 & s_3 & s_2 \\ s_2 & s_4 & s_4 & s_3 \\ s_6 & s_3 & s_2 & s_5 \\ s_5 & s_3 & s_5 & s_1 \end{bmatrix}, X^{12} = \begin{bmatrix} s_6 & s_6 & s_4 & s_3 \\ s_2 & s_4 & s_6 & s_5 \\ s_4 & s_3 & s_2 & s_3 \\ s_2 & s_2 & s_2 & s_4 \\ s_3 & s_4 & s_4 & s_3 \end{bmatrix},$$

$$X^{13} = \begin{bmatrix} s_5 & s_4 & s_2 & s_3 \\ s_2 & s_6 & s_6 & s_4 \\ s_3 & s_3 & s_2 & s_1 \\ s_2 & s_3 & s_2 & s_4 \\ s_3 & s_4 & s_4 & s_3 \end{bmatrix}, X^{14} = \begin{bmatrix} s_6 & s_4 & s_4 & s_4 \\ s_3 & s_2 & s_5 & s_5 \\ s_3 & s_5 & s_4 & s_2 \\ s_4 & s_3 & s_2 & s_2 \\ s_2 & s_4 & s_4 & s_3 \end{bmatrix}, X^{15} = \begin{bmatrix} s_6 & s_4 & s_4 & s_5 \\ s_2 & s_2 & s_6 & s_4 \\ s_3 & s_6 & s_2 & s_3 \\ s_4 & s_2 & s_2 & s_4 \\ s_5 & s_4 & s_5 & s_2 \end{bmatrix}.$$

决策步骤如下。

Step 1: 依据式(1)计算偏好信息下两两专家间的相似关系 $\rho(k, l)$, 构造偏好相似关系矩阵 Π_ρ ; 依

据式(3)计算各属性信息下两两专家间的相似关系 $\mu_j(k, l)$, 构造相似关系矩阵 Π_{μ_j} . Π_ρ 和 Π_{μ_1} (矩阵下三角数据略) 如下所示, Π_{μ_2} 、 Π_{μ_3} 和 Π_{μ_4} 略。

$$\Pi_\rho = \begin{bmatrix} 1 & 0.983 & 0.867 & 0.912 & 0.919 & 0.849 & 0.883 & 0.921 & 0.922 & 0.903 & 0.946 & 0.93 & 0.936 & 0.954 & 0.886 \\ & 1 & 0.827 & 0.904 & 0.903 & 0.809 & 0.853 & 0.896 & 0.888 & 0.885 & 0.916 & 0.928 & 0.926 & 0.829 & 0.875 \\ & & 1 & 0.898 & 0.826 & 0.931 & 0.931 & 0.887 & 0.927 & 0.931 & 0.938 & 0.905 & 0.845 & 0.952 & 0.872 \\ & & & 1 & 0.967 & 0.814 & 0.904 & 0.932 & 0.885 & 0.939 & 0.924 & 0.887 & 0.883 & 0.872 & 0.906 \\ & & & & 1 & 0.809 & 0.903 & 0.883 & 0.907 & 0.891 & 0.871 & 0.864 & 0.917 & 0.859 & 0.838 \\ & & & & & 1 & 0.87 & 0.841 & 0.952 & 0.939 & 0.905 & 0.843 & 0.869 & 0.931 & 0.808 \\ & & & & & & 1 & 0.873 & 0.905 & 0.89 & 0.953 & 0.922 & 0.87 & 0.958 & 0.829 \\ & & & & & & & 1 & 0.886 & 0.862 & 0.881 & 0.87 & 0.937 & 0.881 & 0.958 \\ & & & & & & & & 1 & 0.908 & 0.93 & 0.871 & 0.9 & 0.906 & 0.832 \\ & & & & & & & & & 1 & 0.896 & 0.916 & 0.863 & 0.923 & 0.855 \\ & & & & & & & & & & 1 & 0.92 & 0.898 & 0.93 & 0.847 \\ & & & & & & & & & & & 1 & 0.849 & 0.886 & 0.875 \\ & & & & & & & & & & & & 1 & 0.879 & 0.868 \\ & & & & & & & & & & & & & 1 & 0.856 \\ & & & & & & & & & & & & & & 1 \end{bmatrix},$$

$$\Pi_{\mu_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0.976 & 0.951 & 0.911 & 0.939 & 0.803 & 0.85 & 0.932 & 0.856 & 0.911 & 0.838 & 0.978 & 0.976 & 0.974 & 0.924 \\ & 1 & 0.969 & 0.919 & 0.905 & 0.905 & 0.86 & 0.937 & 0.832 & 0.919 & 0.858 & 0.986 & 0.988 & 0.952 & 0.943 \\ & & 1 & 0.92 & 0.891 & 0.902 & 0.889 & 0.99 & 0.885 & 0.92 & 0.921 & 0.951 & 0.977 & 0.942 & 0.973 \\ & & & 1 & 0.961 & 0.807 & 0.989 & 0.929 & 0.935 & 1 & 0.863 & 0.86 & 0.887 & 0.945 & 0.869 \\ & & & & 1 & 0.69 & 0.929 & 0.884 & 0.954 & 0.961 & 0.874 & 0.891 & 0.901 & 0.985 & 0.881 \\ & & & & & 1 & 0.774 & 0.873 & 0.665 & 0.807 & 0.763 & 0.852 & 0.871 & 0.76 & 0.848 \\ & & & & & & 1 & 0.911 & 0.938 & 0.989 & 0.853 & 0.79 & 0.827 & 0.901 & 0.83 \\ & & & & & & & 1 & 0.894 & 0.925 & 0.902 & 0.907 & 0.943 & 0.923 & 0.942 \\ & & & & & & & & 1 & 0.935 & 0.946 & 0.812 & 0.85 & 0.94 & 0.895 \\ & & & & & & & & & 1 & 0.863 & 0.863 & 0.887 & 0.945 & 0.869 \\ & & & & & & & & & & 1 & 0.857 & 0.895 & 0.911 & 0.968 \\ & & & & & & & & & & & 1 & 0.995 & 0.952 & 0.952 \\ & & & & & & & & & & & & 1 & 0.96 & 0.974 \\ & & & & & & & & & & & & & 1 & 0.944 \\ & & & & & & & & & & & & & & 1 \end{bmatrix}.$$

比较 Π_ρ 和 Π_{μ_j} 可知, 虽然两者都是依据专家的评估信息得到的专家相似关系, 但由于评估角度不同, 专家的相似关系有一定的差异, 专家聚类结果也存在冲突. 属性权重未知更加剧了双重信息下的聚类冲突不确定程度. 因此, 设置合适的权重可以使双重信息下的聚类结果冲突最小.

Step 2: 依据专家偏好信息下的专家相似矩阵 Π_ρ 确定阈值 θ , 令 $\theta = 0.937$. 可得先验类别偏好信息集

$$\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2,$$

其中 $|\Omega| = 105$.

Step 3: 求解模型 M-2, 得到 h 的取值范围为 $[0,$

$0.07]$, 决策者经商讨后依据此范围设定 $h = 0.05$.

Step 4: 设定部分权重信息

$$H = \{w_j | w_j \geq 0.01, j = 1, 2, 3, 4\},$$

求解模型 M-1, 得到多属性决策矩阵的属性权重

$$w = [0.699, 0.067, 0.01, 0.224].$$

此属性权重可以使双重信息下专家聚类结果冲突最小. 依据式 (2) 可求得多属性决策矩阵下的专家相似关系 $\mu(k, l)$.

Step 5: 不失一般性, 设定决策依据信息的信任程度 $\eta = 0.5$, 依据式 (16) 求得综合相似关系 π , 并构造综合相似关系矩阵 $\Pi = (\pi_{kl})_{s \times s}$ 为

$\Pi =$

1	0.963	0.875	0.915	0.899	0.874	0.883	0.928	0.913	0.902	0.897	0.957	0.956	0.913	0.907
	1	0.859	0.912	0.917	0.858	0.864	0.917	0.867	0.907	0.884	0.95	0.936	0.886	0.905
		1	0.898	0.845	0.904	0.907	0.923	0.916	0.899	0.913	0.918	0.898	0.944	0.91
			1	0.963	0.852	0.933	0.932	0.9	0.957	0.888	0.887	0.883	0.903	0.888
				1	0.863	0.909	0.889	0.914	0.923	0.866	0.879	0.894	0.908	0.862
					1	0.851	0.842	0.849	0.945	0.859	0.861	0.876	0.872	0.846
						1	0.901	0.918	0.916	0.919	0.884	0.868	0.932	0.852
							1	0.885	0.844	0.893	0.895	0.934	0.9	0.949
								1	0.91	0.916	0.861	0.912	0.928	0.876
									1	0.869	0.892	0.864	0.931	0.867
										1	0.897	0.896	0.907	0.902
											1	0.917	0.918	0.912
												1	0.914	0.912
													1	0.901
														1

Step6: 依据综合相似矩阵, 构造以 θ 为阈值的截矩阵并根据编网聚类的步骤 (参见文献 [25]), 得到聚类结果为 $\{D_1, D_2, D_3, D_{12}, D_{13}, D_{14}\}, \{D_4, D_5, D_6, D_{10}\}, \{D_8, D_{15}\}, \{D_7\}, \{D_9\}, \{D_{11}\}$. 该结果综合了专家偏好信息和决策依据信息两类信息下的聚类结果, 通过优化的方法使双重信息间的聚类差异最小, 最终结果涵盖了两类信息下的专家类别.

若仅依据专家偏好信息进行编网聚类, 则由相似关系矩阵 Π_ρ 可以得到聚类结果为 $\{D_1, D_2, D_3, D_7, D_{11}, D_{12}, D_{14}\}, \{D_8, D_{13}, D_{15}\}, \{D_4, D_5, D_6, D_9, D_{10}\}$; 若仅依据本文设置的权重信息得到的多属性决策矩阵信息进行聚类分析, 则由相似关系矩阵 Π_μ 可以得到聚类结果为 $\{D_1, D_2, D_3, D_8, D_{12}, D_{13}, D_{14}, D_{15}\}, \{D_4, D_5, D_6, D_7, D_{10}\}, \{D_9\}, \{D_{11}\}$. 可以明显看出, 两者之间虽有一定差异, 但仍具有较高的融合性和重合度. 两者间的差异主要是受环境的不确定性、信息充分性、专家专业知识和经验等外在因素影响, 是不确定条件下决策问题的必然特征. 若随机设置权重信息, 例如 $w = \{0.25, 0.25, 0.25, 0.25\}$, 则按照编网聚类方法对群体进行聚类, 结果为 $\{D_1, D_2, D_4, D_5, D_7, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{13}, D_{14}, D_{15}\}, \{D_3\}, \{D_6\}, \{D_9\}, \{D_{11}\}$. 此聚类结果相比于本文方法和专家偏好信息下的聚类结果差异较大, 进一步验证了本文中属性权重设置方法的有效性. 综上, 单一使用一种信息下的聚类结果是不合理的, 需要综合考虑两类信息下的专家相似关系, 才能保证聚类结果的协调一致.

4 结 论

在重大复杂项目的决策过程中, 决策者会面临大量的多源异构决策信息, 尤其是当专家数目较多时,

信息将呈倍数增长. 群体聚类方法将相似专家合并成若干类, 以精简决策相似信息, 大大提高了决策效率. 群体聚类涉及到的多源异构信息, 主要分为专家偏好信息和决策依据信息. 通过专家偏好信息得到的群体先验分类信息与决策依据信息下的分类结果往往存在冲突和矛盾, 需要进行融合处理. 研究群体分类偏好下的双重信息融合聚类方法具有较大的实际意义和理论价值. 本文依据专家偏好信息抽取先验群体分类偏好信息, 保证了先验信息的可信度和客观性; 剖析比较双重信息下的聚类冲突结果, 构建聚类结果一致性测度和非一致性测度指标, 以此为基础构建规划模型, 获取合理属性权重, 以协调双重信息下聚类冲突; 以综合相似关系表征双重信息下的专家相似关系, 并进行编网聚类分析. 双重信息下的聚类分析尚有较大的研究空间, 需要在类别权重设置、双重信息集结等问题上开展进一步的探索.

参考文献(References)

[1] 郝晶晶, 朱建军, 刘思峰. 基于双重语言信息联动的多阶段决策模型[J]. 控制与决策, 2014, 29(1): 99-106.
(Hao J J, Zhu J J, Liu S F. Multi-stage decision model for aggregating dual linguistic evaluation information[J]. Control and Decision, 2014, 29(1): 99-106.)

[2] 樊治平, 肖四汉. 基于自然语言符号表示的比较矩阵的一致性及其排序方法[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(5): 87-91.
(Fan Z P, Xiao S H. The consistency and ranking method for comparison matrix with linguistic assessment[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2002, 22(5): 87-91.)

- [3] 魏翠萍, 冯向前, 张玉忠. 语言判断矩阵的满意一致性检验方法[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(1): 104-110. (Wei C P, Feng X Q, Zhang Y Z. Method for measuring the satisfactory consistency of a linguistic judgement matrix[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2009, 29(1): 104-110.)
- [4] Liu F, Zhang W G, Zhang L H. Consistency analysis of triangular fuzzy reciprocal preference relations[J]. European J of Operational Research, 2014, 235(3): 718-726.
- [5] Xu Z S. Incomplete linguistic preference relations and their fusion[J]. Information Fusion, 2006, 7(3): 331-337.
- [6] Fan Z P, Xiao S H, Hu G F. An optimization method for integrating two kinds of preference information in group decision-making[J]. Computers & Industrial Engineering, 2004, 46(2): 329-335.
- [7] Xu X Z. A note on the subjective and objective integrated approach to determine attribute weights[J]. European J of Operational Research, 2004, 156(2): 530-532.
- [8] Chou C H, Liang G S, Chang H C. A fuzzy AHP approach based on the concept of possibility extent[J]. Quality & Quantity, 2013, 47(1): 1-14.
- [9] Ma J, Fan Z P, Huang L H. A subjective and objective integrated approach to determine attribute weights[J]. European J of Operational Research, 1999, 112(2): 397-404.
- [10] Fan Z P, Ma J, Zhang Q. An approach to multiple attribute decision making based on fuzzy preference information on alternatives[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2002, 131(1): 101-106.
- [11] Vandani B, Mousavi SM, Tavakkoli-Moghaddam R. Group decision making based on novel fuzzy modified TOPSIS method[J]. Application Mathematical Modeling, 2011, 35(9): 4257-4269.
- [12] Wei G W. Uncertain linguistic hybrid geometric mean operator and its application to group decision making under uncertain linguistic environment[J]. Int J of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2009, 17(2): 251-267.
- [13] 徐选华, 张丽媛, 陈晓红. 模糊偏好下基于属性二元关系的群体聚类方法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(11): 2312-2315. (Xu X H, Zhang L Y, Chen X H. Group clustering method based on binary-relation of attributes with fuzzy preference information[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(11): 2312-2315.)
- [14] 王嵩华, 朱建军, 方志耕. 基于灰色聚类的大规模群体语言评价信息集结研究[J]. 控制与决策, 2012, 27(2): 271-275. (Wang H H, Zhu J J, Fang Z G. Group aggregation method on large-scale linguistic evaluation information based on grey cluster[J]. Control and Decision, 2012, 27(2): 271-275.)
- [15] 徐选华, 陈晓红. 基于矢量空间的群体聚类方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(6): 1034-1039. (Xu X H, Chen X H. Research on the group clustering method based on vector space[J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(6): 1034-1039.)
- [16] 胡立辉, 罗国松. 改进的基于矢量空间的群体聚类算法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(3): 472-474. (Hu L H, Luo G S. Improved algorithm for group clustering based on vector space[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(3): 472-474.)
- [17] Wan S P, Li D F. Fuzzy LINMAP approach to heterogeneous MADM considering comparisons of alternatives with hesitation degrees[J]. Omega, 2013, 41(6): 925-940.
- [18] Li D F, Wan S P. Fuzzy linear programming approach to multiattribute decision making with multiple types of attribute values and incomplete weight information[J]. Applied Soft Computing, 2013, 13(11): 4333-4348.
- [19] 郭亚军, 王春震, 张发明, 等. 一种基于部分样本类别判定的聚类分析方法[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2009, 30(7): 1051-1054. (Guo Y J, Wang C Z, Zhang F M, et al. A method of clustering analysis based on category judgement by Part Samples[J]. J of Northeastern University: Natural Science, 2009, 30(7): 1051-1054.)
- [20] Delgado M, Verdegay J L, Vila M A. A model for linguistic partial information in decision making problem[J]. Int J of Intelligent Systems, 1994, 9(4): 365-378.
- [21] Herrera F, Martinez L. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2000, 8(12): 746-752.
- [22] 高新波. 模糊聚类分析及应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2004: 43. (Gao X B. fuzzy clustering analysis and application[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2004: 43.)
- [23] Srinivasan V, Shocker A D. Linear Programming techniques for multidimensional analysis of preference[J]. Psychometrika, 1973, 38(3): 337-369.
- [24] Kim S H, Choi S H, Kim J K. An interactive procedure for multiple attribute group decision making with incomplete information: Range-based approach[J]. European J of Operational Research, 1999, 118(1): 139-152.
- [25] 贺仲雄. 模糊数学及其应用[M]. 天津: 天津科学技术出版社, 1983: 165-168. (He Z X. Fuzzy mathematics and its application[M]. Tianjin: Tianjin Science and Technology Press, 1983: 165-168.)