文章编号: 1001-0920 (2015) 04-0663-07 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2014.0209

基于第三方的易变质产品库存决策

计国君，韩尚清

(厦门大学 a. 管理学院，b. 两岸关系和平发展协同创新中心，福建 厦门 361005)

摘 要: 针对需求受价格影响和需求受价格、库存量共同影响的两种情况, 考虑销售商允许缺货且缺货期间出现短缺量部分拖后, 研究多个供应商、多个销售商情况下, 供应商库存外包于第三方的易变质产品库存联合决策模型. 对比分析两模型的结论表明, 需求依赖当前销售价格和库存量情况下, 考虑易变质产品库存问题更贴近实际, 存在最优订货周期、最优销售价格使得供应链整体利益最大化, 此时, 供应链整体利润并不随着缺货率的增加而单调减小.

关键词: 第三方库存；易变质产品；联合决策；需求受价格影响；需求受价格库存量共同影响

中图分类号: F253.4 **文献标志码:** A

Deteriorating item inventory decision-making research based on third-party

JI Guo-jun，*HAN Shang-qing*

(a. School of Management，b. Collaborative Innovation Center for Peaceful Development of Cross-Strait Relations, Xiamen University，Xiamen 361005，China．Correspondent：JI Guo-jun，E-mail：jiking@xmu.edu.cn)

Abstract: For the two cases that the demand is influenced by the prices and the price-stocks, considering that vendors allow out of stock during the partial backlogging, under multiple vendors and multiple suppliers, deteriorating item inventory joint decision-making models are researched, and the methods are given to solve the models. The conclusion of comparing the two models shows that the demand depends on the current price-stocks more in line with the actual. There are the optimal ordering cycles and optimal sale price to maximize the interests of the whole supply chain. The whole supply chain profit can not decrease monotonously with the increase of shortage rate.

Keywords: third-party inventory；deteriorating item；joint decision-making；demand influenced by the prices；demand influenced by the price-stocks

0 引 言

对于企业而言, 通过有效的库存策略优化库存, 对大幅提高企业资金周转率和回报率以及提升企业竞争力均有重要意义. 在供应链管理模式下, 库存量的高低不仅影响单个企业成本, 而且影响着整条供应链的性能. 由于大多数产品具有随时间而变质的特点, 在存储期间, 随着仓储时间的增加, 产品会因发生腐烂、死亡、挥发等原因使数量减少, 存在不可忽视的损耗. 为了促进经营中供应链管理的发展, 易变质产品库存管理已成为供应链管理者亟待解决的问题.

据中国仓储协会连续6次中国市场供需状况调查显示, 超过半数的受访企业表示有意愿寻求专业物流企业为自己提供服务, 这一比例呈逐年上升趋势, 而这些企业大多都有将自理物流业务外包给设备先进的第三方物流企业的远景[1]. 据国家发改委发布的最新数据显示, 从2004～2013年, 中国GDP年均增长7%∼8%; 随着信息技术的运用、物流基础设施的更新换代和供应链管理的不断改善, 社会物流成本占GDP的比重已从20%降至18%. 但是由于改善供应链管理的需求增加, 对第三方物流的需求却持续攀升, 据统计, 仅2004～2010年其产值就翻了5倍之多, 市场极为广阔[1]. 可见, 第三方库存管理模式作为一种有效的供应链库存管理策略, 早已广泛应用于现实生活中. 但是, 供应链环境下易变质产品库存管理运

收稿日期: 2014-02-20；**修回日期:** 2014-08-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71371159, 71201138)；教育部人文社会科学研究青年基金项目(12YJC630264)；福建省自然科学基金项目(2012J01304)；浙江省科技厅软科学研究计划项目(2014C35018).

作者简介: 计国君(1964−), 男, 教授, 博士生导师, 从事供应链管理、物流工程、信息管理等研究；韩尚清(1990−), 男, 博士生, 从事供应链管理、物流工程领域的研究.

用第三方库存管理模式的相关研究还较少.

目前, 易变质产品库存管理的研究主要包括需求、易变质产品生命周期、延迟支付、数量折扣等. 从已有的需求研究看, Mandal 等[2-4]认为易变质产品需求与库存呈线性关系 $D = c + dq$. 其中: D、q 分别为需求和库存, c、d 为常数. Giri 等[5-7]认为需求与库存关系为 $D = dq^b$, 其中 d、b 为合适的常数. 在20世纪90年代, Datta 等[8-12]考虑库存影响需求, 针对单一易变质产品库存模型进行了广泛研究. Timothy[13]总结了近年来需求依赖于库存水平的文献, 并将其分为需求依赖于初始库存水平和需求率依赖于当前库存水平两大类, 提出了解决两类问题的不同方法. Bhatatcharya[14]认为, 在实际生活中易变质产品需求随库存量增加而增加, 而且一种产品的需求会受到另一种产品存在的刺激, 并给出了一般约束条件情况下求目标函数稳态最优解的必要条件. Jinn 等[15]指出需求不仅受到库存的影响, 还受到销售价格的影响, 并首次提出库存和产品价格共同影响需求易变质产品 EPQ 模型, 此外, 考虑到大量库存会给消费者带来负面影响、库存容量有限等条件, 给出了模型的最优解. Hardier[16]研究了允许延期支付、价格和库存量共同影响需求下非瞬间变质的易变质物品库存模型, 给出了最优补货策略. Reza 等[17]研究了允许部分延迟交货、价格和时间共同影响需求下非瞬间变质的易变质产品库存和定价. 通过模型计算获得最优的销售价格、订货周期和订货量, 以实现整体利益最大化. 还有一些学者考虑了非线性的情况, 如冷克平等[18]考虑到在仓库出空期间一般人们有耐烦与不耐烦两种反应, 假设仓库出空期丢失顾客量服从正态分布, 据此建立了允许缺货的易变质物品的非线性存贮模型, 使模型更接近于实际.

可见, 关于易变质产品库存的研究所建立的模型大部分都是考虑单一需求影响因素, 需求受价格影响或需求受库存量影响, 而考虑需求受价格库存量共同影响的相关研究还较少, 且在此基础上考虑第三方参与库存管理的研究更是鲜有报道. 鉴于此, 针对易变质产品库存管理问题, 结合最新的理论和实践, 考虑需求受价格影响和需求受价格库存量共同影响两种情况, 销售商允许缺货而且缺货期间出现短缺量部分拖后 (这里短缺量部分拖后指的是当期没法满足的短缺量部分, 将在下一期得到满足), 研究多个供应商、多个销售商下情况, 供应商库存外包予第三方的易变质产品库存联合决策模型, 并探讨求解模型的方法. 在此基础上, 对两模型进行对比分析, 分析结果表明, 控制产品变质率可以提高整个系统利润.

1 假设条件和模型

1.1 模型假设和描述

易变质产品在存储过程中会发生变质、腐烂、性能衰退和分解, 这些特性会造成产品缺货等一系列问题. 现阶段, 许多企业为了减少这种风险, 将此类产品库存外包予第三方. 本文从该角度考虑供应商库存外包予第三方, 销售商允许缺货且缺货期间出现短缺量部分拖后, 建立需求依赖当前销售价格和需求受价格库存量共同影响两种情况下, 多个供应商和多个销售商供应链环境下易变质产品联合决策模型.

基本假设: 1) 单一产品, 多个销售商, 多个供应商; 2) 销售商允许缺货, 缺货期间出现短缺量部分拖后; 3) 备货期为 0, 补货是瞬时的; 4) 供应商通过第三方按照共同补货周期管理各销售商的库存量; 5) 供应商本身没有库存; 6) 销售商的订货能得到及时响应; 7) 每个销售商的供应商唯一; 8) 第三方管理库存变质率为 0.

与销售商相关的参数说明如下: $i = 1, 2, \cdots, n$ 为第 i 个销售商; H_i 为第 i 个销售商单位时间单位产品的持货成本; B_i 为第 i 个销售商的缺货率; θ 为产品的变质率; F_i 为第 i 个销售商每次订货固定成本; D_i 为第 i 个销售商的需求率; p_i 为第 i 个销售商的出售价格, 是决策变量; S_i 为第 i 个销售商的单位产品的缺货成本; TC_i 为第 i 个销售商的总成本; T_{bi} 为第 i 个销售商的订货周期, 是决策变量且销售商的订货周期相同.

供应商、第三方相关的参数说明如下: $j = 1, 2, \cdots, n$ 为第 j 个供应商; K_{vj} 为第 j 个供应商单周期准备成本; C_{vj} 为第 j 个供应商单位产品生产成本; M_{vj} 为供应商供货单周期运输成本; TC_{vj} 为第 j 个供应商的总成本; H_T 为第三方管理库存单位时间单位产品的保管成本; T_{vj} 为第 j 个供应商的补货周期.

1.2 需求依赖当前销售价格

1.2.1 销售商库存模型的建立

假设每个销售商需求 $D(p)$ 依赖于销售商的销售价格. 其中: $D(p)$ 为非负方程且 $D'(p) < 0$, $D''(p) = 0$, p 为销售商销售价格; $I_i(t)$ 为 t 时间第 i 个销售商的库存水平, $I_i(t)$ 满足如下微分方程:

$$I_i'(t) = \begin{cases} -I_i(t) - D_i(p_i),\ 0 \leqslant t \leqslant (1 - B_i)T_{bi}; \\ -D_i(p_i),\ (1 - B_i)T_{bi} \leqslant t \leqslant T_{bi}. \end{cases} \tag{1}$$

注 1 当 $(1 - B_i)T_{bi} \leqslant t \leqslant T_{bi}$ 时, 销售商缺货.

考虑如下边界条件:

$$I_i((1 - B_i)T_{bi}) = 0. \tag{2}$$

由式 (1) 求解得

$$I_i(t)=\begin{cases}\dfrac{D_i(p_i)}{\theta}[\mathrm{e}^{\theta[(1-B_i)T_{bi}-t]}-1],\\ \qquad 0\leqslant t\leqslant(1-B_i)T_{bi};\\ D_i(p_i)[(1-B_i)T_{bi}-t],\\ \qquad (1-B_i)T_{bi}\leqslant t\leqslant T_{bi}.\end{cases}\tag{3}$$

每个订货周期最大储存量为

$$Q_i=I_i(0)=\frac{D_i(p_i)}{\theta}[\mathrm{e}^{\theta[(1-B_i)T_{bi}]}-1].$$

最大缺货量满足

$$A_i=-I_i(T_{bi})=D_i(p_i)B_iT_{bi}.$$

每次订货量为

$$V_i=Q_i+A_i.$$

第 i 个销售商的总成本为

$$\mathrm{TC}_i=\text{订货成本}+\text{保管成本}+\text{变质成本}+\text{缺货成本}.$$

其中: 订货成本为 F_i/T_{bi}, 保管成本为

$$D(p_i)H_i[\mathrm{e}^{\theta(1-B_i)T_{bi}}-\theta(1-B_i)T_{bi}-1]/T_{bi}\theta^2,$$

变质成本为

$$D(p_i)p_i[\mathrm{e}^{\theta(1-B_i)T_{bi}}-\theta(1-B_i)T_{bi}-1]/T_{bi}\theta,$$

缺货成本为 $(D(p_i)S_iT_{bi}B_i^2/2$. 则第 i 个销售商的总成本为

$$\begin{aligned}&\mathrm{TC}_i=\\&\frac{D(p_i)H_i}{T_{bi}\theta^2}[\mathrm{e}^{\theta(1-B_i)T_{bi}}-\theta(1-B_i)T_{bi}-1]+\\&\frac{D(p_i)p_i}{T_{bi}\theta}[\mathrm{e}^{\theta(1-B_i)T_{bi}}-\theta(1-B_i)T_{bi}-1]+\\&\frac{D(p_i)S_iT_{bi}B_i^2}{2}+\frac{F_i}{T_{bi}}.\end{aligned}\tag{4}$$

1.2.2 供应商及第三方管理库存模型的建立

设第 j 个供应商的补货周期为 n_j 个销售商库存周期的公倍数, 有 $T_{vj}=N_iT_{bi}$, 其中 N_i 为一个正整数. 由此, 供应商运输成本为 M_{vj}/T_{vj}, 供应商准备成本为 K_{vj}/T_{vj}; 供应商生产成本为 $C_{vj}\sum\limits_{i=1}^{n_j}V_i/T_{vj}$.

第 j 个供应商在产品花费的总成本为

$$\mathrm{TC}_{vj}=\text{运输成本}+\text{准备成本}+\text{生产成本},$$

则第 j 个供应商在产品花费上的总的成本为

$$\mathrm{TC}_{vj}=M_{vj}/T_{vj}+K_{vj}/T_{vj}+C_{vj}\sum_{i=1}^{n_j}V_i/T_{vj}.\tag{5}$$

易变质物品作为一类特殊商品, 其储存条件一般比较苛刻. 对于供应商而言, 建立专门的、设施完备的仓库成本过高, 供应商往往通过外包将商品交由设备先进的第三方管理, 可以在保证安全仓储的同时节约大量资金. 对于第三方企业而言, 除了自身规模效应, 相比于普通耐用品, 储存易变质物品可以获得更高的边际利润. 可见, 第三方管理易变质物品是一个双赢策略. 在现实生活中, 第三方管理易变质库存也较为常见, 为此, 本文考虑第三方管理易变质库存. 第三方库存成本为

$$\mathrm{TC}_T=H_T\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}V_i/T_{vj}.\tag{6}$$

集成 m 个供应商、n 个销售商和 1 个第三方的总成本得到集成模型总的成本为

$$\mathrm{ITC}=\sum_{i=1}^{n}\mathrm{TC}_i+\sum_{j=1}^{m}\mathrm{TC}_{vj}+\mathrm{TC}_T,\tag{7}$$

其中 $n=\sum\limits_{j=1}^{m}n_j$. 由于 N_j 是一个离散的正整数, 在 N_i 定义域内, 对 ITC 关于 T_{bi}、B_i 求导, 并令其为零. 每个 N_i 所对应的 B_i 和 T_{bi} 的最优解由 $T_{bi}^*(N_i)$ 和 $B_i^*(N_i)$ 表示, N_i 的最优解由 N_i^* 表示, 则有

$$\begin{aligned}&\mathrm{ITC}(T_{bi}^*(N_i-1),\ B_i^*(N_i-1),\ N_i^*-1)\leqslant\\&\mathrm{ITC}(T_{bi}^*(N_i),\ B_i^*(N_i),\ N_i^*),\\&\mathrm{ITC}(T_{bi}^*(N_i+1),\ B_i^*(N_i+1),\ N_i^*+1)\leqslant\\&\mathrm{ITC}(T_{bi}^*(N_i),\ B_i^*(N_i),\ N_i^*).\end{aligned}$$

同理, 易得到集成模型总的营业收入为

$$\mathrm{ITB}=\sum_{i=1}^{n}p_iD(p_i).\tag{8}$$

集成模型总的利润为

$$\mathrm{IT}=\mathrm{ITB}-\mathrm{ITC}.\tag{9}$$

1.2.3 模型分析

在需求依赖当前销售价格的情况下, 成本函数 $\mathrm{ITC}(T_{bi},p_i)$ 是关于决策变量 p_i、T_{bi} 的函数, 得到如下定理.

定理 1 在需求依赖当前销售价格的情况下, 成本函数 $\mathrm{ITC}(T_{bi},p_i)$ 是关于 T_{bi} 的凹函数.

证明 利用泰勒的近似公式

$$\mathrm{e}^{\theta(1-B_i)T_{bi}}-1=\theta(1-B_i)T_{bi},$$

对 TC_i、TC_{vj}、TC_T 分别求 T_{bi} 的二阶导数, 得到

$$\frac{\partial^2\mathrm{TC}_i}{\partial T_{bi}^2}=\frac{2F_i}{T_{bi}^3}>0,\ \frac{\partial^2\mathrm{TC}_{vj}}{\partial T_{bi}^2}=\frac{2(M_{vj}+K_{vj})}{N_iT_{bi}^3}>0,$$
$$\frac{\partial^2\mathrm{TC}_T}{\partial T_{bi}^2}=0.$$

由于

$$\mathrm{ITC}=\sum_{i=1}^{n}\mathrm{TC}_i+\sum_{j=1}^{m}\mathrm{TC}_{vj}+\mathrm{TC}_T,$$

易得到 $\partial^2\mathrm{ITC}/\partial T_{bi}^2>0$, 由此可知, $\mathrm{ITC}(T_{bi},p_i)$ 是关于 T_{bi} 的凹函数. □

涉及到定价问题, 单从成本考虑整个系统已不

再适用. 这是因为随着销售价格 p_i 的增加, 成本函数 $\mathrm{ITC}(T_{bi},p_i)$ 会减小, 而营业收入函数 $\mathrm{ITB}(p_i)$ 也可能会减小. 因此, 有必要从系统整体利润的角度加以考虑. 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 是关于决策变量 p_i、T_{bi} 的函数, 得到如下定理.

定理 2 在需求依赖当前销售价格的情况下, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 是关于 p_i 的凸函数.

证明 利用泰勒的近似公式

$$\mathrm{e}^{\theta(1-B_i)T_{bi}}-1=\theta(1-B_i)T_{bi},$$

对 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 求 p_i 的二阶导数, 得到

$$\frac{\partial^2\mathrm{IT}}{\partial p_i^2}=2\sum_{i=1}^{n}D_i'(p_i)<0.$$

由此可知, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 是关于 p_i 的凸函数. □

定理 3 在需求依赖当前销售价格的情况下, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 是关于 T_{bi} 的凸函数.

证明 利用泰勒的近似公式

$$\mathrm{e}^{\theta(1-B_i)T_{bi}}-1=\theta(1-B_i)T_{bi},$$

对 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 求 T_{bi} 的二阶导数, 得到

$$\frac{\partial^2\mathrm{IT}}{\partial T_{bi}^2}=-\frac{\partial^2\mathrm{ITC}}{\partial T_{bi}^2}<0.$$

由此可知, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 是关于 T_{bi} 的凸函数. □

定理 4 在需求依赖当前销售价格的情况下, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 是关于 B_i 的单调减函数.

证明 利用泰勒的近似公式

$$\mathrm{e}^{\theta(1-B_i)T_{bi}}-1=\theta(1-B_i)T_{bi},$$

对 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 求 B_i 的一阶导数, 得到

$$\frac{\partial\mathrm{IT}}{\partial B_i}=-\frac{\partial\mathrm{TC}_i}{\partial B_i}=-D(p_i)S_iT_{bi}B_i<0.$$

由此可知, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 是关于 B_i 的单调减函数. □

定理 5 在需求依赖当前销售价格的情况下, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 是关于 S_i 的单调减函数.

证明 对 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 求 S_i 的一阶导数, 得到

$$\frac{\partial\mathrm{IT}}{\partial S_i}=-\frac{\partial\mathrm{TC}_i}{\partial S_i}=-D(p_i)T_{bi}B_i^2/2<0.$$

由此可知, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 是关于 S_i 的单调减函数. □

定理 1 ∼ 定理 3 表明: 1) 在需求依赖当前销售价格的情况下, 可能存在最优 T_{bi}^*, 使成本函数 $\mathrm{ITC}(T_{bi},p_i)$ 最小化; 2) 在需求依赖当前销售价格的情况下, 可能存在最优 T_{bi}^* 和 p_i^*, 使利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi},p_i)$ 最大化.

定理 4 和定理 5 表明: 1) 在需求依赖当前销售价格的情况下, 单一销售商的缺货率会影响整个系统的利润. 一旦系统中某销售商的缺货率过高, 整个系统的利润将会受其影响而变低, 在现实生活中, 当期的过度缺货很可能会永远失去某些顾客. 2) 在需求依赖当前销售价格的情况下, 销售商单位产品的缺货成本会影响整个系统的利润, 一旦系统中某销售商单位产品的缺货成本过高, 整个系统的利润将会受其影响而变低. 系统中每个销售商都有必要为减少单位产品的缺货成本而作出努力. 当缺货无法避免时, 这是提高整个系统利润的有效手段.

1.3 需求依赖于当前销售价格和库存量

1.3.1 销售商库存模型的建立

假设每个销售商需求都依赖于销售商的销售价格和库存量, $D(I(t),p)=\alpha(p)+\beta I(t)$. 其中: β 为一个非负常数; $\alpha(p)$ 为非负方程, 且 $\alpha'(p)<0$, $\alpha''(p)=0$; p 为销售商销售价格; $I(t)$ 为 t 时刻的销售商库存量[15]. $I_i(t)$ 表示 t 时间第 i 个销售商的库存水平, 满足如下微分方程:

$$I_i'(t)=\begin{cases}-\theta I_i(t)-D_i(I_i(t),p_i),\ 0\leqslant t\leqslant(1-B_i)T_{bi};\\ -D_i(I_i(t),p_i),\ (1-B_i)T_{bi}\leqslant t\leqslant T_{bi}.\end{cases}\tag{10}$$

注 2 当 $(1-B_i)T_{bi}\leqslant t\leqslant T_{bi}$ 时, 销售商缺货, 考虑边界条件 $I_i((1-B_i)T_{bi})=0$, 由式 (10) 求解得

$$I_i(t)=\begin{cases}\dfrac{\alpha(p_i)[\mathrm{e}^{(\theta+\beta)[(1-B_i)T_{bi}-t]}-1]}{\theta+\beta},\\ \qquad 0\leqslant t\leqslant(1-B_i)T_{bi};\\ \dfrac{\alpha(p_i)[\mathrm{e}^{\beta[(1-B_i)T_{bi}-t]}-1]}{\beta},\\ \qquad (1-B_i)T_{bi}\leqslant t\leqslant T_{bi}.\end{cases}\tag{11}$$

每个订货周期最大储存量为

$$Q_i=I_i(0)=\frac{\alpha(p_i)[\mathrm{e}^{(\theta+\beta)[(1-B_i)T_{bi}]}-1]}{\theta+\beta}.$$

最大缺货量满足

$$A_i=-I_i(T_{bi})=-\frac{\alpha(p_i)[\mathrm{e}^{-(\beta)B_iT_{bi}}-1]}{\beta}.$$

每次订货量为 $V_i=Q_i+A_i$. 第 i 个销售商的需求量为

$$\begin{aligned}&D_i(p_i)=\\&-\frac{\alpha(p_i)\beta}{(\theta+\beta)^2}+\frac{\alpha(p_i)\beta\mathrm{e}^{(\theta+\beta)(1-B_i)T_{bi}}}{(\theta+\beta)^2}-\\&\frac{\alpha(p_i)\beta(1-B_i)T_{bi}}{\theta+\beta}+\frac{\alpha(p_i)\mathrm{e}^{-\beta B_iT_{bi}}}{\beta}-\\&\frac{\alpha(p_i)}{\beta}+\alpha(p_i)B_iT_{bi}+\alpha(p_i).\end{aligned}\tag{12}$$

考虑到第 i 个销售商的总成本为

$$\mathrm{TC}_i = \text{订货成本} + \text{保管成本}+$$
$$\text{变质成本} + \text{缺货成本}.$$

其中: 订货成本为 F_i/T_{bi}, 保管成本为

$$\frac{\alpha(p_i)H_i[\mathrm{e}^{(\beta+\theta)(1-B_i)T_{bi}} - (\beta+\theta)(1-B_i)T_{bi} - 1]}{T_{bi}(\theta+\beta)^2},$$

变质成本为

$$\frac{\alpha(p_i)p_i\theta[\mathrm{e}^{(\beta+\theta)(1-B_i)T_{bi}} - (\beta+\theta)(1-B_i)T_{bi} - 1]}{T_{bi}(\theta+\beta)^2},$$

缺货成本为

$$\frac{\alpha(p_i)S_i[\mathrm{e}^{-\beta B_i T_{bi}} + \beta B_i T_{bi} - 1]}{T_{bi}\beta^2}.$$

则第 i 个销售商的总成本为

$$\begin{aligned}&\mathrm{TC}_i = \\ &\frac{\alpha(p_i)H_i[\mathrm{e}^{(\beta+\theta)(1-B_i)T_{bi}} - (\beta+\theta)(1-B_i)T_{bi} - 1]}{T_{bi}(\theta+\beta)^2} + \\ &\frac{\alpha(p_i)p_i\theta[\mathrm{e}^{(\beta+\theta)(1-B_i)T_{bi}} - (\beta+\theta)(1-B_i)T_{bi} - 1]}{T_{bi}(\theta+\beta)^2} + \\ &\frac{\alpha(p_i)S_i[\mathrm{e}^{-\beta B_i T_{bi}} + \beta B_i T_{bi} - 1]}{T_{bi}\beta^2} + \frac{F_i}{T_{bi}}.\end{aligned} \tag{13}$$

供应商、第三方管理库存模型和模型的集成与需求依赖当前销售价格的情况相似, 这里不再赘述.

1.3.2　模型分析

在需求依赖当前销售价格和库存量的情况下, 成本函数 $\mathrm{ITC}(T_{bi}, p_i)$ 是关于决策变量 p_i、T_{bi} 的函数, 得到如下定理.

定理 6　在需求依赖当前销售价格和库存量的情况下, 成本函数 $\mathrm{ITC}(T_{bi}, p_i)$ 是关于 T_{bi} 的凹函数.

证明　利用泰勒的近似公式

$$\mathrm{e}^{\theta(1-B_i)T_{bi}} - 1 = \theta(1-B_i)T_{bi},$$
$$\mathrm{e}^{-\beta B_i T_{bi}} - 1 = -\beta B_i T_{bi},$$

对 TC_i、TC_{vj}、TC_T 分别求 T_{bi} 的二阶导数, 得到

$$\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_i}{\partial T_{bi}^2} = \frac{2F_i}{T_{bi}^3} + \frac{\alpha(p_i)S_iB_i\mathrm{e}^(-\beta B_i T_{bi})}{T_{bi}^2\beta} > 0,$$
$$\frac{\partial^2 \mathrm{TC}_{vj}}{\partial T_{bi}^2} = \frac{2(M_{vj}+K_{vj})}{N_iT_{bi}^3} > 0,\ \frac{\partial^2 \mathrm{TC}_T}{\partial T_{bi}^2} = 0.$$

由于

$$\mathrm{ITC} = \sum_{i=1}^{n}\mathrm{TC}_i + \sum_{j=1}^{m}\mathrm{TC}_{vj} + \mathrm{TC}_T,$$

易得到 $\partial^2\mathrm{ITC}/\partial T_{bi}^2 > 0$. 由此可知, $\mathrm{ITC}(T_{bi}, p_i)$ 是关于 T_{bi} 的凹函数. □

在需求依赖当前销售价格和库存量的情况下, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 是关于决策变量 p_i、T_{bi} 的函数, 可得到如下定理.

定理 7　在需求依赖当前销售价格和库存量的情况下, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 是关于 p_i 的凸函数.

证明　利用泰勒的近似公式

$$\mathrm{e}^{\theta(1-B_i)T_{bi}} - 1 = \theta(1-B_i)T_{bi},$$
$$\mathrm{e}^{-\beta B_i T_{bi}} - 1 = -\beta B_i T_{bi},$$

对 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 求 p_i 的二阶导数, 得到

$$\frac{\partial^2 \mathrm{IT}}{\partial p_i^2} = 2D_i'(p_i) = 2\alpha_i'(p_i) < 0.$$

由此可知, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 是关于 p_i 的凸函数. □

定理 8　在需求依赖当前销售价格和库存量的情况下, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 存在最优周期 T_{bi}^* 和最优价格 p_i^*, 且唯一.

证明　由定理 7 可知, $\partial^2\mathrm{IT}/\partial p_i^2 < 0$, 利用泰勒的近似公式

$$\mathrm{e}^{\theta(1-B_i)T_{bi}} - 1 = \theta(1-B_i)T_{bi},$$
$$\mathrm{e}^{-\beta B_i T_{bi}} - 1 = -\beta B_i T_{bi},$$

得到

$$\frac{\partial^2 \mathrm{IT}}{\partial T_{bi}^2} = -\frac{\partial^2 \mathrm{ITC}}{\partial T_{bi}^2} < 0,\ \frac{\partial^2 \mathrm{IT}}{\partial T_{bi}\partial p_i} = 0,$$

即利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 是关于 T_{bi}、p_i 的凸函数. 根据二元函数极值判别, 容易得到

$$\frac{\partial^2 \mathrm{IT}}{\partial p_i^2}\frac{\partial^2 \mathrm{IT}}{\partial T_{bi}^2} - \Big(\frac{\partial^2 \mathrm{IT}}{\partial T_{bi}\partial p_i}\Big)^2 > 0.$$

由此可知, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 存在最优周期 T_{bi}^* 和最优价格 p_i^*, 且唯一. □

定理 9　在需求依赖当前销售价格和库存量的情况下, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 是关于 S_i 的单调减函数.

证明　对 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 求 S_i 的一阶导数, 得到

$$\frac{\partial \mathrm{IT}}{\partial S_i} = -\frac{\partial \mathrm{ITC}}{\partial S_i} < 0.$$

由此可知, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 是关于 S_i 的单调减函数. □

2　算例分析

2.1　模型对比分析

对比两模型得到相同点为:

1) 成本函数 $\mathrm{ITC}(T_{bi}, p_i)$ 都是关于 T_{bi} 的凹函数;

2) 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 都是关于 p_i、T_{bi} 的凸函数;

3) 随着单位缺货成本 S_i 的增加, 供应链整体利润都减少.

不同点为:

1) 在需求依赖当前销售价格的情况下, 利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 是关于 B_i 的单调减函数;

2) 需求依赖当前销售价格和库存量的情况下, 存在唯一的最优周期 T_{bi}^*、最优价格 p_i^*, 使得利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 达到最大值.

通过对比可以发现两者的不同点主要集中在缺货率 B_i 的影响、最优周期 T_{bi}^* 和最优价格 p_i^* 的存在

性、唯一性方面, 即:

1) 在需求依赖当前销售价格的情况下, 由于不考虑库存量的影响, 缺货率 B_i 不会对需求产生影响, 此时, 缺货率 B_i 的变化只会对整个系统的成本产生影响. 容易得到, 在需求依赖当前销售价格的情况下, 整个系统利润随着 B_i 的增加而单调减小, 在需求依赖当前销售价格和库存量的情况下则有所不同. 考虑到库存量的影响, 缺货率 B_i 除了对整个系统的成本产生影响, 还会对需求产生影响. 在需求依赖当前销售价格和库存量的情况下, 无法得到整个系统利润随着 B_i 增加而单调减小的结论, 即可能存在某个非零 B_i^*, 使整个系统利润最大化. 销售商为了避免变质损失, 可能采取策略性的缺货, 控制其库存成本. 在现实生活中, 尤其是卖水果的商家经常会采取这种策略.

2) 在需求依赖当前销售价格和库存量的情况下, 存在唯一的最优周期 T_{bi}^* 和最优价格 p_i^*, 使得利润函数 $\mathrm{IT}(T_{bi}, p_i)$ 达到最大值. 在需求依赖当前销售价格的情况下, 最优周期 T_{bi}^*、最优价格 p_i^* 存在性、唯一性则有待商榷, 无法从理论上加以证明. 可见, 需求依赖当前销售价格和库存量情况下的模型更加合理.

对于产品变质率的影响, 由于计算过于复杂, 难以进行理论分析, 对其进行算例分析.

2.2 产品变质率的灵敏度分析

以需求依赖当前销售价格和库存量为例, 假设有 2 个供应商 A 和 B, 3 个销售商, 供应商 A 为 2 个销售商供货, 供应商 B 为另外 1 个销售商供货. 具体参数为:

$$H_i = 5\text{ 元/(个·年)};\ \alpha(p_i) = b - ap_i,$$

$$b = 2\,000\,000,\ \alpha = 40\,000;$$

$$\beta = 0.5;\ S_i = 100\text{ 元/次};$$

$$F_i = 1\,000\text{ 元/次};\ n = 3;$$

$$K_{vj} = 1\,200\text{ 元/次};\ C_{vj} = 15\text{ 元/个};$$

$$M_{vj} = 1\,200\text{ 元/次};\ H_T = 3\text{ 元/(个·年)};$$

$$C_{vj} = 15\text{ 元/个};\ p_i = 40\text{ 元/个};$$

$$T_{bi} = 0.1;\ N_i = 1;\ m = 2;\ B_i = 0.07.$$

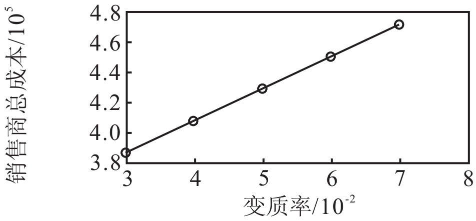
通过 Matlab 7.1 进行数值模拟和灵敏度分析 (如图 1 和图 2 所示), 得到如下结论:

1) 随着产品变质率的增加, 销售商总成本呈逐渐上升趋势, 表明在变质率过高的情况下会导致销售商总成本增加.

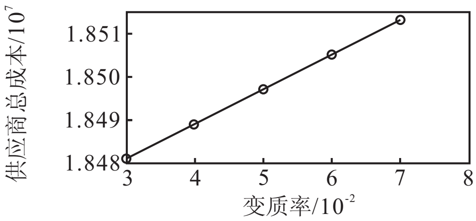
2) 随着变质率的增加, 供应商总成本也增加.

3) 对第三方而言, 随着产品变质率的增加, 第三方保管成本逐渐增加.

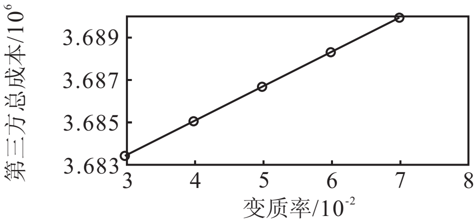
4) 对于集成模型总体而言, 随着产品变质率的增加, 总成本增加, 而总利润减小.



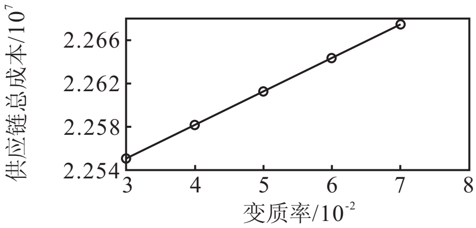
(a) 变质率对销售商总成本的影响



(b) 变质率对供应商总成本的影响



(c) 变质率对第三方总成本的影响



(d) 变质率对供应链总成本的影响

图 1 产品变质率对各项成本的灵敏度分析

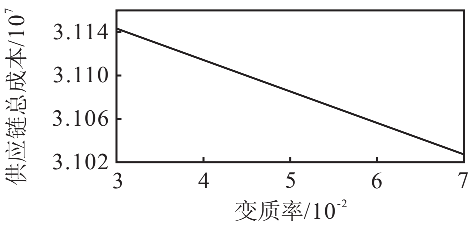


图 2 产品变质率对供应链总利润的灵敏度分析

3 结 论

本文考虑需求受价格影响和需求受价格、库存量共同影响两种情况, 销售商允许缺货且缺货期间出现短缺量部分拖后, 建立多个供应商、多个销售商情况下, 供应商库存外包予第三方的易变质产品库存联合决策模型, 并给出了求解模型的方法. 通过分析表明, 需求依赖当前销售价格和库存量情况下, 考虑易变质产品库存问题更贴近实际, 最优订货周期、最优销售价格使得供应链整体利益最大化. 可以发现, 需求依赖当前销售价格和库存量情况下, 整个系统利润并不随着 B_i 的增加而单调减小, 即销售商为了避免

变质损失, 可能采取策略性的缺货控制其库存成本, 当然这种缺货率不会太高. 系统中某销售商的缺货率过高, 整个系统的利润将会受其影响而变低, 在现实生活中, 供应商应该尽量避免系统中某一销售商过度缺货, 由于当期的过度缺货, 很可能会永远失去某些顾客. 此外, 销售商单位产品的缺货成本也会影响整个系统的利润. 系统中某销售商单位产品的缺货成本过高, 整个系统的利润将会受其影响而变低. 系统中每个销售商都有必要为减少单位产品的缺货成本而作出努力. 当缺货无法避免时, 这是控制和提高整个系统利润的有效手段. 最后, 通过算例分析可以发现, 随着产品变质率的增加, 整个系统利润将随之减小. 可见, 控制产品变质率可以提高整个系统利润. 在供应链环境下, 企业除了要注重单位缺货成本、变质率等自身影响因素的管理和控制, 还需要通过加强与上下游企业间的合作, 获得最优订货周期、最优销售价格, 最终实现供应链整体利益最大化.

参考文献(**References**)

[1] 廖素娟. 第三方物流服务管理方略[M]. 北京: 中国物资出版社, 2009: 1.
(Liao S J. The third party logistics service management strategy[M]. Beijing: Supplies of China publishing house, 2009: 1.)

[2] Mandal B N, Phaujdar S. A note on inventory model with stock-dependent consumption rate[J]. J of Operational Research Society, 1989, 26(1): 43-46.

[3] Mandal B N, Phaujdar S. An inventory model for deteriorating items and stock dependent consumption rate[J]. J of Operational Research Society, 1989, 40(5): 483-488.

[4] Datta T K, Pal A K. A note on a replenishment policy for an inventory model with linear trend in demand and shortages[J]. J of Operational Research Society, 1992, 43(10): 993-1001.

[5] Giri B C, Pal S, Goswami A, et al. An inventory model for deteriorating items with stock dependent demand rate[J]. European J of Operational Research, 1996, 95(3): 604-610.

[6] Mandal M, Maiti M. Inventory of damageable items with variable replenishment and stock dependent demand[J]. Asia Pacific J of Operational Research, 2000, 17(1): 41-54.

[7] Maiti M K, Maiti M. Fuzzy inventory model with two warehouses under possibility constraints[J]. Fuzzy Sets and Fuzzy Systems, 2006, 157(1): 52-73.

[8] Datta T K, Pal A K. Deterministic inventory systems for deteriorating items with inventory level-dependent demand rate and shortages[J]. J of Operational Research Society, 1990, 27(4): 213-224.

[9] Giri B C, Chaudhuri K S. Deterministic models of perishable inventory with stock dependent demand rate and nonlinear holding cost[J]. European J of Operational Research, 1998, 105(3): 467-474.

[10] Giri B C, Pal S, Goswami A, et al. An inventory modal for deteriorating items with stock dependent demand rate[J]. European J of Operational Research, 1996, 95(3): 604-610.

[11] Padmanabhan G, Vrat P. An EOQ model for items with stock dependent consumption rate and exponential decay[J]. Engineering Costs and Production Economics, 1990, 18(3): 241-246.

[12] Padmanabhan G, Vrat P. EOQ models for perishable items under stock-dependent selling rate[J]. European J of Operational Research, 1995, 86(2): 281-292.

[13] TimothyL Urban. Inventory models with inventory-level-dependent demand: A comprehensive review and unifying theory[J]. European J of Operational Research, 2005, 162(3): 792-804.

[14] Bhattaehayra D K. On multi-item inventory[J]. European J of Operational Research, 2005, 162(3): 786-791.

[15] Jinn-Tsair Teng, Chun-Tao Chang. Economic production quantity models for deteriorating items with price and stock-dependent demand[J]. Computers and Operations Research, 2005, 32(2): 297-308.

[16] Hardik N Soni. Optimal replenishment policies for non-instantaneous deteriorating items with price and stock sensitive demand under permissible delay in payment[J]. Int J of Production Economics, 2013, 146(1): 259-268.

[17] Reza Maihami, Isa Nakhai Kamalabadi. Joint pricing and inventory control for non- instantaneous deteriorating items with partial backlogging and time and price dependent demand[J]. Int J of Production Economics, 2012, 136(1): 116-122.

[18] 冷克平, 刘保政, 黄小燕. 一类允许缺货的易变质物品的随机非线性存贮模型[J]. 控制与决策, 2004, 19(7): 838-840.
(Leng K P, Liu B Z, Huang X Y. A class of random nonlinear models of perishable items storage model[J]. Control and Decision, 2004, 19(7): 838-840.)

(责任编辑: 郑晓蕾)