

# 一种光纤陀螺漂移数据建模和滤波技术 在捷联罗经法自对准中的应用

李瑶, 徐晓苏, 陈臣

(东南大学 a. 仪器科学与工程学院, b. 微惯性仪表与先进导航技术教育部重点实验室, 南京 210096)

**摘要:** 针对基于高精度光纤陀螺仪(FOG)的捷联惯导系统开展研究. 采用时间序列分析法对光纤陀螺随机漂移进行分析, 建立自回归滑动平均(ARMA)模型, 并在捷联惯导系统罗经法自对准过程中对光纤陀螺漂移数据进行实时滤波估计. 样机实验结果表明, 所提出的方法可以有效地提高光纤陀螺捷联惯导系统罗经法自对准的精度.

**关键词:** 捷联惯导系统; 罗经法自对准; 光纤陀螺; 自回归滑动平均模型; 卡尔曼滤波

**中图分类号:** U661.1

**文献标志码:** A

## Modeling and filtering of FOG drift data and its application in SINS gyrocompass self-alignment

LI Yao, XU Xiao-su, CHEN Chen

(a. School of Instrument Science & Engineering, b. Key Laboratory of Micro-inertial Instrument and Advanced Navigation Technology, Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096, China. Correspondent: LI Yao, E-mail: liyao@seu.edu.cn)

**Abstract:** The fiber optic gyro(FOG) strapdown inertial navigation system(SINS) is researched. Auto-regressive moving average(ARMA) model is built for modeling stochastic errors in FOG by using time series analysis method. The FOG stochastic model is realized in SINS self-alignment. Real-time filtering of FOG stochastic error is realized in the process of SINS gyrocompass self-alignment. The prototype test results show that the proposed method can effectively improve the accuracy of FOG SINS gyrocompass self-alignment.

**Keywords:** strapdown inertial navigation system; gyrocompass self-alignment; fiber optic gyro; auto-regressive moving average model; Kalman filter

### 0 引言

捷联惯性导航系统(SINS)在正常导航之前必须进行初始对准. 初始对准是捷联惯导系统的关键技术之一, 也是国内外学者长期以来关注的重点问题. 初始对准的精度关系到惯性导航系统的精度, 而初始对准的速度对系统的反应速度有很大的影响. 捷联惯导罗经法自对准<sup>[1]</sup>是基于经典控制理论的技术手段, 它首先在捷联惯导的系统误差模型的基础上形成各方向上的多阶闭环反馈控制回路; 然后根据各控制回路建立相应的传递函数, 并根据系统性能要求对传递函数中的控制参数进行调整, 进而依次完成水平调平、基于罗经效应的航向对准, 最终达到姿态矩阵误

差趋于零的目的, 完成对准. 惯性器件的精度将直接影响罗经法对准的精度, 其中航向角的极限对准精度更是取决于等效东向陀螺漂移的大小<sup>[2]</sup>. 因此, 在实际工程应用中, 可以通过提高陀螺精度来提高对准精度.

目前, 为了提高陀螺的精度, 主要有硬件、软件两种途径<sup>[3-4]</sup>:

1) 硬件方面, 一是对原有陀螺仪从物理结构及工艺上进行改进, 二是研究开发新型的、性能更为优越的陀螺仪, 但是, 这种方法往往会大大提高系统的成本.

2) 软件方面, 是对陀螺仪进行测试, 建立误差模

收稿日期: 2014-02-28; 修回日期: 2014-08-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51175082, 61203192, 61273056, 51477028); 东南大学微惯性仪表与先进导航技术教育部重点实验室(B类)开放基金项目(201203).

作者简介: 李瑶(1982-), 女, 讲师, 博士, 从事惯性导航、组合导航的研究; 徐晓苏(1961-), 男, 教授, 博士生导师, 从事惯性导航、组合导航等研究.

型方程,通过误差补偿来提高仪表的实际使用精度,这种方法更加实用。

本文针对基于高精度光纤陀螺仪(FOG)的捷联惯导系统开展研究。光纤陀螺漂移通常可以分为有规律漂移和随机漂移两大类<sup>[5-6]</sup>,其中有规律的漂移可以通过试验或分析的方法求得。光纤陀螺随机漂移具体包含了量化噪声、角度随机游走、零偏不稳定性、角速率随机游走和速度斜坡等,其中前3项误差通常被认为是光纤陀螺性能指标的一部分,这些误差没有一定的规律性,因此不能用简单的方法进行补偿。本文采用时间序列分析法<sup>[7-8]</sup>对光纤陀螺随机误差建立ARMA(自回归滑动平均)模型<sup>[8-9]</sup>,在捷联惯导自对准过程中利用卡尔曼滤波算法对陀螺随机漂移实时估计,并对其进行补偿,以提高光纤陀螺的精度,从而达到提到捷联惯导自对准精度的目的。

## 1 ARMA模型原理

ARMA模型是最常用的拟合平稳序列的模型。在一定近似程度上,选择某适当阶数的ARMA( $p, q$ )过程可以用来描述任何广义平稳随机过程。设 $\{x_k\}(k=1, 2, \dots, n)$ 是一平稳、正态、零均值时间序列,则它的ARMA( $p, q$ )模型可表示<sup>[7]</sup>如下:

$$x_k = \phi_1 x_{k-1} + \phi_2 x_{k-2} + \dots + \phi_p x_{k-p} + a_k - \theta_1 a_{k-1} - \dots - \theta_q a_{k-q}. \quad (1)$$

其中: $x_k$ 为时间序列, $\phi_p$ 为自回归系数, $\theta_q$ 为滑动平均系数, $a_k$ 为残差, $p, q$ 为ARMA( $p, q$ )模型的阶次。

式(1)表示的是时间序列 $\{x_k\}$ 在第 $k$ 时刻的取值, $x_k$ 可以用该时序在过去 $n$ 个时期的值 $x_{k-1}, x_{k-2}, \dots, x_{k-p}$ 进行估计,其误差为

$$e = a_k - \theta_1 a_{k-1} - \dots - \theta_q a_{k-q}. \quad (2)$$

从式(1)中可以看出:当 $q=0$ 时,ARMA( $p, q$ )模型便退化成了AR( $p$ )模型;当 $p=0$ 时,ARMA( $p, q$ )模型退化成了MA( $q$ )模型。所以,AR( $p$ )和MA( $q$ )模型实际上都是ARMA( $p, q$ )模型的特例,它们统称为ARMA模型。

## 2 光纤陀螺漂移数据建模和滤波

由于无法测量出引起光纤陀螺漂移的输入,无法采用基于输入输出的传统建模方式对光纤陀螺漂移进行建模。本文采用时序序列模型(ARMA模型)解决此问题。ARMA模型可以利用所测得的系统输出数据,即一组相关的随机数据建立参数模型,并以此来反映系统的内部结构和规律。

### 2.1 ARMA模型建模方法

用ARMA模型拟合陀螺漂移的过程可以归纳为以下几个步骤<sup>[10-13]</sup>:

1) 光纤陀螺漂移数据统计检验。由于ARMA模型要求时间序列是平稳、正态和零均值的,在对光纤陀螺漂移数据采用ARMA模型建模之前,需对光纤陀螺数据的时间序列进行平稳性、正态性、零均值性检验。经过对本文所采用的光纤陀螺随机漂移数据所进行的分析,可以采用ARMA模型对其建模。

2) ARMA模型定阶。通过对陀螺漂移数据的自相关和偏自相关系数分析对ARMA模型定阶。本文选用ARMA(2, 1)模型对光纤陀螺随机漂移数据进行建模。

3) ARMA模型参数估计。常见的ARMA模型参数估计方法有相关矩估计法、最小二乘估计法<sup>[14]</sup>和极大似然估计法等。相关矩估计法的优点是估计方法简便、运算量小,其缺点是估计方法相对粗糙,估计精度通常较差;极大似然估计法计算量大,通常需要经过复杂的迭代算法才能求出未知参数的极大似然估计值。因此,本文选用最小二乘估计法对ARMA模型的参数进行估计。

通过以上3个步骤即可确定适合的ARMA模型。经过对本文所采用的光纤陀螺数据分析,最终选用ARMA(2, 1)模型对光纤陀螺随机漂移数据进行建模。

### 2.2 建立系统状态方程和量测方程

本文所采用的是ARMA(2, 1)模型,即

$$x_k = \phi_1 x_{k-1} + \phi_2 x_{k-2} + a_k - \theta_1 a_{k-1}, \quad a_k \sim \text{NID}(0, \sigma_a^2). \quad (3)$$

其中: $x_k$ 为模型输出; $a_k$ 是均值为0、方差为 $\sigma_a^2$ 的白噪声; $\phi_1, \phi_2, \theta_1$ 三个模型参数的具体数值可以采用2.1节中提到的最小二乘估计法求得。

从系统的角度看,认为光纤陀螺随机噪声是以白噪声为输入的系统输出,从而可以建立系统的状态方程为

$$X_k = AX_{k-1} + BV_k. \quad (4)$$

其中

$$X_k = [x_k, x_{k-1}]^T, \quad A = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & \theta_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$V_k = [a_k \ a_{k-1}]^T$ 为系统过程噪声。

设 $W_k$ 为ARMA模型的估计误差,则有

$$Y_k = x_k + W_k. \quad (5)$$

其中:  $Y_k$  为观测量,  $x_k$  为模型输出量.

设系统的输出为

$$Z_k = Y_k, \quad (6)$$

则输出方程为

$$Z_k = CX_k + W_k, \quad (7)$$

其中  $C = [1 \ 0]$ .

模型过程噪声  $V_k$  和量测噪声  $W_k$  的统计特性是: 均值为  $E[V_k] = E[W_k] = 0$ ; 自相关函数为  $E[W_k W_j^T] = Q\delta_{kj}$ ,  $E[V_k V_j^T] = R\delta_{kj}$ ,  $Q$  和  $R$  分别为系统噪声和测量噪声的方差矩阵; 互相关函数为  $E[W_k V_j^T] = 0$ .

综上, 式(4)为系统离散化状态方程, 式(7)为量测方程. 有了状态方程和量测方程之后就可以用卡尔曼滤波方法对光纤陀螺数据进行处理.

对于上述系统状态方程和量测方程, 离散卡尔曼滤波方程如下: 状态一步预测

$$\hat{X}_{k|k-1} = A\hat{X}_{k-1}; \quad (8)$$

协方差阵一步预测

$$P_{k|k-1} = AP_{k-1}A^T + BQB^T; \quad (9)$$

滤波增益

$$K_k = P_{k|k-1}C^T(CP_{k|k-1}C^T + R)^{-1}; \quad (10)$$

协方差阵估计

$$P_k = (I - K_kC)P_{k|k-1}; \quad (11)$$

状态估计

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k|k-1} + K_k(Z_k - C\hat{X}_{k|k-1}); \quad (12)$$

滤波器输出

$$Z_k = C\hat{X}_k. \quad (13)$$

其中:  $P$  的初值选为单位阵  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $X$  的初值选为

$$[0 \ 0]^T, R \text{ 的值为估计误差的方差, } Q = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & \sigma_a^2 \end{bmatrix}.$$

### 3 样机实验

#### 3.1 建模和滤波前后陀螺漂移数据分析

根据第2节中 ARMA 模型建模方法和 Kalman 滤波方程, 对捷联惯导样机中所采用的3个轴的光纤陀螺漂移数据分别建立 ARMA(2,1)模型, 并进行滤波处理. 本文所使用的捷联惯导样机中的3个光纤陀螺的具体性能参数均为: 一次通电零偏稳定性为  $0.04^\circ/\text{h}(1\sigma)$ , 多次通电零偏稳定性为  $0.04^\circ/\text{h}(1\sigma)$ .

由于对3个光纤陀螺建模的原理相同, 这里以Y轴陀螺为例, 分析其建模和滤波前后的效果. 首先, 对Y轴陀螺建模, 得Y轴陀螺的 ARMA(2,1)模型为

$$x_k = 0.2688x_{k-1} + 0.0411x_{k-2} +$$

$$a_k - 0.3012a_{k-1}, \quad (14)$$

则系统状态方程为

$$X_k = \begin{bmatrix} 0.2688 & -0.0411 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} X_{k-1} + \begin{bmatrix} 1 & 0.3012 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V_k; \quad (15)$$

然后, 利用 Kalman 滤波对随机噪声进行降噪处理, 滤波前后的陀螺输出曲线分别如图1和图2所示. 从图1和图2中可以看出, 采用 ARMA 模型建模和滤波后的陀螺漂移数据中的噪声明显减小.

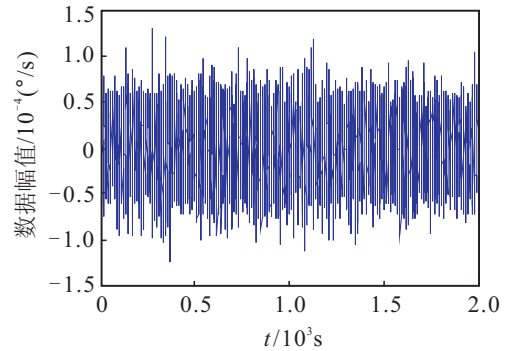


图1 光纤陀螺滤波前输出曲线

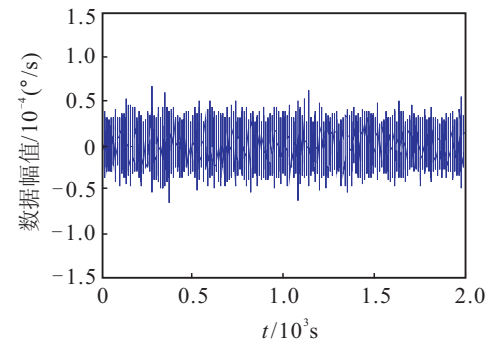


图2 光纤陀螺滤波后输出曲线

#### 3.2 基于 ARMA 模型的光纤陀螺漂移数据建模和滤波技术在捷联自对准中的应用

根据对光纤捷联惯导系统样机中3个轴上的光纤陀螺仪输出信号建立的 ARMA 模型, 在捷联惯导自对准过程中采用卡尔曼滤波器实时估计光纤陀螺随机误差, 以提高对准精度.

本文通过转台实验来验证采用 ARMA 模型建模和滤波后的捷联惯导自对准的效果. 实验中, 捷联惯导系统样机固定在三轴转台上, 以转台输出值作为真值与捷联惯导自对准过程中输出的结果进行比较.

实验条件为: 转台的内框和中框均置于  $0^\circ$  的位置, 转台外框选取6个不同位置进行对准, 每个角度进行3组实验, 每组实验进行800s. 初始姿态角误差为: 纵摇  $0.019^\circ$ , 横摇  $0.09^\circ$ , 航向  $0.58^\circ$ .

选取航向角为0°的对准实验结果绘图,图3~图5为传统罗经法自对准与基于ARMA(2,1)模型的罗经法对准结果的比较。

从图3~图5可以看出,两种算法的收敛速度相差不多,采用ARMA模型建模和滤波后的对准精度较高。

其他多个角度实验的结果与图3~图5的收敛过程类似,这里不再赘述。各组实验的对准结果统计如表1所示。

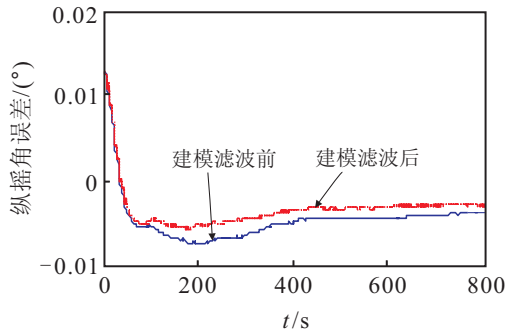


图3 建模和滤波前后纵摇角误差比较

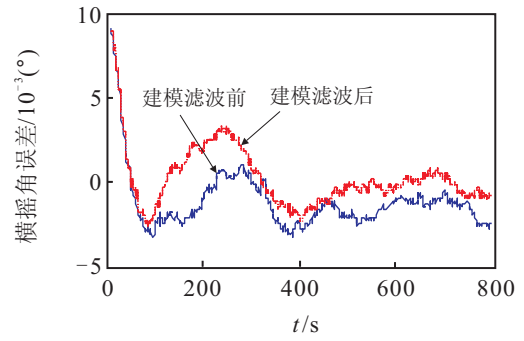


图4 建模和滤波前后横摇角误差比较

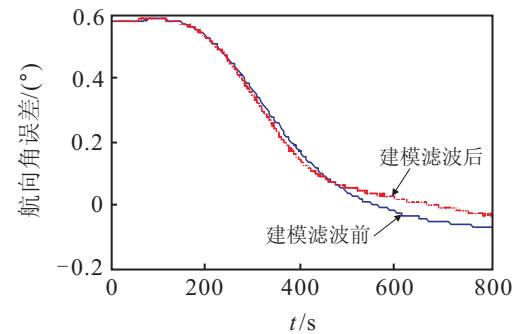


图5 建模和滤波前后航向角误差比较

表1 建模与滤波前后对准结果比较

航向角	组别	纵摇角误差/(°)		横摇角误差/(°)		航向角误差/(°)	
		滤波前	滤波后	滤波前	滤波后	滤波前	滤波后
0°	1 均值	-0.006 0	-0.005 3	-0.007 1	-0.005 9	0.092 1	0.085 9
	2 均值	-0.003 9	-0.003 3	-0.001 4	-0.000 7	-0.061 7	-0.022 3
	3 均值	-0.004 2	-0.004 0	-0.006 0	-0.005 4	0.004 5	0.003 8
	组内方差	0.001 1	0.001 0	0.003 0	0.002 9	0.077 1	0.056 5
60°	1 均值	-0.005 4	-0.005 2	-0.008 1	-0.007 8	-0.386 8	-0.344 8
	2 均值	-0.003 0	-0.002 8	-0.003 4	-0.002 9	-0.342 8	-0.332 9
	3 均值	-0.004 5	-0.004 3	-0.005 0	-0.004 8	-0.430 6	-0.403 2
	组内方差	0.001 3	0.001 2	0.002 4	0.002 4	0.043 9	0.037 6
120°	1 均值	-0.002 9	-0.002 6	-0.006 7	-0.006 3	-0.323 2	-0.303 2
	2 均值	-0.006 1	-0.005 6	-0.001 7	-0.001 5	-0.273 2	-0.260 3
	3 均值	-0.004 1	-0.003 8	-0.005 1	-0.004 7	-0.440 0	-0.405 8
	组内方差	0.001 6	0.001 5	0.002 6	0.002 4	0.085 6	0.074 8
180°	1 均值	-0.004 8	-0.004 1	-0.005 6	-0.005 2	-0.205 8	-0.167 9
	2 均值	-0.002 6	-0.002 2	-0.003 6	-0.003 5	-0.194 3	-0.184 5
	3 均值	-0.006 8	-0.006 3	-0.004 6	-0.004 5	0.078 6	-0.058 9
	组内方差	0.002 1	0.002 0	0.001 0	0.000 9	0.161 0	0.068 2
240°	1 均值	-0.005 6	-0.005 5	-0.001 2	-0.000 9	0.297 6	0.253 4
	2 均值	-0.005 8	-0.005 4	-0.004 2	-0.003 8	0.326 4	0.319 9
	3 均值	-0.006 1	-0.005 9	-0.004 7	-0.004 0	0.232 3	0.231 5
	组内方差	0.000 3	0.000 3	0.001 8	0.001 7	0.048 2	0.046 0
300°	1 均值	-0.002 5	-0.002 2	-0.005 6	-0.005 3	0.397 0	0.356 5
	2 均值	-0.006 5	-0.006 1	0.003 3	0.003 0	0.244 8	0.205 8
	3 均值	-0.006 2	-0.005 8	-0.003 3	-0.003 2	0.475 8	0.423 4
	组内方差	0.002 2	0.002 1	0.004 6	0.004 3	0.117 4	0.111 5

从表 1 的统计结果可以看出,采用 ARMA 模型建模和滤波后的自对准精度均高于建模和滤波前的对准精度,并且对于同一初始航向角的不同组实验,建模滤波后的组内方差较小,说明采用 ARMA(2,1)模型建模和滤波可以有效地补偿陀螺随机误差,使同一角度的重复性有所提高.

#### 4 结 论

本文采用时间序列分析法对光纤陀螺建立了 ARMA 模型,采用卡尔曼滤波技术实现了光纤陀螺随机误差的实时估计,并通过样机实验验证了所提出的算法.实验结果表明,对光纤陀螺随机误差的实时估计可以有效地提高光纤陀螺本身的精度,并且可以有效地提高捷联惯性导航系统罗经法自对准的精度.

#### 参考文献(References)

- [1] 李瑶,徐晓苏,吴炳祥.捷联惯导系统罗经法自对准[J].中国惯性技术学报,2008,16(4):386-389.  
(Li Y, Xu X S, Wu B X. Gyrocompass self-alignment of SINS[J]. J of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(4): 386-389.)
- [2] 秦永元.惯性导航[M].北京:科学出版社,2007:263-271.  
(Qin Y Y. Inertial navigation[M]. Beijing: Science Press, 2007: 263-271.)
- [3] 毛奔,林玉荣.惯性器件测试与建模[M].哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2008:24-26.  
(Mao B, Lin Y R. Test and modelling of IMU[M]. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2008: 24-26.)
- [4] 吴训忠,周军,郝顺义.惯导对准过程中陀螺仪漂移测量研究[J].西北工业大学学报,2004,22(5):662-664.  
(Wu X Z, Zhou J, Hao S Y. A better engineering method for measuring gyro drift in initial alignment of INS[J]. J of Northwestern Polytechnical University, 2004, 22(5): 662-664.)
- [5] Lefevre H C. The fiber-optic gyroscope[M]. USA: Artech House, 1993: 2-8.
- [6] Miao L J, Zhang F S, Shen J, et al. Data analysis and modeling of fiber optic gyroscope drift[J]. J of Beijing Institute of Technology, 2002, 11(1): 50-54.
- [7] Cryer J D, Chan K. Time series analysis with applications[M]. 2nd ed. New York: Springer, 2008: 55-80.
- [8] Box G E P, Jenkins G M, Reinsel G C. Time series analysis forecasting and control[M]. New Jersey: Wiley, 2008: 77-83.
- [9] 高俊芳,吴清.时间序列 ARMA 模型及其应用[J].上海工程技术大学学报,1996,10(4):69-74.  
(Gao J F, Wu Q. ARMA's modelling the time series and its application[J]. J of Shanghai University of Engineering Science, 1996, 10(4): 69-74.)
- [10] Akaike H. A new look at the statistical model identification[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1974, 19(6): 716-723.
- [11] Pukkila T, Koreisha S, Kallinen A. The identification of ARMA models[J]. Biometrika, 1990, 77(3): 537-548.
- [12] John W, Galbraith Victoria Zinde-Walsh. On some simple autoregression based estimation and identification techniques for ARMA models[J]. Biometrika, 1997, 84(3): 685-696.
- [13] 柳贵福,张树侠.光纤陀螺零漂数据滤波方法的研究[J].中国惯性技术学报,2001,9(4):66-69.  
(Liu G F, Zhang S X. Investigation on filter methods of fiber optic gyro drift data[J]. J of Chinese Inertial Technology, 2001, 9(4): 66-69.)
- [14] Koreisha S, Pukkila T. A generalized least-squares approach for estimation of autoregressive moving-average models[J]. J of Time Series Analysis, 1990, 11(2): 139-151.

(责任编辑:曹洪武)