

## 考虑导弹自动驾驶仪动态特性的带攻击角度约束制导律

熊少锋<sup>1</sup>, 王卫红<sup>1</sup>, 刘晓东<sup>2,3</sup>, 王森<sup>1</sup>, 武亮<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 a. 自动化科学与电气工程学院, b. 飞行器控制一体化技术重点实验室, 北京 100191;  
2. 北京航天自动控制研究所, 北京 100854; 3. 宇航智能控制国防科技重点实验室, 北京 100854)

**摘要:** 针对打击机动目标时带攻击角度约束的制导问题, 采用扩张状态观测器和动态面控制方法设计一种考虑自动驾驶仪动态特性的制导律. 考虑期望视线角的变化率正比于未知的目标加速度, 采用扩张状态观测器对未知目标加速度进行估计. 为了避免奇异问题, 并克服非匹配不确定项对系统性能的影响, 采用非奇异终端滑模和动态面控制方法进行制导律设计. 与传统的将目标加速度设为零的制导律相比较, 仿真结果表明所提出的制导律具有良好的制导性能.

**关键词:** 非线性制导律; 攻击角度约束; 动态面控制; 扩张状态观测器; 机动目标

中图分类号: V448.13

文献标志码: A

## Impact angle guidance law considering missile's dynamics of autopilot

XIONG Shao-feng<sup>1</sup>, WANG Wei-hong<sup>1</sup>, LIU Xiao-dong<sup>2,3</sup>, WANG Sen<sup>1</sup>, WU Liang<sup>1</sup>

(1a. School of Automation Science and Electrical Engineering, 1b. Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. Beijing Aerospace Automatic Control Institute, Beijing 100854, China; 3. National Key Laboratory of Science and Technology on Aerospace Intelligence Control, Beijing 100854, China. Correspondent: XIONG Shao-feng, E-mail: shepinxiong@163.com)

**Abstract:** Aiming at the problem of guidance law design for intercepting maneuvering targets with the impact angle constraint, a guidance law is designed considering missile's dynamics of the autopilot based on the extended state observer and dynamic surface control methods. Considering that the change rate of the desired line of sight angle is proportional to the unknown target acceleration, the extended state observer is employed to estimate the unknown target acceleration. In order to avoid the singularity problem and eliminate the influence of mismatched uncertainties on the system performance, the nonsingular terminal sliding mode control and dynamic surface control schemes are proposed for the guidance law design. Compared with the traditional guidance law which simply treats the unknown target acceleration as zero, the simulation results show that the proposed guidance law provides better interception performance.

**Keywords:** nonlinear guidance law; impact angle constraint; dynamic surface control; extended state observer; maneuvering target

## 0 引言

为了提高导弹打击目标的毁伤效果, 有必要对导弹提出攻击角度约束. 现有的文献关于攻击角度的定义主要有3种: 导弹的航迹角<sup>[1-4]</sup>、弹目视线角(LOS angle)<sup>[5-10]</sup>、导弹击中目标时导弹速度矢量与目标速度矢量之间的夹角<sup>[11-17]</sup>. 文献[11]指出, 攻击角度可表述为拦截过程中制导结束时刻导弹速度矢量与目标速度矢量之间的夹角, 当打击固定目标时, 攻击角即为导弹速度矢量角. 因此, 为了更具有一般性, 本文研究第3种定义方式下用于攻击机动目标的带攻击

角度约束的制导律设计问题.

文献[11-12]提出了考虑自动驾驶仪动态特性条件下拦截机动目标的带攻击角度约束制导律, 通过零化弹目相对法向速度, 将攻击角度约束转化为视线角约束, 并将期望的视线角视为定值, 其一阶和二阶导数均为零, 但是在制导刚开始的时候难以获得导弹击中目标时刻的目标航迹角. 文献[13]提出了带终端攻击角度约束的变结构制导律, 通过零化弹目相对法向速度, 将攻击角度约束转化为视线角约束, 通过设计控制律使视线角跟踪时变的期望视线角, 并让视线角

收稿日期: 2014-03-03; 修回日期: 2014-05-26.

基金项目: 科研基金项目(B212013XXXX).

作者简介: 熊少锋(1985—), 男, 博士生, 从事制导控制一体化、容错控制的研究; 王卫红(1968—), 女, 教授, 博士生导师, 从事组合与复合精确制导、先进飞行控制与仿真技术等研究.

速率跟踪零. 文献[14]提出了带末端攻击角度约束的三维一体化制导控制律, 假设目标固定, 因此由攻击角度转换得到的期望视线角也是固定值. 文献[15]指出, 定义攻击角度为导弹击中目标时导弹速度矢量与目标速度矢量之间的夹角, 通过零化弹目相对法向速度, 将攻击角度约束转化为视线角约束, 当目标实施机动时, 期望的视线角随时间变化, 期望视线角的变化率正比于目标加速度. 由于所设计的滑模面函数中包含目标加速度, 在计算滑模面函数时需要目标加速度的信息, 作者在进行制导律设计时假设目标加速度为未知有界干扰, 但是在仿真部分, 没有给出如何计算含有未知目标加速度的终端滑模面的方法. 为了解决文献[15]中的奇异问题, 文献[16-17]提出了非奇异终端滑模带攻击角度约束的制导律, 文献[16]中的打击对象仅限于固定和匀速运动目标, 文献[17]解决了文献[15]的奇异问题, 但依旧未给出处理未知目标加速度的方法.

综上所述, 在打击机动目标时, 定义攻击角度为导弹击中目标时导弹速度矢量与目标速度矢量之间的夹角. 由于目标机动, 目标的航迹角是随时间变化的, 通过零化弹目相对法向速度得到的期望视线角也是变化的, 且其变化率正比于目标加速度. 为了得到给定的攻击角度, 应设计制导律使得视线角跟踪上时变的期望视线角.

为了处理未知的目标加速度, 文献[18]提出了利用扩张状态观测器估计未知目标加速度的方法, 但是仅考虑导弹拦截目标的问题, 没有考虑终端角度约束. 另一个简单的方法是, 在设计滑模面时直接将未知目标加速度设为零, 即认为期望视线角的变化率为零<sup>[13]</sup>. 这样做, 等价于让视线角速率跟踪零, 但是又要求视线角跟踪时变的期望视线角, 两者势必会对视线角产生矛盾的要求, 导致视线角对时变的期望视线角跟踪性能不佳, 从而降低了对攻击角度的获取精度.

本文采用扩张状态观测器、非奇异终端滑模控制和动态面控制方法设计带攻击角度约束的制导律. 将未知的目标加速度扩展为新的变量, 并用二阶扩张状态观测器对其进行估计, 利用估计值设计非奇异终端滑模面. 将导弹自动驾驶仪的动态特性近似为一阶惯性环节, 为了避免求解虚拟控制量的导数过程中产生的微分爆炸问题, 采用动态面控制方法进行制导律设计. 得益于扩张状态观测器的良好估计性能, 视线角可以跟踪上时变的期望视线角, 进而能够精确地获得预先给定的攻击角度.

## 1 拦截几何

带攻击角度约束的弹目拦截问题在实际场景中

是一个三维问题. 为了研究的方便, 本文选择在二维平面里研究该问题, 这样做并不失一般性. 如其他的许多制导律<sup>[19-20]</sup>, 通过合理的解耦将三维场景分解成两个二维平面, 可以将二维平面制导律应用于三维场景中. 假设导弹和目标均为质点, 图1描述了导弹与目标之间的相对几何关系, 用极坐标形式表示的弹目相对运动学方程为

$$\dot{R} = v_t \cos(\phi_t - q) - v_m \cos(\phi_m - q), \quad (1)$$

$$\dot{q} = \frac{v_t \sin(\phi_t - q) - v_m \sin(\phi_m - q)}{R}, \quad (2)$$

$$\dot{\phi}_m = a_m/v_m, \quad (3)$$

$$\dot{\phi}_t = a_t/v_t. \quad (4)$$

其中:  $q$  和  $\dot{q}$  分别为视线角及其变化率;  $R$  和  $\dot{R}$  分别为弹目距离及其变化率;  $a_m$  和  $a_t$  分别为导弹和目标的法向加速度;  $\phi_m$  和  $\phi_t$  分别为导弹航迹角和目标航迹角;  $\dot{\phi}_m$  和  $\dot{\phi}_t$  分别为导弹航迹角和目标航迹角的变化率;  $v_m$  和  $v_t$  分别为导弹和目标的速度, 假设其为常值.

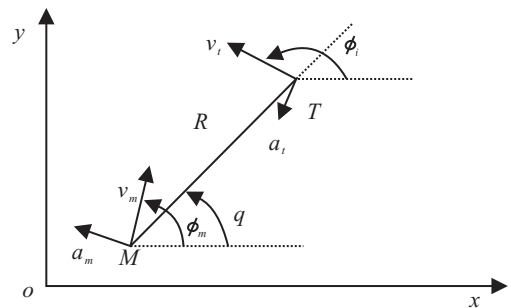


图1 弹目拦截几何

定义以下两个变量:

$$v_R = \dot{R}, \quad (5)$$

$$v_q = R\dot{q}. \quad (6)$$

$v_R$  和  $v_q$  分别为弹目相对速度沿视线和垂直视线方向上的分量. 分别对式(2)和(6)求导, 并将式(3)~(5)代入可得

$$\ddot{q} = -\frac{2\dot{R}\dot{q}}{R} + \frac{a_{tq}}{R} - \frac{\cos(\phi_m - q)}{R}a_m, \quad (7)$$

$$\dot{v}_q = -v_R\dot{q} + a_{tq} - a_m \cos(\phi_m - q). \quad (8)$$

其中:  $a_{tq} = a_t \cos(\phi_t - q)$  为目标加速度在垂直视线方向上的投影,  $\ddot{q}$  为视线角的二阶导数,  $\dot{v}_q$  为弹目相对速度垂直视线方向上分量的变化率. 在实际情况下, 目标加速度  $a_t$  难以直接测量, 因此将  $a_t$  和  $a_{tq}$  视为未知量.

如图2所示, 攻击角度定义为导弹击中目标时导弹速度矢量与目标速度矢量之间的夹角, 有

$$\theta_{\text{imp}} = \phi_{tf} - \phi_{mf}. \quad (9)$$

其中:  $\phi_{tf}$  和  $\phi_{mf}$  分别为导弹击中目标时目标和导弹的航迹角,  $\theta_{imp}$  为攻击角度. 当导弹和目标处于碰撞三角形航线上时, 弹目相对法向速度为零, 有

$$v_m \sin(\phi_{mf} - q_{Ff}) - v_t \sin(\phi_{tf} - q_{Ff}) = 0. \quad (10)$$

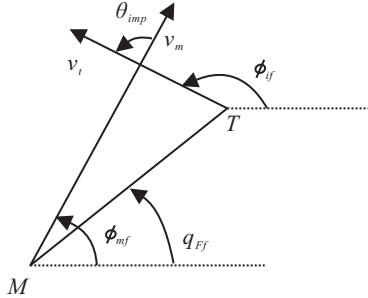


图2 导弹和目标的碰撞航线

由于本文定义的攻击角度为导弹击中目标时导弹速度矢量与目标速度矢量之间的夹角, 假定  $v_t$ 、 $\phi_t$ 、 $v_m$ 、 $\phi_m$ 、 $R$  和  $q$  是已知的<sup>[13,15]</sup>. 一般假设  $v_t < v_m$ , 求解式(10)可得

$$\begin{aligned} \sin(\phi_{tf} - q_{Ff} - \theta_{imp}) &= v_t/v_m \sin(\phi_{tf} - q_{Ff}), \\ \sin(\phi_{tf} - q_{Ff})(\cos \theta_{imp} - v_t/v_m) &= \\ \cos(\phi_{tf} - q_{Ff}) \sin \theta_{imp}, \\ q_{Ff} &= \phi_{tf} - \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta_{imp}}{\cos \theta_{imp} - v_t/v_m} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $q_{Ff}$  为导弹击中目标时的期望视线角. 式(11)描述的是导弹击中目标时期望视线角与目标航迹角之间的关系. 为了在导弹击中目标时获得给定的攻击角度  $\theta_{imp}$ , 一种处理方法是让关系式(11)从制导一开始就成立, 而不仅仅只是导弹击中目标的一瞬间成立. 因此, 可以将式(11)表述为

$$q_F = \phi_t - \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta_{imp}}{\cos \theta_{imp} - v_t/v_m} \right), \quad (12)$$

其中  $q_F$  为期望的视线角. 由式(12)可见, 当目标机动时, 目标航迹角  $\phi_t$  随时间变化, 而  $\tan^{-1}(\sin \theta_{imp}/(\cos \theta_{imp} - v_t/v_m))$  是一个定值, 因此期望视线角  $q_F$  也随时间变化, 且其一阶和二阶导数分别为

$$\dot{q}_F = \dot{\phi}_t = \frac{a_t}{v_t}, \quad \ddot{q}_F = \ddot{\phi}_t = \frac{\dot{a}_t}{v_t}. \quad (13)$$

其中:  $\dot{q}_F$  和  $\ddot{q}_F$  分别为期望视线角的一阶和二阶导数,  $\ddot{\phi}_t$  为目标航迹角的二阶导数,  $\dot{a}_t$  为目标加速度的导数. 由式(13)可见, 期望视线角的变化率不为零, 而是正比于目标加速度.

定义

$$e_1 = q - q_F, \quad e_2 = \dot{q} - \dot{q}_F = \dot{q} - a_t/v_t,$$

对  $e_2$  沿着方程(7)的轨迹求导可得如下误差系统:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2, \\ \dot{e}_2 &= -\frac{2R\dot{q}}{R} + \frac{a_{tq}}{R} - \frac{\dot{a}_t}{v_t} - \frac{\cos \theta_m}{R} a_m. \end{aligned} \quad (14)$$

其中:  $\theta_m = \phi_m - q$  为导弹速度与视线之间的夹角,  $e_1$  和  $e_2$  分别为视线角跟踪误差及其导数.

## 2 制导律设计

在设计制导律之前, 先简单介绍扩张状态观测器. 扩张状态观测器由韩京清<sup>[21-23]</sup>首次提出, 它可以在没有对象精确模型的情况下同时估计系统的内部状态和外部干扰. 文献[24-26]给出了扩张状态观测器稳定性的证明.

为了避免奇异问题, 采用非奇异终端滑模函数设计滑模面. 设计非奇异终端滑模面为

$$s = (q - q_F) + \beta |\dot{q} - \dot{q}_F|^\gamma \text{sign}(\dot{q} - \dot{q}_F). \quad (15)$$

其中:  $\beta > 0$ ,  $1 < \gamma < 2$ . 很明显, 式(15)所描述的滑模面会使  $q - q_F$  在有限时间内从初始值  $q_0 - q_{F0}$  收敛到零, 并且不会出现奇异问题, 这里  $q_0 - q_{F0}$  是指式(15)所示的滑动模态发生时的值.

将式(13)代入(15), 可得

$$s = (q - q_F) + \beta \left| \dot{q} - \frac{a_t}{v_t} \right|^\gamma \text{sign} \left( \dot{q} - \frac{a_t}{v_t} \right). \quad (16)$$

由式(16)可见, 目标加速度出现在滑模面函数中. 但在实际中难以直接测量目标加速度, 因此采用扩张状态观测器对目标加速度进行估计.

将  $a_{tq}$  扩展为一个新的状态变量, 则式(8)可以扩展为如下的二阶系统:

$$\begin{aligned} \dot{v}_q &= a_{tq} - v_R \dot{q} - a_m \cos(\phi_m - q), \\ \dot{a}_{tq} &= g(t). \end{aligned} \quad (17)$$

其中:  $g(t)$  为  $a_{tq}$  的一阶导数,  $-v_R \dot{q}$  为系统的部分已知信息,  $a_m$  为输入. 构建如下形式的二阶扩张状态观测器:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 - \beta_{01} \zeta_1 - v_R \dot{q} - a_m \cos(\phi_m - q), \\ \dot{z}_2 &= -\beta_{02} \text{fal}(\zeta_1, \alpha, \sigma). \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$0 < \alpha < 1, \quad \beta_{01} > 0, \quad \beta_{02} > 0, \quad \sigma > 0,$$

$$\text{fal}(\zeta_1, \alpha, \sigma) = \begin{cases} |\zeta_1|^\alpha \text{sign}(\zeta_1), & |\zeta_1| > \sigma; \\ \frac{\zeta_1}{\sigma^{1-\alpha}}, & |\zeta_1| \leq \sigma. \end{cases}$$

$\zeta_1 = z_1 - v_q$  为  $v_q$  的估计误差,  $z_1$  和  $z_2$  分别为  $v_q$  和  $a_{tq}$  的估计. 如果合理地选择参数  $\alpha$ 、 $\sigma$ 、 $\beta_{01}$  和  $\beta_{02}$ , 则  $z_1$  和  $z_2$  分别收敛于  $v_q$  和  $a_{tq}$ . 目标加速度  $a_t$  的估计值可以表示为

$$a_t = \frac{a_{tq}}{\cos(\phi_t - q)} = \frac{z_2}{\cos(\phi_t - q)}. \quad (19)$$

在设计制导律时, 将导弹自动驾驶仪的动态特性近似成一阶惯性环节来描述<sup>[27]</sup>, 其表达式为

$$\dot{a}_m = -\frac{1}{\tau} a_m + \frac{1}{\tau} a_c. \quad (20)$$

其中:  $\tau$  为导弹自动驾驶仪的时间常数,  $a_c$  为提供给导弹自动驾驶仪的制导指令. 综合式 (7)、(14)、(19) 和 (20) 可得到考虑自动驾驶仪动态特性情况下的视线角跟踪误差系统的动力学方程

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{2\dot{R}\dot{q}}{R} + \frac{z_2}{R} - \frac{\dot{a}_t}{v_t} - \frac{\cos\theta_m}{R}x_3, \\ \dot{x}_3 = -\frac{1}{\tau}x_3 + \frac{1}{\tau}u. \end{cases} \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} x_1 &= q - q_F, \\ x_2 &= \dot{q} - \frac{z_2}{\cos(\phi_t - q)v_t}, \\ x_3 &= a_m, u = a_c. \end{aligned}$$

根据式 (15)、(21) 和动态面控制方法<sup>[28]</sup>进行制导律设计.

**定理 1** 针对视线角跟踪误差系统 (21), 采用非奇异终端滑模控制和动态面控制方法设计以下滑模面及制导指令:

$$\begin{cases} s_1 = x_1 + \beta|x_2|^\gamma \text{sign}(x_2), \\ x_{3c} = \\ \frac{R}{\cos\theta_m} \left( -\frac{2\dot{R}\dot{q}}{R} + \frac{z_2}{R} + \frac{1}{\beta\gamma}|x_2|^{2-\gamma} \text{sign}(x_2) + \frac{k_1 s_1 + \eta \text{sign}(s_1)}{R} \right), \\ T\dot{x}_{3d} + x_{3d} = x_{3c}, \\ x_{3d}(0) = x_{3c}(0), \\ s_2 = x_3 - x_{3d}, \\ u = \tau(-k_2 s_2 + x_3/\tau + \dot{x}_{3d}). \end{cases} \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} \beta &> 0, 1 < \gamma < 2, k_1 > 0, \\ \eta &> |R\dot{a}_t/v_t|, T > 0, \tau > 0, \end{aligned}$$

$x_{3c}$  为虚拟制导指令,  $x_{3d}$  为  $x_{3c}$  通过一个低通滤波器后的输出,  $u$  为实际的输入给导弹自动驾驶仪的制导指令. 滑模面函数  $s_1$  将收敛到零, 进而使得视线角跟踪误差  $x_1$  在有限时间内收敛到零.

**证明** 定义新的变量

$$y = x_{3d} - x_{3c}. \quad (23)$$

对  $s_1$  求导可得

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \\ x_2 + \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \left( -\frac{2\dot{R}\dot{q}}{R} + \frac{z_2}{R} - \frac{\dot{a}_t}{v_t} - \frac{\cos\theta_m}{R}x_3 \right) &= \\ x_2 + \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \left( -\frac{2\dot{R}\dot{q}}{R} + \frac{z_2}{R} - \frac{\dot{a}_t}{v_t} - \right. & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left. \frac{\cos\theta_m}{R}(s_2 + y + x_{3c}) \right) = \\ \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \left( -\frac{\dot{a}_t}{v_t} - \frac{k_1 s_1 + \eta \text{sign}(s_1)}{R} - \frac{\cos\theta_m}{R}(s_2 + y) \right). & \quad (24) \end{aligned}$$

分别对  $s_2$  和  $y$  求导, 可得

$$\dot{s}_2 = -k_2 s_2, \quad (25)$$

$$\dot{y} = -\frac{1}{T}y - \dot{x}_{3c}. \quad (26)$$

定义如下准 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2}s_1^2 + \frac{1}{2}s_2^2 + \frac{1}{2}y^2. \quad (27)$$

对式 (27) 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s_1\dot{s}_1 + s_2\dot{s}_2 + y\dot{y} = \\ s_1\beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \left( -\frac{\dot{a}_t}{v_t} - \frac{k_1 s_1 + \eta \text{sign}(s_1)}{R} - \frac{\cos\theta_m}{R}(s_2 + y) \right) & - k_2 s_2^2 - \frac{1}{T}y^2 - y\dot{x}_{3c} = \\ \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \left( -\frac{\dot{a}_t}{v_t} s_1 - \frac{\eta|s_1|}{R} \right) - & \\ \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{R} (k_1 s_1^2 + \cos\theta_m s_1 (s_2 + y)) - & \\ k_2 s_2^2 - \frac{1}{T}y^2 - y\dot{x}_{3c}. & \quad (28) \end{aligned}$$

由文献 [28] 的结果可知, 存在正常数  $M > 0$ , 使得下式成立:

$$|\dot{x}_{3c}| < M. \quad (29)$$

对式 (28) 进行放缩, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \\ \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \left( \left| \frac{\dot{a}_t}{v_t} \right| - \frac{\eta}{R} \right) |s_1| - \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{R} k_1 s_1^2 + & \\ \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{R} |s_1| |s_2 + y| - k_2 s_2^2 - \frac{1}{T}y^2 + |y| |\dot{x}_{3c}| \leq & \\ \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \left( \left| \frac{\dot{a}_t}{v_t} \right| - \frac{\eta}{R} \right) |s_1| - \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{R} k_1 s_1^2 + & \\ \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{R} \left( s_1^2 + \frac{s_2^2 + y^2}{2} \right) - & \\ k_2 s_2^2 - \frac{1}{T}y^2 + M^2 y^2 + \frac{1}{4} \leq & \\ -\beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{R} (k_1 - 1) s_1^2 - & \\ \left( k_2 - \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{2R} \right) s_2^2 - & \\ \left( \frac{1}{T} - M^2 - \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{2R} \right) y^2 + \frac{1}{4}. & \quad (30) \end{aligned}$$

文献 [17] 已经证明了  $x_2 = 0$  不是相平面中的吸引子, 因此  $x_2 \neq 0$  在大部分时间内都是成立的, 可以恰当地选择设计参数使得下式成立:

$$\begin{cases} k_1 > 1, \\ k_2 > \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{2R}, \\ T^{-1} > M^2 + \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{2R}. \end{cases} \quad (31)$$

式(30)可以表述为

$$\dot{V} \leq -2\lambda V + \frac{1}{4}, \quad (32)$$

其中

$$\lambda = \min \left\{ \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{R} (k_1 - 1), k_2 - \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{2R}, \frac{1}{T} - M^2 - \beta\gamma|x_2|^{\gamma-1} \frac{1}{2R} \right\}.$$

求解式(32), 可得

$$0 \leq V(t) \leq \frac{1}{8\lambda} + \left( V(0) - \frac{1}{8\lambda} \right) e^{-2\lambda t}. \quad (33)$$

因此,  $s_1$ 、 $s_2$  和  $y$  都是一致最终有界的, 可以通过合理地选择参数  $k_1$ 、 $k_2$  和  $T$ , 使得  $s_1$ 、 $s_2$  和  $y$  任意小. 根据非奇异终端滑模面(15)的有限时间收敛特性, 视线角  $q$  将在有限时间内跟踪上期望视线角  $q_F$ .  $\square$

为了获得连续的制导律, 将式(22)中的符号函数  $\text{sign}(s_1)$  修改为连续函数

$$\text{sgmf}(s_1) = \begin{cases} 2 \left( \frac{1}{1 + \exp^{-as_1}} - \frac{1}{2} \right), & |s_1| \leq \varepsilon; \\ \text{sign}(s_1), & |s_1| > \varepsilon. \end{cases} \quad (34)$$

其中:  $\varepsilon$  为边界层,  $a$  为一个反比于  $\varepsilon$  的正常数. 另外, 虽然已经假设目标加速度  $a_t$  是有界的, 但是当  $|\phi_t - q| = \pi/2$  时, 目标加速度的估计值  $\frac{z_2}{\cos(\phi_t - q)}$  趋于无穷大, 所以采用以下饱和函数对目标加速度的估计值限幅:

$$a_t = \begin{cases} a_{t \max} \text{sign} \left( \frac{z_2}{\cos(\phi_t - q)} \right), & \left| \frac{z_2}{\cos(\phi_t - q)} \right| \geq a_{t \max}; \\ \frac{z_2}{\cos(\phi_t - q)}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (35)$$

其中  $a_{t \max}$  为目标加速度的上界.

当出现大的航向偏差<sup>[15]</sup>时, 例如  $\dot{R} > 0$ , 制导指令或许不能操纵导弹转移到碰撞航线上, 进而导致脱靶. 为了解决该问题, 将式(22)中的虚拟控制量  $x_{3c}$  修改为

$$x_{3c} = \frac{R}{|\cos \theta_m|} \left( \frac{2|\dot{R}|\dot{q}}{R} + \frac{z_2}{R} + \frac{1}{\beta\gamma} |x_2|^{2-\gamma} \text{sign}(x_2) + \frac{k_1 s_1 + \eta \text{sgmf}(s_1)}{R} \right). \quad (36)$$

由式(36)可见, 当  $|\theta_m| = \pi/2$  时,  $a_m$  趋于无穷大. 在实际中, 导弹无法提供无穷大的加速度, 因此用以下函数对其进行限幅处理:

$$a_m = \begin{cases} a_{m \max} \text{sign}(a_m), & |a_m| \geq a_{m \max}, \\ a_m, & |a_m| < a_{m \max}. \end{cases} \quad (37)$$

其中  $a_{m \max}$  为导弹所能提供的最大加速度.

### 3 仿真结果

进行数字仿真以验证所设计制导律的性能. 导弹在惯性坐标系中的初始位置为  $x_{m0} = y_{m0} = 0 \text{ m}$ ; 初始弹目距离  $R_0 = 10\,000 \text{ m}$ ; 初始视线角  $q_0 = \pi/6 \text{ rad}$ ; 导弹和目标的初始航迹角分别为  $\phi_{m0} = \pi/4 \text{ rad}$ ,  $\phi_{t0} = 2\pi/3 \text{ rad}$ ; 导弹和目标的速度分别为  $v_m = 500 \text{ m/s}$ ,  $v_t = 250 \text{ m/s}$ ; 目标执行正弦机动, 目标的加速度为  $a_t = 15 \sin(0.25t) \text{ m/s}^2$ . 考虑垂直拦截和尾后追击两种不同的打击场景, 它们分别对应两个不同的攻击角度, 即  $\theta_{\text{imp}1} = \pi/2 \text{ rad}$  和  $\theta_{\text{imp}2} = 0 \text{ rad}$ . 当取  $\theta_{\text{imp}1} = \pi/2 \text{ rad}$  时, 根据式(12)可得初始的期望视线角

$$q_{F0} = \phi_{t0} - \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta_{\text{imp}}}{\cos \theta_{\text{imp}} - v_t/v_m} \right) = 3.2015 \text{ rad},$$

则有

$$|q_{F0} - \phi_{m0}| = 2.4161 \text{ rad} > \pi/2 \text{ rad},$$

致使目标不在导引头的视场范围内, 因此在垂直拦截场景, 将式(12)修改为

$$q_F = \phi_t - \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta_{\text{imp}}}{\cos \theta_{\text{imp}} - v_t/v_m} \right) - \pi. \quad (38)$$

当  $\theta_{\text{imp}2} = 0 \text{ rad}$  时, 由式(12)可得初始的期望视线角为

$$q_{F0} = 2.0944 \text{ rad},$$

则有

$$|q_{F0} - \phi_{m0}| = 1.3090 \text{ rad} < \pi/2 \text{ rad}.$$

因此, 在尾后追击场景, 仍然采用式(12)所述的期望视线角. 导弹加速度、目标加速度和目标加速度导数的边界值分别为

$$a_{m \max} = 200 \text{ m/s}^2, \quad a_{t \max} = 50 \text{ m/s}^2, \\ \dot{a}_{t \max} = 50 \text{ m/s}^3.$$

仿真步长为  $0.01 \text{ s}$ , 采用欧拉法求解微分方程组,  $z_1$  和  $z_2$  的初始值分别为  $v_{q0}$  和  $0$ . 制导律的相关参数分别为

$$\beta = 10, \quad \gamma = 1.5, \quad \varepsilon = 0.2, \\ a = 8/\varepsilon, \quad \beta_{01} = 50, \quad \beta_{02} = 100, \\ \alpha = 0.5, \quad \sigma = 0.01, \quad \eta = 100,$$

$$k_1 = 5, \quad k_2 = 50, \quad \tau = 0.1, \quad T = 0.01.$$

为了对比制导性能, 文献[17]中的非奇异终端滑模制导律也一并仿真. 在设计非奇异终端滑模面函数时, 直接将目标加速度设为零, 即  $a_t = 0 \text{ m/s}^2$ , 相应的制导律为

$$s = (q - q_F) + \beta(\dot{q} - 0)^\alpha,$$

$$a_m = \frac{1}{|\cos \theta_m|} \left( \frac{R}{\alpha\beta} \dot{q}^{2-\alpha} + 2|\dot{q} \right) + \frac{M}{\text{sign}(\cos \theta_m)} \text{sgmf}(s). \quad (39)$$

其中:  $\varepsilon = 0.2$ ,  $a = 8/\varepsilon$ ,  $M = 500$ ,  $\beta = 10$ ,  $\alpha = 5/3$ .

出于方便, 简称本文设计的制导律为 ESODSC 制导律, 简称文献[17]中的制导律为 NTSM 制导律.

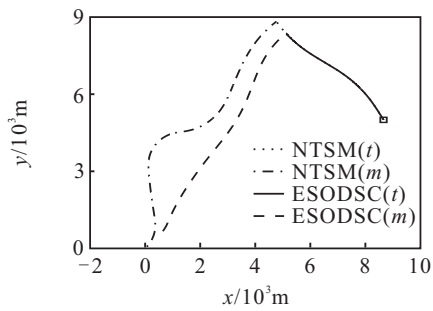
**场景 1** 垂直拦截, 攻击角度  $\theta_{\text{imp}} = \pi/2 \text{ rad}$ .

仿真结果如图 3 所示. 图 3(a) 中,  $m$  和  $t$  分别表示导弹和目标. 在 ESODSC 制导律的作用下, 导弹攻击目标的时间为 19.8 s, 对于 NTSM 制导律, 相应的攻击时间为 22.11 s. 两者的攻击角度分别为  $89.992^\circ$  和

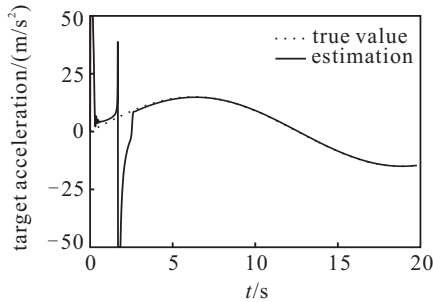
$84.7335^\circ$ , 与真实的攻击角度  $\theta_{\text{imp}} = 90^\circ$  相比, 误差分别为  $-0.0078^\circ$  和  $-5.2665^\circ$ . 由图 3(a) 可见, 目标的轨迹近似为一条波浪线, 这是因为目标航迹角是一个幅值为  $13.7510^\circ$  的正弦函数. 由图 3(b) 可见, 目标加速度的估计值在约 2.7 s 时收敛到真实值. 由图 3(c) 可见, ESODSC 制导律作用下的视线角  $q$  在约 17.5 s 时跟踪上了期望视线角  $q_F$ , 而对于 NTSM 制导律, 视线角  $q$  没有跟踪上期望视线角  $q_F$ , 最后阶段两者的轨迹近乎平行, 差距约为  $4.3^\circ$ .

**场景 2** 尾后追击,  $\theta_{\text{imp}} = 0 \text{ rad}$ .

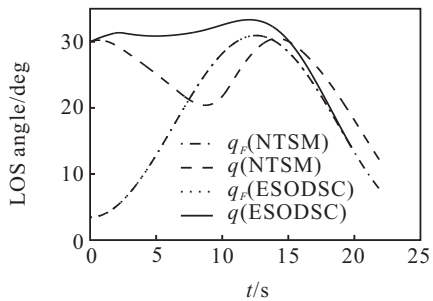
仿真结果如图 4 所示. 图 4(a) 中,  $m$  和  $t$  分别表示



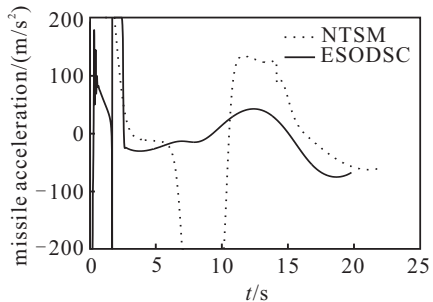
(a) 导弹和目标轨迹



(b) 目标加速度的估计

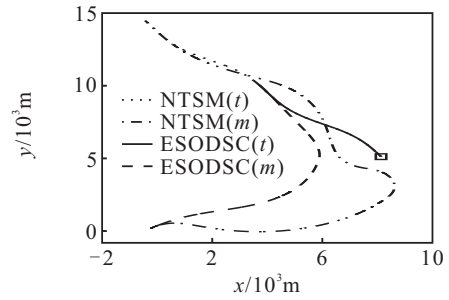


(c) 视线角

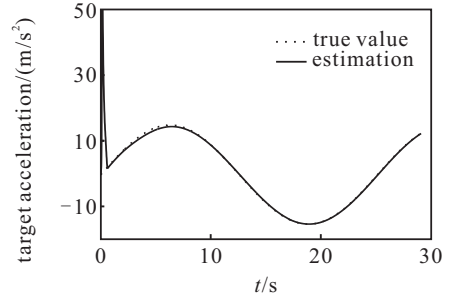


(d) 导弹加速度

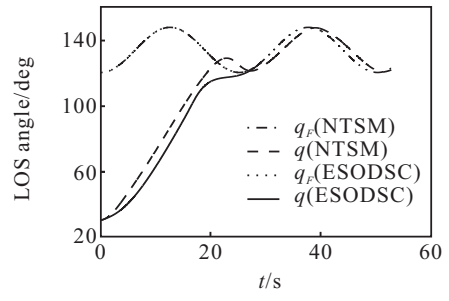
图 3  $\theta_{\text{imp}} = \pi/2 \text{ rad}$  时的仿真结果



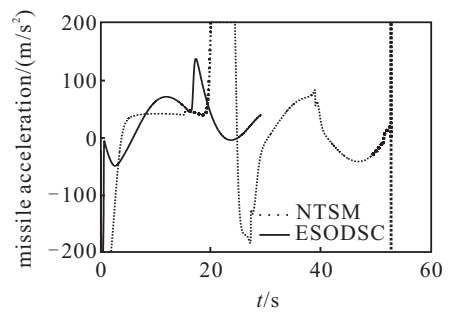
(a) 导弹和目标轨迹



(b) 目标加速度的估计



(c) 视线角



(d) 导弹加速度

图 4  $\theta_{\text{imp}} = 0 \text{ rad}$  时的仿真结果

导弹和目标. 对于 ESODSC 制导律, 导弹在 29.09 s 时击中目标, 相应的攻击角度为  $0.0345^\circ$ , 对于 NTSM 制导律, 相应的攻击时间和攻击角度分别为 52.73 s 和  $0.5578^\circ$ . 与给定的攻击角度  $\theta_{\text{imp}} = 0^\circ$  相比, 各自的误差分别为  $0.0345^\circ$  和  $0.5578^\circ$ . 由图 4(b) 可见, 目标加速度的估计值在约 0.7 s 时跟踪上了真实值. 由图 4(c) 可见, ESODSC 制导律作用下的视线角  $q$  在约 26 s 时跟踪上了期望视线角  $q_F$ , 而 NTSM 制导律作用下的视线角  $q$  始终没能跟踪上期望的视线角  $q_F$ .

通过仿真可见, 对于 ESODSC 制导律, 两种场景下的攻击角度偏差分别为  $-0.0078^\circ$  和  $0.0345^\circ$ , 对于 NTSM 制导律, 相应偏差分别为  $-5.2665^\circ$  和  $0.5578^\circ$ . 它们的绝对平均值分别为  $0.0212^\circ$  和  $2.9122^\circ$ . 可以表明, 相较于传统的将目标加速度设为零的制导方法, 本文所设计的制导律可以更精确地获得预先给定的攻击角度, 同时也表明所建立的模型(式(12)和(13))是正确的.

## 4 结 论

本文考虑导弹的自动驾驶仪动态特性, 对用于打击机动目标时满足攻击角度约束的制导律进行研究, 通过理论分析和仿真验证得到以下结论:

1) 针对攻击角度定义为导弹击中目标时导弹速度矢量与目标速度矢量之间的夹角, 在建立模型时, 期望视线角是一个变化的值, 且其变化率不为零.

2) 与在计算滑模面函数过程中将未知目标加速度设为零相比, 本文设计的制导律可以更精确地获得预先给定的攻击角度.

## 参考文献(References)

- [1] Zhao S Y, Zhou R, Wei C. Design and feasibility analysis of a closed-form guidance law with both impact angle and time constraints[J]. *J of Astronautics*, 2009, 30(3): 1064-1072.
- [2] 张友安, 黄喆, 孙阳平. 带有落角约束的一般加权最优制导律[J]. *航空学报*, 2014, 35(3): 848-856.  
(Zhang Y A, Huang J, Sun Y P. Generalized weighted optimal guidance laws with impact angle constraint[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2014, 35(3): 848-856.)
- [3] 包一鸣, 姜智超, 彭琛, 等. 一种实现大角度打击的制导律设计[J]. *北京航空航天大学学报*, 2008, 34(12): 1375-1378.  
(Bao Y M, Jiang Z C, Peng C, et al. Design of guidance law of missile in attack with high angle[J]. *J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2008, 34(12): 1375-1378.)
- [4] Harl N, Balakrishnan S N. Impact time and angle guidance with sliding mode control[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2012, 20(6): 1436-1449.
- [5] 张运喜, 孙明玮, 陈增强. 滑模变结构有限时间收敛制导律[J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(11): 1413-1418.  
(Zhang Y X, Sun M W, Chen Z Q. Sliding-mode variable structure finite-time convergence guidance law[J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(11): 1413-1418.)
- [6] 刘大卫, 夏群利, 左媿媿, 等. 包含弹体动力学的终端角约束弹道成型制导律[J]. *北京理工大学学报*, 2013, 33(4): 363-368.  
(Liu D W, Xia Q L, Zuo T T, et al. Trajectory shaping guidance law with terminal impact angle constraint including missile body dynamics[J]. *Trans of Beijing Institute Of Technology*, 2013, 33(4): 363-368.)
- [7] 熊少锋, 王卫红, 王森. 带攻击角度约束的非奇异快速终端滑模制导律[J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(3): 269-278.  
(Xiong S F, Xang W H, Wang S. Nonsingular fast terminal sliding-mode guidance with intercept angle constraint[J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(3): 269-278.)
- [8] 王钊, 李世华, 费树岷. 非奇异终端滑模导引律[J]. *东南大学学报*, 2009, 39(增): 87-90.  
(Wang Z, Li S H, Fei S M. Nonsingular terminal sliding mode guidance law[J]. *J of Southeast University*, 2009, 39(S): 87-90.)
- [9] Zhang Z X, Li S H, Luo S. Composite guidance laws based on sliding mode control with impact angle constraint and autopilot lag[J]. *Trans of the Institute of Measurement and Control*, 2013, 35(6): 764-776.
- [10] Zhang Z X, Li S H, Luo S. Terminal guidance laws of missile based on ISMC and NDOB with impact angle constraint[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2013, 31(1): 30-41.
- [11] 孙胜, 张华明, 周荻. 考虑自动驾驶仪动态特性的终端角度约束滑模导引律[J]. *宇航学报*, 2013, 34(1): 69-78.  
(Sun S, Zhang H M, Zhou D. Sliding mode guidance law with autopilot lag for terminal angle constrained trajectories[J]. *J of Astronautics*, 2013, 34(1): 69-78.)
- [12] Zhou D, Qu P P, Sun S. A guidance law with terminal impact angle constraint accounting for missile autopilot[J]. *J of Dynamic Systems Measurement and Control*, 2013, 135(5): 051009.)

- [13] 吴鹏, 杨明. 带终端攻击角度约束的变结构制导律[J]. 固体火箭技术, 2008, 31(2): 116-120.  
(Wu P, Yang M. Variable structure guidance law with terminal attack angle constraint[J]. J of Solid Rocket Technology, 2008, 31(2): 116-120.)
- [14] 吴鹏, 宋文龙. 带末端攻击角度约束的三维一体化制导控制律[J]. 电机与控制学报, 2012, 16(6): 92-98.  
(Wu P, Song W L. Three-dimensional integrated guidance-control law for missile with terminal impact angle constraint[J]. Electric Machines and Control, 2012, 16(6): 92-98.)
- [15] Kumar S R, Rao S, Ghose D. Sliding-mode guidance and control for all-aspect interceptors with terminal angle constraints[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2012, 35(4): 1230-1246.
- [16] Kumar S R, Rao S, Ghose D. Non-singular terminal sliding mode guidance and control with terminal angle constraints for non-maneuvering targets[C]. The 12th IEEE Workshop on Variable structure Systems. Mumbai: IEEE, 2012: 291-296.
- [17] Kumar S R, Rao S, Ghose D. Nonsingular terminal sliding mode guidance with impact angle constraints[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2014, 37(4): 1114-1130.
- [18] Zhu Z, Xu D, Liu J M, et al. Missile guidance law based on extended state observer[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2013, 60(12): 5882-5891.
- [19] 李志平, 郭建国, 周军. 基于终端角度约束的滑模制导律设计[J]. 飞行力学, 2012, 30(4): 345-348.  
(Li Z P, Guo J G, Zhou J. Sliding mode guidance law design based on terminal angle constraint[J]. Flight Dynamics, 2012, 30(4): 345-348.)
- [20] 晁涛, 王松艳, 杨明. 带终端角约束的多目标最优鲁棒制导方法[J]. 固体火箭技术, 2013, 36(1): 6-10.  
(Chao T, Wang S Y, Yang M. Integrated multiple objectives optimal robust guidance with angular constraint[J]. J of Solid Rocket Technology, 2013, 36(1): 6-10.)
- [21] 韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器[J]. 控制与决策, 1995, 10(1): 85-88.  
(Han J Q. A class of extended state observers for uncertain systems[J]. Control and Decision, 1995, 10(1): 85-88.)
- [22] Huang Y, Han J Q. Analysis and design for the second order nonlinear continuous extended state observer[J]. Chinese Science Bulletin, 2000, 45(21): 1938-1944.
- [23] Han J Q. From PID to active disturbance rejection control[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 900-906.
- [24] Zheng Q, Gao L Q, Gao Z Q. On stability analysis of active disturbance rejection control for nonlinear time-varying plants with unknown dynamics[C]. Proc of the 46th IEEE Conf on Decision and Control. New Orleans: IEEE, 2007: 3501-3506.
- [25] Zheng Q, Gao L Q, Gao Z Q. On validation of extended state observer through analysis and experimentation[J]. J of Dynamic Systems Measurement and Control, 2012, 134(2): 024505.
- [26] Guo B Z, Zhao Z L. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty[J]. System & Control Letters, 2011, 60(6) : 420-430.
- [27] Zarchan P. Tactical and strategic missile guidance[M]. The 3rd ed. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1997: 11-33, 130-134.
- [28] Swaroop D, Hedrick J K, Yip P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(10): 1893-1899.

(责任编辑: 郑晓蕾)