

扩展目标 CBMeMber 滤波器及其高斯混合实现

连峰, 马冬冬, 元向辉, 陈文, 韩崇昭

(西安交通大学 综合自动化研究所, 西安 710049)

摘要: 将 CBMeMber 滤波器推广到多扩展目标跟踪场合, 提出扩展目标 CBMeMber 滤波器, 并给出其高斯混合实现的步骤. 该滤波器主要对原始 CBMeMber 滤波器的更新步进行改进, 引入多量测似然函数, 避免了对目标数目的过估计. 仿真结果表明, 在多扩展目标跟踪场合, 扩展目标 CBMeMber 滤波器对目标数目和状态的估计精度高于 CBMeMber 滤波器, 接近于扩展目标 PHD 滤波器.

关键词: 扩展目标; 目标跟踪; CBMeMber 滤波; 高斯混合

中图分类号: TP274

文献标志码: A

CBMeMber filter for extended targets and its Gaussian mixture implementations

LIAN Feng, MA Dong-dong, YUAN Xiang-hui, CHEN Wen, HAN Chong-zhao

(Institute of Integrated Automation, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China. Correspondent: LIAN Feng, E-mail: lianfeng1981@gmail.com)

Abstract: The CBMeMber filter is enhanced to track multiple extended targets, the CBMeMber filter for extended targets is proposed, and its Gaussian mixture implementations are given. The proposed filter mainly improves the update step of the original CBMeMber filter, that is, the multi-measurement likelihood function is introduced to avoid the over estimation of targets' number. Simulation results show that the proposed filter performs better than the original CBMeMber filter and closes to PHD filter for extended targets when estimating targets' number and state on multiple extended targets tracking occasions.

Keywords: extended targets; target tracking; CBMeMber filter; Gaussian mixture

0 引言

在空中目标跟踪场合, 目标常被建模成一个运动的点, 这在目标尺寸较小且距离传感器较远时可认为是合理的, 而在近距离时高分辨率的传感器对单个目标可能产生多个量测数据, 此时的目标应当被建模为由一群点构成的目标, 称为扩展目标. 扩展目标的跟踪最早由 Drummond 等^[1]提出; Koch^[2]将扩展目标的几何形状建模成椭圆, 提出了一种采用随机矩阵的扩展目标跟踪方法; Feldmann 等^[3-4]研究了在扩展目标量测数目变化的情况下航迹维持的问题.

因为传统的扩展目标跟踪方法需要解决复杂的数据关联问题, 所以实用性较差. 近年来, 随机有限集 (RFS) 方法在目标跟踪领域中得到了应用并取得了一些实用成果, 包括概率假设密度 (PHD) 滤波

器^[5-6]和势概率假设密度 (CPHD) 滤波器^[7]. 基于这两种滤波器, 产生了用于扩展目标跟踪的扩展目标 PHD (EPHD) 滤波器^[8-10]和扩展目标 CPHD (ECPHD) 滤波器^[11]. EPHD 滤波器和 ECPHD 滤波器均可以避免复杂的数据关联过程而直接求取目标的状态和数目, 但两者实现中的难点均是对多目标状态的提取^[7].

文献 [12] 提出了一种势均衡多目标多伯努利 (CBMeMber) 滤波器, 与 PHD 和 CPHD 滤波器不同, CBMeMber 滤波器在递推过程中所传递的不是一阶矩和势分布, 而是多伯努利 RFS 参数^[12-13], 通过传递的多伯努利 RFS 参数可以直接获得多目标 RFS 的后验概率密度, 这为多目标状态的可靠、高效提取带来很大便利, 是 CBMeMber 滤波器较 PHD 和 CPHD 滤波器的最大优点.

收稿日期: 2014-03-03; 修回日期: 2014-04-30.

基金项目: 国家 973 计划项目(2013CB329405); 国家自然科学基金创新研究群体项目(61221063).

作者简介: 连峰(1981-), 男, 副教授, 从事信息融合、目标跟踪等研究; 马冬冬(1989-), 男, 硕士生, 从事目标跟踪、嵌入式系统开发的研究.

相比于 PHD 和 CPHD 滤波器, 有关 CBMeMber 滤波器应用于扩展目标跟踪的文献并不多. 与 PHD、CPHD 滤波器类似, 当一个目标产生多个量测时, CBMeMber 滤波器同样会产生对目标数目的过估计. 本文在原始 CBMeMber 滤波器的基础上, 将其推广到扩展目标跟踪场合, 在线性高斯的条件下推导其高斯混合实现的步骤, 并对其估计效果进行研究. 仿真结果表明, 在多扩展目标跟踪场合, 扩展目标 CBMeMber 滤波器对目标数目和状态的估计精度高于 CBMeMber 滤波器, 接近于扩展目标 PHD 滤波器.

1 研究背景

1.1 伯努利随机有限集

对于一个 RFS X , 如果 X 以概率 r 为空集, 以概率 $1-r$ 为单元集合 \mathbf{x} , 且 \mathbf{x} 的概率密度函数为 $p(\mathbf{x})$, 则称 X 为单伯努利 RFS. 单伯努利 RFS 的概率产生函数 (PGFL)^[13] 为

$$G[h] = 1 - r + r\langle p, h \rangle. \quad (1)$$

概率密度为

$$\pi(X) = \begin{cases} 1 - r, & X = \emptyset; \\ rp(\mathbf{x}), & X = \{\mathbf{x}\}. \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\langle p, h \rangle = \int p(x)h(x)dx$.

多伯努利随机有限集 X 可以看作是多个独立的单伯努利 RFS $X^{(i)}$ 的并集, 即 $X = \bigcup_{i=1}^M X^{(i)}$, 其 PGFL 和概率密度函数分别为

$$G[h] = \prod_{i=1}^M (1 - r^{(i)} + r^{(i)}\langle p^{(i)}, h \rangle), \quad (3)$$

$$\pi(X) = \begin{cases} \prod_{j=1}^M (1 - r^{(j)}), & X = \emptyset; \\ \pi(\emptyset) \sum_{1 \leq i_1 \neq \dots \neq i_n \leq M} \prod_{j=1}^n \frac{r^{(i_j)} p^{(i_j)}(\mathbf{x}_j)}{1 - r^{(i_j)}}, & X = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}. \end{cases} \quad (4)$$

其中 $r^{(i)}$ 和 $p^{(i)}$ 分别为第 i_j 个单伯努利 RFS 的存在概率和概率密度函数. 由式 (4) 可见, 多伯努利 RFS $X = \bigcup_{i=1}^M X^{(i)}$ 的概率密度可以用一组参数 $\{(r^{(i)}, p^{(i)})\}_{i=1}^M$ 表示, 因此在对 X 的后验概率密度进行递推估计时, 只需估计出存在概率 $\{r^{(i)}\}_{i=1}^M$ 和概率密度 $\{p^{(i)}\}_{i=1}^M$ 即可. 为方便起见, 将多目标后验概率密度简记为 $\pi = \{(r^{(i)}, p^{(i)})\}_{i=1}^M$.

1.2 CBMeMber 滤波

CBMeMber 滤波主要是对 MeMber 滤波^[13] 的更新步进行改进^[12], 假设 $k-1$ 时刻预测的多目标概率密度为

$$\pi_{k|k-1} = \{r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k|k-1}},$$

更新后的多目标后验概率密度可以近似表示为

$$\pi_k \approx \{r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \{r_{U,k}(\mathbf{z}), p_{U,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z})\}_{\mathbf{z} \in Z_k}. \quad (5)$$

其中

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}{1 - p_{k|k-1}^{(i)} \langle r_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}, \quad (6)$$

$$p_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}) = p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \frac{1 - p_{D,k}(\mathbf{x})}{1 - \langle r_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}, \quad (7)$$

$$r_{U,k}(\mathbf{z}) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{k,z} \rangle}{(1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle)^2}}{\lambda c_k(\mathbf{z}) + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{k,z} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}}, \quad (8)$$

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z}) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \psi_{k,z}(\mathbf{x})}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{k,z} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}}, \quad (9)$$

$$\psi_{k,z}(\mathbf{x}) = \phi_z(\mathbf{z}|\mathbf{x}) p_{D,k}(\mathbf{x}), \quad (10)$$

Z_k 为 k 时刻的量测集合, $\phi_z(\mathbf{z}|\mathbf{x})$ 为给定量测 \mathbf{z} 时单目标的量测似然函数, $p_{D,k}(\mathbf{x})$ (简记为 p_D) 为 k 时刻目标状态为 \mathbf{x} 时的检测概率, λ 为每帧监控区域内的平均杂波个数, c_k 为杂波的空间概率密度.

2 扩展目标 CBMeMber 滤波器

上述 CBMeMber 滤波假设一个目标只产生一个量测值, 当目标为扩展目标时会导致对目标数目的过估计, 需要将扩展目标跟踪方法与 CBMeMber 滤波相结合. 类似于 EPHD 滤波器, 利用多伯努利 RFS 的 PGFL 推导出扩展目标 CBMeMber (ECBMeMber) 滤波的递推公式. 由于 ECBMeMber 滤波的预测步与 CBMeMber 滤波相同, 下面仅讨论更新步的公式推导.

2.1 函数 $F[g, h]$ 的推导

$F[g, h]$ 是推导 k 时刻多目标后验概率产生函数 $G_{k+1|k+1}[h]$ 时用到的一个函数, 本节先推导其解析表达式, 为下文定理 1 的证明做准备. 设 $k-1$ 时刻预测步后的 PGFL 为

$$G_{k|k-1}[h] = \prod_{i=1}^{M_{k|k-1}} (1 - r_{k|k-1}^{(i)} + r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, h \rangle), \quad (11)$$

由文献[13]的式(14.281)可知

$$F[g, h] = e^{\lambda c[g] - \lambda} G_{k|k-1} [h(1 - p_D + p_D e^{\gamma \phi_g - \gamma})]. \quad (12)$$

其中: $\gamma(\mathbf{x})$ 为扩展量测数目服从的泊松分布; $c[g] = \int g(\mathbf{z}) c_k(\mathbf{z}) d\mathbf{z}$; $\phi_g(\mathbf{x}) = \int g(\mathbf{z}) \phi_z(\mathbf{z}|\mathbf{x}) d\mathbf{z}$, 简记为 ϕ_g . 结合式(11)和(12)可得

$$F[g, h] = e^{\lambda c[g] - \lambda} \prod_{i=1}^{M_{k|k-1}} (1 - r_{k|k-1}^{(i)} + r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, h q_D \rangle + r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, h p_D e^{\gamma \phi_g - \gamma} \rangle), \quad (13)$$

其中漏检概率 $q_D = 1 - p_D$.

2.2 更新步概率密度函数的递推公式

假设单个扩展目标产生的量测数据个数服从泊松分布, 由于目标与量测数据不再服从一一对应关系, 首先应该对量测数据进行聚类, 找到各个目标对应的量测数据. 常用的聚类方法有 K -means^[14]和 K -means++^[15-16], 但其缺点均是需要指定初始聚类中心. 本文采用类似文献[10]的距离分区算法, 步骤如下.

Step 1: 已知量测集合 $Z_k = \{z_1, z_2, \dots, z_{N_z}\}$, 根据目标大小等先验信息选取阈值 D , 令 $i = 1$.

Step 2: 从 Z_k 中取出第 1 个元素 z , 以该元素建立新的集合 $W_i = \{z\}$.

Step 3: 从剩余的元素中提取与 z 欧氏距离小于 D 的元素放入 W_i 中, 令 $i = i + 1$.

Step 4: 重复 Step 2 和 Step 3, 直到 Z_k 为空集为止.

记 $p \subset Z_k$ 为量测集合的任一聚类结果, $W \subset p$ 为 p 的子集合, 为了推导 ECBMeMber 滤波更新步的概率密度函数, 引入如下引理.

引理 1 对于多扩展目标, k 时刻更新后的 PGFL 为

$$G_{k|k}[h] = \prod_{i=1}^{M_{k|k-1}} (1 - r_{L,k}^{(i)} + r_{L,k}^{(i)} \langle p_{L,k}^{(i)}, h \rangle) \frac{\sum_{p \subset Z_k} \prod_{W \subset p} d_W[0, h]}{\sum_{p \subset Z_k} \prod_{W \subset p} d_W[0, 1]}. \quad (14)$$

其中

$$r_{L,k}^{(i)} = \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, q_D + p_D e^{-\gamma} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, (1 - e^{-\gamma}) p_D \rangle}, \quad (15)$$

$$p_{L,k}^{(i)} = \frac{(q_D + p_D e^{-\gamma}) p_{k|k-1}^{(i)}}{\langle p_{k|k-1}^{(i)}, q_D + p_D e^{-\gamma} \rangle}, \quad (16)$$

$$d_W[g, h] = \delta_{|W|,1} +$$

$$\sum_{1 \leq i_1 \leq M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i_1)} \langle p_{k|k-1}^{(i_1)}, h p_D e^{\gamma \phi_g - \gamma} l_W \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i_1)} \langle p_{k|k-1}^{(i_1)}, 1 - h(q_D + p_D e^{\gamma \phi_g - \gamma}) \rangle}, \quad (17)$$

$$l_W(\mathbf{x}) = \prod_{z \in W} l_z(\mathbf{x}), \quad l_z(\mathbf{x}) = \frac{\gamma(\mathbf{x}) \phi_z(\mathbf{z}|\mathbf{x})}{\lambda c_k(\mathbf{z})},$$

$$\delta_{|W|,1} = \begin{cases} 1, & |W| = 1; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

证明 类似文献[8]的式(34), 有下式成立:

$$\frac{\delta F}{\delta Z_k} [g, h] \approx F[g, h] \prod_{Z_k} \sum_{p \subset Z_k} \prod_{W \subset p} d_W[g, h]. \quad (18)$$

其中 $\prod_{Z_k} = \prod_{z \in Z_k} \lambda c_k(z)$. 又由文献[13]的式(17.152), 有

$$G_{k|k}[h] = \frac{\delta F}{\delta Z_k} [0, h] / \frac{\delta F}{\delta Z_k} [0, 1]. \quad (19)$$

将式(18)代入(19), 并对等式右端第 1 项进行整理即得式(14). \square

定理 1 如果 k 时刻多扩展目标后验 PGFL 为

$$G_{k|k}[h] = \prod_{i=1}^{M_{k|k-1}} (1 - r_{L,k}^{(i)} + r_{L,k}^{(i)} \langle p_{L,k}^{(i)}, h \rangle) \prod_{W \subset p} \left(\frac{d_W[0, h]}{d_W[0, 1]} \right), \quad (20)$$

则更新步多扩展目标的势均值为

$$N = \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} r_{L,k}^{(i)} + \sum_{W \subset p} r_{U,k}(W). \quad (21)$$

其中: $r_{L,k}^{(i)}$ 如式(15)所示, 且有

$$r_{U,k}(W) = \frac{\sum_{i_1=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i_1)} (1 - r_{k|k-1}^{(i_1)}) \langle p_{k|k-1}^{(i_1)}, p_D e^{-\gamma} l_W \rangle}{[1 - r_{k|k-1}^{(i_1)} \langle p_{k|k-1}^{(i_1)}, p_D - p_D e^{-\gamma} \rangle]^2}}{\sum_{i_1=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i_1)} \langle p_{k|k-1}^{(i_1)}, p_D e^{-\gamma} l_W \rangle}{[1 - r_{k|k-1}^{(i_1)} \langle p_{k|k-1}^{(i_1)}, p_D - p_D e^{-\gamma} \rangle]}}. \quad (22)$$

证明 当量测集合 Z_k 的聚类结果只有一种时, 式(14)变为(20). 式 $\prod_{i=1}^{M_{k|k-1}} (1 - r_{L,k}^{(i)} + r_{L,k}^{(i)} \langle p_{L,k}^{(i)}, h \rangle)$ 是多伯努利形式的 PGFL, 根据其提取出的遗留目标

势的均值为 $\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} r_{L,k}^{(i)}$. 假设 $\prod_{W \subset p} \left(\frac{d_W[0, h]}{d_W[0, 1]} \right)$ 也是多

伯努利形式的 PGFL, 令 $h(\mathbf{x}) = y$, 对 $\frac{d_W[0, h]}{d_W[0, 1]}$ 在 $y = 1$ 处求导得到 $\left(\frac{d_W[0, h]}{d_W[0, 1]} \right)' \Big|_{y=1} = r_{U,k}(W)$. 所以更新

步目标势的均值为 $\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} r_{L,k}^{(i)} + \sum_{W \subset P} r_{U,k}(W)$. \square

定理 2 在定理 1 的条件下, 假设 $k-1$ 时刻预测步多扩展目标的后验概率密度为

$$\pi_{k|k-1} = \{r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k|k-1}},$$

则更新后多扩展目标的后验概率密度为

$$\pi_k \approx \{(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \{(r_{U,k}, p_{U,k}(\mathbf{x}; W))\}_{W \subset P}. \quad (23)$$

其中: $r_{U,k}(W)$ 如式 (22) 所示, 且有

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; W) = \frac{\sum_{i_1=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i_1)} p_{k|k-1}^{(i_1)} p_{D} e^{-\gamma} l_W}{1 - r_{k|k-1}^{(i_1)} \langle p_{k|k-1}^{(i_1)}, p_D - p_{D} e^{-\gamma} \rangle}}{\delta_{|W|,1} + \sum_{i_1=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i_1)} \langle p_{k|k-1}^{(i_1)}, p_{D} e^{-\gamma} l_W \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i_1)} \langle p_{k|k-1}^{(i_1)}, p_D - p_{D} e^{-\gamma} \rangle}}. \quad (24)$$

证明 $r_{U,k}(W)$ 的证明如定理 1 所示, 下面只需证明 $p_{U,k}(\mathbf{x}; W)$ 的表达式. 假设 $(r_{U,k}(W), p_{U,k}(\mathbf{x}; W))$ 与 $\frac{d_W[0, h]}{d_W[0, 1]}$ 具有相同的强度函数 $v_{U,k}(\mathbf{x}; W)$, 则有

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; W) = \frac{v_{U,k}(\mathbf{x}; W)}{r_{U,k}(W)}. \quad (25)$$

又 $\frac{d_W[0, h]}{d_W[0, 1]}$ 的强度函数可以通过求 Frecht 微分^[13]求得, 对 $\frac{d_W[0, h]}{d_W[0, 1]}$ 进行 Frecht 微分求得 $v_{U,k}(\mathbf{x}; W)$ 后, 代入式 (25), 并假设 $q_D + p_{D} e^{-\gamma} \approx 0$, 即得式 (24). \square

定理 1 和定理 2 给出了 ECBMeMber 滤波更新步概率密度函数的递推公式. 对比式 (21)、(23) 和 (8)、(9) 可知, ECBMeMber 滤波与原始 CBMeMber 滤波的不同之处在于:

- 1) 引入了多量测似然函数 l_W ;
- 2) 目标量测模型的 PGFL 由 $1 - p_D$ 变为 $1 - p_D + p_{D} e^{\gamma \phi_g - \gamma}$.

3 ECBMeMber 滤波的高斯混合实现

ECBMeMber 滤波的递推公式中含有高维积分, 一般情况下采用序贯蒙特卡洛 (SMC) 实现, 但在目标状态方程和量测方程满足线性高斯的条件下, 可以采用高斯混合 (GM) 实现. 下面给出 ECBMeMber 滤波的高斯混合实现 (GM-ECBMeMer) 步骤.

3.1 GM-ECBMeMber 滤波预测步

假设 $k-1$ 时刻多目标后验概率密度已知, 为 $\pi_{k-1} = \{(r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}}$, 其中

$$p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} \omega_{k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, P_{k-1}^{(i,j)}). \quad (26)$$

预测步多目标后验概率密度为

$$\pi_{k|k-1} = \{(r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k-1}}.$$

其中

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} p_{S,k}, \quad (27)$$

$$p_{P,k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} \omega_{k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)}, P_{P,k|k-1}^{(i,j)}), \quad (28)$$

$$p_{\Gamma,k}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{\Gamma,k}^{(i)}} \omega_{\Gamma,k}^{(i,j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(i,j)}, P_{\Gamma,k}^{(i,j)}), \quad (29)$$

$$\mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = F_{k-1} \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, \quad (30)$$

$$P_{P,k|k-1}^{(i,j)} = Q_{k-1} + F_{k-1} P_{k-1}^{(i,j)} F_{k-1}^T. \quad (31)$$

$r_{\Gamma,k}^{(i)}$ 和 $p_{\Gamma,k}^{(i)}$ 分别为 k 时刻新生目标的存在概率和概率密度.

3.2 GM-ECBMeMber 滤波更新步

假设 $k-1$ 时刻预测的多目标后验概率密度为 $\pi_{k|k-1} = \{(r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}$, 每个 $p_{k|k-1}^{(i)}$ 具有如下高斯混合形式:

$$p_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} \omega_{k|k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{k|k-1}^{(i,j)}). \quad (32)$$

更新后的多目标后验概率密度为

$$\pi_k = \{(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \{(r_{U,k}(W), p_{U,k}(\mathbf{x}; W))\}_{W \subset P}.$$

其中

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{q_D + p_{D} e^{-\gamma}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_D (1 - e^{-\gamma})}, \quad (33)$$

$$p_{L,k}^{(i)} = p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}), \quad (34)$$

$$r_{U,k}(W) = \frac{\sum_{1 \leq i_1 \leq M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i_1)} (1 - r_{k|k-1}^{(i_1)}) \rho_{U,k}^{(i_1)}(W)}{[1 - r_{k|k-1}^{(i_1)} (p_D - p_{D} e^{-\gamma})]^2}}{\sum_{1 \leq i_1 \leq M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i_1)} \rho_{U,k}^{(i_1)}(W)}{1 - r_{k|k-1}^{(i_1)} (p_D - p_{D} e^{-\gamma})}}, \quad (35)$$

$$\delta_{|W|,1} + \sum_{1 \leq i_1 \leq M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i_1)} \rho_{U,k}^{(i_1)}(W)}{1 - r_{k|k-1}^{(i_1)} (p_D - p_{D} e^{-\gamma})}$$

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; W) \approx$$

$$\frac{\sum_{i_1=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i_1)}} \omega_{U,k}^{(i_1,j)}(W) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{U,k}^{(i_1,j)}, P_{U,k}^{(i_1,j)})}{\sum_{i_1=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i_1)}} \omega_{U,k}^{(i_1,j)}(W)}, \quad (36)$$

$$\sum_{i_1=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i_1)}} \omega_{U,k}^{(i_1,j)}(W)$$

$$\rho_{U,k}^{(i_1)}(W) =$$

$$p_D e^{-\gamma} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i_1)}} \left(\omega_{k|k-1}^{(i_1,j)} \prod_{z \in W} \frac{\gamma q_k^{(i_1,j)}(z)}{\lambda c(z)} \right), \quad (37)$$

$$q_k^{(i_1,j)}(z) = N(z; \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i_1,j)}, \mathbf{H}_k P_{k|k-1}^{(i_1,j)} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k), \quad (38)$$

$$\omega_{U,k}^{(i_1,j)}(W) = \frac{r_{k|k-1}^{(i_1)} p_D e^{-\gamma} \omega_{k|k-1}^{(i_1,j)} \prod_{z \in W} \frac{\gamma q_k^{(i_1,j)}(z)}{\lambda c(z)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i_1)} (p_D - p_D e^{-\gamma})}, \quad (39)$$

$$\mathbf{m}_{U,k}^{i_1,j}(W) = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i_1,j)} + K_{U,k}^{(i_1,j)} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{|W|} \end{bmatrix} - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i_1,j)}, \quad (40)$$

$$P_{U,k}^{(i_1,j)} = [I - K_{U,k}^{(i_1,j)} \mathbf{H}_k] P_{k|k-1}^{(i_1,j)}, \quad (41)$$

$$K_{U,k}^{(i_1,j)} = P_{k|k-1}^{(i_1,j)} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k P_{k|k-1}^{(i_1,j)} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1}, \quad (42)$$

$$\mathbf{H}_k = \left[\underbrace{H_k^T \ H_k^T \ \dots \ H_k^T}_{|W| \uparrow} \right]^T,$$

$$\mathbf{R}_k = \text{blkdiag} \left(\underbrace{R_k \ R_k \ \dots \ R_k}_{|W| \uparrow} \right).$$

4 仿真分析

通过线性高斯场景比较 GM-ECBMeMber、GM-EPHD、GM-CBMeMber 三种滤波算法对多扩展目标数目和状态的估计性能。

假设在含有杂波的观测区域内有多个扩展目标在运动, 目标数目时刻变化, 目标的存活概率 $p_{S,k} = 0.99$, 检测概率 $p_{D,k} = 0.98$. 观测区域在三维空间上, 大小为 $[-2000, 2000] \text{m} \times [-2000, 2000] \text{m} \times [-2000, 2000] \text{m}$, 杂波在监控区域内均匀分布, 个数服从均值为 20 的泊松分布. 每个目标的运动方程为

$$\mathbf{x}_k = F_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + G_{k-1} \mathbf{w}_{k-1}, \quad (43)$$

$$F_{k-1} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes I_3, \quad G_{k-1} = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} \otimes I_3.$$

其中: \otimes 为 Kronecker 乘积, I_n 为 n 阶单位矩阵, 采样时间 $T = 1 \text{s}$, 状态向量 $\mathbf{x}_k = [x_k \ \dot{x}_k \ y_k \ \dot{y}_k \ z_k \ \dot{z}_k]$ 包含目标的位置和速度信息, 状态噪声 \mathbf{w}_{k-1} 的均值为 $[0 \ 0 \ 0]^T$, 协方差阵为 $\text{diag}([0.2^2 \ 0.2^2 \ 0.2^2])$. 单目标单量测方程为

$$z_k = H_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k. \quad (44)$$

其中: $H_k = [1 \ 0] \otimes I_3$, 量测噪声 \mathbf{v}_k 的均值为 $[0 \ 0 \ 0]^T$, 协方差阵为 $\text{diag}([5^2 \ 5^2 \ 5^2])$, 目标产生扩展量测的数目服从均值为 4 的泊松分布. 新生目标服从多伯努利分布, 概率密度为 $\pi_\Gamma = \{(r_\Gamma, p_\Gamma^{(i)})\}_{i=1}^4$. 其中

$$r_\Gamma = 0.03, \quad p_\Gamma^{(i)}(\mathbf{x}) = N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_\Gamma^{(i)}, P_\Gamma),$$

$$\mathbf{m}_\Gamma^{(1)}(\mathbf{x}) = [0 \ 10 \ 0 \ 20 \ 0 \ 15]^T,$$

$$\mathbf{m}_\Gamma^{(2)}(\mathbf{x}) = [400 \ -25 \ -600 \ -16 \ 500 \ -10]^T,$$

$$\mathbf{m}_\Gamma^{(3)}(\mathbf{x}) = [-800 \ 30 \ -200 \ -20 \ -500 \ 15]^T,$$

$$\mathbf{m}_\Gamma^{(4)}(\mathbf{x}) = [-200 \ 20 \ 800 \ -25 \ 400 \ 16]^T,$$

$$P_\Gamma(\mathbf{x}) = \text{diag}([10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10]).$$

存在概率门限 $T_1 = 0.001$, 高斯分量权重门限 $T_2 = 0.001$, 高斯分量合并门限 $U = 4$.

目标的真实轨迹与量测轨迹如图 1 所示. 实验共仿真 60 步, 初始时刻有 4 个目标, 分别标记为 1、2、3、4, 起始状态分别为

$$\mathbf{x}_0^{(1)} = [0 \ 15 \ 0 \ 20 \ 0 \ 15]^T,$$

$$\mathbf{x}_0^{(2)} = [400 \ -25 \ -600 \ -16 \ 500 \ -10]^T,$$

$$\mathbf{x}_0^{(3)} = [-800 \ 30 \ -200 \ -20 \ -500 \ 15]^T,$$

$$\mathbf{x}_0^{(4)} = [-200 \ 20 \ 800 \ -25 \ 400 \ 16]^T.$$

在 $t = 8$ 时刻目标 a 出生, 消失于 $t = 26$ 时刻; 在 $t = 14$ 时刻目标 b 出生, 消失于 $t = 32$ 时刻; 在 $t = 20$ 时刻目标 c 出生, 消失于 $t = 38$ 时刻; 在 $t = 44$ 时刻目标 2 消失, 在 $t = 52$ 时刻目标 d 出生.

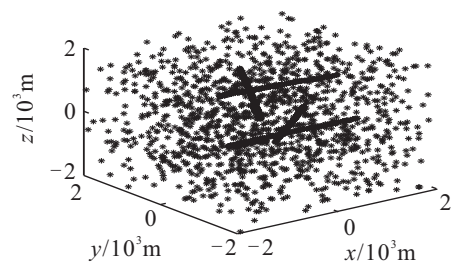


图 1 目标真实轨迹与量测轨迹

100 次独立蒙特卡洛仿真 GM-CBMeMber、GM-EPHD 和 GM-ECBMeMber 三种滤波算法对目标数目的估计结果如图 2 所示. 由图 2 可见, GM-CBMeMber 滤波对目标数目明显产生了过估计, 这是由于单个目标产生多个量测导致算法误将扩展量测当作新目标, 而 GM-ECBMeMber 滤波对量测数据进行聚类, 将扩展量测当作一个目标处理, 可以有效解决目标数目的过估计问题.

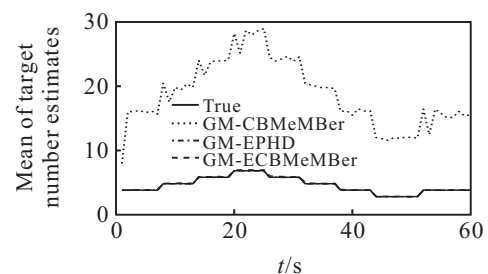


图 2 100 MC 仿真 3 种算法对目标数目的平均估计结果

图3为3种算法的OSPA距离,可以看出,ECBMeMber滤波器对目标状态的估计精度高于CBMeMber滤波器,接近于EPHD滤波器。

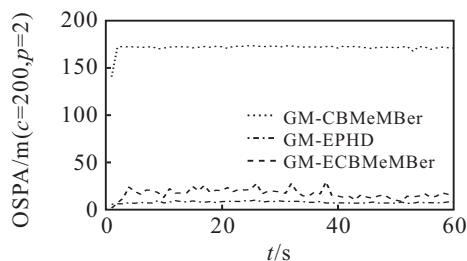


图3 100 MC 仿真3种算法的OSPA距离

虽然ECBMeMber滤波器对目标状态的估计精度低于EPHD滤波器,但仍具有CBMeMber滤波器的优点,即在递推过程中所传递的不是一阶矩和势分布,而是多伯努利RFS参数。因此,在采用序贯蒙特卡洛方法实现滤波器的递推过程时,可以避免EPHD滤波器需要对粒子状态进行聚类的难题。

5 结论

本文将CBMeMber滤波器推广到扩展目标跟踪场合,推导出ECBMeMber滤波器的递推公式,并给出其高斯混合实现的步骤。对比CBMeMber、EPHD和ECBMeMber滤波器对多扩展目标数目和状态的估计性能,仿真结果表明,ECBMeMber滤波器能有效解决目标数目的过估计问题,并且对目标状态的估计精度高于CBMeMber滤波器,接近于EPHD滤波器。今后的工作将集中在以下3点:

- 1) 研究更鲁棒的算法对量测数据进行聚类;
- 2) 在状态和量测模型非线性的条件下,研究ECBMeMber滤波器序贯蒙特卡洛实现的步骤;
- 3) 研究多目标状态提取的算法。

参考文献(References)

[1] Drummond O E, Blackman S S, Petrisor G C. Tracking clusters and extended objects with multiple sensors[C]. Proc of SPIE. New York: IEEE, 1990: 362-371.

[2] Koch W. Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(3): 1042-1059.

[3] Feldmann M, Fränken D. Tracking of extended objects and group targets using random matrices — A new approach[C]. Proc of the 11th Int Conf on Information Fusion. Cologne: IEEE, 2010: 1-8.

[4] Feldmann M, Fränken D, Koch W. Tracking of extended objects and group targets using random matrices[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2011, 59(4): 1409-1420.

[5] Mahler R. Multi-target bayes filtering via first-order multi-target moments[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronics Systems, 2003, 39(4): 1152-1178.

[6] Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(11): 4091-4104.

[7] Vo B T, Vo B N, Cantoni A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2007, 55(7): 3553-3567.

[8] Mahler, R. PHD filters for nonstandard targets: Extended targets[C]. Proc of the 12th Int Conf on Information Fusion. Seattle: IEEE, 2009: 915-921.

[9] Granstrom K, Lundquist C, Orguner U. A Gaussian mixture PHD filter for extended target tracking[C]. Proc of the 13th Int Conf on Information Fusion. Edinburgh: IEEE, 2010: 1-8.

[10] Granstrom K, Lundquist C, Orguner U. Extended target tracking using a Gaussian-mixture PHD filter[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(4): 3268-3286.

[11] Lian F, Han C Z, Liu W F, et al. Unified cardinalized probability hypothesis density filters for extended targets and unresolved targets[J]. Signal Processing, 2012, 92(7): 1729-1744.

[12] Vo B T, Vo B N, Cantoni A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2009, 57(2): 1-13.

[13] Mahler R. Statistical multisource multitarget information fusion[M]. Norwood: Artech House, 2007: 677-682.

[14] Bishop C M. Pattern recognition and machine learning[M]. New York: Springer, 2006: 423-427.

[15] Arthur D, Vassilvitskii S. K -means++: The advantages of careful seeding[C]. Proc of the 18th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007: 1027-1035.

[16] Ostrovsky, R, Rabani Y, Schulman L J, et al. The effectiveness of Lloyd-type methods for the k -means problem[C]. Proc of 47th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science. Berkeley: IEEE, 2006: 165-176.

(责任编辑: 郑晓蕾)