

基于共识标准的语言标度颗粒优化模型

张世涛^{1,2}, 朱建军¹, 刘小弟^{1,2}

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 211106; 2. 安徽工业大学 数理学院, 安徽 马鞍山 243002)

摘要: 研究语言偏好信息下的群决策问题. 定义了反映群体共识的两个测度指标, 分别反映群体内所有专家的一致性水平及专家的个人观点与群体观点的分歧程度; 基于共识测度指标构建一种语言标度的颗粒优化模型, 提出了求解语言标度颗粒最佳分界点的改进 PSO 算法, 并给出一种对方案排序进行择优的群决策方法. 最后, 通过一个算例说明了所提出方法的可行性和有效性.

关键词: 语言偏好; 共识; 颗粒化; 粒子群优化

中图分类号: C934

文献标志码: A

Optimization model of linguistic scales granulation based on consensus criterion

ZHANG Shi-tao^{1,2}, ZHU Jian-jun¹, LIU Xiao-di^{1,2}

(1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;

2. School of Mathematics and Physics, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243002, China. Correspondent:

ZHANG Shi-tao, E-mail: zst112all@163.com)

Abstract: Group decision making problems with linguistic preference information are studied. Two measures of group consensus are defined to reflect respectively the level of agreement among all the experts and the difference degree between the experts' individual opinions and the collective one. Based on the consensus measure indicators, an optimization model of linguistic scales granulation is constructed. An improved PSO algorithm is established to obtain the optimal cutoff points for the linguistic scales. A group decision-making method is developed, and a ranking order of alternatives and the best alternative are obtained. Finally, a numerical example illustrates the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Keywords: linguistic preference; consensus; granulation; particle swarm optimization

0 引言

在决策实践中, 由于社会经济环境的复杂性, 为了尽可能地考虑一个决策问题的所有重要方面, 单人决策已不能满足决策的需要, 将不同成员的偏好按某种规则进行集结^[1]的群决策已成为常用的决策模式. 由于客观事物的复杂性和人类思维的模糊性, 运用自然语言形式进行判断不仅直观而且方便. 基于语言信息的群决策问题已广泛存在于现实生活中^[2], 如风险投资的决策等, 为体现客观性需要聘请专家关于备选方案进行群决策, 专家关于方案的偏好或观点往往以语言形式表示. 虽然语言变量有较好的问题表

征特性, 但是处理起来相对复杂. 目前, 基于语言标度的处理方法主要有3种: 第1种方法是基于扩展原理的语言信息处理方法^[3], 缺点在于需要事先确定隶属函数, 而隶属函数的确定存在不科学性和不完备性; 第2种方法是基于符号转移的方法^[4], 该方法的不足是, 由于自然语言术语集是离散的, 语言集合中的元素经过运算以后, 很难精确地对应到初始的语言术语集中, 通常选取语言术语集中某短语近似代替, 容易造成语义信息的损失; 第3种方法是基于二元语义的语言术语表示和计算^[5], 该方法的不足是, 语言标度转换为数字标度 $0 \sim n$ 以后, 数字标度的简单线性分

收稿日期: 2014-03-08; 修回日期: 2014-05-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71171112); 江苏省高校哲学社科重点项目(2012ZDIXM007); 江苏省高校哲学社会科学重点研究基地重大项目(2012JDXM003); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(NS2014086); 广义虚拟经济研究专项(GX2013-1017(M)); 安徽工业大学青年教师科研基金项目(QZ201321); 江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(KYZZ_0095).

作者简介: 张世涛(1980—), 男, 讲师, 博士生, 从事群决策理论与方法的研究; 朱建军(1976—), 男, 教授, 博士生导师, 从事决策理论与方法、复杂系统建模等研究.

级容易造成信息的扭曲和信息集结的失真,并且基于二元语义数值模型产生的解一致性水平较低,从而限制了二元语义在精确决策运算领域的应用.现有语言标度的处理方法虽然简单,但在很大程度上失去了语言信息原本的柔性和模糊性等特征.对此,文献[6]采用颗粒化的方法对语言标度进行量化,粒化的标准是个体偏好的加权一致度最大,该方法的优点是通过一个优化问题的求解便能获得语言标度较合理的颗粒化结果,避免了语言标度向数值标度简单转换所带来的信息提取和合成中的失真,这种方法为语言标度的处理提供了一个新的视角.文献[6]的不足之处在于语言标度量化标准的设定忽视了群体总的看法或意见的一致程度,即共识^[7].与经典的竞争性群决策(如投票、游戏等)相比,共识更多地是体现合作而不是竞争,广泛存在于实际生活中^[8].文献[9]指出,若不考虑共识而简单集结各专家的偏好和意见,则可能会导致所获得的解可接受程度较低.因此,考虑共识达到过程建立合适有效的群体共识标准,在群决策问题的解决中很重要,也很必要.近年来,在关于群体共识决策的研究中,有学者提出了一些有效的共识标准^[10-12],如: Cabrerizo等^[10]利用转换后的非等距模糊语言偏好间的相似函数来度量软一致性,考虑了3类软共识测度; Garci'a等^[11]针对区间模糊偏好关系给出了两种共识测度,即一致度和接近度; Xu等^[12]通过二元语义定义了不确定语言变量间的偏度,基于偏度构建了群体一致性指标.这些共识标准的提出,大大拓展了基于一致性的语言信息群决策问题的研究范畴.然而,语言环境下共识标准的确定并非易事,相关方法仍存在很多不完善之处,如设计的共识标准往往需要专家经多轮修正非共识偏好才能最终达成共识,程序较繁琐.

在决策分析中,专家给出两两方案比较的判断矩阵是一种常见的偏好信息形式,自 Herrera^[13]提出基于语言判断矩阵的群决策问题以来,基于语言判断矩阵的决策分析方法便得到了深入的研究.文献[14]基于二元语义和加性一致性对语言判断矩阵中的缺损偏好值进行了合理估计;文献[15]针对语言区间模糊偏好信息,给出了一种基于满意度和接近度的群体共识模型;文献[16]给出了语言判断矩阵具有满意一致性的判定及调整方法.语言判断矩阵的使用在现实管理实践中有很大的应用价值,但是语言标度的处理基本上仍然采用传统的3类方法,在应用上存在不足.基于上述考虑,本文基于共识决策的相关理论,结合粒子群算法(PSO)^[17-19]研究基于语言判断矩阵的群决策问题.主要创新点在于:1)在语言判断矩阵中对语言标度的处理采用粒化的方式,无需提前给定语言

术语的语义和分布,从而避免了采用传统数值转换可能带来的信息损失或扭曲;2)通过求解一个优化问题获得语言标度的最佳颗粒分界点,分界点优化的过程也是群体达成一定程度共识的过程.

1 基本定义

定义1 (I-OWA算子)^[20] 称

$$\text{IOWA}_w(\langle u_1, a_1 \rangle, \langle u_2, a_2 \rangle, \dots, \langle u_n, a_n \rangle) = \sum_{j=1}^n w_j \cdot a_{\sigma(j)}$$

为诱导有序加权平均算子,简称I-OWA算子.其中: $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ 是与I-OWA相关联的加权向量,且满足非负性和归一化; u_1, u_2, \dots, u_n 是诱导变量; $\sigma(j)$ 是 u_1, u_2, \dots, u_n 中第 j 大的元素所对应的下标.

定义2 (C-OWA算子)^[21] 设 $[a, b]$ 是区间数,称

$$F_Q([a, b]) = \int_0^1 \frac{dQ(y)}{dy} (b - y(b - a)) dy$$

为连续的有序加权平均算子,简称C-OWA算子.其中:函数 $Q: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ 称为基本的单位区间单调(BUM)函数,满足:1) $Q(0) = 0$; 2) $Q(1) = 1$; 3) 当 $x > y$ 时, $Q(x) \geq Q(y)$.若令 $\lambda = \int_0^1 Q(y) dy$ 是 Q 的态度参数,则 $F_Q([a, b]) = (1 - \lambda)a + \lambda b$.

定义3 (期望模糊判断矩阵)^[22] 设 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 是区间数模糊判断矩阵,若

$$\begin{aligned} F_Q(a_{ij}) &= F_Q([a_{ij}^-, a_{ij}^+]) = \\ &= \int_0^1 \frac{dQ(y)}{dy} (a_{ij}^+ - y(a_{ij}^+ - a_{ij}^-)) dy; \\ F_Q(a_{ji}) &= 1 - F_Q(a_{ij}), \forall i < j. \end{aligned}$$

则称 $F_Q(A) = (F_Q(a_{ij}))_{n \times n}$ 是区间数模糊判断矩阵相应的期望模糊判断矩阵.

2 问题描述

本文考察基于语言偏好信息的群决策问题.假设决策方案集为 $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, $n \geq 2$, 专家集为 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, $m \geq 2$, 专家 $e_k (k = 1, 2, \dots, m)$ 针对方案集 Y 给出两两方案比较的语言判断矩阵为

$$P^k = (p_{ij}^k)_{n \times n}, k = 1, 2, \dots, m.$$

其中: p_{ij}^k 属于语言术语集 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_{2g}\}$, 若 p_{ij}^k 中对应的语言术语下标序号越大,则相应的评价越好.此外,为反映专家 $e_k (k = 1, 2, \dots, m)$ 对所讨论问题掌握的知识水平的差异,从自然语言集 $D = \{d_0, d_1, \dots, d_{2g}\}$ 中选取一个语言术语来表示专家 e_k 的重要度值 μ^k , 即 $\mu^k = \mu_I(e_k) \in D$, $k = 1, 2, \dots, m$. 这里 D 与 S 可以不同,比如 $S = \{VL, L, M, H, VH\}$, $D = \{LI, I, VI\}$. 其中: VL, L, M, H, VH 分别表示“很低”、“低”、“中”、“高”、“很高”, LI, I, VI 分别表示“很少重要”、“重要”、“很重要”.

本文要解决的主要问题是,决策者如何对语言变

量进行合理量化处理, 以便对专家语言偏好信息进行有效集结, 择优排序. 这类问题的难点是, 如何合理选择语言标度, 才能最大程度地保证专家群体给出的意见共识程度较高.

3 主要模型与方法

针对语言偏好信息的群决策问题, 本文进行决策的基本思路是, 设立群体决策的共识标准, 在群体共识程度最大的要求下得到语言标度的最优量化数值, 进而进行决策方案的优选, 包括构造语言标度颗粒, 建立最佳颗粒分界点, 确定模型和求解算法, 对专家偏好进行有效集结、择优排序.

3.1 语言标度的颗粒构造

考虑到语言术语之间有一些明显的线性顺序, 用区间形式将 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_{2g}\}$ 中每个语言术语颗粒化, 即将区间 $[0, 1]$ 进行分割, 其中 a_1, a_2, \dots, a_{2g} 为其分割点, 记 $s_0 = [0, a_1], s_1 = [a_1, a_2], \dots, s_{2g} = (a_{2g}, 1]$; 同理, 亦可将 $D = \{d_0, d_1, \dots, d_{2g}\}$ 中每个语言术语颗粒化, 记 $d_0 = [0, b_1], d_1 = [b_1, b_2], \dots, d_{2g} = (b_{2g}, 1]$, 其中 b_1, b_2, \dots, b_{2g} 为其分割点. 记 $X = (a_1, a_2, \dots, a_{2g}, b_1, b_2, \dots, b_{2g})$, 则 X 完全刻画了语言术语集 S 和 D 的结构. 特别地, 对于 $S = \{VL, L, M, H, VH\}$, $D = \{LI, I, VI\}$, 易知 $X = (a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2)$, 语言标度信息颗粒的构造分别如图1和图2所示.

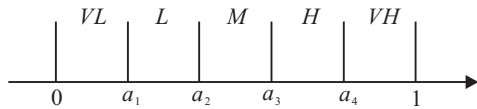


图1 关于偏好语言术语信息颗粒的构造

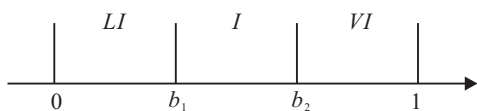


图2 关于重要度语言术语信息颗粒的构造

这种语言标度颗粒构造方法的优点在于^[6]: 1) 相关语言术语的信息颗粒在刻度 $[0, 1]$ 上的位置不一定满足均匀分布; 2) 颗粒化过程中保留了被分配的语言术语的基本语义.

基于这种粒化方法, 专家语言判断矩阵 $P^k = (p_{ij}^k)_{n \times n}$ 和专家语言重要度 $\mu^k = \mu_I(e_k)$ 便分别转化为区间数互补判断矩阵 $R^k = (r_{ij}^k)_{n \times n} = ((r_{ij}^{k-}, r_{ij}^{k+}))_{n \times n}$ 和区间数 $\delta^k = [\delta^{k-}, \delta^{k+}]$, 其中

$$[\delta^{k-}, \delta^{k+}] \in \{[0, b_1], [b_1, b_2], \dots, [b_{2g}, 1]\},$$

$$k = 1, 2, \dots, m;$$

$$[r_{ij}^{k-}, r_{ij}^{k+}] \in \{[0, a_1], [a_1, a_2], \dots, [a_{2g}, 1]\} \cup$$

$$\{[1, 1 - a_1], [1 - a_2, 1 - a_1], \dots,$$

$$[0, 1 - a_{2g}]\}, k = 1, 2, \dots, m. \quad (2)$$

在式(1)和(2)中, 分割点 a_1, b_1 等是需要确定的参数. 文献[6]采用个体的一致程度最大的要求来寻求合适的分隔点参数, 这种方法的缺点在于一味强调个体的一致而忽视了群体的合作. 对此, 本文提出了共识标准的分割点参数优化方法.

3.2 基于共识标准的语言标度颗粒优化模型

文献[10-12]通过建立合适的共识标准来引导共识控制, 通过多轮迭代修正专家意见, 最终达成一定程度的共识. 然而, 很少有研究结果关注建立有效共识标准来简化上述共识达成过程^[23]. 此外, 语言偏好给共识达成过程的设计带来新的问题和挑战, 如语言标度的量化处理、非共识语言偏好的修正等. 因此, 语言环境下共识标准的确定和共识过程的设计并非易事. 为简化共识达成过程, 同时避免语言信息在处理过程中的损失, 本文在语言标度颗粒化框架下设计有效共识标准, 以解决语言环境下的共识决策问题. 图3给出了本文设计的共识达成过程与传统共识达成过程的比较, 其中实线箭头部分表示本文共识达成过程, 虚线箭头部分表示传统共识达成过程.

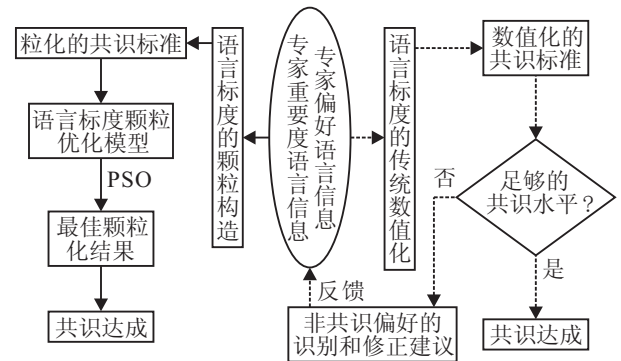


图3 语言标度颗粒化框架下的共识达成过程与传统共识达成过程的比较

文献[11]分别用两个指标刻画群体的共识程度. 令 $U = (u_{ij})_{n \times n}$, 其中

$$u_{ij} = \left[\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m r_{ij}^{k-}, \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m r_{ij}^{k+} \right], k = 1, 2, \dots, m.$$

专家 e_k 关于偏好 p_{ij}^k 的一致度为

$$CD_{ij}^k = 1 - c_{ij}^k,$$

其中 $c_{ij}^k = |r_{ij}^{k-} - r_{ij}^-| + |r_{ij}^{k+} - r_{ij}^+|$, $i, j = 1, 2, \dots, n$; 专家 e_k 关于偏好 p_{ij}^k 的接近度为

$$PM_{ij}^k = (|h_{ij}^{k-}| + |h_{ij}^{k+}|)/2,$$

其中 $(h_{ij}^{k-}, h_{ij}^{k+}) = (r_{ij}^{k-} - r_{ij}, r_{ij}^{k+} - r_{ij})$, $r_{ij} = (r_{ij}^- + r_{ij}^+)/2$, $i, j = 1, 2, \dots, n$. 这两个共识指标的设定考虑了同质群体专家个体的观点与群体观点的共识程度, 但在群体决策过程中, 专家的知识 and 判断能力存在差异, 进行群决策时不应忽视专家的重要度信息^[20,24]. 本文将专家差异化的重要度 $\mu^k (k = 1, 2, \dots, m)$ 用语

言形式表示, 同样, 经语言标度粒化后转化为 $[\delta^{k-}, \delta^{k+}]$, $k = 1, 2, \dots, m$. 为避免涉及到复杂的区间数运算规则, 本文采用从区间 $[\delta^{k-}, \delta^{k+}]$ ($k = 1, 2, \dots, m$) 中随机抽样 M 次获得重要度值, 并用其平均值代替 μ^k ($k = 1, 2, \dots, m$). 由此, 本文提出了考虑专家权重的改进型共识标准.

定义 4 称 CD 和 PM 分别为考虑专家权重的群体平均一致度和平均接近度, μ_t^k 为决策者从区间 $[\delta^{k-}, \delta^{k+}]$ 中第 t 次随机抽样获得的专家 e_k 的重要度值, $k = 1, 2, \dots, m$, $t = 1, 2, \dots, M$, 参数 M 表示抽样次数, 这里

$$\begin{aligned} \text{CD} = & \\ & \frac{1}{M(n^2 - n)} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{i=1}^n w_t^k \cdot \text{CD}_{ij}^k = \\ & \frac{1}{M(n^2 - n)} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{i=1}^n w_t^k \cdot (1 - |r_{ij}^{k-} - \\ & r_{ij}^-| + |r_{ij}^{k+} - r_{ij}^+|); \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{PM} = & \\ & \frac{1}{M(n^2 - n)} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{i=1}^n w_t^k \cdot \text{PM}_{ij}^k = \\ & \frac{1}{2M(n^2 - n)} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{i=1}^n w_t^k \cdot \left(\left| r_{ij}^{k-} - \frac{r_{ij}^- + r_{ij}^+}{2} \right| + \left| r_{ij}^{k+} - \frac{r_{ij}^- + r_{ij}^+}{2} \right| \right). \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$w_t^k = \frac{\mu_t^k}{\sum_{k=1}^m \mu_t^k}, \quad r_{ij}^- = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m r_{ij}^{k-}, \quad r_{ij}^+ = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m r_{ij}^{k+},$$

$$\mu_t^k \in [\delta^{k-}, \delta^{k+}], \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

CD 和 PM 两个指标具有不同的测度含义. CD 评价了群体内所有专家关于偏好的平均一致性水平, 通常, CD 越大表明群体的一致程度越好, CD 越小表明群体的一致程度越差; PM 评价了群体内所有专家的个人观点与集体观点的平均分歧程度, 通常, PM 越大表明群体内所有专家关于偏好的分歧越大, PM 越小表明群体内所有专家关于偏好的分歧越小.

定理 1 $0 \leq \text{CD} \leq 1, 0 \leq \text{PM} \leq 1$.

证明 因为 $0 \leq w_t^k \leq 1, 0 \leq \text{CD}_{ij}^k \leq 1$, 所以

$$0 \leq w_t^k \cdot \text{CD}_{ij}^k \leq 1,$$

从而

$$0 \leq \frac{1}{M(n^2 - n)} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{i=1}^n w_t^k \cdot \text{CD}_{ij}^k \leq 1,$$

即 $0 \leq \text{CD} \leq 1$. 同理可证 $0 \leq \text{PM} \leq 1$. \square

从群体共识的角度看, 要求群体的语言标度内涵一致, 并且 CD 越大, PM 越小. 由此, 可得到如下语言标度颗粒化的双目标规划模型 (M1):

$$\begin{aligned} \min f(X) &= \text{PM}, \\ \max g(X) &= \text{CD}; \\ \text{s.t. } X &= (a_1, a_2, \dots, a_{2g}, b_1, b_2, \dots, b_{2q}) > 0. \end{aligned}$$

为求解方便, 不妨确定 PM 最小为主要目标, 另一目标则通过希望达到的目标值转化为约束条件, 由主要目标法将模型 M1 转化为如下的单目标规划模型 (M2):

$$\begin{aligned} \min f(X) &= \text{PM}; \\ \text{s.t. } g(X) &= \text{CD} \geq A, \\ X &= (a_1, a_2, \dots, a_{2g}, b_1, b_2, \dots, b_{2q}) > 0. \end{aligned}$$

在群决策环境下, 达成共识实际上是群体寻求妥协和一致的过程^[7-8]. 理想化的共识是个体间的完全一致, 然而, 在真实环境下完全一致是很难达到的, 特别是在多样化的个性大群体里, 关于共识的更为柔性的标准往往更容易被采纳^[24-25], 因此, 模型 M2 中阈值 A 的含义是决策者对共识决策结果群体一致性的一种类似模糊语言形式的预期程度. 如: $A = 2/3$ 表明决策者希望共识决策的结果至少达到三分之二多数的赞同, 一定程度上与人们的认知结构相吻合, 体现了本文共识标准设置的柔性特点, 这种类似的临界值确定思想在文献 [10-11] 中也有所体现. 由定理 1 可知 $0 \leq \text{CD} \leq 1$, 因此阈值 A 的取值范围为 $[0, 1]$. 为满足不同决策问题的需要, A 的取值可依据实际决策问题的特点直接给定, 比如 0.6、2/3 或者 0.7 等, 数值越大, 表明群体达成共识的程度越高.

考虑到语言标度颗粒分界点 (如 a_1 与 a_2) 不能非常接近, 否则由两分界点确定的语言术语 (如语言术语 L) 将会失去基本语义. 因此, 语言标度颗粒化语义的基本要求为 $a_1 \geq \delta_S, a_{2g} \leq 1 - \delta_S, a_i - a_{i+1} + \delta_S \leq 0, i = 1, 2, \dots, 2g-1, b_1 \geq \delta_D, b_{2q} \leq 1 - \delta_D, b_j - b_{j+1} + \delta_D \leq 0, j = 1, 2, \dots, 2q-1$. 其中: δ_S ($\delta_S > 0$) 表示偏好语言标度颗粒分界点间的最小区间长度, δ_D ($\delta_D > 0$) 表示重要度语言标度颗粒分界点间的最小区间长度.

此外, 在一些情况下, 为避免单纯追求共识的数值而完全扭曲语言标度的参数范围, 群体对分界点参数有一个大致的范围预计, 通常可以采用语言标度的模糊数方法给出大致的范围, 如对分界点作如下先验限制: $m_i^S \leq a_i \leq M_i^S, i = 1, 2, \dots, 2g, m_j^D \leq b_j \leq M_j^D, j = 1, 2, \dots, 2q$. 其中: M_i^S 和 m_i^S 分别表示偏好语言标度分界点的上下界, M_j^D 和 m_j^D 分别表示重要度语言标度分界点的上下界. 与模糊数方法相比, 本文的优点在于通过一个寻优过程来确定具体的标度

对应值.

由此,可以得到如下确定语言标度信息颗粒最佳分界点的模型(M3):

$$\begin{aligned} \min f(X) = PM = & \\ & \frac{1}{2M(n^2 - n)} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{i=1}^n \frac{\mu_t^k}{\sum_{k=1}^m \mu_t^k} \\ & \left(\left| r_{ij}^{k-} - \frac{1}{2m} \left(\sum_{k=1}^m r_{ij}^{k-} + \sum_{k=1}^m r_{ij}^{k+} \right) \right| + \right. \\ & \left. \left| r_{ij}^{k-} - \frac{1}{2m} \left(\sum_{k=1}^m r_{ij}^{k-} + \sum_{k=1}^m r_{ij}^{k+} \right) \right| \right). \end{aligned} \quad (5)$$

s.t. $g(X) = CD =$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{M(n^2 - n)} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{i=1}^n \frac{\mu_t^k}{\sum_{k=1}^m \mu_t^k} \\ & \left(1 - \left| r_{ij}^{k-} - \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m r_{ij}^{k-} \right| + \left| r_{ij}^{k+} - \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m r_{ij}^{k+} \right| \right) \geq A; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} a_1 \geq \delta_S, a_{2g} \leq 1 - \delta_S, a_i - a_{i+1} + \delta_S \leq 0, \\ i = 1, 2, \dots, 2g - 1; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} b_1 \geq \delta_D, b_{2q} \leq 1 - \delta_D, b_j - b_{j+1} + \delta_D \leq 0, \\ j = 1, 2, \dots, 2q - 1; \end{aligned} \quad (8)$$

$$m_i^S \leq a_i \leq M_i^S, i = 1, 2, \dots, 2g; \quad (9)$$

$$m_j^D \leq b_j \leq M_j^D, j = 1, 2, \dots, 2q; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} [r_{ij}^{k-}, r_{ij}^{k+}] \in \\ \{[0, a_1], [a_1, a_2], \dots, [a_{2g}, 1]\} \cup \\ \{[1, 1 - a_1], [1 - a_2, 1 - a_1], \dots, [0, 1 - a_{2g}]\}, \\ i, j = 1, 2, \dots, n \wedge i \neq j; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} [\delta^{k-}, \delta^{k+}] \in \\ \{[0, b_1], [b_1, b_2], \dots, [b_{2q}, 1]\}, k = 1, 2, \dots, m; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mu_t^k \in [\delta^{k-}, \delta^{k+}], k = 1, 2, \dots, m, \\ t = 1, 2, \dots, M; \end{aligned} \quad (13)$$

$$X = (a_1, a_2, \dots, a_{2g}, b_1, b_2, \dots, b_{2q}) > 0. \quad (14)$$

其中: 目标函数 $f(X)$ 表示群体内个体专家的观点与群体观点的总偏差, 要求 $f(X)$ 最小; 式(6)表示群体一致性水平大于等于一个给定的阈值 A ; 式(7)和(8)表示语言标度颗粒语义的基本要求; 式(9)和(10)表示基于分界点先验信息的约束; 式(11)~(13)表示语言标度颗粒化后互补判断矩阵中的元素和重要度值

的约束范围.

定理 2 若模型 M3 的可行域非空, 则必有最优解.

证明 模型 M3 的实质是基于颗粒分界点的约束, 寻求一组合适的颗粒分界点向量 X , 使得满意度指标 $f(X)$ 最小. 由定理 1 知 $0 \leq f(X) \leq 1, 0 \leq g(X) \leq 1$. 因此, 若 M3 可行域非空, 则必有最优解. \square

3.3 求解语言术语颗粒最佳分界点的改进 PSO 算法

文献 [6] 在分析语言颗粒最佳分界点时, 采用了 PSO 算法. 借鉴文献 [6] 的思想, 考虑到模型 M3 的特殊性, 本文提出改进的 PSO 算法. 基本思路是: 将颗粒分界点位置向量 $X = (a_1, a_2, \dots, a_{2g}, b_1, b_2, \dots, b_{2q})$ 看成一个粒子, 在 D 维 (这里 $D = 2p + 2q$) 可行解空间内 (即满足模型 M3 的所有约束条件) 初始化一群粒子 (种群规模为 N), 用位置 X 、速度 V 、适应度值 $f(X)$ 三项指标表示该粒子的特征, 在更新个体极值和总体极值的同时更新个体位置, 通过迭代输出本文语言术语颗粒分界点的最佳位置, 即给出 $a_1, a_2, \dots, a_{2g}, b_1, b_2, \dots, b_{2q}$ 的具体值.

在执行 PSO 时, 为有效调节 PSO 的全局和局部寻优能力, 采用以下改进策略:

1) 改用线性递减惯性权因子^[17]

$$\omega(k) = \omega_s - k \cdot (\omega_s - \omega_e) / G_{\max}$$

描述粒子的惯性对于速度的影响. 其中: ω_s 为初始惯性权重, ω_e 为迭代至最大次数时的惯性权重, k 为当前迭代次数, G_{\max} 为最大迭代次数.

2) 基于可行基规则^[18]更新粒子位置. 下列情形之一都有 $P_i(k+1) = X_i(k+1)$, 否则 $P_i(k+1) = P_i(k)$:

① $P_i(k)$ 是不可行的, 但 $X_i(k+1)$ 是可行的.

② $P_i(k)$ 和 $X_i(k+1)$ 都可行, 但 $f(X_i(k+1)) < f(P_i(k))$.

③ $P_i(k)$ 和 $X_i(k+1)$ 都不可行, 但 $\text{Viol}(X_i(k+1)) < \text{Viol}(P_i(k))$. 其中: $P_i(k)$ 表示第 k 次迭代第 i 个粒子历史最优位置; $X_i(k+1)$ 表示第 $k+1$ 次迭代第 i 个粒子的位置向量; $\text{Viol}(\cdot)$ 表示约束违反度函数, 即

$$\begin{aligned} \text{Viol}(X) = \\ \max(A - g(X), 0) + \sum_{i=1}^{2g-1} \max(a_i - a_{i+1} + \\ \delta_S, 0) + \sum_{j=1}^{2q-1} \max(b_j - b_{j+1} + \delta_D, 0). \end{aligned} \quad (15)$$

3) 考虑到在迭代过程中粒子很可能在可行域的边界违背约束, 因此有必要对超出搜索空间边界的粒子重新赋值^[19]. 不妨设在第 k 次迭代中第 i 个粒子

$X_i(k)$ 某一分量 $x_{id}(k)$ 的边界区间为 $[x_d^l, x_d^u]$, 则可按下式对粒子位置进行修正:

$$x_{id}(k) = \begin{cases} \bar{x}_d(k) + r(x_d^l - \bar{x}_d(k)), & x_{id}(k) < x_d^l; \\ \bar{x}_d(k) + r(x_d^u - \bar{x}_d(k)), & x_{id}(k) > x_d^u. \end{cases} \quad (16)$$

其中: $\bar{x}_d(k) = \left(\sum_{i=1}^N x_i^d \right) / N$, $r \in U[0, 1]$, N 为粒子群的规模.

3.4 群决策方法

对于语言偏好信息下的群决策问题, 给定专家 e_k 关于方案集 Y 优劣的语言判断矩阵为 $P^k = (p_{ij}^k)_{n \times n}$, 专家重要度语言信息 $\mu^k = \mu_I(e_k)$, $k = 1, 2, \dots, m$. 按照上述分析, 给出一种决策方案的排序方法, 具体步骤如下.

Step 1: 依据 P^k 和 μ^k 确定语言术语集 S 和 D , 基于分界点构造语言短语的区间表示形式, 将语言标度颗粒化.

Step 2: 建立颗粒分界点最优化模型 M3, 采用改进 PSO 算法(见第 3.3 节)求解模型 M3, 得到语言标度最佳颗粒分界点向量 X^* , 最优的群体平均接近度 f^* , 最优的群体平均一致度 g^* , 专家关于偏好的最优接近度向量

$$(\text{GPM})^* = ((\text{GPM}^1)^*, (\text{GPM}^2)^*, \dots, (\text{GPM}^m)^*).$$

其中

$$(\text{GPM}^k)^* = \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{i=1}^n \frac{\text{PM}_{ij}^k}{n^2 - n} \Big|_{X=X^*}, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (17)$$

Step 3: 依据向量 X^* 分别将语言判断矩阵 P^k 和重要度 μ^k 转化为区间数互补判断矩阵 $R^k = (r_{ij}^k)_{n \times n} = ([r_{ij}^{k-}, r_{ij}^{k+}])_{n \times n}$, 和区间数 $\delta^k = [\delta^{k-}, \delta^{k+}]$, $k = 1, 2, \dots, m$.

Step 4: 依据定义 2 和定义 3 将 R^k ($k = 1, 2, \dots, m$) 转化为期望模糊判断矩阵 $F_Q(R^k)$, $k = 1, 2, \dots, m$. 根据定义 2 将 δ^k 转化为期望重要度值 $F_Q(\delta^k)$, $k = 1, 2, \dots, m$. 其中: BUM 函数取 $Q(y) = y^2$, 态度参数 $\lambda = \int_0^1 Q(y) dy = \frac{1}{3}$. 按专家期望重要度值大小确定 I-OWA 算子(定义 1)的诱导序 $\sigma(k)$, $k = 1, 2, \dots, m$, 若期望重要度相等, 则再比较 $(\text{GPM}^k)^*$ ($k = 1, 2, \dots, m$) 的大小以确定诱导序, 值越小越靠前. I-OWA 算子(定义 1)的加权向量^[20]由下式确定:

$$w_k = q\left(\frac{s(k)}{s(m)}\right) - q\left(\frac{s(k-1)}{s(m)}\right), \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

其中: 模糊语言量词 $q(r) = r^{1/2}$, $s(k) = \sum_{l=1}^k F_Q(\delta^{\sigma(k)})$,

$\sigma(k)$ ($k = 1, 2, \dots, m$) 为诱导序. 根据 I-OWA 算子(定义 1)将 $F_Q(R^k)$ ($k = 1, 2, \dots, m$) 集结为聚集模糊判断矩阵 $P^C = (p_{ij}^C)_{n \times n}$. 计算 P^C 的优势向量^[22] $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, 其中

$$z_i = \frac{2}{n^2} \sum_{j=1}^n p_{ij}^C, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (18)$$

依据 z_i 值的大小对所有方案 y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 进行排序.

注 1 Step 4 是借鉴文献 [22] 的思想, 本文的新意体现在 Step 2 和 Step 3 中.

4 算例分析

为方便比较, 采用文献 [6] 中的例子. 假设某投资公司计划从 5 个行业(汽车行业 y_1 、食品行业 y_2 、计算机行业 y_3 、军工行业 y_4 、电视行业 y_5) 中挑选 1 个行业进行投资. 为体现选择的客观性, 决策者特聘请公司内 4 位专家对 5 个行业(方案)进行评价. 用互补语言偏好关系的形式表达对两两方案的比较, 其中 4 位专家关于 5 个方案的互补语言判断矩阵如下:

$$P^1 =$$

$$\begin{bmatrix} - & VL & M & M & H \\ \text{Neg}(VL) & - & M & H & M \\ \text{Neg}(M) & \text{Neg}(M) & - & \text{Neg}(L) & L \\ \text{Neg}(M) & \text{Neg}(H) & L & - & VL \\ \text{Neg}(H) & \text{Neg}(M) & \text{Neg}(L) & \text{Neg}(VL) & - \end{bmatrix},$$

$$P^2 =$$

$$\begin{bmatrix} - & \text{Neg}(L) & \text{Neg}(H) & \text{Neg}(VL) & \text{Neg}(M) \\ L & - & \text{Neg}(VL) & \text{Neg}(VL) & \text{Neg}(VH) \\ H & VL & - & M & \text{Neg}(VL) \\ VL & VL & \text{Neg}(M) & - & \text{Neg}(M) \\ M & VH & VL & M & - \end{bmatrix},$$

$$P^3 =$$

$$\begin{bmatrix} - & M & H & L & M \\ \text{Neg}(M) & - & M & L & L \\ \text{Neg}(H) & \text{Neg}(M) & - & \text{Neg}(M) & VL \\ \text{Neg}(L) & \text{Neg}(L) & M & - & VH \\ \text{Neg}(M) & \text{Neg}(L) & \text{Neg}(VL) & \text{Neg}(VH) & - \end{bmatrix},$$

$$P^4 =$$

$$\begin{bmatrix} - & VL & H & \text{Neg}(VL) & M \\ \text{Neg}(VL) & - & VL & VL & M \\ \text{Neg}(H) & \text{Neg}(VL) & - & \text{Neg}(L) & L \\ VL & \text{Neg}(VL) & L & - & VH \\ \text{Neg}(M) & \text{Neg}(M) & \text{Neg}(L) & \text{Neg}(VH) & - \end{bmatrix}.$$

此外,为反映各专家对5个方案所拥有的知识水平的差异,指定4位专家的重要度语言信息分别为 $\mu^1 = \mu(e_1) = I, \mu^2 = \mu(e_2) = VI, \mu^3 = \mu(e_3) = LI, \mu^4 = \mu(e_4) = VI$. 试问决策者如何依据上述专家信息对投资行业(方案)排序,并给出最佳方案.

1) 决策过程及结果.

Step 1: 确定偏好语言术语集 $S = \{VL, L, M, H, VH\}$ 和专家重要度语言术语集 $D = \{LI, I, VI\}$. 构建语言术语颗粒分界点向量 $X = (a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2)$, 此时 $g=2, q=1$. 基于分界点构造语言短语的区间表表示形式,如 $L = [a_1, a_2], VH = [a_4, 1], \text{Neg}(L) = [1 - a_2, 1 - a_1], \text{Neg}(VH) = [0, 1 - a_4], VI = [b_2, 1]$.

Step 2: 取阈值 $A = 0.67$. 建立模型M3, 其中参数 $M = 500, \delta_S = \delta_D = 0.05$, 假设专家对分界点没有先验偏好. 基于改进PSO算法(见3.3节), 利用Matlab编程求解,得

$$X^* = (0.26, 0.49, 0.54, 0.59, 0.86, 0.91),$$

$$f^* = \text{PM} = 0.0867, g^* = \text{CD} = 0.67;$$

由式(17)得

$$(\text{GPM})^* = (0.0643, 0.0940, 0.0806, 0.1031).$$

Step 3: 根据向量 X^* 将 P^k 和 μ^k 转化为区间数互补判断矩阵 $R^k = (r_{ij}^k)_{n \times n}$ 和区间数 δ^k 如下:

$$R^1 = \begin{bmatrix} - & [0, 0.26] & [0.49, 0.54] \\ [0.74, 1] & - & [0.49, 0.54] \\ [0.46, 0.51] & [0.46, 0.51] & - \\ [0.46, 0.51] & [0.41, 0.46] & [0.26, 0.49] \\ [0.41, 0.46] & [0.46, 0.51] & [0.41, 0.74] \\ [0.49, 0.54] & [0.54, 0.59] \\ [0.54, 0.59] & [0.49, 0.54] \\ \leftarrow [0.51, 0.74] & [0.26, 0.49] \\ - & [0, 0.26] \\ [0.74, 1] & - \end{bmatrix},$$

$$R^2 = \begin{bmatrix} - & [0.51, 0.74] & [0.41, 0.46] \\ [0.26, 0.59] & - & [0.74, 1] \\ [0.54, 0.59] & [0, 0.26] & - \\ [0, 0.26] & [0, 0.26] & [0.46, 0.51] \\ [0.49, 0.54] & [0.59, 1] & [0, 0.26] \\ [0.74, 1] & [0.46, 0.51] \\ [0.74, 1] & [0, 0.41] \\ \leftarrow [0.49, 0.54] & [0.74, 1] \\ - & [0.46, 0.51] \\ [0.49, 0.54] & - \end{bmatrix},$$

$$R^3 = \begin{bmatrix} - & [0.49, 0.54] & [0.54, 0.59] \\ [0.46, 0.51] & - & [0.49, 0.54] \\ [0.41, 0.46] & [0.46, 0.51] & - \\ [0.51, 0.74] & [0.51, 0.74] & [0.49, 0.51] \\ [0.46, 0.51] & [0.51, 0.74] & [0.74, 1] \\ [0.26, 0.49] & [0.49, 0.54] \\ [0.26, 0.49] & [0.26, 0.49] \\ \leftarrow [0.46, 0.51] & [0, 0.26] \\ - & [0.59, 1] \\ [0, 0.41] & - \end{bmatrix},$$

$$R^4 = \begin{bmatrix} - & [0, 0.26] & [0.54, 0.59] \\ [0.74, 1] & - & [0, 0.26] \\ [0.41, 0.46] & [0.74, 1] & - \\ [0, 0.26] & [0.74, 1] & [0.26, 0.49] \\ [0.46, 0.51] & [0.46, 0.51] & [0.51, 0.74] \\ [0.74, 1] & [0.49, 0.54] \\ [0, 0.26] & [0.49, 0.54] \\ \leftarrow [0.51, 0.74] & [0.26, 0.49] \\ - & [0.59, 1] \\ [0, 0.41] & - \end{bmatrix};$$

$$\delta^1 = [0.86, 0.91], \delta^2 = [0.91, 1],$$

$$\delta^3 = [0, 0.86], \delta^4 = [0.91, 1].$$

Step 4: 由定义2和定义3得到期望模糊判断矩阵 $F_Q(R^k), k = 1, 2, \dots, 4$; 由定义3得到期望重要度值 $F_Q(\delta^k), k = 1, 2, \dots, 4$; 由定义1得到聚集模糊判断矩阵

$$P^C = (p_{ij}^C)_{n \times n} = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.3842 & 0.4756 & 0.7500 & 0.4982 \\ 0.6158 & 0.5000 & 0.5881 & 0.5882 & 0.2930 \\ 0.5244 & 0.4119 & 0.5000 & 0.5373 & 0.5970 \\ 0.2500 & 0.4118 & 0.4627 & 0.5000 & 0.4812 \\ 0.5018 & 0.7070 & 0.4030 & 0.5188 & 0.5000 \end{bmatrix}.$$

其中: I-OWA算子的诱导序为

$$\sigma(1) = 2, \sigma(2) = 4, \sigma(3) = 1, \sigma(4) = 3;$$

加权向量

$$w = (w_1, w_2, w_3, w_4) = (0.5540, 0.2295, 0.1678, 0.0488).$$

根据式(18)计算 P^C 的优势向量

$$z = (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5) = (0.2086, 0.2068, 0.2056, 0.1684, 0.2104).$$

由于 $z_5 > z_1 > z_2 > z_3 > z_4$, 方案排序为

$$y_5 \succ y_1 \succ y_2 \succ y_3 \succ y_4,$$

最佳方案为 y_5 , 即选择电视行业投资.

2) 结果分析.

为测试模型 M3 对参数 A 的敏感性, 计算得到不同阈值 A 下的方案排序结果如表 1 所示. 由表 1 可知, 随着共识度的阈值 A 的提高, 最佳方案保持一致, 关于方案的排序结果基本一致. 此外, 考察了不同阈值 A 下经连续 PSO 进化群体平均接近度 f 的变化趋势, 如图 4 所示. 从图 4 可以看出, 当进化代数达到 200 时, 趋势图曲线基本趋向平缓, 说明已达到较稳定的最优解, 并且随着阈值 A 的提高, 最优群体平均接近度 $f(X)$ 也相应增加, 说明在达到理想最优值过程中, 两种共识测度是相互制约的.

表 1 不同阈值 A 下的方案排序结果

方案	$A = 0.60$		$A = 0.67$		$A = 0.70$		$A = 0.75$	
	优势度	排序	优势度	排序	优势度	排序	优势度	排序
y_1	0.2146	1	0.2086	2	0.2074	2	0.2010	3
y_2	0.1930	4	0.2068	3	0.1988	4	0.1997	4
y_3	0.2015	3	0.2056	4	0.2045	3	0.2069	2
y_4	0.1824	5	0.1684	5	0.1794	5	0.1821	5
y_5	0.2086	2	0.2104	1	0.2099	1	0.2103	1

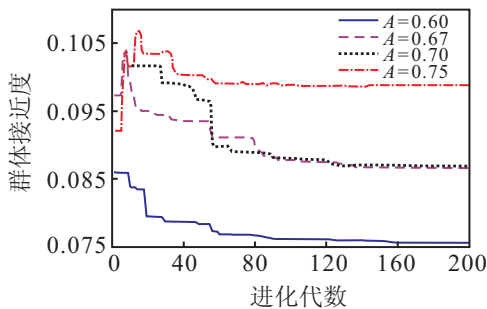


图 4 连续 PSO 进化下群体平均接近度 (f) 的变化趋势

为说明本文方法的合理性和优势, 分别用文献 [5] 和文献 [6] 的方法计算本文算例, 并与本文方法进行对比, 对比结果如表 2 所示. 采用文献 [5] 方法计算本文算例的过程是: 先将重要度和语言偏好两个不同粒度的语言信息统一到一个语言粒度层级; 然后将其转换为二元语义的形式; 最后基于二元语义的加权平均算子对语言信息进行集结. 从表 2 可以看出, 文献 [5] 方法的排序结果与本文的结果有差异, 原因在于本文提出的方法在语言信息量化建模的过程中除了保证原始语言信息的准确传递外, 群体内专家关于方案偏好的共识性水平满足了一定要求. 从表 2 还可以看出, 文献 [6] 方法的排序结果与本文方法的结果 (以 $A = 0.67$ 为例) 不完全相同, 主要原因在于两种方法选择语言标度颗粒化的标准不完全一样, 基于不同最优颗粒分界点向量的决策结果会有所差异. 文献 [6] 更关注个体决策的一致性, 而本文更关注群体的一致性和专家间意见的分歧.

表 2 不同决策方法的结果对比

方案	本文方法 $A = 0.67$		文献 [5] 方法		文献 [6] 方法	
	优势度	排序	优势度	排序	优势度	排序
y_1	0.2086	2	(M, 0.25)	1	0.54	1
y_2	0.2068	3	(M, 0.05)	3	0.50	3
y_3	0.2056	4	(M, 0.10)	2	0.51	2
y_4	0.1684	5	(M, -0.50)	5	0.46	5
y_5	0.2104	1	(M, 0)	4	0.48	4

实际上, 由表 3 可知, 与颗粒分界点向量 X_1 及 X_2 相比, X_3 、 X_4 或 X_5 的群体平均接近度更小, 且群体平均一致度不小于 X_1 及 X_2 对应的值. 因此, 从群体共识的角度看, 向量 X_3 、 X_4 或 X_5 的结果更合理, 更有利于原始偏好信息的传递和集结.

表 3 不同颗粒分界点向量下的群体共识性水平

共识标准	颗粒分界点向量 X				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
群体平均一致度 CD	0.56	0.67	0.67	0.70	0.75
群体平均接近度 PM	0.1000	0.1167	0.0867	0.0869	0.0991

表 3 中: $X_1 = (0.20, 0.40, 0.60, 0.80, 0.33, 0.67)$, 表示颗粒分界点为均匀分布时的颗粒分界点向量; $X_2 = (0.50, 0.58, 0.66, 0.74, 0.38, 0.73)$, 表示由文献 [6] 得出的最优颗粒分界点向量; $X_3 = (0.26, 0.49, 0.54, 0.59, 0.86, 0.91)$, $X_4 = (0.33, 0.42, 0.47, 0.52, 0.90, 0.95)$ 和 $X_5 = (0.44, 0.49, 0.54, 0.59, 0.73, 0.78)$ 分别表示阈值 $A = 0.67$, $A = 0.70$, $A = 0.75$ 时本文的最优颗粒分界点向量.

5 结 论

本文针对语言偏好信息下的群决策问题提出了一种新的决策方法, 基于共识标准建立了确定语言标度最佳颗粒分界点的模型和求解算法. 与已有方法相比, 本文方法的特点体现在以下几方面: 1) 无需提前假设语言术语的分布和语义; 2) 采用语言标度颗粒优化的方法, 能够避免语言标度处理过程的信息损失或扭曲. 与不同决策方法的结果对比表明, 本文提供了一种群体环境下的语言颗粒优化方法, 能够确保在群体信息集结过程中获得较好的一致性. 下一步的研究方向是将该决策问题扩展至残缺语言偏好、区间语言偏好的群决策问题或多属性群决策等问题, 以及进一步探讨语言短语颗粒化模型在实践中的应用.

参考文献(References)

- [1] 徐玖平, 陈建中. 群决策理论与方法及实现[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009: 30-32.
(Xu J P, Chen J Z. The theory and methods of group decision making with its realization[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009: 30-32.)

- [2] Xu Z S. Linguistic decision making: Theory and methods[M]. Beijing: Science Press, 2012: 150-151.
- [3] Fan Z P, Liu Y. A method for group decision-making based on multi-granularity uncertain linguistic information[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(5): 4000-4008.
- [4] Rodríguez R M, Martínez L. An analysis of symbolic linguistic computing models in decision making[J]. Int J of General Systems, 2013, 42(1): 121-136.
- [5] Martínez L, Herrera F. An overview on the 2-tuple linguistic model for computing with words in decision making: Extensions, applications and challenges[J]. Information Sciences, 2012, 207(1): 1-18.
- [6] Cabrerizo F J, Herrera-Viedma E, Pedrycz W. A method based on PSO and granular computing of linguistic information to solve group decision making problems defined in heterogeneous contexts[J]. European J of Operational Research, 2013, 230(3): 624-633.
- [7] Cabrerizo F J, Moreno J M, Pérez I J, et al. Analyzing consensus approaches in fuzzy group decision making: Advantages and drawbacks[J]. Soft Computing, 2010, 14(5): 451-463.
- [8] Herrera-Viedma E, Cabrerizo F J, Kacprzyk J, et al. A review of soft consensus models in a fuzzy environment[J]. Information Fusion, 2014, 17(1): 4-13.
- [9] Herrera-Viedma E, Garcia-Lapresta J L, Kacprzyk J, et al. Consensual processes, studies in fuzziness and soft computing[M]. Berlin: Springer, 2011: 358-359.
- [10] Cabrerizo F J, Alonso S, Herrera-Viedma E. A consensus model for group decision making problems with unbalanced fuzzy linguistic information[J]. Int J of Information Technology and Decision Making, 2009, 8(1): 109-131.
- [11] Garcí'a J M T, Moral M JD, Martínez M A, et al. A consensus model for group decision-making problems with interval fuzzy preference relations[J]. Int J of Information Technology & Decision Making, 2012, 11(4): 709-725.
- [12] Xu J P, Wu Z B. A maximizing consensus approach for alternative selection based on uncertain linguistic preference relations[J]. Computers and Industrial Engineering, 2013, 64(4): 999-1008.
- [13] Herrera F, Herrera-Viedma E. A model of consensus in group decision making under linguistic assessments[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78(1): 73-87.
- [14] Alonso S, Cabrerizo F J, Chiclana F, et al. Group decision making with incomplete fuzzy linguistic preference relations[J]. Int J of Intelligent Systems, 2009, 24(2): 201-222.
- [15] Tapiá Garcí'a J M, Del Moral M J, Martínez M A, et al. A consensus model for group decision making problems with linguistic interval fuzzy preference relations[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(11): 10022-10030.
- [16] 靳凤侠, 黄天民. 语言判断矩阵的一致性调整方法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(7): 1472-1476. (Jin F X, Huang T M. Method for regulating consistency of linguistic judgment matrix[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(7): 1472-1476.)
- [17] Zhan Z H, Zhang J, Li Y, et al. Adaptive particle swarm optimization[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2009, 39(6): 1362-1381.
- [18] He Q, Wang L. A hybrid particle swarm optimization with a feasibility-based rule for constrained[J]. Applied Mathematics and Computation, 2006, 186(2): 1407-1422.
- [19] Lu H Y, Chen W Q. Self-adaptive velocity particle swarm optimization for solving constrained optimization problems for solving constrained optimization problems[J]. J of Global Optimization, 2008, 41(3): 427-445.
- [20] Chiclana F, Herrera-Viedma E, Herrera F, et al. Some induced ordered weighted averaging operators and their use for solving group decision-making problems based on fuzzy preference relations[J]. European J of Operational Research, 2007, 182(1): 383-399.
- [21] Yager R R. OWA aggregation over a continuous interval argument with applications to decision making[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2004, 34(5): 1952-1963.
- [22] Xu Z S. A C-OWA operator based approach to decision making with interval fuzzy preference relation[J]. Int J of Intelligent Systems, 2006, 21(12): 1289-1298.
- [23] Zhu B, Xu Z S. A fuzzy linear programming method for group decision making with additive reciprocal fuzzy preference relations[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2014, 246(1): 19-33.
- [24] Pérez I J, Cabrerizo F J, Alonso S, et al. A new consensus model for group decision making problems with non-homogeneous experts[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2014, 44(4): 494-498.
- [25] Cabrerizo F J, Chiclana F, Urena M R, et al. Challenges and open questions in soft consensus models[C]. IFSA World Congress and NAFIPS Annual Meeting(IFSA/NAFIPS), 2013 Joint. Edmonton: IEEE, 2013: 944-949.