

高阶线性自抗扰控制器的性能评估

张 皎, 杨 旭, 刘源翔, 姚晓先

(北京理工大学 宇航学院, 北京 100081)

摘 要: 以二阶系统为研究对象, 在线性扩张观测器(LESO)的基础上, 给出高增益形式的高阶LESO. 基于高阶线性自抗扰控制器(HLADRC)二自由度闭环传递函数和频域特性曲线, 证明了其状态估计误差的收敛性以及高阶线性自抗扰控制器的稳定性. 同时, 系统地分析了输入增益和模型参数不确定性对稳定鲁棒性的影响, 推导出满足系统稳定条件的参数 b 的稳定域以及系统干扰抑制动态特性与带宽的关系. 最后, 通过与线性自抗扰控制器(LADRC)的对比仿真表明, HLADRC在干扰抑制方面具有很大的优势, 而LADRC在稳定鲁棒性和控制品质方面具有更好的效果, 从而为工程设计提供了理论依据和实践参考.

关键词: 自抗扰控制; 高阶LESO; 频域分析; 鲁棒性

中图分类号: TP13

文献标志码: A

Performance evaluation for active disturbance rejection with high-order line extended state observer

ZHANG Jiao, YANG Xu, LIU Yuan-xiang, YAO Xiao-xian

(School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China. Correspondent: ZHANG Jiao, E-mail: zhangjiao48303@126.com)

Abstract: Based on the linear extended state observer(LESO), a high-order LESO of high-gain form for the second-order plant is proposed. The convergence of the state estimation error of HLESO and the stability of high-order liner active disturbance rejection control(HLADRC) is proved. Simultaneously, robustness for input gain uncertainty and model uncertainty are analyzed based on the two-degree-of-freedom(2dof) closed-loop transfer function and frequency response. Then, the region of parameter b where the closed-loop system is stable and the relationship between the dynamic characteristics of rejection for external disturbance and controller bandwidth is discussed. Finally, simulation experiment is carried out by comparing with liner liner active disturbance rejection control. The results show that the HLADRC has a stronger anti-disturbance ability and convergence performance, but in this case the LADRC has a better robust stability and performance, establishing both the conceptual and pactical foundation for engineering design.

Keywords: linear active disturbance rejection control(LADRC); high-order line extended state observer; frequency-domain characteristics; robustness

0 引 言

自抗扰控制器(ADRC)是一种高效的鲁棒控制器. 它最早是由韩京清^[1]以非线性算法的形式提出, 由跟踪微分器、扩张观测器和非线性反馈律等部分组成. ADRC不依赖于被控对象的数学模型, 其控制精度高、响应速度快、抗扰能力强, 已成功地应用于伺服系统的运动控制、网状材料的张力控制、空间电力电子等系统^[2-4], 取得了满意的控制效果. 文献[5]对该算法线性化, 提出了线性自抗扰控制(LADRC)方法, 并利用带宽的概念整定系统参数, 该方法只有

两个调节参数, 结构简单, 容易实现; 文献[6]给出了LADRC的二自由度传递函数模型, 为系统的频域分析奠定了良好的基础; 文献[7]分析了一阶对象LADRC控制器的稳定条件并提出了降维观测器; 文献[8]分析了LESO的收敛条件和估计能力; 文献[9]分析了二阶系统LADRC的稳定域, 并给出了系统的频带特性及稳定裕度; 文献[10]采用广义比例积分(GPI)观测器设计了Thomson跳环系统的ADRC控制器(GPI观测器与高阶LESO形式等价). 但目前的文献中尚未直接给出高阶LESO的形式, 同样也没有基

收稿日期: 2014-04-17; 修回日期: 2014-09-04.

作者简介: 张皎(1985—), 男, 博士生, 从事导弹控制、电动执行机构控制的研究; 姚晓先(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 从事气动伺服控制、电动伺服控制系统等研究.

于高阶 LESO 的 ADRC 控制器的相关分析.

为此, 本文首先给出高阶 LESO 的高增益形式, 并给出一般传递函数形式, 分析了高阶 LESO 收敛性以及 HLADRC 的稳定性; 在此基础上给出线性高阶 ADRC 的二自由度结构, 采用频率特性分析方法, 全面地分析输入增益 b 和模型参数的不确定性对系统稳定性的影响, 整个系统的控制品质以及影响因素等; 最后, 通过对 LADRC 与 HLADRC 的对比仿真分析, 为工程设计和观测器选择提供理论依据和参考.

1 二阶对象的 HLADRC 模型

1.1 高阶 LESO 的形式构造

不失一般性, 本文考虑具有不确定性的二阶系统, 其状态方程描述为

$$\ddot{y} = -a_1\dot{y} - a_0y + bu + w(t). \quad (1)$$

其中: $u(t)$ 为系统输入, $y(t)$ 为系统输出, w 为外部扰动, a_0, a_1 为系统参数, b 为控制增益. 设 $f(y, \dot{y}, w) = -a_1\dot{y} - a_0y + (b - b_0)u + w(t)$, 引入扩张状态 $x_3 = f(y, \dot{y}, w)$, 其表示系统内部不确定和外扰的总和, 则系统 (1) 可改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) + b_0u(t), \\ \dot{x}_3(t) = \xi(t), \\ y(t) = x_1(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ 为系统状态变量, $\xi(t)$ 为集总扰动的导数.

建立如下的线性 ESO 系统:

$$\begin{cases} e_1(t) = z_1(t) - y(t), \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - l_1e_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = z_3(t) - l_2e_1(t) + b_0u(t), \\ \dot{z}_3(t) = -l_3e_1(t). \end{cases} \quad (3)$$

若采用文献 [5] 基于带宽的参数配置方法, 则 l_i 满足条件 $[l_1, l_2, l_3] = [w_0a_1, w_0^2a_2, w_0^3a_3]$, $w_0 > 0$, 其中 w_0 为 LESO 的带宽. 当选取增益系数 $a_i = 3!/(i! \times (3 - i)!)$, $i = 1, 2, 3$ 时, 观测器带宽 w_0 将成为 LESO 唯一的调节参数. 特别地, 将 LESO 的扩张状态高阶化, 并且令 $l_i = a_i/\varepsilon^i$, 即

$$\begin{cases} e_1(t) = z_1(t) - y(t), \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - \frac{a_1}{\varepsilon}e_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = z_3(t) - \frac{a_2}{\varepsilon^2}e_1(t) + u(t), \\ \dot{z}_3(t) = z_4(t) - \frac{a_3}{\varepsilon^3}e_1(t), \\ \vdots \\ \dot{z}_{n+1}(t) = z_{n+2}(t) - \frac{a_{n+1}}{\varepsilon^{n+1}}e_1(t), \\ \dot{z}_{n+2}(t) = -\frac{a_{n+2}}{\varepsilon^{n+2}}e_1(t). \end{cases} \quad (4)$$

其中: $z_i(t)$ ($i = 1, 2$) 分别为系统 (4) 对系统 (1) 的状态估计值; $z_i(t)$ ($i = 3, \dots, n + 2$) 为系统 (4) 对系统 (1) 的集总干扰及其高阶导数的估计值, n 为扩张状态的阶数. 显然, 当 $n = 1$ 时, 式 (4) 与 (3) 等价, 并且 $w_0 = 1/\varepsilon$, 增益系数满足如下关系:

$$a_i = (n + 2)!/i!(n + 2 - i)!, \quad i = 1, 2, \dots, n + 2.$$

将形如式 (4) 的系统称为高增益形式的高阶 LESO.

1.2 二阶对象 HLADRC 的闭环传递函数

高阶 LESO 能够实现对系统 (1) 中各变量的实时跟踪. 假定高阶 LESO 采用基于带宽的参数配置方法, 以集总干扰 f 为例, 当扩展阶数为 n 时, 系统总干扰到扰动估计值的传递函数为

$$z_3 = \frac{(s + w_0)^{n+2} - (s^{n+2} + a_1w_0s^{n+1} + a_2w_0^2s^n)}{(s + w_0)^{n+2}} F. \quad (5)$$

具体的推导过程可以通过联立式 (2) 和 (4) 递推获得, 其中 a_1, a_2 为增益系数, 选取方法可以参考系统 (4) 的方法.

由式 (5) 可知, 高阶 LESO 系统中, 集总干扰 f 的传递函数特性严格依赖于扩展阶数. 在文献 [5] 的基础上, 构造基于高阶 LESO 的控制律, 取

$$u = \frac{-z_3 + u_0}{b_0}. \quad (6)$$

忽略 z_3 对 $f(y, x_2, w)$ 的估计误差, 设计 PD 控制器

$$u_0 = k_p(v - z_1) - k_dz_2. \quad (7)$$

其中: v 为给定输入信号, k_p, k_d 为控制器增益. 采用文献 [5] 基于带宽的参数配置方法, $k_p = w_c^2, k_d = 2w_c$, w_c 为闭环系统的带宽. z_1, z_2, z_3 由系统 (4) 的观测器产生.

由上述控制器 (6) 和 (7) 以及高阶 LESO (4) 可得, HLADRC 闭环系统等效传递函数为

$$U(s) = H_r(s)R(s) - C(s)Y(s). \quad (8)$$

式 (8) 可以用图 1 所示的闭环控制系统框图^[6]表示. 其中: $D(s)$ 为外部扰动, $N(s)$ 为输出量测噪声, $P(s)$ 为系统 (1) 所示的控制对象, $H_r(s)$ 为输入滤波环节, $C(s)$ 为反馈积分传递函数. 具体表示为

$$H_r(s) = \frac{k_p(s + w_0)^{n+2}}{b_0s^n[s^2 + (k_d + l_1)s + (k_p + k_d l_1 + l_2)]},$$

$$C(s) = \frac{k_p[(s + w_0)^{n+2} - s^{n+2}]}{b_0s^n[s^2 + (k_d + l_1)s + (k_p + k_d l_1 + l_2)]} + \frac{k_d s[(s + w_0)^{n+2} - s^{n+1}(s + l_1)]}{b_0s^n[s^2 + (k_d + l_1)s + (k_p + k_d l_1 + l_2)]} +$$

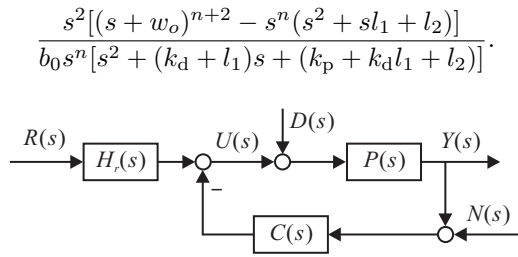


图 1 HLADRC 闭环系统框图

文献[5]中给出的 ADRC 系统属于单自由度系统,其性能始终在指令跟随速度与干扰抑制能力上折衷,而由图 1 表示的二自由度 HLADRC 系统可知,参考输入信号 r 和量测输出 y 分别通过两个通道控制,在抑制干扰的影响的同时,使系统输出跟踪参考输入信号.

为了便于频域分析,考虑系统(1)为二阶线性时不变系统

$$\ddot{y} = -a_1\dot{y} - a_0y + bu, \quad (9)$$

系统(9)的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{b}{s^2 + a_1s + a_0}. \quad (10)$$

根据图 1 所示的二自由度结构图,可得系统闭环传递函数为

$$G(s) = H_r(s) \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s)C(s)}. \quad (11)$$

代入 $H_r(s)$ 、 $G_p(s)$ 、 $C(s)$, 可得

$$G(s) = \frac{bk_p(s + w_o)^{n+2}}{(s^2 + a_1s + a_0)A_1 + bA_2}. \quad (12)$$

其中

$$A_1 = b_0s^n[s^2 + (k_d + l_1)s + (k_p + k_d l_1 + l_2)],$$

$$A_2 = k_p[(s + w_o)^{n+2} - s^{n+2}] + k_d s[(s + w_o)^{n+2} - s^{n+1}(s + l_1)] + s^2[(s + w_o)^{n+2} - s^n(s^2 + sl_1 + l_2)].$$

在化简的过程中消去了模态 A_1 , 因此需要选择合适的参数 w_o 、 w_c , 才能保证整个 HLADRC 稳定. 系统的控制品质(稳定裕度、动态性能)由 $C(s)$ 决定, 因此反馈积分环节 $C(s)$ 是 HLADRC 的控制核心.

2 HLADRC 的稳定性和抗扰性能分析

高阶扩张状态观测器是 HLADRC 的核心, 其跟踪估计能力和滤波性能是影响控制器性能的关键所在, 本节首先对高阶 LESO 的性能进行分析.

2.1 高阶 LESO 收敛性分析

根据式(4), 对状态 $z_{n+2}, z_{n+1}, \dots, z_3, z_2, z_1$ 的微分方程进行拉氏变化. 首先, 可得

$$z_{n+2} = \frac{-a_{n+2}w_o^{n+2}(z_1 - y)}{s}, \quad (13)$$

$$z_{n+1} = \frac{-(a_{n+2}w_o^{n+2} + a_{n+1}w_o^{n+1}s)z_1 + (a_{n+2}w_o^{n+2} + a_{n+1}w_o^{n+1}s)y}{s^2}, \quad (14)$$

$$z_n = \frac{-(a_{n+2}w_o^{n+2} + a_{n+1}w_o^{n+1}s + a_n w_o^n s^2)z_1 + (a_{n+2}w_o^{n+2} + a_{n+1}w_o^{n+1}s + a_n w_o^n s^2)y}{s^3}. \quad (15)$$

同理, 并整理可得

$$z_1 = \frac{(s + w_o)^{n+2} - s^{n+2}}{(s + w_o)^{n+2}}y + \frac{s^n}{(s + w_o)^{n+2}}b_0u, \quad (16)$$

$$z_2 = \frac{(s + w_o)^{n+2} - (s^{n+2} + a_1w_o s^{n+1})}{(s + w_o)^{n+2}}sy + \frac{s^n(s + a_1w_o)}{(s + w_o)^{n+2}}b_0u, \quad (17)$$

$$z_3 = \frac{(s + w_o)^{n+2}}{(s + w_o)^{n+2}}s^2y - \frac{s^{n+2} + a_1w_o s^{n+1} + a_2w_o^2 s^n}{(s + w_o)^{n+2}}s^2y +$$

$$\frac{\sum_{i=3}^{n+2} a_i w_o^i s^{n+2-i}}{(s + w_o)^{n+2}}b_0u. \quad (18)$$

令跟踪误差 $e_1 = z_1 - y, e_2 = z_2 - \dot{y}$, 可得

$$e_1 = -\frac{s^{n+2}}{(s + w_o)^{n+2}}y + \frac{s^n}{(s + w_o)^{n+2}}b_0u, \quad (19)$$

$$e_2 = -\frac{s^{n+2}(s + a_1w_o)}{(s + w_o)^{n+2}}y + \frac{s^n}{(s + w_o)^{n+2}}b_0u. \quad (20)$$

令 $e_3 = z_3 - f(y, \dot{y}, w)$, 又根据式(2), 有

$$f(y, \dot{y}, w) = x_3 = \dot{x}_2 - b_0u = \ddot{y} - b_0u,$$

则

$$e_3 = -\frac{s^{n+2}(s^2 + a_1w_o s + a_2w_o^2)}{(s + w_o)^{n+2}}y + \frac{s^{n+2}(s^2 + a_1w_o s + a_2w_o^2)}{(s + w_o)^{n+2}}b_0u. \quad (21)$$

考虑高阶 LESO 的跟踪稳态误差, y, u 均取幅值为 K 的阶跃信号, 即 $y(s) = u(s) = K/s$, 则可得

$$\begin{aligned} e_{1s} &= \lim_{s \rightarrow 0} s e_1 = 0, \\ e_{2s} &= \lim_{s \rightarrow 0} s e_2 = 0, \\ e_{3s} &= \lim_{s \rightarrow 0} s e_3 = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

式(22)表明, 高阶 LESO 具有很好的收敛性, 能够实现系统状态变量和广义扰动的无差估计. 同时, 进一步考虑高阶 LESO 的收敛性能与扩展阶数的关系, 由式(2)和(22)得到系统总干扰与集总干扰估计误差的传递函数

$$Q(s) = \frac{s^{n+2} + a_1w_o s^{n+1} + a_2w_o^2 s^n}{(s + w_o)^{n+2}}F. \quad (23)$$

取式(23)中扩展阶数 $n = 1, 2, 3$, 观测器带宽为 $w_o = 20 \text{ rad/s}$, 得到 $Q(s)$ 的频率响应如图2所示.

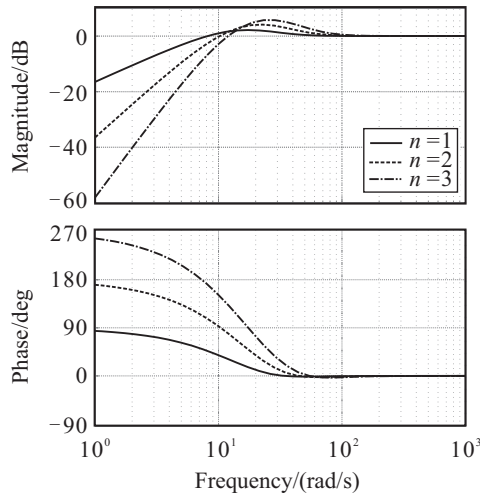


图2 $Q(s)$ 频率特性曲线

由图2可知: 在相同的观测器带宽的情况下, 提高扩张状态的阶数, 在低频段对于扰动的抑制能力明显增强, 有利于更好地跟踪系统状态及干扰; 然而在中频段, 高阶 LESO 具有较大的高峰幅值, 导致阶跃响应产生较大的超调或振荡^[11], 不利于系统的稳定; 高频增益的提高, 对高频噪声的抑制能力明显减弱.

需要指出的是, 高阶 LESO 的带宽 w_o 越大, 系统的响应速度越快, 因此为了提高跟踪速度, 应尽可能地提高 w_o , 但系统带宽 w_o 受观测噪声的制约.

为便于仿真分析, 本文选择扩张状态的阶数 $n = 3$ 作为算例进行仿真, 即

$$[l_1, l_2, l_3, l_4, l_5] = [5w_o, 10w_o^2, 10w_o^3, 5w_o^4, w_o^5], w_o > 0.$$

2.2 HLADRC 的参数敏感度分析

在给定 HLADRC 控制器的情况下, 系统(9)的参数 a_0, a_1, b 的变化对整个系统稳定性的影响是本节分析的重点. 为了便于仿真和对比, 本文选择与文献[9]相同的系统参数.

2.2.1 考虑输入增益不确定的情况

即参数 a_0, a_1 不变, b 改变. 首先暂不考虑系统的外部扰动和模型参数的不确定性的影响, 令 $f = (b - b_0)u$, 根据式(2), 控制对象可以改写为

$$y = \frac{1}{s^2}(b_0u + (b - b_0)u). \quad (24)$$

将式(24)代入(12), 令 $k_b = b_0/b$, 可得

$$y = \frac{w_c^2(s + w_o)^5}{A_7s^7 + A_6s^6 + A_5s^5 + \dots + A_1s + A_0}r. \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} A_7 &= k_b, \\ A_6 &= k_b(2w_c + 5w_o), \\ A_5 &= k_b(w_c^2 + 10w_cw_o + 10w_o^2), \end{aligned}$$

$$A_4 = 5w_c^2w_o + 20w_cw_o^2 + 10w_o^3,$$

$$A_3 = 10w_c^2w_o^2 + 20w_cw_o^3 + 5w_o^4,$$

$$A_2 = 10w_c^2w_o^3 + 10w_cw_o^4 + w_o^5,$$

$$A_1 = 5w_c^2w_o^4 + 2w_cw_o^5, A_0 = w_c^2w_o^5.$$

因 k_d, w_c, w_o 均为正数, 故 $A_i > 0, i = 0, 1, \dots, 7$.

根据 Routh-Hurwitz 稳定判据的充分必要条件计算 k_b 的稳定域, 即

$$\begin{cases} \Delta_1 = A_6 > 0, \\ \Delta_2 = A_6A_5 - A_4A_7 > 0, \\ \Delta_3 = A_4(A_5A_6 - A_4A_7) + \\ \quad A_6(A_2A_7 - A_3A_6) > 0, \\ \vdots \\ \Delta_7 > 0. \end{cases} \quad (26)$$

由不等式(26)可知, k_b 的取值范围与 w_c, w_o 的比值 $p = w_o/w_c$ 相关, 并且在 $p = 1$ 时范围最小, 随着 p 值的增大, 范围可以扩大. 最终 k_b 的取值范围为

$$0.6774 < k_b < 1.8559. \quad (27)$$

当 $k_b = 1, 2$ 时, 系统开环的频率特性曲线如图3所示. k_b 的值越大, 系统的相位裕度越小. 当 $k_b = 2$ 时, 系统不稳定, 与式(27)计算的稳定域相符, 在工程实践阶段需要合理地选取 b_0 的值并与真实参数值 b 一致.

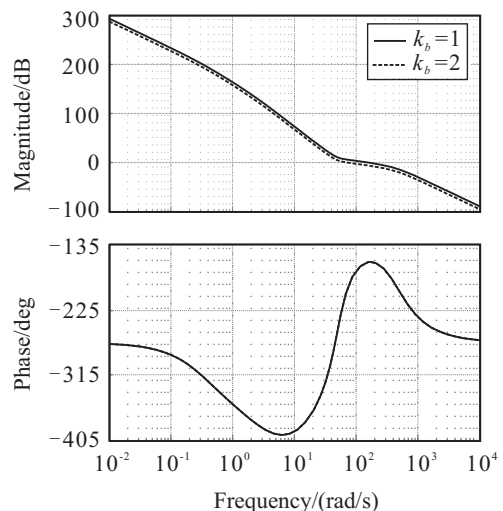


图3 k_b 变化时 HLADRC 开环频率特性曲线

2.2.2 考虑模型参数不确定的情况

即参数 b 不变, a_0, a_1 改变. 与上述方法类似, 控制器带宽和观测器带宽不变时, $k_b = 1, a_1 = 3.085, a_0 = [0, 0.1, 1, 10, 100]$, 系统的频率特性曲线如图4所示.

以同样的方式, 当其他参数不变, $a_0 = 1, a_1 = [0.1, 1, 10, 100]$ 时, 系统的频率特性曲线如图5所示.

当其他参数不变, a_0, a_1 同时变化时, 系统的频

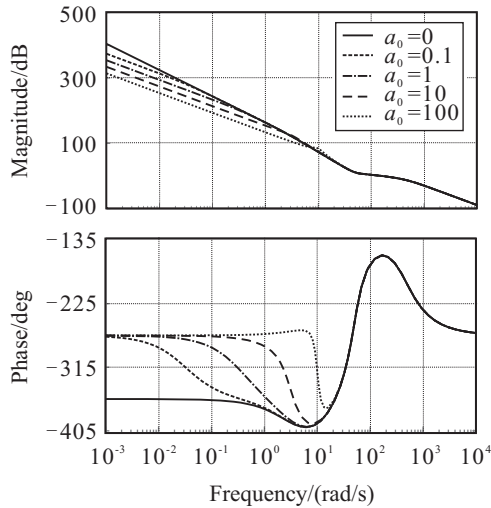


图 4 a_0 变化时 HLADRC 开环频率特性曲线

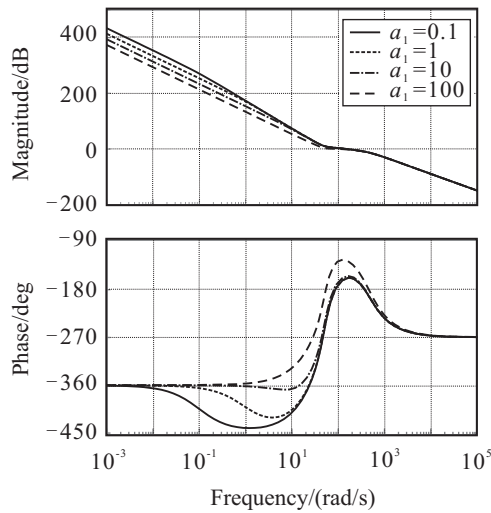
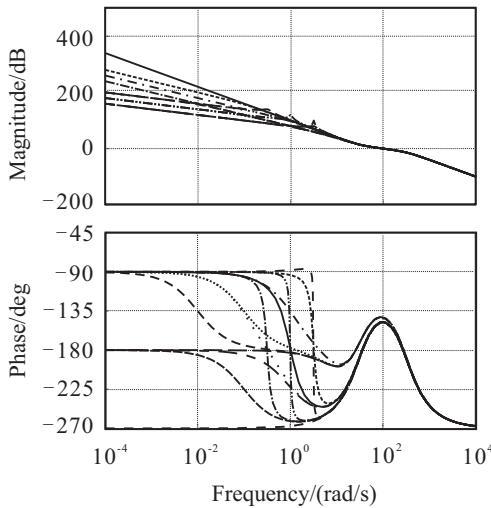


图 5 a_1 变化时 HLADRC 开环频率特性曲线



- $a_1=0, a_0=0$
- $a_1=0.1, a_0=0$
- $a_1=0.1, a_0=1$
- $a_1=0.1, a_0=10$
- · - · $a_1=1, a_0=0$
- $a_1=1, a_0=0.1$
- $a_1=1, a_0=1$
- $a_1=1, a_0=10$
- - - $a_1=10, a_0=0$
- $a_1=10, a_0=0.1$
- · - · $a_1=10, a_0=1$
- - - $a_1=10, a_0=10$

图 6 a_0, a_1 同时变化时 HLADRC 开环频率特性曲线

率特性曲线如图 6 所示.

由图 4~图 6 可以看出, 控制对象模型参数 a_0 、 a_1 在较大范围内变化时, HLADRC 系统的幅值裕度和相位裕度变化很小. 相对应地, 模型参数 b 的变化范围较小, 参数 b 对控制系统频率特性的影响要强于参数 a_0 、 a_1 的影响, 与文献 [12] 给出的结论是一致的. 因此, HLADRC 对系统模型参数变化有一定的鲁棒性. 由于广义扰动 $f(y, \dot{y}, w)$ 包括外部扰动和系统内部不确定性, 下文将详细分析 HLADRC 的干扰抑制能力.

2.3 HLADRC 的干扰抑制性能分析

本节重点考虑控制量 u 的输入端扰动对系统输出的影响. 由图 1 可知, 系统输入端扰动的传递函数为

$$G_{YD}(s) = \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s)C(s)}. \quad (28)$$

根据式 (2), 控制对象可以改写为

$$y(s) = \frac{1}{s^2}(b_0u + f). \quad (29)$$

将式 (29) 和 $C(s)$ 代入 (28) 中, 可得输入端扰动的传递函数

$$y(s) = \frac{\Lambda_1}{s^2\Lambda_1 + \Lambda_2} f. \quad (30)$$

这里考虑扩张状态阶数 $n = 3$ 的情况, 代入后可得

$$y(s) = \frac{(s + w_c)^2 + 5w_o(s + 2w_c + w_o)}{(s + w_c)^2(s + w_o)^5} s^3 f. \quad (31)$$

取扰动信号为单位阶跃信号, 即 $f = 1/s$, 由式 (30) 可得系统输出响应为

$$y(s) = \frac{(s + w_c)^2 + 5w_o(s + 2w_c + w_o)}{(s + w_c)^2(s + w_o)^5} s^3 \frac{1}{s} = \frac{\tau_1}{(s + w_o)^5} + \frac{\tau_2}{(s + w_o)^4} + \frac{\tau_3}{(s + w_o)^3} + \frac{\tau_4}{(s + w_o)^2} + \frac{\tau_5}{(s + w_o)} + \frac{d_1}{(s + w_c)^2} + \frac{d_2}{(s + w_c)}. \quad (32)$$

其中: $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, d_1, d_2$ 是与参数 p, w_o 相关的值, 采用待定系数法可以求得, 由于阶数太高, 这里不再详细给出.

对式 (32) 进行反拉氏变换, 得

$$y(t) = \left(\frac{1}{4}\tau_1 t^4 + \frac{1}{3}\tau_2 t^3 + \frac{1}{2}\tau_3 t^2 + \tau_4 t + \tau_5 \right) e^{-w_o t} + (d_1 t + d_2) e^{-w_c t}. \quad (33)$$

由 $\lim_{t \rightarrow 0} y(t) = 0$ 可知, 单位阶跃扰动的稳态输出响应为 0, 因此, HLADRC 对外部扰动具有良好的抑制能力.

当 $p = 1$ 时, 式 (32) 则为

$$y(t) = \left(\frac{1}{24}a_1t^4 - \frac{1}{6}a_2t^3 + \frac{1}{2}a_3t^2 + a_4t + a_5 \right) e^{-w_o t} + (d_1t + d_2)e^{-w_c t}. \quad (34)$$

对式(34)求其正极值点, 可得

$$t \approx 0.6252/w_o, \quad (35)$$

对应的极值(跳变峰值)为

$$y(t) \approx 0.073/w_o^2. \quad (36)$$

由式(33)可知, 系统的带宽越大, 干扰的衰减速度越快, 恢复时间越短. 由式(36)可知, 增大带宽可以进一步增强干扰抑制能力, 并且减小跳变峰值和恢复时间.

从频域特性出发, 研究控制器带宽、高阶 LESO 带宽与干扰抑制性能的关系. 由式(31)可知, 外扰的影响与 w_o 、 w_c 有关. 令 $p = w_o/w_c$, $w_c = 10$, 当 $p = 1, 2, 3, 4, 5, 10$ 时, 其频率特性如图7所示.

同理, 当 $w_o = 10$, $p = 1, 0.5, 0.25, 0.2, 0.1$ 时, 其频率特性如图8所示.

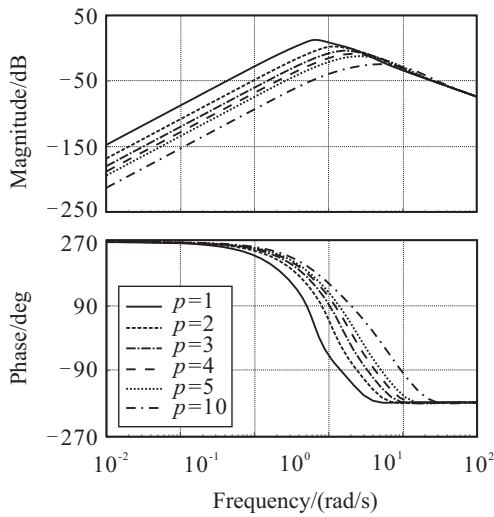


图7 干扰项的频率特性曲线(w_o 变化)

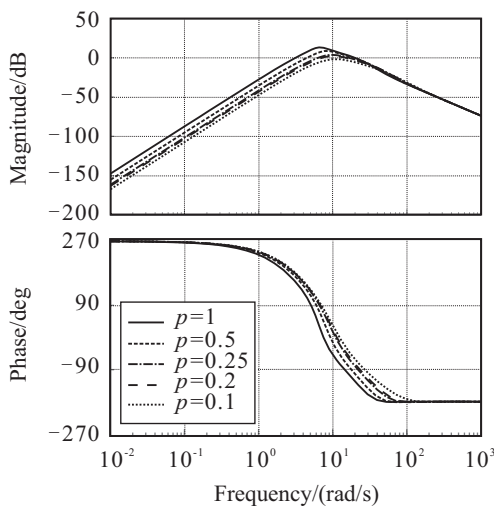


图8 干扰项的频率特性曲线(w_c 变化)

由图7和图8可知, 增加 w_c 、 w_o , 扰动增益减小, 系统的抗扰能力增强, 与时域计算的结果是一致的.

当对象模型参数不确定时, 对系统的干扰抑制能力的影响也是本节讨论的重点.

1) 当控制器带宽和观测器带宽一定时, $a_1 = 3.085$, a_0 变化, 干扰项频率特性曲线如图9所示.

2) 同理, 当控制器带宽和观测器带宽一定时, $a_0 = 1$, a_1 变化, 干扰项频率特性曲线如图10所示.

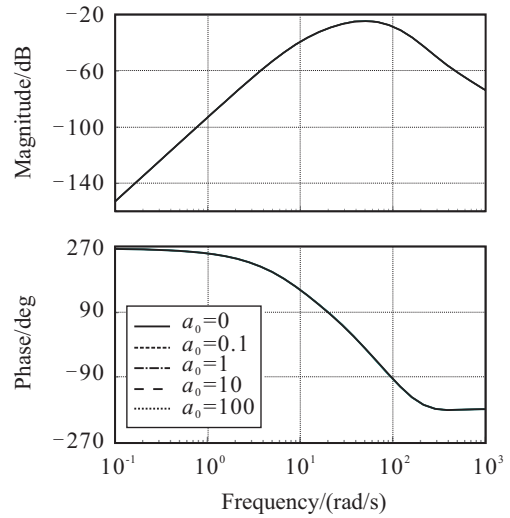


图9 干扰项的频率特性曲线(a_0 变化)

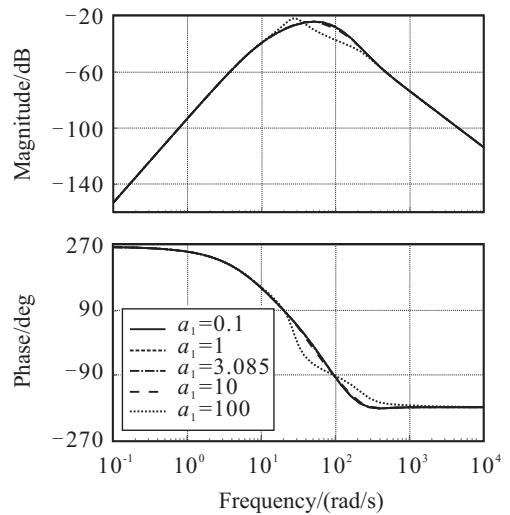


图10 干扰项的频率特性曲线(a_1 变化)

由图9和图10可知, 对象模型参数不确定性对HLADRC干扰抑制性能的影响很小, 从而表明HLADRC的干扰抑制能力很强, 基本不受对象模型参数的影响.

随着控制器和观测器带宽的提高, 系统的响应速度也提高, 当 $w_c = w_o = 20, 40, 50, 100$ 时, 系统开环的频率特性曲线如图11所示.

由图11可知, 观测器带宽与控制器带宽一致变化时, 系统的相位裕度减小, 即当 w 由 20 rad/s 增加到 100 rad/s 时, 相位裕度由 26.8 deg 减小到 23.2 deg , 系

统的稳定性下降,相位延时对系统的影响更大.当系统跟踪误差较大时,控制器带宽过大容易使得控制器饱和.当观测器带宽与系统带宽不相等,即 $p = 1, 2, 5, 10$ 时,系统的开环频率特性曲线如图12所示.

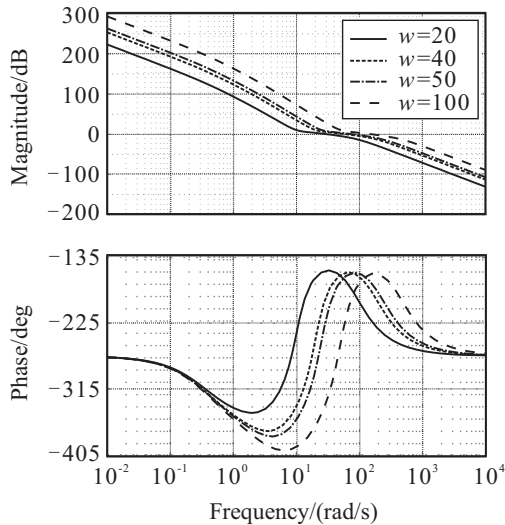


图11 HLADRC的频率特性曲线(w_o 、 w_c 一致变化)

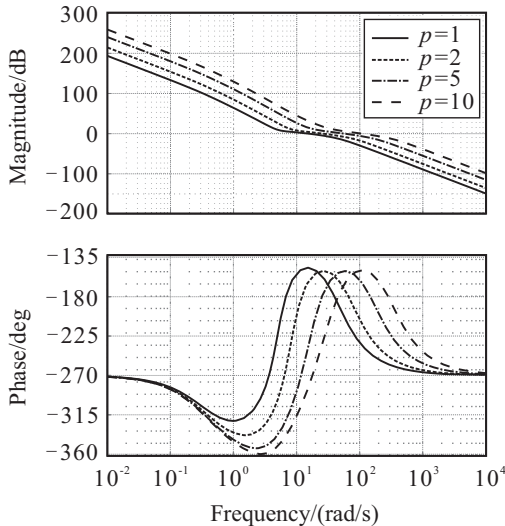


图12 HLADRC的频率特性曲线(w_o 变化)

在控制器带宽一定时,提高高阶LESO的带宽,系统的相位裕度变化很小,即系统的相位裕度基本保持在31 deg,但是系统对相位延时更加敏感.当观测器带宽过大,引入的观测噪声会降低观测器的估计能力,从而降低了系统的鲁棒性.因此,在工程实践中应合理选择 p 值的大小,在噪声抑制与控制品质之间折衷考虑.

3 HLADRC与LADRC的对比分析

文献[9]和文献[12]同样是从频率特性的角度分析了LADRC稳定性、抗扰特性和鲁棒性等,为其工程应用提供了理论指导.HLADRC是在LADRC上的推广和延伸,本节将重点对HLADRC与LADRC的各项性能进行对比仿真分析,为两种控制器的工程应用

提供理论指导.

ADRC性能的优劣主要由其扩张状态观测器的估计能力和性能决定,在观测器带宽相同的情况下,高阶LESO的估计能力优于传统LESO.若提高观测能力,则需要提高观测器的带宽,但是高阶LESO的带宽受观测噪声的约束.当式(2)中 $b_0 = 0$ 时,系统(3)和(4)可以当作微分器来使用,由此可知,高阶LESO对噪声更敏感,所以其观测带宽不宜过大.

1) 高阶LADRC与传统LADRC干扰抑制性能对比分析.

当 $w_c = 10, w_o = 100$ 时,两者的频率特性曲线如图13所示.高阶LADRC在低频段扰动增益更小,抗扰能力更好.这个特点也是高阶LADRC的优势之一.

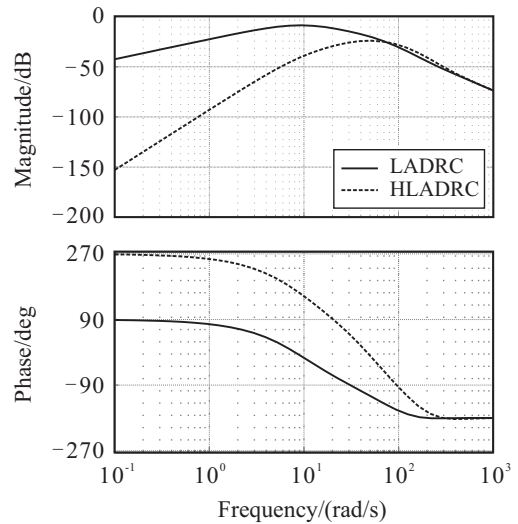


图13 干扰项的频率特性曲线对比

表1给出了HLADRC与LADRC干扰抑制动态特性对比结果(其中 w_0 表示观测器带宽).由表1可知,HLADRC在干扰抑制性能上的优势明显,对于阶跃干扰而言,系统的跳变峰值更小,恢复时间更少,且带宽越大,收敛的速度越快.

表1 HLADRC与LADRC干扰抑制动态特性对比

控制器	跳变峰值	恢复时间
LADRC	$3.4798/w_0$	$1.97/w_0^2$
HLADRC	$0.6252/w_0$	$0.073/w_0^2$

2) 输入增益 b 的变化对高阶LADRC与传统LADRC稳定性的影响.

大量关于ADRC的文献都强调参数 b_0 的估计值应尽可能地接近真实值 b .本文式(25)给出了 k_b 的稳定域,与文献[13]中LADRC系统参数稳定域($0.2643 < k_G < 3.7827$)相对比可以发现,高阶LADRC对参数 b 的变化更敏感.当参数 $k_b = 1, 2, 3, 4$ 时,系统开环频率特性曲线如图14所示.

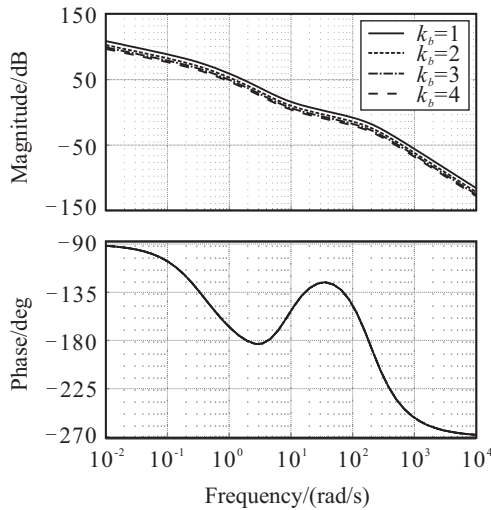


图 14 k_b 变化时 LADRC 开环频率特性曲线

由图 14 可知, $k_b = 4$ 时, LADRC 才开始不稳定, 而高阶 LADRC 在 $k_b = 2$ 时, 系统就开始不稳定. 由此可知, HLADRC 对参数 b_0 的估计值精度要求更高.

3) 高阶 LADRC 与传统 LADRC 控制品质的对比.

ADRC 相对其他控制器而言, 具有工程实现简单、抗扰能力强、系统鲁棒性好等特点. 通过对 LADRC 和 HLADRC 的稳定裕度的对比分析, 为工程应用提供了衡量标准.

令对象参数不变, 控制器带宽相同时, 二者的频率特性曲线如图 15 所示. 表 2 给出了 HLADRC 与 LADRC 稳定裕度对比结果.

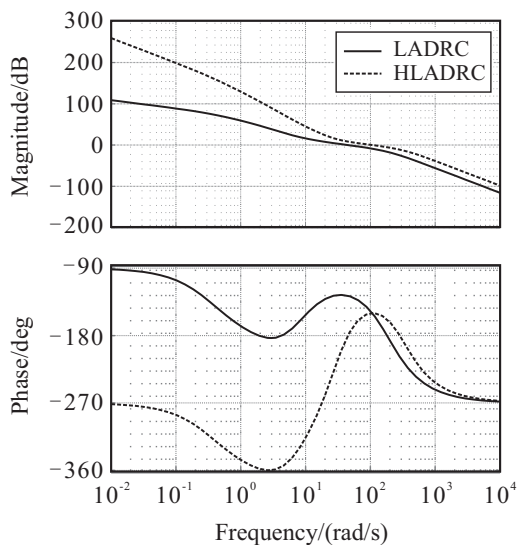


图 15 控制器带宽相同时 LADRC 和 HLADRC 开环频率特性曲线

表 2 控制器带宽相同时 HLADRC 与 LADRC 稳定裕度对比

控制器	幅值裕度/dB	相位裕度/deg	剪切频率/(rad/s)
LADRC	-16.3	53	44.8
HLADRC	-11.1	30	105.4

图 15 和表 2 显示: HLADRC 和 LADRC 都可以保证系统稳定, 其中 LADRC 带宽较低, 可以减少噪声对系统的影响; 高阶 LADRC 的稳定裕度低于 LADRC 的稳定裕度; 在控制品质方面, LADRC 的优势比较明显.

通过上述对比分析可知, 高阶 LADRC 的低频段干扰抑制能力具有明显的优势. 结合开环频率特性曲线分析, 高阶 LADRC 提高干扰抑制能力的实质是增加系统的带宽, 从而提高系统的剪切频率.

下面重点分析扩张状态阶数和直接增加 LADRC 带宽对系统控制品质的影响. 当 HLADRC 的扩张阶数为 $n = 3$ 和 LADRC 的带宽直接增大两倍而其他参数不变时, 开环频率特性曲线如图 16 所示. 表 3 给出了 HLADRC 与 LADRC 稳定裕度对比结果.

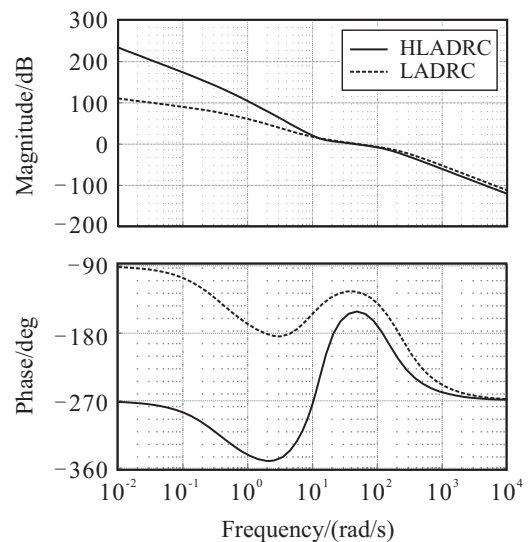


图 16 LADRC 增大带宽和 HLADRC 扩张阶数时开环频率特性曲线

表 3 HLADRC 扩张阶数和 LADRC 增大带宽时稳定裕度对比

控制器	幅值裕度/dB	相位裕度/deg	剪切频率/(rad/s)
LADRC	-16.5	53	135
HLADRC	-11.1	30	105.4

由图 16 和表 3 可知: 当高阶 LADRC 的扩张阶数 $n = 3$ 时, 系统的剪切频率增加了 1.35 倍; 而直接增大 LADRC 带宽, 系统的剪切频率增加了 2.01 倍. 因此, 增加扩张阶数或带宽均可作为提高观测器剪切频率的有效手段. 但是从对比数据看, 提高带宽的方法明显比观测器高阶化有效, 并且扩张状态的阶数过大很容易造成系统不稳定.

综上所述, 在实际工程应用中应根据控制对象的特性、工作环境以及所需的控制品质综合考虑是否需要传统的 ADRC 高阶化. 同时, 为如何配置参数以提升 ADRC 的控制能力提供了理论依据和实践参考.

4 结 论

本文在 LESO 的基础上给出了高增益形式的高阶 LESO, 并且给出了二自由度结构的 HLADRC 的传递函数的一般形式. 分析了高阶 LESO 的收敛性以及对象参数不确定对系统稳定性的影响. 此外, 基于 HLADRC 的闭环多项式, 给出了输入增益 b 的稳定域范围. 通过计算在阶跃干扰下的跳变峰值和恢复时间, 证明了 HLADRC 具有渐近稳定性, 并且通过提高带宽可以加快收敛的速度. 最后, 与普通 LADRC 进行仿真对比分析, 结果表明, HLADRC 虽然在干扰抑制方面具有较大的优势, 但是在对系统参数的鲁棒性和控制品质等方面不如 LADRC. 特别地, 通过增加扩张状态的阶数和提高 LADRC 的带宽 (w_c) 都能提高系统的剪切频率, 但后者更加高效, 更易于工程实现.

参考文献(References)

- [1] 韩京清. 自抗扰控制器及应用[J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 19-23.
(Han J Q. Auto-disturbance rejection control and its applications[J]. Control and Decision, 1993, 13(1): 19-23.)
- [2] Goforth F, Zeller J, Gao Z. On motion control design and tuning[C]. Proc of the 2004 American Control Conf. Boston: IEEE, 2004: 716-721.
- [3] Hou Y, Gao Z, Jiang F, et al. Active disturbances rejection control for web tension regulation[C]. Proc of the 2004 American Control Conf. Orlando: IEEE, 2001: 4974-4979.
- [4] Dong L, Zhang Y, Gao Z. A robust decentralized load frequency controller for interconnected power systems[J]. ISA Transactions, 2012, 51(3): 410-419.
- [5] Gao Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based on control tuning[C]. Proc of the 2004 American Control Conf. Denver: IEEE, 2003: 4989-4996.
- [6] Dong L, Edwards J. Active disturbance rejection control for an electrostatically actuated MEMS device[J]. J of Intelligent Control and Systems, 2011, 16(3): 160-169.
- [7] Yang R G, Sun M W, Chen Z Q. Active disturbance rejection control on first-order plant[J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2011, 22(1): 95-102.
- [8] Yoo D, Yau S S T, Gao Z. Optimal fast tracking observer band-width of the linear extended state observer[J]. Int J of Control, 2007, 80(1): 102-111.
- [9] Tian G, Gao Z Q. Frequency response analysis of active disturbance rejection based control system[C]. Proc of the 16th Int Conf on Control Applications. Singapore: IEEE, 2007: 1595-1599.
- [10] Mario R A M, Jose L, Sira-Ramirez H J, et al. An active disturbance rejection control of leader-follower Thomson's jumping rings[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(12): 1544-1552.
- [11] 邵星灵, 王宏伦. 线性扩展状态观测器及其高阶形式的性能分析[J]. 控制与决策, 2015, 30(5): 815-822.
(Shao X L, Wang H L. The performance analysis on linear extended state observer and its extension case with higher extended order[J]. Control and Decision, 2015, 30(5): 815-822.)
- [12] Xue W, Huang Y. On frequency-domain analysis of ADRC for uncertain system[C]. Proc of the 2013 American Control Conf. Washington: IEEE, 2013: 6637-6642.
- [13] 袁东, 马晓军, 曾庆含, 等. 二阶系统线性自抗扰控制器频带特性与参数配置研究[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1629-1639.
(Yuan D, Ma X J, Zeng Q H, et al. Research on frequency-band characteristics and parameters configuration of linear active disturbance rejection control for second-order systems[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(12): 1629-1639.)

(责任编辑: 李君玲)