

自适应各向异性 SGHQF 及其在组合导航中的应用

梁浩¹, 穆荣军¹, 崔乃刚¹, 王丹丹²

(1. 哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001; 2. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076)

摘要: 针对稀疏高斯厄米特积分滤波(SGHQF)中积分点利用效率不高的问题, 提出一种基于状态分量可观测度分析的自适应各向异性 SGHQF(AASGHQF). 给出了利用状态分量可观测度和各向异性权重向量来控制各维通道积分精度等级的方法, 进而对各变量通道的积分点数目进行合理分配. 以 CNS/SAR/SINS 非线性组合导航为应用背景, 对 UKF、SGHQF 和 AASGHQF 进行了仿真对比分析. 仿真结果表明, AASGHQF 与 SGHQF 的滤波估计精度相当, 均高于 UKF; AASGHQF 比 SGHQF 需要更少的积分点, 提高了计算效率.

关键词: 非线性滤波; 各向异性; 高斯厄米特; 可观测度; 自适应算法; 卡尔曼滤波

中图分类号: V249.3

文献标志码: A

Adaptive anisotropic SGHQF and its application to integrated navigation

LIANG Hao¹, MU Rong-jun¹, CUI Nai-gang¹, WANG Dan-dan²

(1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 2. Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076, China. Correspondent: MU Rong-jun, E-mail: murjun@163.com)

Abstract: In view of the problem that the utilization efficiency of points is low in sparse Gauss-Hermite quadrature filter(SGHQF), an adaptive anisotropic SGHQF(AASGHQF) based on observable degree analysis of state parameters is proposed. A mechanism for controlling accuracy level of each dimension is presented by utilizing the state parameters' observable degree and the anisotropic importance vector, which can distribute the quadrature points nonuniformly and reasonably. The AASGHQF is applied to the CNS/SAR/SINS nonlinear integrated navigation system and compared with the UKF and the SGHQF. Simulation results show that the AASGHQF is more accurate than the UKF and has very close performance with the SGHQF. In addition, the AASGHQ points are decreased substantially and the computation efficiency is higher compared with the SGHQF.

Keywords: nonlinear filters; anisotropic; Gauss hermite; observability; adaptive algorithms; Kalman filters

0 引言

在飞行器导航、目标跟踪及工业控制等领域, 所遇到的系统数学模型往往是非线性的. 近年来, 涌现出许多非线性滤波理论, 例如扩展卡尔曼滤波(EKF), 高斯厄米特积分滤波(GHQF), 粒子滤波(PF), 容积卡尔曼滤波(CKF)和无味卡尔曼滤波(UKF)等. EKF利用一阶泰勒近似将非线性模型线性化, 但计算过程复杂, 当遇到强非线性模型时误差较大. UKF采用UT变换对非线性系统状态的后验概率密度函数进行近似, 理论上UT变换能够以至少二阶Taylor精度逼近非线性系统的后验均值和协方差^[1-2]. GHQF利用高斯-厄米特积分方法来直接处理非线性模型, 相关

研究表明^[3-4], GHQF比EKF和UKF效果更好. GHQF对于一维滤波估计问题比较容易实现, 并可以利用张量积进行扩展以解决多维状态变量的估计问题^[5], 但随着系统维数的增加, GHQF的积分点数呈指数形式增长, 给滤波器带来了维数灾难问题.

有学者提出了稀疏网格数值积分方法, 并用来解决张量积造成的维数灾难问题, 其原理是利用Smolyak法则产生较少的积分采样点, 采样点的个数随着系统维数的增加仅呈多项式形式增长. 研究分析表明^[6-7], 稀疏高斯厄米特积分滤波(SGHQF)在收敛速度和估计精度方面优于EKF和UKF, 与GHQF相比, SGHQF具有更高的计算效率. 文献[8]提出一种

收稿日期: 2014-05-03; 修回日期: 2014-08-20.

基金项目: 武器装备预研项目(103010205); 国家863计划项目(2013AA7021004).

作者简介: 梁浩(1987-), 男, 博士生, 从事组合导航、非线性滤波的研究; 穆荣军(1969-), 男, 副教授, 博士生导师, 从事飞行器组合导航、多传感器信息融合等研究.

精度等级自适应稀疏滤波方法(LASGHQF),该算法能够整体动态调节稀疏积分精度等级以降低计算负担。然而,SGHQF和LASGHQF认为系统各维通道是同等重要的,采用均匀分布的稀疏网格,计算过程中使用了大量不必要的积分点。针对这一问题,文献[9]提出了利用系统非线性函数特性来确定采样点的分维自适应稀疏滤波(DWASGQF),该算法从非线性函数特性的角度进行积分点分配来提高计算效率,但DWASGQF未考虑系统中各维分量的重要程度与所需积分点数的关系。

为了更有效地降低实际应用中SGHQF的计算负担,可以根据各维状态分量的重要程度对积分点进行分配^[10]。滤波器的估计速度和精度与系统的可观性有密切关系^[11],各维状态分量的重要程度可以用分量的可观性大小来衡量。本文提出一种基于系统状态分量可观性的自适应各向异性稀疏积分滤波算法(AASGHQF),该算法能够根据各维通道分量可观性的大小合理分配积分点至更重要的变量通道。

星光导航(CNS)具有精度高、自主隐蔽的特点,合成孔径雷达(SAR)是一种新型的微波成像雷达,它具有分辨率高、探测距离远和全天候工作等优点,CNS、SAR和捷联惯导(SINS)组成的CNS/SAR/SINS组合导航系统^[12-13]是一种有发展前途的自主导航方式。在组合导航系统中,当姿态角误差较大时,系统方程和量测方程均具有非线性。本文建立了大失准角下CNS/SAR/SINS组合导航非线性模型,对UKF、SGHQF和AASGHQF进行了仿真对比分析。

1 稀疏高斯厄米特积分滤波算法

非线性系统方程和量测方程具有离散形式

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1}, \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k. \quad (2)$$

其中: \mathbf{f} 和 \mathbf{h} 为非线性向量函数, \mathbf{w}_{k-1} 和 \mathbf{v}_k 为不相关的零均值高斯白噪声序列,方差阵分别为 \mathbf{Q}_{k-1} 和 \mathbf{R}_k 。

高斯滤波需要进行积分运算,单维高斯积分规则可表示如下:

$$\int_{\mathcal{R}} f(x)N(x;0,1)dx \approx \sum_{i=1}^m w_i f(\gamma_i). \quad (3)$$

其中: $f(x)$ 为非线性被积函数, m 为单维积分点的数目, γ_i 和 w_i 分别为积分点和积分权值。

对于多维积分的情况,高斯积分可通过张量积的形式进行扩展,即

$$\int_{\mathcal{R}^n} \mathbf{f}(\mathbf{x})N(\mathbf{x};0, \mathbf{I}_n)dx \approx \sum_{i_n=1}^m \cdots \sum_{i_1=1}^m w_{i_1} \mathbf{f}(\gamma_{i_1}, \cdots, \gamma_{i_n}) =$$

$$\sum_{i=1}^{m^n} w_i \mathbf{f}(\gamma_i). \quad (4)$$

其中: n 为积分变量维数, $\gamma_i = [\gamma_{i_1}, \cdots, \gamma_{i_n}]^T$, $w_i = \prod_{p=1}^n w_{i_p}$ 。

由式(4)可以看出,高斯积分点的数目随着积分变量维数的增加呈指数增长,当积分变量维数为 n 时,积分点数目为 m^n 。高斯积分的计算方法如下:

$$\begin{aligned} & \int_{\mathcal{R}^n} \mathbf{f}(\mathbf{x})N(\mathbf{x};\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{P})d\mathbf{x} = \\ & \int_{\mathcal{R}^n} \mathbf{f}(\mathbf{S}\mathbf{x} + \hat{\mathbf{x}})N(\mathbf{x};0, \mathbf{I}_n)d\mathbf{x} \approx \\ & \sum_{i=1}^{m^n} w_i \mathbf{f}(\mathbf{S}\gamma_i + \hat{\mathbf{x}}), \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{P} = \mathbf{S}\mathbf{S}^T$ 。

利用式(5),基于GHQ的滤波算法可表示为:

1) 预测

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{m^n} w_i \mathbf{f}(\xi_i), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k|k-1} &= \sum_{i=1}^{m^n} w_i (\mathbf{f}(\xi_i) - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})(\mathbf{f}(\xi_i) - \\ & \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})^T + \mathbf{Q}_{k-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $\xi_i = \mathbf{S}\gamma_i + \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}$, $\mathbf{P}_{k-1|k-1} = \mathbf{S}\mathbf{S}^T$, γ_i 为式(4)中 n 维高斯积分的积分点。

2) 更新

$$\mathbf{z}_k = \sum_{i=1}^{m^n} w_i \mathbf{h}(\tilde{\xi}_i), \quad (8)$$

$$\mathbf{P}_{xz} = \sum_{i=1}^{m^n} w_i (\tilde{\xi}_i - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})(\mathbf{h}(\tilde{\xi}_i) - \mathbf{z}_k)^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_{zz} = \sum_{i=1}^{m^n} w_i (\mathbf{h}(\tilde{\xi}_i) - \mathbf{z}_k)(\mathbf{h}(\tilde{\xi}_i) - \mathbf{z}_k)^T. \quad (10)$$

其中: $\tilde{\xi}_i = \tilde{\mathbf{S}}\gamma_i + \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$, $\mathbf{P}_{k|k-1} = \tilde{\mathbf{S}}\tilde{\mathbf{S}}^T$ 。

近年来,为了解决GHQ“维度灾难”带来计算量大的问题,基于Smolyak的稀疏网格方法广泛应用于多维积分问题。Smolyak规则是对单变量GHQ积分进行多维扩展的一种方法,具体描述如下:

$$\begin{aligned} & \int_{\mathcal{R}^n} \mathbf{f}(\mathbf{x})N(\mathbf{x};0, \mathbf{I}_n)dx \approx \mathbf{I}_{n,L}(\mathbf{f}) = \\ & \sum_{\Xi \in \mathcal{L}_{n,L}} (\Delta^{i_1} \otimes \cdots \otimes \Delta^{i_n})(\mathbf{f}). \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $\mathbf{x} = [x_1, \cdots, x_j, \cdots, x_n]^T$; $\mathbf{I}_{n,L}(\mathbf{f})$ 是精度为 L 的 n 维高斯积分; $\mathbf{I}_{n,L}(\mathbf{f})$ 的精度等级满足:多项式 $x_1^{i_1}, x_2^{i_2}, \cdots, x_n^{i_n}$ 的阶数和不超过 $2L-1$,即 $\sum_{j=1}^n i_j \leq 2L-1$;符号 \otimes 表示张量积; $\Delta^{i_j} = I_{i_j} - I_{i_j-1}$, $i_j \in \mathbf{N}$, \mathbf{N} 为自然数序列; I_{i_j} 表示精度等级为 i_j 的单变量GHQ

积分; $\mathcal{L}_{n,L} = \left\{ \boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbf{N}^n : i_j \geq 1, \sum_{j=1}^n (i_j - 1) \leq (L - 1) \right\}$.

利用单变量积分规则, 式(11)可以写为

$$I_{n,L}(\mathbf{f}) = \sum_{\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathcal{D}_{n,L}} (-1)^{L-1+n-|\boldsymbol{\varepsilon}|} \left[\begin{matrix} n-1 \\ L-1+n-|\boldsymbol{\varepsilon}| \end{matrix} \right] \times (I_{i_1} \otimes \cdots \otimes I_{i_n})(\mathbf{f}), \quad (12)$$

其中

$$(I_{i_1} \otimes \cdots \otimes I_{i_n})(\mathbf{f}) = \sum_{\gamma_{s_1} \in \mathbf{X}_{i_1}} \cdots \sum_{\gamma_{s_n} \in \mathbf{X}_{i_n}} w_{s_1}, \cdots, w_{s_n} \mathbf{f}(\gamma_{s_1}, \cdots, \gamma_{s_n}),$$

$\mathcal{D}_{n,L} =$

$$\left\{ \boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbf{N}^n : i_j \geq 1, L - n \leq \sum_{j=1}^n (i_j - 1) \leq (L - 1) \right\},$$

$|\boldsymbol{\varepsilon}|$ 为 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 中各元素的和, \mathbf{X}_{i_j} 为单变量 I_{i_j} 的积分点序列, w_{s_j} 为与 γ_{s_j} 对应的权值.

式(12)中稀疏后的积分点可表示为

$$\mathbf{X}_{n,L} = \bigcup_{\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathcal{D}_{n,L}} (X_{i_1} \otimes \cdots \otimes X_{i_n}). \quad (13)$$

$\mathbf{X}_{n,L}$ 中与 SGHQ 积分点 γ_i 相对应的积分权值计算方法为

$$W_i = (-1)^{L-1+n-|\boldsymbol{\varepsilon}|} \left[\begin{matrix} n-1 \\ L-1+n-|\boldsymbol{\varepsilon}| \end{matrix} \right] \times (w_{s_1} \times \cdots \times w_{s_j} \times \cdots \times w_{s_n}). \quad (14)$$

2 自适应各向异性稀疏积分滤波算法

AASGHQ 根据各通道变量的可观测度大小, 对各积分变量进行分类, 更有效地分配各维积分点数目. 常用的可观测度分析方法有估计误差协方差阵的特征值法和可观测矩阵的奇异值分解(SVD)方法^[14], 前者需要在滤波运算之后进行, 而后者可以在滤波运算的同时进行可观测度分析计算. 本文基于微分几何非线性系统理论对非线性系统进行可观测性分析^[15], 利用李导数求解非线性系统的可观测矩阵, 采用 SVD 方法对系统状态分量的可观测性进行定量分析. 状态向量中第 j 个分量的可观测度 η_j 定义如下:

$$\eta_j = \sigma_{\max} / \sigma_0. \quad (15)$$

其中: σ_0 为外观测量所对应的奇异值, σ_{\max} 为使待估计的初始状态取得最大值的奇异值.

下面给出改进的自适应各向异性稀疏高斯积分滤波方法, 表达式如下:

$$I_{n,L}^g(\mathbf{f}) = \sum_{\boldsymbol{\varepsilon}^g \in \mathcal{D}_{n,L}^g} c^g(\boldsymbol{\varepsilon}^g) (I_{i_1} \otimes \cdots \otimes I_{i_n})(\mathbf{f}), \quad (16)$$

$$c^g(\boldsymbol{\varepsilon}^g) = \sum_{\Omega \in \{0,1\}^n, \boldsymbol{\varepsilon}^g + \Omega \in \mathcal{L}_{n,L}^g} (-1)^{|\Omega|}, \quad (17)$$

$$\mathcal{D}_{n,L}^g = \mathcal{L}_{n,L}^g - \mathcal{L}_{n,L}^g - \frac{|g|}{g} = \left\{ \boldsymbol{\varepsilon}^g \in \mathbf{N}^n : i_j \geq 1, \left(L^g - \frac{|g|}{g} - 1 \right) g \leq \sum_{j=1}^n (i_j - 1) g_j \leq (L^g - 1) g \right\}. \quad (18)$$

其中: $\underline{g} = \min(\mathbf{g})$, $\mathbf{g} = [g_1, \cdots, g_j, \cdots, g_n]$ 为自适应各向异性稀疏网格权重向量, \mathbf{g} 中的元素 g_j 表示第 j 维状态变量的重要程度, $\min(\mathbf{g})$ 表示 \mathbf{g} 中数值最小的元素, 不失一般性, \underline{g} 取值为 1, 通过计算各变量通道的可观测度大小对 \mathbf{g} 进行赋值; $\{0, 1\}^n$ 表示所有 n 维序列集合, 每维取值为 0 或 1; $|\Omega|$ 和 $|g|$ 分别表示 Ω 和 \mathbf{g} 中各元素的和, \mathbf{g} 中的元素均为整数.

下面给出权重向量 \mathbf{g} 的取值方法. 根据状态变量可观测度大小对状态变量进行分类, 设 $\mathbf{S}\mathbf{x}(n) = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 为系统所有状态参数构成的一个集合, 设定可观测度门限 η_M 来划分 $\mathbf{S}\mathbf{x}(n)$ 中的元素, 根据 η_M 和各状态分量可观测度 η_j 大小, 将集合 $\mathbf{S}\mathbf{x}(n)$ 划分为两个子集 $\mathbf{S}\mathbf{x}_1$ 和 $\mathbf{S}\mathbf{x}_2$, 有

$$\mathbf{T} = \begin{cases} \mathbf{S}\mathbf{x}_1, & \eta_j > \eta_M; \\ \mathbf{S}\mathbf{x}_2, & \eta_j \leq \eta_M. \end{cases} \quad (19)$$

式(19)为分组判决条件, 经筛选处理后, $\mathbf{S}\mathbf{x}(n)$ 中的状态分量按可观测度强弱划分到高-低 ($\mathbf{S}\mathbf{x}_1$ 和 $\mathbf{S}\mathbf{x}_2$) 两个子集中.

由式(18)可以看出, g_j 越大, i_j 的取值越小. 如果 $g_i < g_j$, 则 $\max(i_i) > \max(i_j)$, 说明高斯积分第 i 维的精度等级高于第 j 维的精度. 对于可观测度低的变量通道, 即使非线性程度较大, 也应减少其积分点数目所占的比重. 因此, 对于可观测度高的变量通道, 相应的 g_j 应取值更小以获得更多的积分点. 对于 $\mathbf{S}\mathbf{x}_1$ 中的状态分量, 相应的 g_j 取值为 1, $\mathbf{S}\mathbf{x}_2$ 中状态分量对应的 g_j 取值为 2.

AASGHQ 的积分点可表示为

$$\mathbf{X}_{n,L}^g = \bigcup_{\boldsymbol{\varepsilon}^g \in \mathcal{D}_{n,L}^g} (X_{i_1} \otimes \cdots \otimes X_{i_n}). \quad (20)$$

以 $n = 2, L = 3$ 为例, 对 SGHQ 和 AASGHQ 的取点进行比较分析. 分别用 X_1, X_2 和 X_3 表示等级 1、2、3 的单变量积分点, L 精度等级的单积分点的数目为 $2^L - 1$ 个^[16], 即 X_1, X_2 和 X_3 包含的积分点数目分别为 1 个、3 个、7 个. 不同精度等级的 SGHQ 积分点中只有中间点的值相等, 而其他点均不相同. 根据式(8), SGHQ 的积分点为 $\mathcal{D}_2^3 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\}$, 取点分布如图 1 所示. 当 $\mathbf{g} = [2, 1]$ 时, 根据式(16)~(18)得 AASGHQ 的积分点为 $\mathcal{D}_2^3 = \{(1, 1),$

(1, 3), (2, 1)}, 取点分布如图 2 所示。

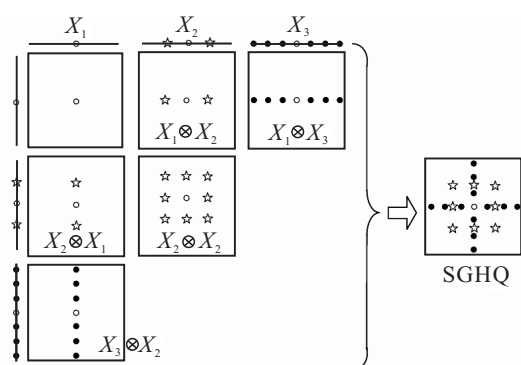


图 1 SGHQ 取点分布示意图

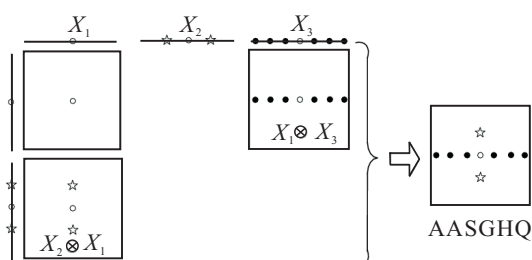


图 2 AASGHQ 取点分布示意图

当 $L = 3, n = 1 \sim 6$ 时, SGHQ、AASGHQ 的积分点数如表 1 所示. \mathbf{g} 的取值决定了各维积分 i_j 的取值范围及积分点的数目, AASGHQ 与 SGHQ 相比, AASGHQ 需要更少的积分点.

表 1 SGHQ 和 AASGHQ 所需积分点的数目

| 维数 | 权重向量 \mathbf{g} | SGHQ 积分点数 | AASGHQ 积分点数 |
|----|--------------------|-----------|-------------|
| 1 | 1 | 7 | 7 |
| 2 | [2, 1] | 21 | 9 |
| 3 | [2, 1, 1] | 37 | 23 |
| 4 | [2, 2, 1, 1] | 57 | 25 |
| 5 | [2, 2, 1, 1, 1] | 81 | 41 |
| 6 | [2, 2, 2, 1, 1, 1] | 109 | 43 |

3 CNS/SAR/SINS 非线性组合导航模型

3.1 捷联惯导误差传播模型

以东北天地理坐标系为导航坐标系, CNS/SAR/SINS 组合导航系统在大失准角条件下的非线性惯导误差传播模型为^[17-18]

$$\dot{\varphi} = \mathbf{C}_\omega [(I - \mathbf{C}_n') \boldsymbol{\omega}_{in}^n + \Delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n - \mathbf{C}_b' \Delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b], \quad (21)$$

$$\delta \dot{\mathbf{V}}^n = (\mathbf{I} - (\mathbf{C}_n')^T) \mathbf{f}^n - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \delta \mathbf{V}^n - (\Delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \Delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{V}^n + \mathbf{C}_b' \Delta \mathbf{a}^b, \quad (22)$$

$$\delta \dot{\lambda} = \frac{\delta V_x}{R_N + h} \sec L + \delta L \frac{V_x}{R_N + h} \sec L \tan L, \quad (23)$$

$$\delta \dot{L} = \frac{\delta V_y}{R_M + h}. \quad (24)$$

其中: $\boldsymbol{\omega}_{in}^n$ 为导航坐标系相对于惯性系的角速度矢量在导航系中的表示形式, $\Delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n$ 为相应的误差量;

\mathbf{C}_n' 为实际导航坐标系到计算导航坐标系的转换矩阵, \mathbf{C}_b' 为载体坐标系到计算导航坐标系的转换矩阵, \mathbf{C}_ω 为系数矩阵; $\Delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ 为陀螺仪测量误差; $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$ 为导航系的位置角速度; \mathbf{f}^n 为惯导视加速度; $\Delta \mathbf{a}^b$ 为加速度计的测量误差; R_M 为当地子午圈半径, R_N 为当地卯酉圈半径, λ, L, h 分别为地理经度、纬度和高度.

取状态向量为

$$\mathbf{X} = [\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \delta V_x^n, \delta V_y^n, \delta \lambda, \delta L, \Delta \omega_x, \Delta \omega_y, \Delta \omega_z, \Delta a_x, \Delta a_y, \Delta a_z]^T. \quad (25)$$

其中: 各分量依次分别为三向姿态失准角、东向速度误差、北向速度误差、经度误差、纬度误差、陀螺常值漂移和加速度计零偏.

3.2 观测方程

星光导航系统中星光矢量的实际测量值和理论测量值分别表示为

$$\mathbf{r}_b = \mathbf{C}_a^b \mathbf{C}_n^a \mathbf{C}_n' \mathbf{r}_n, \quad (26)$$

$$\mathbf{p}_b = \mathbf{C}_a^b \mathbf{C}_n^a \mathbf{r}_n. \quad (27)$$

其中: \mathbf{C}_a^b 为星敏感仪安装误差矩阵; \mathbf{r}_b 和 \mathbf{r}_n 分别为星光矢量在载体坐标系和导航坐标系中的分量.

星敏感器对星光矢量的实际测量值 \mathbf{r}_b 与理论测量值 \mathbf{p}_b 存在一定的偏差, 即

$$\mathbf{r}_b - \mathbf{p}_b = \mathbf{C}_a^b \mathbf{C}_n^a (\mathbf{C}_n' - \mathbf{I}) \mathbf{r}_n. \quad (28)$$

星光导航系统中一般将两个星敏感仪正交安装, 将星敏感器实际测得的星光矢量 \mathbf{r}_{b1} 和 \mathbf{r}_{b2} 与理论测量值 \mathbf{p}_{b1} 和 \mathbf{p}_{b2} 相减得到 CNS/SINS 的观测量; SAR/SINS 组合量测信息由 INS 输出的水平位置与 SAR 图像匹配输出的水平位置之差构成, 则 CNS/SAR/SINS 组合导航系统量测方程为

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{b1} - \mathbf{p}_{b1} \\ \mathbf{r}_{b2} - \mathbf{p}_{b2} \\ \lambda_I - \lambda_S \\ L_I - L_S \end{bmatrix} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k. \quad (29)$$

其中: \mathbf{v}_k 为量测噪声, 式 (1) 和 (2) 中非线性向量函数 \mathbf{f} 和 \mathbf{h} 可由惯导误差方程和观测方程求得.

4 仿真分析

以高空飞行器 CNS/SAR/SINS 非线性组合导航系统为应用背景, 对 UKF、SGHQF 和 AASGHQF 三种非线性滤波算法进行仿真对比分析.

仿真条件: 设飞行器初始位置为东经 110° , 北纬 40° , 速度 200 m/s , 航向角 65° , 俯仰和横滚角为 0° , 飞机有 0.5 m/s^2 的加速度和 $0.1^\circ/\text{s}$ 的转弯角速度, 捷联惯导陀螺常值漂移 $0.1^\circ/\text{h}$, 加表零偏 $200 \mu\text{g}$, 星敏感器精度为 $20''(1\sigma)$, SAR 位置精度为 $18 \text{ m}(1\sigma)$, 仿真时间为 500 s . 仿真硬件环境配置为: Core i5-2450 CPU、

4GB内存的台式电脑; 仿真软件采用Window XP操作系统下Matlab R2009b. SGHQF和AASGHQF的精度等级均取 $L = 3$, AASGHQF中 g 根据可观测度计算结果进行取值, 可观测度门限取值为 $\eta_M = 5$.

根据可观测度计算式(15)和(19), 模拟飞行轨迹下系统各状态分量的可观测度计算结果(选取其中一段)及相应的自适应权重因子 g_j 的取值如表2所示.

表2 模拟轨迹下状态参数可观测度及权重因子

| 分量序号 | 可观测度 | 权重因子 | 分量序号 | 可观测度 | 权重因子 |
|------|-------|------|------|------------------------|------|
| 1 | 9.845 | 1 | 8 | 6.984×10^{-5} | 2 |
| 2 | 9.845 | 1 | 9 | 6.937×10^{-6} | 2 |
| 3 | 4.635 | 2 | 10 | 5.937×10^{-5} | 2 |
| 4 | 1.0 | 2 | 11 | 6.686×10^{-6} | 2 |
| 5 | 1.0 | 2 | 12 | 3.795×10^{-5} | 2 |
| 6 | 9.639 | 1 | 13 | 3.652×10^{-7} | 2 |
| 7 | 9.639 | 1 | | | |

在组合导航滤波器的13维状态向量中, 状态分量 φ_x 、 φ_y 、 $\delta\lambda$ 和 δL 的可观测度大于 η_M , 相应权重因子 g_j 取值为1, 以分配更多的积分点; AASGHQF对其他可观测度低的变量通道积分点进行稀疏, 相应 g_j 取值为2.

图3~图5为采用3种非线性滤波算法时的姿态失准角、速度和位置估计误差仿真结果.

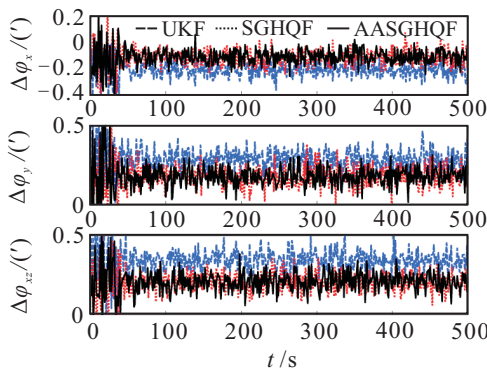


图3 姿态失准角估计误差

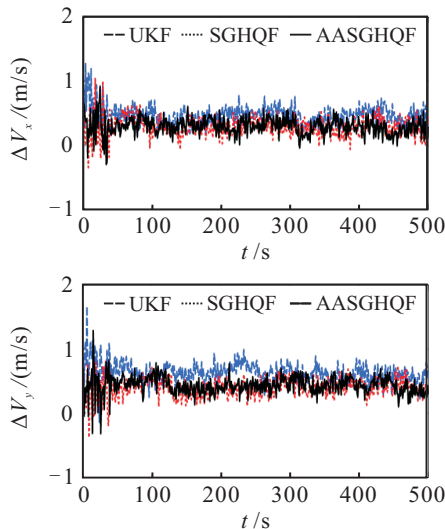


图4 速度估计误差

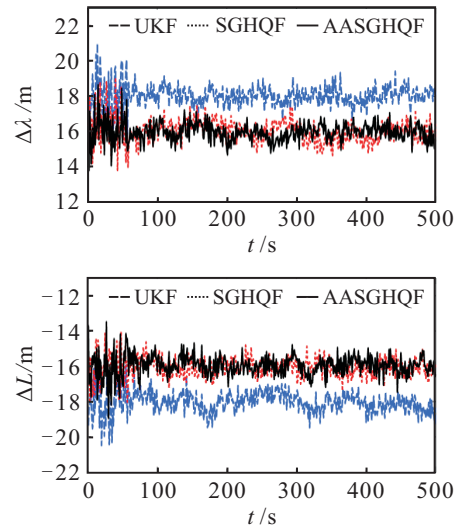


图5 位置估计误差

表3为50次蒙特卡洛仿真实验的数据统计. 由仿真结果可看出, 在3种非线性滤波算法中, SGHQF和AASGHQF的状态估计精度均高于UKF, 这是由于Gauss-Hermite数值积分可达到更高阶的泰勒展开精度, AASGHQF与SGHQF的滤波估计精度相当. 表4为3种滤波算法的Sigma点/积分点数和滤波周期所需时间的比较, 在计算时间方面, AASGHQF比UKF增加了不到1ms; 由于采用了各向异性稀疏算法, 与SGHQF相比, AASGHQF在保证估计精度的同时, 有效地减少了积分点数目, 计算效率更高. 由表1和表4的对比结果可以看出, 随着状态变量维数的增加, AASGHQF对积分点的节约效果表现的更加明显.

表3 不同滤波算法精度比较

| 平均RMSE | UKF | SGHQF | AASGHQF |
|------------|--------|--------|---------|
| x向失准角/(°) | 0.350 | 0.217 | 0.223 |
| y向失准角/(°) | 0.367 | 0.203 | 0.201 |
| z向失准角/(°) | 0.412 | 0.251 | 0.256 |
| x向速度/(m/s) | 0.527 | 0.328 | 0.303 |
| y向速度/(m/s) | 0.609 | 0.397 | 0.426 |
| 经度/m | 18.163 | 16.274 | 15.997 |
| 纬度/m | 17.821 | 16.183 | 16.285 |

表4 不同滤波算法计算量对比

| 算法 | Sigma点/积分点数 | 计算时间/s |
|---------|-------------|--------|
| UKF | 27 | 0.0021 |
| SGHQF | 417 | 0.0065 |
| AASGHQF | 99 | 0.0028 |

5 结论

本文提出的各向异性稀疏高斯积分滤波算法能够根据状态参数可观测度对各维变量自适应地分配积分点, 摆脱了传统方法中均匀分配积分点的缺点, 提高了计算效率. 以CNS/SAR/SINS非线性组合导航为应用背景, 对UKF、SGHQF和AASGHQF进行了对比分析. 仿真结果表明, 从滤波估计精度和计算效

率两方面考虑, AASGHQF 是一种较优异的非线性滤波算法.

参考文献(References)

- [1] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2004, 92(3): 401-422.
- [2] 孙枫, 唐李军. Cubature 卡尔曼滤波与 Unscented 卡尔曼滤波估计精度比较[J]. *控制与决策*, 2013, 28(2): 303-308.
(Sun F, Tang L J. Estimation precision comparison of Cubature Kalman filter and Unscented Kalman filter[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(2): 303-308.)
- [3] Ito K, Xiong K. Gaussian filters for nonlinear filtering problems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(5): 910-927.
- [4] 巫春玲, 韩崇昭. 平方根求积分卡尔曼滤波器[J]. *电子学报*, 2009, 37(5): 987-992.
(Wu C L, Han C Z. Square-root quadrature Kalman filter[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(5): 987-992.)
- [5] Arasaratnam I, Haykin S, Elliott R J. Discrete-time nonlinear filtering algorithms using Gauss-Hermite quadrature[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(5): 953-977.
- [6] Jia B, Xin M, Cheng Y. Sparse Gauss-Hermite quadrature filter with application to spacecraft attitude estimation[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, 34(2): 367-379.
- [7] 伍宗伟, 姚敏立, 马红光, 等. 稀疏网格平方根求积分非线性滤波器[J]. *电子学报*, 2012, 40(7): 1298-1303.
(Wu Z W, Yao M L, Ma H G, et al. Sparse-grid square-root quadrature nonlinear filter[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(7): 1298-1303.)
- [8] Baek K, Bang H. Adaptive sparse grid quadrature filter for spacecraft relative navigation[J]. *Acta Astronautica*, 2013, 87: 96-106.
- [9] 徐嵩, 孙秀霞, 刘树光, 等. 分维自适应稀疏网格积分非线性滤波器[J]. *自动化学报*, 2014, 40(6): 1249-1264.
(Xu S, Sun X X, Liu S G, et al. Dimension-wise adaptive sparse grid quadrature nonlinear filter[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(6): 1249-1264.)
- [10] Nobile F, Tempone R, Webster C G. An anisotropic sparse grid stochastic collocation method for partial differential equations with random input data[J]. *SIAM J on Numerical Analysis*, 2008, 46(5): 2411-2442.
- [11] 刘百奇, 房建成. 一种基于可观测度分析的 SINS/GPS 自适应反馈校正滤波新方法[J]. *航空学报*, 2008, 29(2): 430-436.
(Liu B Q, Fang J C. A new adaptive feedback kalman filter based on observability analysis for SINS/GPS[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2008, 29(2): 430-436.)
- [12] 穆荣军, 韩鹏鑫, 崔乃刚. 星光导航原理及捷联惯导/星光组合导航方法研究[J]. *南京理工大学学报*, 2007, 31(5): 585-599.
(Mu R J, Han P X, Cui N G. Principle of navigation by CNS and research on SINS/CNS integrated navigation system[J]. *J of Nanjing University of Science and Technology*, 2007, 31(5): 585-599.)
- [13] Zhong Y M, Gao S S, Li W. A quaternion-based method for SINS/SAR integrated navigation system[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(1): 514-524.
- [14] Long R, Qin Y Y, Jia J C. Observable degree analysis of SINS initial alignment based on singular value decomposition[C]. *IEEE Int Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling Workshop*. Wuhan, 2008: 444-448.
- [15] Hermann R, Krener A J. Nonlinear controllability and observability[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1977, 22(5): 728-740.
- [16] Florian H, Viktor W. Estimation with numerical integration on sparse grids[J]. *Discussion Papers in Economics* 916, 2006.
- [17] 付梦印, 郑辛, 邓志红. 传递对准理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 26-31.
(Fu M Y, Zheng X, Deng Z H. The theory and application of transfer alignment[M]. Beijing: Science Press, 2012: 26-31.)
- [18] Dmitriyev S P, Stepanov O A, Shepel S V. Nonlinear filtering methods application in INS alignment[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic System*, 1997, 33(1): 260-272.

(责任编辑: 孙艺红)