

# 一种基于椭圆 RHM 的扩展目标 Gamma 高斯混合 CPHD 滤波器

李翠芸, 林锦鹏, 姬红兵

(西安电子科技大学 电子工程学院, 西安 710071)

**摘要:** 针对杂波环境下扩展目标形状难以估计、目标跟踪精度低等问题, 提出一种自适应估计扩展目标形状的伽玛高斯混合势概率假设密度算法 (GGM-CPHD). 该算法将目标的扩展形状建模为椭圆随机超曲面模型, 并将其嵌入到 GGM-CPHD 滤波器中, 更新扩展目标的质心、椭圆形状和方向等信息以完成对扩展目标的跟踪. 通过杂波环境下未知数目的扩展目标仿真实验, 表明了所提出算法在质心状态和椭圆长短轴的估计精度方面要优于传统的基于随机矩阵的伽玛高斯逆韦氏 CPHD 滤波器.

**关键词:** 多目标跟踪; 扩展目标; 高斯混合; 势概率假设密度

**中图分类号:** TP391

**文献标志码:** A

## A Gamma Gaussian-mixture CPHD filter based on ellipse random hypersurface models for extended targets

LI Cui-yun, LIN Jin-peng, JI Hong-bing

(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China. Correspondent: LI Cui-yun, E-mail: cyli@xidian.edu.cn)

**Abstract:** In view of the difficulty of estimating the shape of extended targets and the low accuracy in multiple extended target tracking in the clutters, a Gamma Gaussian-mixture cardinalized probability hypothesis density filter (GGM-CPHD) which can adaptively estimate the shape of the extended targets is proposed. Firstly, the extension of targets is modeled as an ellipse random hypersurface model, and then it is embedded into the CPHD filter. The extended targets are tracked by its centroid states, the major and minor axis and orientation of ellipse. Simulation for tracking an unknown number of targets in the clutter is made, which shows that the proposed algorithm outperforms the Gamma Gaussian inverse wishart CPHD filter based on the random matrix in estimation of extension's major and minor axis, as well as centroid states.

**Keywords:** multi-target tracking; extended targets; Gaussian mixture; cardinalized probability hypothesis density

### 0 引言

在大多数跟踪应用中, 目标都被认为是点目标, 即在每一个时刻每个目标至多产生一个量测. 当目标的扩展状态与传感器分辨率相比可忽略不计时, 这种假设是符合实际情况的. 然而, 随着传感器分辨率的不断提高或者目标距离传感器较近, 单个目标可产生多个量测时, 该目标被称为一个扩展目标.

在过去 10 年, 扩展目标跟踪成为目标跟踪领域的一个热门研究方向. Gilholm 等<sup>[1]</sup>提出了一种扩展目标的模型, 该方法并不是建立一个确定的量测产生源模型, 而是利用空间分布来描述目标, 在该模型下,

量测来自于空间密度大的区域的可能性更大一些. 在此基础上, 又提出扩展目标的泊松分布模型<sup>[2]</sup>, 该模型假设目标产生量测的数目服从泊松分布, 从而为扩展目标开拓了新的研究方向. Mahler<sup>[3]</sup>将随机有限集理论应用于多目标跟踪问题, 提出了概率假设密度 (PHD) 滤波. 随后, 为了解决 PHD 估计目标数的缺陷, Mahler 又提出了势分布的 PHD (CPHD) 滤波<sup>[4]</sup>. 近年来, Vo 等<sup>[5-6]</sup>研究和完善了 PHD/CPHD 理论, 并提出了序贯蒙特卡罗 (SMC) 和高斯混合 (GM) 这两种形式实现其递归过程<sup>[7]</sup>. Mahler<sup>[8]</sup>推导出了扩展目标 PHD (ET-PHD) 滤波器. Granström 等<sup>[9]</sup>推导出了 ET-PHD 的

收稿日期: 2014-06-05; 修回日期: 2014-12-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61372003); 国家自然科学基金青年项目(61301289); 国家留学基金课题项目.

作者简介: 李翠芸(1976-), 女, 副教授, 博士, 从事非线性滤波方法、数字图像处理、红外弱小目标检测与跟踪等研究; 姬红兵(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 从事多传感器多目标跟踪方法、光电信息处理等研究.

高斯混合实现形式 (ET-GM-PHD). Koch<sup>[10]</sup>提出一种基于随机矩阵的扩展目标跟踪方法. Granström 等<sup>[11]</sup>将随机矩阵方法与 ET-PHD 相结合, 提出了高斯逆韦氏 (GIW) PHD 滤波器, 实现了对目标位置和目標扩展形状的有效跟踪. 因为该算法在推导过程中假定目标的预测扩展形状等于前一时刻更新后的扩展形状, 并且忽略了传感器的自身噪声, 导致 GIW-PHD 滤波器对目标机动时的形状变化不敏感, 估计精度受限. 最近, Baum 等<sup>[12-14]</sup>提出了随机超曲面模型 (RHM), 在该模型中, 目标的量测是通过量测源和传感器自身噪声产生的, 而量测源的建模反应了目标扩展程度的大小. 张慧等<sup>[15-17]</sup>将 ET-GM-PHD 与 RHM 相结合, 实现了 RHM-GM-PHD 滤波器, 该算法对扩展目标的质心状态和形状估计精度均优于 GIW-PHD 滤波器.

PHD 滤波器存在的缺陷是目标数使用单一参数 (均值) 来估计, 这会导致势分布近似服从泊松分布. 因为泊松分布的均值等于方差, 当目标的势较高时, 相应的势估计的方差便较大. 实际上, 当目标漏检时, 这会导致势估计的过分敏感. ET-PHD 中也存在这一问题, Orguner 等<sup>[18]</sup>推导出了 ET-CPHD, 并给出 ET-CPHD 的高斯混合实现. Lundquist 等<sup>[19]</sup>将 ET-CPHD 滤波器与伽玛高斯逆韦氏 (GGIW) 相结合, 实现了 GGIW-CPHD 滤波器.

鉴于 RHM 对扩展目标质心状态和扩展形状估计的良好性能, 本文考虑将其与伽玛高斯混合 CPHD 相结合, 提出 RHM-GGM-CPHD 滤波器. 该算法将表示扩展目标的状态参数和形状参数作为一个整体, 对其进行预测和更新, 并且给出了伪量测模型下的具体更新步骤. 在不同的实验场景下, 分析和比较所提出滤波器与 GGIW-CPHD 滤波器的跟踪性能, 结果表明了所提出算法在质心状态和椭圆长短轴的估计精度方面要优于传统的基于随机矩阵的伽玛高斯逆韦氏 CPHD 滤波器.

## 1 基础理论

### 1.1 扩展目标 CPHD 滤波器

在多目标场景下,  $k$  时刻目标的状态和量测可以看作是如下两个 RFSs:

$$X_k = \{\xi_k^{(i)}\}_{i=1}^{N_{x,k}} \in F(X), \quad (1)$$

$$Z_k = \{z_k^{(i)}\}_{i=1}^{N_{z,k}} \in F(Z). \quad (2)$$

其中:  $N_{x,k}$  为目标个数,  $N_{z,k}$  为量测个数.

#### 1.1.1 预测过程

ET-CPHD 的预测过程包括对 PHD 的预测和对势分布的预测, 对 PHD 的预测方程的形式与传统多目标 PHD<sup>[3]</sup>类似, 可以表示为

$$D_{k|k-1}(\xi|Z^{k-1}) =$$

$$\int p_s(\xi) p_{k|k-1}(\xi|\xi') D_{k-1}(\xi'|Z^{k-1}) d\xi' + \int b_{k|k-1}(\xi|\xi') D_{k-1}(\xi'|Z^{k-1}) d\xi' + D_k^b(\xi). \quad (3)$$

其中:  $\xi'$  为  $k-1$  时刻的目标状态,  $p_s(\cdot)$  为目标存活概率,  $p_{k|k-1}(\cdot|\cdot)$  为状态转移概率密度,  $D_k^b(\cdot)$  和  $b_{k|k-1}(\cdot|\cdot)$  分别为新生和衍生目标的强度.

根据文献 [20], 势分布的预测方程表示为

$$P_{k|k-1}(n) = \sum_{j=0}^n P_{\text{birth}}(n-j) \times \sum_{l=j}^{\infty} \frac{l!}{j!(l-j)!} P_{k-1|k-1}(l) p_s^j (1-p_s)^{l-j}. \quad (4)$$

其中:  $p_s$  为目标存活概率,  $P_{\text{birth}}(n-j)$  为  $k-1$  时刻到  $k$  时刻新生  $n-j$  个目标的概率.

#### 1.1.2 更新过程

扩展目标的后验 PHD 和后验势分布可以表示为

$$D_{k|k}(\xi) = \begin{cases} \left( \kappa(1 - P_D(\xi) + P_D G_z(0|\xi)) + \frac{\sum_{p \in Z} \sum_{W \in p} \sigma_{p,W} \prod_{z' \in W} \frac{p_z(z'|\xi)}{p_{FA}(z')}}{\sum_{p \in Z} \sum_{W \in p} \psi_{p,W} l_{p,W}} P_D(\xi) \right) p_{k|k-1}(\xi), & |Z| \neq 0; \\ \kappa(1 - P_D(\xi) + P_D G_z(0|\xi)) p_{k|k-1}, & |Z| = 0. \end{cases} \quad (5)$$

$$P_{k|k}(n) = \begin{cases} \left( \sum_{p \in Z} \sum_{W \in p} \psi_{p,W} G_{k|k-1}^{(n)}(0) \times \left( G_{FA}(0) \frac{\eta W}{|p|} \frac{\rho^{n-|p|}}{(n-|p|)!} \delta_{n \geq |p|} + G_{FA}^{(|W|)}(0) \frac{\rho^{n-p+1}}{(n-|p|+1)!} \delta_{n \geq |p|-1} \right) \right) / \\ \sum_{p \in Z} \sum_{W \in p} \psi_{p,W} l_{p,W}, & |Z| \neq 0; \\ \frac{\rho^n G_{k|k-1}^{(n)}(0)}{G_{k|k-1}(\rho)}, & |Z| = 0. \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $G_{k|k-1}(\cdot)$ 、 $G_{FA}(\cdot)$  和  $G_z(\cdot)$  分别为状态预测概率生成函数、虚警概率生成函数和量测概率生成函数, 且有

$$\rho \triangleq p_{k|k-1} [1 - P_D(\cdot) + P_D(\cdot) G_z(0|\cdot)]; \quad (7)$$

$$\eta W \triangleq p_{k|k-1} \left[ P_D(\cdot) G_z^{(|W|)}(0|\cdot) \prod_{z' \in W} \frac{p_z(z'|\cdot)}{p_{FA}(z')} \right]; \quad (8)$$

$$l_{p,W} \triangleq G_{FA}(0) G_{k|k-1}^{(|p|)}(\rho) \frac{\eta W}{|p|} + G_{FA}^{(|W|)}(0) G_{k|k-1}^{(|p|-1)}(\rho); \quad (9)$$

$$\chi_{p,W} \triangleq G_{FA}(0)G_{k|k-1}^{(|p|+1)}(\rho)\frac{\eta W}{|p|} + G_{FA}^{(|W|)}(0)G_{k|k-1}^{(|p|)}(\rho); \quad (10)$$

$$\psi_{p,W} \triangleq \prod_{W' \in p-W} \eta W'; \quad (11)$$

$$\kappa \triangleq \begin{cases} \frac{\sum_{p \subset Z} \sum_{W \in p} \psi_{p,W} \chi_{p,W}}{\sum_{p \subset Z} \sum_{W \in p} \psi_{p,W} l_{p,W}}, & |Z| \neq 0; \\ N_{k|k-1}, & |Z| = 0; \end{cases} \quad (12)$$

$$\sigma_{p,W} \triangleq \frac{\psi_{p,W}}{|p|} G_{FA}(0)G_{k|k-1}^{(|p|)}(\rho) + \frac{\sum_{W' \in p-W} \psi_{p,W'} l_{p,W'}}{\eta W}. \quad (13)$$

$|p|$ 为量测集 $Z$ 使用距离划分算法后的总划分个数, $|W|$ 为某个 $p$ 划分下的各非空集合 $W$ 中的量测个数.

### 1.2 伽玛高斯逆韦氏实现

因为泊松分布的均值共轭先验分布是伽玛分布,所以假定目标产生的量测个数服从泊松分布,其均值服从参数为 $\gamma_k$ 的伽玛分布<sup>[21]</sup>.考虑将量测率 $\gamma_k$ 作为预测与更新的一部分,扩展目标的状态可以定义为

$$\xi_k = (\gamma_k, \mathbf{x}_k, \mathbf{X}_k). \quad (14)$$

其中: $\gamma_k > 0$ 为量测率,向量 $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^{sd \times 1}$ 为目标的质心运动状态,对称正定矩阵 $\mathbf{X}_k \in \mathbf{R}^{d \times d}$ 为椭圆扩展状态.状态模型<sup>[10]</sup>为

$$\mathbf{x}_{k+1} = (\mathbf{F}_{k+1|k} \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_{k+1}. \quad (15)$$

其中:过程噪声 $\mathbf{w}_{k+1}$ 服从 $N(\mathbf{w}_{k+1}; 0, \Delta)$ 的高斯分布, $\Delta = \mathbf{Q}_{k+1|k} \otimes \mathbf{X}_{k+1}$ , $\mathbf{I}_d$ 为 $d \times d$ 维单位阵,符号“ $\otimes$ ”表示矩阵直积.状态转移矩阵为

$$\mathbf{F}_{k+1|k} = \begin{bmatrix} 1 & T_s & 0.5T_s^2 \\ 0 & 1 & T_s \\ 0 & 0 & e^{-T_s/T_d} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q}_{k+1|k} = \Sigma^2(1 - e^{-2T_s/T_d})\text{diag}([0 \ 0 \ 1]). \quad (16)$$

其中: $T_s$ 为仿真时间间隔, $\Sigma$ 为标量加速度标准偏差, $T_d$ 为目标机动相关时间.量测模型<sup>[10]</sup>为

$$\mathbf{z}_k = (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_k + \mathbf{e}_k. \quad (17)$$

其中:量测噪声 $\mathbf{e}_k$ 服从 $N(\mathbf{e}_k; 0, \mathbf{X}_{k+1})$ 高斯分布,观测矩阵为 $\mathbf{H} = [1 \ 0 \ 0]$ .扩展目标的PHD可以近似为伽玛高斯逆韦氏的混合分布,表示为

$$D_k(\xi_k) = \sum_{j=1}^{J_k} w_k^{(j)} G(\gamma_k; \alpha_k^{(j)}, \beta_k^{(j)}) \times N(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_k^{(j)}, \mathbf{P}_k^{(j)} \otimes \mathbf{X}_k) \times IW(\mathbf{X}_k; v_k^{(j)}, \mathbf{V}_k^{(j)}) = \sum_{j=1}^{J_k} w_k^{(j)} \text{GGIW}(\xi_k; \zeta_k^{(j)}). \quad (18)$$

其中: $G(\gamma_k; \alpha_k^{(j)}, \beta_k^{(j)})$ 为参数是 $\alpha_k^{(j)}, \beta_k^{(j)}$ 的伽玛分布, $N(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_k^{(j)}, \mathbf{P}_k^{(j)} \otimes \mathbf{X}_k)$ 为均值是 $\mathbf{m}_k^{(j)}$ 、协方差矩阵是 $\mathbf{P}_k^{(j)} \otimes \mathbf{X}_k$ 的高斯分布, $IW(\mathbf{X}_k; v_k^{(j)}, \mathbf{V}_k^{(j)})$ 为自由度是 $v_k^{(j)}$ 、逆尺度矩阵是 $\mathbf{V}_k^{(j)}$ 的逆韦氏分布.

势分布计算如式(4)和(6)所示,这里只介绍GGIW-CPHD算法的基本框架,算法中用到的一些假设和具体预测更新等内容见文献[19].

## 2 椭圆随机超曲面模型

将椭圆定义<sup>[13-14]</sup>为

$$\{z | z \in \mathbf{R}^2, (z - \mathbf{m}_k)^T \mathbf{A}_k^{-1} (z - \mathbf{m}_k) = 1\}. \quad (19)$$

其中: $\mathbf{m}_k \triangleq (m_{x,k}, m_{y,k})^T$ 为椭圆的中心, $\mathbf{A}_k$ 为半正定矩阵.作Cholesky分解, $\mathbf{A}_k = \mathbf{L}_k \mathbf{L}_k^T$ ,其中

$$\mathbf{L}_k = \begin{bmatrix} l_k^{(1)} & 0 \\ l_k^{(3)} & l_k^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

则 $k$ 时刻,包含目标质心运动状态和形状的待估向量为

$$\mathbf{x}_k = [m_{x,k}, m_{y,k}, v_{x,k}, v_{y,k}, l_k^{(1)}, l_k^{(2)}, l_k^{(3)}]^T. \quad (21)$$

### 2.1 基于RHM量测方程

量测产生过程可以这样描述:首先从扩展目标表面上的不同位置产生量测源,然后通过量测源和传感器的噪声产生目标的量测.如图1所示,对于给定的量测源 $\mathbf{y}_k^{(j)}$ ,相应的目标量测为

$$\mathbf{z}_k^{(j)} = \mathbf{y}_k^{(j)} + \mathbf{v}_k^{(j)}, \quad j = 1, 2, \dots, n_T. \quad (22)$$

其中:传感器噪声 $\mathbf{v}_k^{(j)}$ 服从 $N(\mathbf{v}_k^{(j)}; 0, R_k)$ 的高斯分布, $n_T$ 为目标产生量测个数.

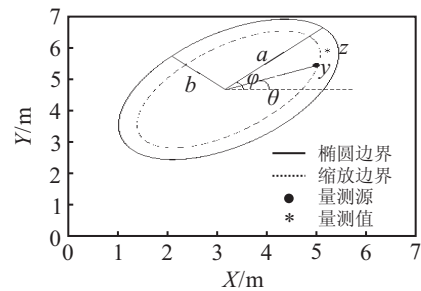


图1 目标量测产生模型

### 2.2 椭圆RHM的量测源

假定 $\bar{S}_k$ 为扩展目标的椭圆形状边界,量测源分布在缩放的椭圆边界上<sup>[13]</sup>,表示为

$$\mathbf{y}_k^{(j)} \in \mathbf{m}_k + s_k^{(j)} (\bar{S}_k - \mathbf{m}_k), \quad (23)$$

其中尺度因子 $s_k$ 为一维随机变量,且 $s_k \in [0, 1]$ .利用极坐标形式<sup>[15]</sup>描述椭圆RHM,有

$$R(\theta; a, b, \varphi) = \frac{ab}{\sqrt{(a \sin(\theta - \varphi))^2 + (b \cos(\theta - \varphi))^2}}, \quad (24)$$

$$\mathbf{y}_k^{(j)} = \mathbf{m}_k + s_k^{(j)} R(\theta_k^{(j)}; a_k, b_k, \varphi_k) \mathbf{e}_k, \quad (25)$$

$$\mathbf{e}_k = \begin{bmatrix} \cos(\theta_k^{(j)}) \\ \sin(\theta_k^{(j)}) \end{bmatrix}. \quad (26)$$

其中:  $a$ 、 $b$  分别为椭圆的长半轴和短半轴;  $\varphi$  为目标的运动方向, 定义为椭圆扩展形状的长轴与  $x$  轴正方向的夹角 (逆时针为正),  $\varphi \in [0, 2\pi]$ ;  $\mathbf{e}_k$  为极坐标转换成直角坐标的单位向量. 将式 (22) 代入 (25), 量测方程变为

$$\mathbf{z}_k^{(j)} = \mathbf{m}_k + s_k^{(j)} R(\theta_k^{(j)}; a_k, b_k, \varphi_k) \mathbf{e}_k + \mathbf{v}_k^{(j)}. \quad (27)$$

$\theta_k^{(j)}$  是未知的, 但是可以用当前量测到质心位置估计值的向量与  $x$  轴的夹角来近似<sup>[12]</sup>, 如

$$\theta_k^{(j)} \approx \angle(\mathbf{z}_k^{(j)} - \mathbf{m}_k, \mathbf{e}_x). \quad (28)$$

为了减少  $\theta_k^{(j)}$  对  $\mathbf{x}_k$  的影响<sup>[12]</sup>, 对式 (27) 进行数学处理, 得到伪量测方程

$$\begin{aligned} 0 &= h(\mathbf{x}_k, s_k^{(j)}, \mathbf{z}_k^{(j)}, \mathbf{v}_k^{(j)}) = \\ & (s_k^{(j)} R(\theta_k^{(j)}; a_k, b_k, \varphi_k))^2 + \\ & 2s_k^{(j)} R(\theta_k^{(j)}; a_k, b_k, \varphi_k) \mathbf{e}_k^T \mathbf{v}_k^{(j)} + \\ & \|\mathbf{v}_k^{(j)}\|^2 - \|\mathbf{z}_k^{(j)} - \mathbf{m}_k\|^2. \end{aligned} \quad (29)$$

函数  $h(*)$  将状态  $\mathbf{x}_k$ 、尺度因子  $s_k^{(j)}$ 、量测  $\mathbf{z}_k^{(j)}$  和量测噪声  $\mathbf{v}_k^{(j)}$  映射成 0 伪量测.

### 3 基于椭圆 RHM 的伽玛高斯混合 CPHD 滤波器

RHM-GGM-CPHD 中扩展目标的状态定义为

$$\mathbf{s}_k = (\gamma_k, \mathbf{x}_k). \quad (30)$$

其中:  $\gamma_k$  为量测率,  $\mathbf{x}_k$  为包含目标质心和形状的向量. 由式 (29) 可见, 函数  $h(*)$  是非线性的, 且受到尺度因子  $s$  的影响. 文献 [22] 指出,  $s$  可以是高斯分布, 由于状态模型是线性的, 只需对向量  $\mathbf{x}_k^a = [\mathbf{x}_k^T \ s_k \ \mathbf{v}_k^T]^T$  作无迹变换 (UT)<sup>[23]</sup> 处理, 其均值和协方差矩阵为

$$\boldsymbol{\mu}_k^a = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_k^T \\ \mu_s \\ \mathbf{0}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_k^a = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_s^2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R}_k \end{bmatrix}. \quad (31)$$

在计算得到 Sigma 点后, 将这些点代入函数  $h(*)$  中得到相应函数的值, 然后通过这些值求取相应的均值和协方差.

#### 3.1 预测过程

RHM-GGM-CPHD 滤波器中对量测率的预测<sup>[16]</sup> 为

$$\alpha_{k+1|k}^{(j)} = \frac{\alpha_{k|k}^{(j)}}{\eta_k}, \quad \beta_{k+1|k}^{(j)} = \frac{\beta_{k|k}^{(j)}}{\eta_k}, \quad (32)$$

其中  $\eta_k > 1$  为遗忘因子. 其他预测与 ET-CPHD 的预测过程一样.

#### 3.2 更新过程

更新过程可以分为如下步骤.

Step 1: 设  $\chi_i$  为  $U$  变换后的第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )

个 Sigma 点, 则

$$z_i = h(\chi_i), \quad \hat{z}_{nz} = \sum_{i=0}^n W_m^{(i)} z_i,$$

$$S_{nz} = \sum_{i=0}^n W_c^{(i)} (z_i - \hat{z}_{nz})(z_i - \hat{z}_{nz})^T,$$

$$\mathbf{P}_{xz} = \sum_{i=1}^n W_c^{(i)} (\chi_i - \boldsymbol{\mu}_k^a)(z_i - \hat{z}_{nz})^T,$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_{xz} (\mathbf{S}_{nz})^{-1}, \quad \boldsymbol{\mu}_k^a = \boldsymbol{\mu}_k^a + \mathbf{K}(0 - \hat{z}_{nz}),$$

$$\mathbf{C}_k^a = \mathbf{C}_k^a - \mathbf{K} \mathbf{S}_{nz} \mathbf{K}^T. \quad (33)$$

计算所有划分  $p$  下的各非空集合  $W$  中的后验量测率、均值和协方差矩阵, 有

$$\alpha_{k|k}^{(j),W} = \alpha_{k|k-1}^{(j)} + |W|, \quad \beta_{k|k}^{(j),W} = \beta_{k|k-1}^{(j)} + 1,$$

$$n_x = \text{length}(\mathbf{x}_k), \quad \boldsymbol{\mu}_{k|k}^{(j),W} = \boldsymbol{\mu}_x^a(1 : n_x),$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{(j),W} = \mathbf{C}_k^a(1 : n_x). \quad (34)$$

Step 2: 由式 (7) 计算  $\rho$ , 有

$$\rho = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \bar{w}_{k|k-1}^{(j)} (1 - P_D^{(j)} + P_D^{(j)} G_z(0, j)). \quad (35)$$

其中

$$G_z(0, j) = \left( \frac{\beta_{k|k-1}^{(j)}}{\beta_{k|k-1}^{(j)} + 1} \right)^{\alpha_{k|k-1}^{(j)}},$$

$$\bar{w}_{k|k-1}^{(j)} \triangleq \frac{w_{k|k-1}^{(j)}}{\sum_{\ell=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(\ell)}}, \quad j = 1, 2, \dots, J_{k|k-1}. \quad (36)$$

Step 3: 计算所有划分  $p$  下的各非空集合  $W$  中的  $\eta W$ , 有

$$\eta W = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \bar{w}_{k|k-1}^{(j)} P_D^{(j)} \frac{L_k^{(j),W}}{L_{FA}^W}. \quad (37)$$

其中量测似然  $L_k^{(j),W}$  和虚警似然  $L_{FA}^W$  分别表示为

$$L_k^{(j),\gamma} = \frac{\Gamma(\alpha_{k|k}^{(j),|W|}) (\beta_{k|k-1}^{(j)})^{\alpha_{k|k-1}^{(j)}}}{\Gamma(\alpha_{k|k-1}^{(j)}) (\beta_{k|k}^{(j),W})^{\alpha_{k|k}^{(j),|W|}}},$$

$$L_k^{(j),\mathbf{x}} = \prod_{z \in W} N(0; \hat{z}_{nz}^j, \mathbf{S}_{nz}^j),$$

$$L_k^{(j),W} = L_k^{(j),\gamma} L_k^{(j),\mathbf{x}}, \quad L_{FA}^W = \prod_{z \in W} p_{FA}(z). \quad (38)$$

Step 4: 计算后验权重  $w_{k|k}^{(j),p,W}$ , 有

$$w_{k|k}^{(j),p,W} = \frac{\bar{w}_{k|k-1}^{(j)} P_D^{(j)} \sigma_{p,W} \frac{L_k^{(j),W}}{L_{FA}^W}}{\sum_{p \in Z} \sum_{W \in p} \psi_{p,W} l_{p,W}}, \quad (39)$$

其中  $l_{p,W}$ 、 $\psi_{p,W}$  和  $\sigma_{p,W}$  根据式 (9)、(11)、(13) 计算. 更新后的 PHD 是一个伽玛高斯混合项, 表示为

$$D_{k|k}(\mathbf{s}_k) = \sum_{p \in Z} \sum_{W \in p} w_{k|k}^{(j),p,W} G(\gamma_k; \alpha_{k|k}^{(j),W}, \beta_{k|k}^{(j),W}) \times$$

$$N(\mathbf{x}_k; \boldsymbol{\mu}_{k|k}^{(j),W}, \mathbf{P}_{k|k}^{(j),W}) + D_{k|k}^{ND}(\zeta_k), \quad (40)$$

其中  $D_{k|k}^{ND}$  为漏检的PHD. 势分布  $P_{k|k}(\cdot)$  的更新如式(6)所示.

### 4 仿真分析

在两个不同的仿真场景中, 通过与GGIW-CPHD滤波算法比较, 验证所提出的RHM-GGM-CPHD算法的跟踪性能. RHM-GGM-CPHD算法中的目标状态方程为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k, \quad (41)$$

其中状态转移矩阵  $\mathbf{F}$  和噪声  $\mathbf{w}_k$  的协方差矩阵  $\Delta_k^{\text{RHM}}$  分别表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \text{diag}(\mathbf{F}_k^{cv}, \mathbf{I}_3), \\ \Delta_k^{\text{RHM}} &= \text{diag}(\mathbf{Q}_k^{cv}, q_s \mathbf{I}_3). \end{aligned} \quad (42)$$

最优子模型分配(OSPA)<sup>[24]</sup>可以同时捕获到目标的势和位置状态的误差, 已广泛应用于多目标跟踪中. 本文采用OSPA对目标的位置状态和椭圆扩展形状进行评价, 其中椭圆形状的评价分成长轴、短轴和方向3部分, 参数设置为  $p = 2, c = 60$ .

#### 4.1 两个扩展目标(实验1)

在  $[-500, 1600] \times [-1100, 1100]$  的观测区域内考察扩展目标, 整个过程持续59个时刻. 两个目标先是沿直线运动, 在第21个时刻两个目标发生机动, 目标1匀速转弯10个时刻后, 方位角为  $45^\circ$ , 然后沿该角度继续匀速直线运动; 目标2匀速转弯10个时刻后, 方位角为  $-45^\circ$ , 然后沿该角度继续匀速直线运动. 真实目标的椭圆扩展形状的长半轴  $a = 20 \text{ m}$ , 短半轴  $b = 10 \text{ m}$ . 杂波量测个数服从泊松率  $N_{\text{FA}} = 10$  的泊松分布, 均匀分布在观测区域中. 目标产生量测个数服从泊松率  $\lambda = 20$  的泊松分布, 尺度因子  $s$  服从  $N(0.7, 0.08)$ . 目标的存活概率  $p_s = 0.99$ , 检测概率  $P_D = 0.99$ . 式(39)中的参数设置为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_k^{cv} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T_s \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_s = 1, \\ \mathbf{Q}_k^{cv} &= \text{diag}(0.01, 0.01, 4, 4), q_s = 5. \end{aligned} \quad (43)$$

GGIW-CPHD算法的状态模型参数设置为  $T_s = 1 \text{ s}$ ,  $T_d = 1 \text{ s}$ ,  $\sum = 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$ , 时间衰减常数  $\tau = 10$ . 设两种算法的新生目标个数  $J_b = 2$ , 权重  $w_{b,k}^{(j)} = 0.1$ , 其余新生目标强度参数为

$$\begin{aligned} \alpha_{b,k}^{\text{RHM}}(j) &= 20, \beta_{b,k}^{\text{RHM}}(j) = 1, \\ \boldsymbol{\mu}_{b,k}^{\text{RHM}}(j) &= [(x_0^{(j)})^T, 0, 0, 25, 15, 0]^T, \\ \mathbf{P}_{b,k}^{\text{RHM}}(j) &= \text{diag}(5, 5, 15, 15, 5, 5, 5); \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{b,k}^{\text{GGIW}}(j) &= 20, \beta_{b,k}^{\text{GGIW}}(j) = 1, \\ \mathbf{m}_{b,k}^{\text{GGIW}}(j) &= [(x_0^{(j)})^T, \mathbf{0}_4^T]^T, \\ \mathbf{P}_{b,k}^{\text{GGIW}}(j) &= \text{diag}(5, 15, 15), \\ v_{b,k}^{\text{GGIW}}(j) &= 7, \mathbf{V}_{b,k}^{\text{GGIW}}(j) = 20^2 \mathbf{I}_2. \end{aligned} \quad (45)$$

势分布预测方程如式(4)所示, 其中新生目标势的初始化为

$$P_{\text{birth}}(n) = \begin{cases} 0.90, & n = 0; \\ 0.05, & n = 1; \\ 0.025, & n = 2, 3; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (46)$$

目标的运动轨迹如图2所示. 单次仿真结果的局部对比如图3所示. 通过100次Monte Carlo仿真后的结果如图4所示.

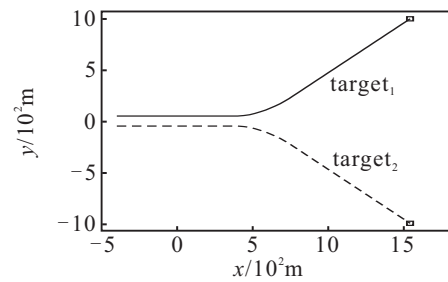
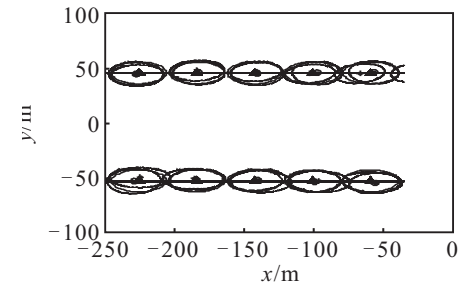
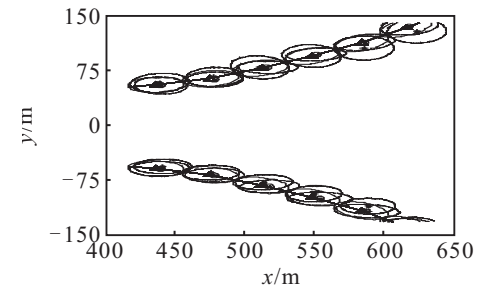


图2 目标的运动轨迹(实验1)



(a) 5~10 s



(b) 21~26 s

图3 单次仿真结果的局部对比

由图4(a)可见, 两种算法都能较为准确地估计出目标个数, 除了前几个时刻外, RHM-GGM-CPHD滤波器对目标质心位置和椭圆扩展形状长短轴的估计比GGIW-CPHD更准确. 但是, 本文算法将扩展目标状态的参数与形状参数一起作为待估向量, 存在收

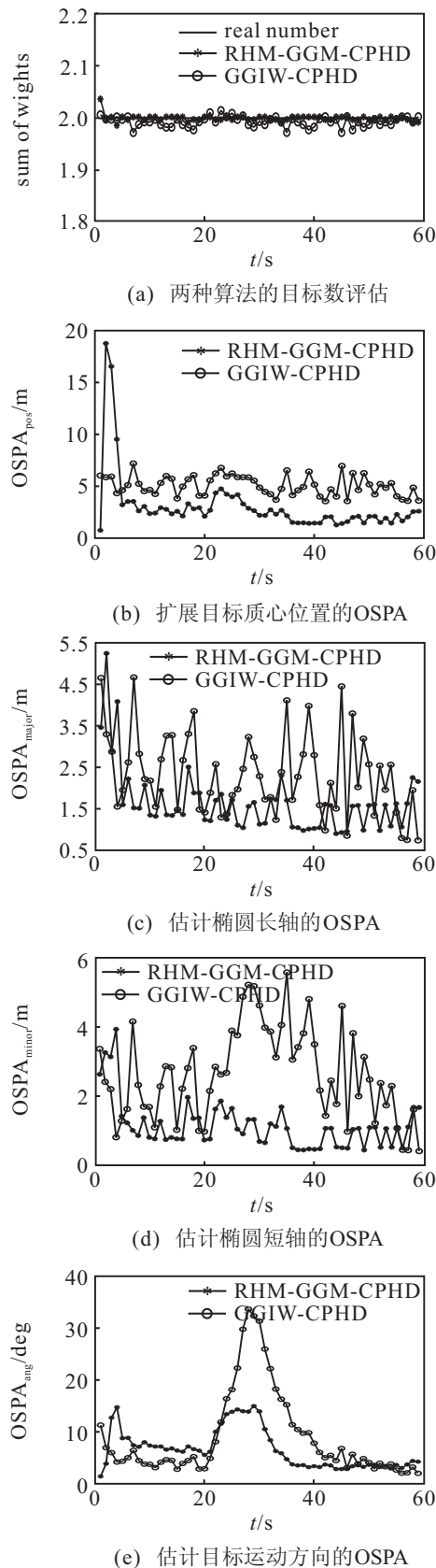


图4 100次Monte Carlo仿真结果(实验1)

敛慢的问题,在目标新生时需要10s左右的时间进行收敛.在RHM-GGM-CPHD中使用 $U$ 变换,不但解决了伪量测方程的非线性问题,同时使得滤波后的位置OSPA几乎是GGIW-CPHD的一半,大大提高了跟踪精度,从而可以更准确地跟踪目标(见图4(b)).同时,

由于使用了 $U$ 变换,导致算法在时间运行上花费较大(见表1).在第21个时刻目标发生机动时,两种算法对于目标的运动方向的OSPA都变大(见图4(e)),但是,GGIW-CPHD滤波器的估计误差显然比所提算法大,这是因为文献[4]在推导过程中给出的假设,即目标的预测扩展形状等于前一刻更新后的扩展形状,所以GGIW-CPHD滤波器对目标方向的改变不够敏感,导致方向OSPA急剧增加(见图3(b)).图3(b)中,三角形和实线表示真实目标的质心和椭圆扩展形状,“\*”和长虚线表示GGIW-CPHD滤波器的结果,“o”和短虚线表示RHM-GGM-CPHD滤波器的结果.图4(c)和图4(d)分别为椭圆长短轴的估计结果,可见,所提算法在长短轴估计方面整体上还是有优势的,特别是在目标机动之后,GGIW-CPHD滤波的短轴OSPA逐渐变大.

表1 两种算法的运行时间对比

算法	滤波时刻			所有时刻平均
	$k=1$	$k=21$	$k=30$	
RHM	0.2622	0.4946	0.4800	0.5009
GGIW	0.0682	0.1750	0.0817	0.0881

## 4.2 存在交叉情况的4个扩展目标(实验2)

在 $[-1100, 1100] \times [-1100, 1100]$ 观测区域内,考察存在交叉情况的4个扩展目标,整个过程持续100s.目标1和目标2在1~80s存活,第40s和41s交叉;目标3在第21s新生,在第60s消失;目标4在第31s新生,在第100s消失.目标产生量测的泊松率均为 $\lambda=20$ ,杂波泊松率 $N_{FA}=10$ ,新生目标数 $J_b=4$ ,权重 $w_{b,k}^{(j)}=0.1$ .除目标初始位置外,其他参数与式(44)、(45)和(46)一样.目标的运动轨迹如图5所示.通过100次Monte Carlo仿真的结果如图6所示.

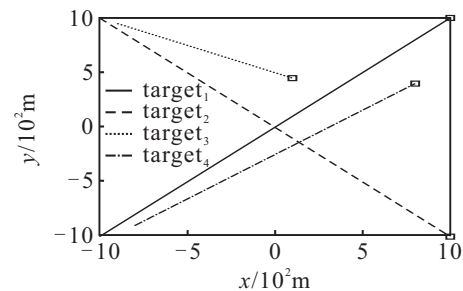


图5 目标的运动轨迹(实验2)

由图6(a)可见,在多个扩展目标的情况下,两种算法都能很好地估计目标个数.在目标1和目标2交叉时,两种算法都不能区分,这是因为两种算法都使用了距离划分对量测集进行划分.在交叉时,两个目标产生的量测很接近,距离划分算法将这两个量测集划分到一个 $W$ 中,认为是一个扩展目标产生的.由

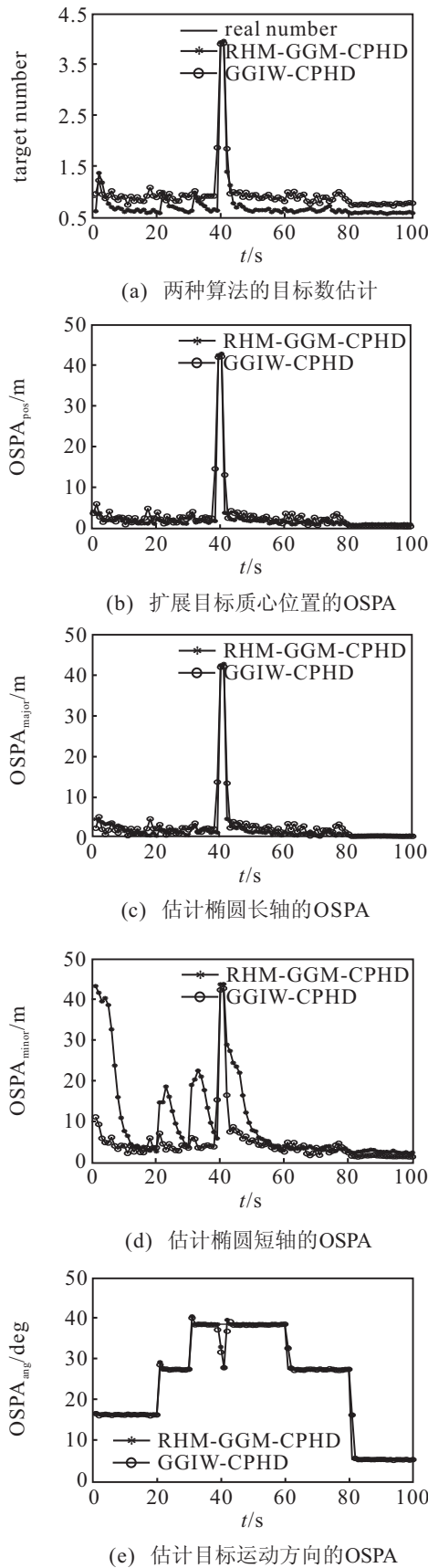


图6 100次Monte Carlo仿真结果(实验2)

图6(b)可见, RHM-GGM-CPHD滤波器在质心位置的跟踪精度要优于GGIW-CPHD滤波器, 当目标发生交叉时, RHM-GGM-CPHD打破了原来的收敛平衡, 需要进行新的收敛过程. 由图6(c)~图6(e)可见, 所提

出算法估计目标形状和方向的OSPA都比原来收敛后的要大, 特别是图6(e)中, 对于目标方向的估计, 所提出算法比GGIW-CPHD滞后几个时刻. 由图6(c)和图6(d)可见, 两种算法对于椭圆长度轴的估计都比较准确, 差别并不大. 这是因为二者对于长短轴的估计方式有些不同, 所提出算法是将cholesky分解后得到的形状参数 $l_k^{(1)}$ 、 $l_k^{(2)}$ 、 $l_k^{(3)}$ 建模为高斯分布, 然后通过对该参数更新来自适应估计并提取. GGIW-CPHD算法中的椭圆扩展形状是通过逆韦氏分布建模的, 然后通过逆韦氏分布参数进行更新, 利用参数提取长短轴. 两种算法在该场景下对于椭圆长短轴的估计都适用, 效果均较好, 但是在其他场景中(如实验1), 所提出算法具有优势.

综上可以得出结论, 所提出算法在目标新生时会存在收敛慢的问题, 对目标交叉时的表现较为敏感, 但在总体上, 对目标质心位置估计和目标形状估计的精度优于GGIW-CPHD算法.

### 5 结论

本文提出了一种椭圆随机超曲面模型与扩展目标伽玛高斯混合CPHD滤波算法相结合的滤波器, 同时给出了RHM-GGM-CPHD算法的更新步骤. 在多扩展目标的场景下, 验证了算法的有效性, 通过与GGIW-CPHD算法的比较, 体现了所提出算法对目标的质心位置的估计和形状估计具有较好的性能.

相比于GGIW-CPHD滤波器, RHM-GGM-CPHD滤波器有两个优点: 1)非线性动态模型可以很容易地用在RHM-GGM-CPHD滤波器中以跟踪机动目标, GGIW-CPHD存在这方面的限制; 2)RHM-GGM-CPHD滤波器可以估计不规则形状的扩展目标(如星凸模型)<sup>[12]</sup>, GGIW-CPHD只能估计椭圆形的扩展目标. 因此, 将来的工作主要面对机动目标的跟踪和基于星凸模型的扩展目标跟踪.

### 参考文献(References)

- [1] Gilholm K, Salmond D. Spatial distribution model for tracking extended objects[J]. Proc of Radar, Sonar and Navigation, 2005, 152(5): 364-371.
- [2] Gilholm K, Godsill S, Maskell S, et al. Poisson models for extended target and group tracking[C]. Proc of Signal and Data Processing of Small Targets. SanDiego: SPIE, 2005: 230-241.
- [3] Mahler R. Multitarget bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152-1178.
- [4] Mahler R. PHD filters of higher order in target number[J]. IEEE Trans on Aerospace Electronic Systems, 2007, 43(4):

- 1523-1543.
- [5] Vo B N, Ma W K. Sequential monte carlo methods for multi-target filtering with random finite sets[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1224-1245.
- [6] 闫小喜, 韩崇昭. 基于杂波强度在线估计的多目标跟踪算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(4): 507-512.  
(Yan X X, Han C Z. Data association algorithm of infrared search and track system multiple target tracking based on online estimation of clutter intensity[J]. Control and Decision, 2012, 27(4): 507-512.)
- [7] Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(9): 4091-4104.
- [8] Mahler R. PHD filters for nonstandard targets,  $I$ . extended targets[C]. Proc of the Int Conf on Information Fusion. Seattle, 2009: 915-921.
- [9] Granstrom K, Lundquist C, Orguner U. Extended target tracking using a Gaussian-mixture PHD filter[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(4): 3268-3286.
- [10] Koch J W. Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(3): 1042-1059.
- [11] Granström K, Orguner U. A PHD filter for tracking multiple extended targets using random matrices[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2012, 60(9): 5657-5671.
- [12] Baum M, Hanebeck U D. Shape tracking of extended objects and group targets with star-convex RHMs[C]. The 14th Int Conf on Information Fusion. Chicago: Illinois, 2011: 12177746.
- [13] Baum M, Hanebeck U D. Random hypersurface models for extended object tracking[C]. IEEE Int Symposium on Signal Processing and Information Technology. Ajman, 2009: 178-183.
- [14] Baum M, Noack B, Hanebeck U D. Extended object and group tracking with elliptic random hypersurface models[C]. The 13th Int Conf on Information Fusion. Edinburgh, 2010: 1-8.
- [15] Zhang Hui, Xu Hui, Wang Xue-ying, et al. A PHD filter for tracking closely spaced objects with elliptic random hypersurface models[C]. Proc of the Int Conf on Information Fusion. Istanbul, 2013: 1558-1565.
- [16] 张慧, 徐晖, 王雪莹, 等. 一种基于椭圆随机超曲面模型的群目标高斯混合 PHD 滤波器[J]. 光学学报, 2013, 33(9): 0904001.  
(Zhang H, Xu H, Wang X Y, et al. A Gaussian-Mixture PHD filter based on based on ellipse random hypersurface models for group targets[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(9): 0904001.)
- [17] Han Yu-lan, Zhu Hong-yan, Han Chong-zhao. A Gaussian-Mixture PHD filter based on random hypersurface model for multiple extended targets[C]. Proc of the Int Conf on Information Fusion. Istanbul, 2013: 1752-1759.
- [18] Orguner U, Lundquist C, Granström K. Extended target tracking with a cardinalized probability hypothesis density filter[C]. Proc of the Int Conf on Information Fusion. Chicago, 2011: 12177811.
- [19] Lundquist C, Granström K, Orguner U. An extended target CPHD filter and a gamma Gaussian inverse Wishart implementation[J]. IEEE J of Selected Topics in Signal Processing, Special Issue on Multitarget Tracking, 2013, 7(3): 472-483.
- [20] Vo B T, Vo B N, Cantoni A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2007, 55(7): 3553-3567.
- [21] Granström K, Orguner U. Estimation and maintenance of measurement rates for multiple extended target tracking[C]. Proc of the Int Conf on Information Fusion. Singapore, 2012: 2170-2176.
- [22] Baum M, Feldmann M, Franken D, et al. Extended object and group tracking: A comparison of random matrices and random hypersurface mode[J]. Proc of the IEEE ISIF Workshop on Sensor Data Fusion, 2010, 176(2): 904-906.
- [23] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proc of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [24] Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447-3457.

(责任编辑: 郑晓蕾)