

基于自相关函数的模糊时间序列优化算法

陈刚, 王鹏飞, 李金玲

(大连海事大学 数学系, 辽宁 大连 116026)

摘要: 针对模糊时间序列模型中模糊推理规则的优化问题, 提出一种时间序列的自相关理论与模糊时间序列相结合的算法. 首先考查数据平稳化; 然后运用传统的数据模糊化方法得到模糊集, 进而建立模糊规则, 并运用自相关函数理论对模糊规则进行优化; 最后通过对 Alabama 大学注册人数的预测验证了所提出算法的有效性.

关键词: 模糊时间序列; 自相关函数; 规则权重; 特征展开法

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Optimization algorithm for fuzzy time series model based on autocorrelation function

CHEN Gang, WANG Peng-fei, LI Jin-ling

(Department of Mathematics, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China. Correspondent: CHEN Gang, E-mail: chengang@dlnu.edu.cn)

Abstract: Facing with the optimization problem of fuzzy rules in the fuzzy time series forecasting model, an algorithm is proposed to optimize fuzzy rules by combing auto-correlation theory with fuzzy time series. Firstly, data stationarity is discussed and then fuzzy sets are obtained by using the traditional data fuzzification method, thereby fuzzy rules are established. Fuzzy rules are optimized by using the auto-correlation theory. Finally, through the forecasting of Alabama university enrollments, results show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: fuzzy time series; autocorrelation function; rules weights; characteristic expansion method

0 引言

传统的时间序列模型能够处理许多预测问题, 但不能有效解决历史数据是语言变量的或者是不完整、不确定的预测问题. 由于模糊的时间序列模型在处理数据不确定性方面所显示出的优势, 越来越多的研究者开始关注模糊时间序列模型. 模糊时间序列预测模型一般分为以下4个部分^[1]: 论域的划分、定义模糊集、建立模糊规则和去模糊化.

在模糊时间序列模型建立的过程中, 模糊规则的构建是影响模型预测精度的关键因素之一. Song等^[1-3]最早提出建立模糊规则, 根据相邻两个样本数据对应的模糊集通过“max-min”运算方法构建模糊关系矩阵. Chen等^[4-6]提出了根据模糊逻辑关系组建立模糊规则. Teoh等^[7]提出了利用粗糙集理论处理模糊逻辑关系. Yu等^[8]根据模糊规则已发生的次数确立模糊规则的权重系数. Cheng等^[9]分别提出了权重趋

势的模糊时间序列模型. Liu等^[10]和 Cheng等^[11]提出了对权重参数进行约束优化的算法. Lee等^[12]利用实际数据与区间中点的距离差建立权重模型. Qiu等^[13]提出了建立权重模型时采用主要模糊关系和次要模糊关系. Yu^[8]和 Liu等^[10]虽然在权重上作了改进, 但均通过实验得来, 且权重计算中人为因素较多, 不能充分反映时间序列自身的特点.

在模糊规则的构建和优化过程中, 考虑时间序列相关性对规则的影响的研究并不多, 为此, 本文从时间序列相关性理论出发, 利用平稳时间序列的自相关函数对模糊规则进行优化, 建立一种基于自相关函数的模糊时间序列的算法. 首先考查数据平稳化; 然后运用传统的数据模糊化方法得到模糊集, 进而建立模糊规则, 并运用自相关函数理论对模糊规则进行优化; 最后通过对 Alabama 大学注册人数的预测验证了所提出算法的有效性.

收稿日期: 2014-06-05; 修回日期: 2014-12-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60875032/F030504); 中央高校基本科研业务费专项基金项目(2012TD032).

作者简介: 陈刚(1964—), 男, 教授, 博士, 从事模糊推理、模糊系统优化等研究; 王鹏飞(1989—), 男, 硕士生, 从事数据处理与信息提取的研究.

1 相关知识

1.1 模糊时间序列概念

定义 1^[1] 令 R 中一子集 $Y(t)$ 为给定论域, $f_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots$) 为定义在其上的模糊集合, $F(t)$ 是由 $f_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots$) 组成的集合, 称 $F(t)$ 为定义在 $Y(t)$ ($t = 0, 1, \dots$) 上的模糊时间序列.

1.2 自相关函数

定义 2 设 Z_t 为一个时间序列, 若均值 $E(Z_t) = \mu$ 和方差 $\text{Var}(Z_t) = E(Z_t - \mu)^2 = \sigma^2$, 且协方差 $\text{Cov}(Z_t, Z_s)$ 仅是时间差 $|t - s|$ 的函数, 则称时间序列 Z_t 是一个平稳过程.

对于平稳过程 $\{Z_t\}$, Z_t 与 Z_{t+k} 之间的协方差为

$$\text{Cov}(Z_t, Z_{t+k}) = E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu), \quad (1)$$

Z_t 与 Z_{t+k} 之间的协方差为

$$\rho_k = \frac{\text{Cov}(Z_t, Z_{t+k})}{\sqrt{\text{Var}Z_t}\sqrt{\text{Var}Z_{t+k}}}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

其中 $\text{Var}(Z_t) = \text{Var}(Z_{t+k})$. 作为 k 的函数, 自相关函数只与时间间隔 k 有关, 与时刻 t 没有关系. 一个平稳过程的自相关函数 ρ_k 具有如下性质: $\rho_k \leq 1$.

对于给定的观测时间序列 Z_1, Z_2, \dots, Z_n , 样本的自相关函数 (ACF) 定义为

$$\bar{\rho}_k = \frac{\sum_{t=0}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2}, \quad k = 0, 1, \dots \quad (3)$$

以此估计自相关函数, 其中 $\bar{Z} = \sum_{t=1}^n Z_t/n$ 为序列的样本均值.

1.3 模糊合成推理的特征展开法

特征展开法是一种模糊推理的计算方法, 在介绍该算法之前, 首先给出模糊集的内积概念.

定义 3 设模糊集

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in M_{1 \times n},$$

$$B = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in M_{1 \times n},$$

称

$$A \bullet B = A \circ B^T = \bigvee_{k=1}^n (a_k \wedge b_k)$$

为模糊集 A 与 B 的内积.

对于一个给定模糊系统所对应的模糊规则库

$$\begin{aligned} r_1 : A_1^1 \wedge A_2^1 \wedge \dots \wedge A_n^1 &\rightarrow B^1, \\ &\vdots \\ r_m : A_1^m \wedge A_2^m \wedge \dots \wedge A_n^m &\rightarrow B^m. \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$A_k^i = (a_1^i, a_2^i, \dots, a_n^i) \in M_{1 \times n},$$

$$B^i = (b_1^i, b_2^i, \dots, b_m^i) \in M_{1 \times m}, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

则 A_k^i 和 B^i 的内积为

$$A_k^i \bullet B^i = A_k^i \circ B^{iT} = \bigvee_{k=1}^n (a_k^i \wedge b_k^i).$$

若给出一个输入前件 $A_1^* \wedge A_2^* \wedge \dots \wedge A_n^*$, 它与第 i 条推理规则前件 $A_1^i \wedge A_2^i \wedge \dots \wedge A_n^i$ 的特征系数为

$$\alpha_i = \bigwedge_{k=1}^n (A_k^* \bullet A_k^i) \in [0, 1],$$

则模糊系统的输出为 $B^* = \bigcup_{i=1}^m (\alpha_i \wedge B^i)$. 称该算法为特征展开法, 它反映模糊系统输出是特征系数对所有规则后件的“加权”, 避免了模糊关系矩阵的复杂计算^[14].

1.4 数据的平稳化方法

常见的非平稳时间序列有随时间变化的均值 μ_t 、时变的二阶矩 (如时变的方差 σ_t^2) 和二者皆有的 3 种形式. 对于均值非平稳, Box 等^[15] 采用差分变换将其平稳化, 即对于某个 $d > 0$, $\psi(B)$ 的形式可以表示为

$$\psi(B) = \phi(B)(1 - B)^d, \quad (5)$$

其中 $\psi(B)$ 为一个平稳自回归算子. 对于方差非平稳序列, 需要作适当的方差稳定变换. 文献 [15] 引入对数变换方法, 有

$$Z'_t = \ln(Z_t). \quad (6)$$

对于均值和方差均非平稳的情况, 一般先采用对数变换再采用差分变换便可将非平稳过程转换为平稳过程.

2 基于自相关函数的模糊时间序列模型

目前, 关于模糊时间序列模型中模糊推理规则的研究尚没有涉及到时间序列的相关性理论. 模糊时间序列由经典时间序列转化而来, 经典时间序列必然涉及到数据间的相关性, 通过数据的模糊化依然不能改变这种相关性, 因此导致模糊时间序列模型中模糊规则的前件对后件的影响是不同的. 根据时间序列的自相关理论, 提出一种新的模糊时间序列模型的优化算法, 具体如下.

Step 1: 数据平稳化. 首先通过均值、方差和协方差函数考察时间序列的平稳性, 若非平稳, 则采用差分变换或对数变换将样本平稳化.

Step 2: 定义论域和划分. 定义平稳化后的论域

$$U = [D_{\min} - D_1, D_{\max} + D_2].$$

其中: D_{\min} 和 D_{\max} 分别为平稳化后的样本数据 d_1, d_2, \dots, d_n 中的最小值和最大值; D_1, D_2 为两个适当的正数. 根据等间隔划分方法确定间隔长度, 将论域划分为等长度的间隔 u_1, u_2, \dots, u_n , 对应的中心分别为 c_1, c_2, \dots, c_n .

Step 3: 数据模糊化. 定义集合

$$A_k = (u_1(x_k), u_2(x_k), \dots, u_n(x_k)),$$

其中 $(u_1(x_k), u_2(x_k), \dots, u_n(x_k))$ 为 x_k 对于区间 u_1, u_2, \dots, u_c 的隶属度. 本文采用文献 [4] 定义的模糊集方法将所有样本数据模糊化, 得到对应的模糊时间序列.

Step 4: 模糊规则的建立和优化. 针对模糊化后的时间序列建立 ω 阶模糊规则如下:

$$\begin{aligned} r_1 &: A_1^1 \wedge A_2^1 \wedge \dots \wedge A_\omega^1 \rightarrow B^1, \\ &\vdots \\ r_{n-\omega+1} &: A_{n-\omega+1}^{n-\omega+1} \wedge A_{n-\omega+2}^{n-\omega+1} \wedge \dots \wedge A_n^{n-\omega+1} \rightarrow \\ &B^{n-\omega+1}. \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $A_k^i = A_k, B^i = A_{\omega+i}^i = A_{\omega+i}, i$ 为第 i 条模糊规则.

采用自相关函数理论对模糊规则进行优化.

Step 4.1: 计算自相关函数. 运用公式

$$\bar{\rho}_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (d_t - \bar{d})(d_{t+k} - \bar{d})}{\sum_{t=1}^n (d_t - \bar{d})^2}, \quad k = 0, 1, \dots$$

计算出平稳过程 d_1, d_2, \dots, d_n 的样本自相关函数序列 $\{\bar{\rho}_k\}$, 其中 $\bar{d} = \sum_{t=1}^n d_t/n$ 为序列的样本均值.

Step 4.2: 模糊规则权重的确定. 采用改进的离差标准化方法, 有

$$\bar{\rho}_k' = \left| \frac{\bar{\rho}_k - \bar{\rho}}{\bar{\rho}_{\max} - \bar{\rho}_{\min}} \right|, \quad k = 1, 2, \dots \quad (8)$$

其中: $\bar{\rho}_{\max}$ 和 $\bar{\rho}_{\min}$ 分别为自相关函数序列的最大值和最小值; $\bar{\rho} = \sum_{i=1}^k \bar{\rho}_i/k, k = 1, 2, \dots$. 设阶数为 ω , 取 $\bar{\rho}_k$ 中前 ω 个自相关函数, 计算权重公式

$$\gamma_i = \frac{\bar{\rho}_i'}{\sum_{k=1}^{\omega} \bar{\rho}_k'}, \quad i = 1, 2, \dots, \omega. \quad (9)$$

其中: γ_i 为权重系数, $\bar{\rho}_i'$ 为归一化后的自相关系数.

Step 4.3: 优化模糊规则. 用得到的权重 γ_i 分别对多重模糊蕴含推理的前件进行加权, 得到新的模糊规则如下:

$$r_1' : \gamma_1 A_1^1 \wedge \gamma_2 A_2^1 \wedge \dots \wedge \gamma_\omega A_\omega^1 \rightarrow B_1,$$

$$\begin{aligned} &\vdots \\ r_{n-\omega+1}' &: \gamma_1 A_{n-\omega+1}^{n-\omega+1} \wedge \gamma_2 A_{n-\omega+2}^{n-\omega+1} \wedge \dots \wedge \\ &\gamma_\omega A_n^{n-\omega+1} \rightarrow B_{n-\omega+1}, \\ &\frac{A_1^* \wedge A_2^* \wedge \dots \wedge A_\omega^*}{B^*}. \end{aligned} \quad (10)$$

Step 5: 利用特征展开法进行计算. 给出一个输入前件 $A_1^* \wedge A_2^* \wedge \dots \wedge A_\omega^*$, 首先计算关于第 i 条推理规则前件的特征系数 α_i , 有

$$\alpha_i = \bigwedge_{j=1}^{\omega} (A_j^* \bullet A_{n-\omega+j}^i) \in [0, 1], \quad (11)$$

其中 $A_{n-\omega+j}^i = \gamma_k A_{n-\omega+j}^i$. 利用得到的特征系数 α_i 和与其对应的后件 $B^i = (b_1^i, b_2^i, \dots, b_n^i)$ 进行合成运算, 得到

$$\begin{aligned} B^* &= \bigcup_{i=1}^{n-\omega+1} (\alpha_i \wedge B^i) = \\ &(u_1^*(x_k), u_2^*(x_k), \dots, u_n^*(x_k)). \end{aligned} \quad (12)$$

Step 6: 去模糊化得到预测结果. 将预测结果利用公式进行去模糊化, 有

$$X_t = \frac{\sum_{i=1}^n u_i^*(x_k) \times c_i}{\sum_{i=1}^n u_i^*(x_k)}, \quad (13)$$

其中 c_i 为隶属度对应所在区间的中心.

Step 7: 采用逆差分变换 $Z_t' = Z_{t-1}' + X_t$, 其中 Z_{t-1}' 是方差变换后的时间序列和逆方差变换 $Z_t^* = e^{Z_t'}$, 从而得到预测结果 Z_t^* .

3 算例研究

本文以 Alabama 大学注册人数^[4]为例, 利用所提出的基于自相关函数的模糊时间序列模型优化算法进行比较研究.

Step 1: 数据平稳化. 图 1(a) 给出了 Alabama 大学历年实际注册人数的散点图. 可以看出, 该时间序列是非平稳的. 分别运用对数变换或差分变换 (图 1(b) 和图 1(c)), 该序列仍然非平稳. 因此, 先采用对数变换再采用差分变换, 得到时间序列

$$\begin{aligned} d_t' &= \\ &[0.0382, 0.0222, 0.0581, 0.0507, -0.0097, \\ &0.0189, 0.0164, 0.0579, 0.0066, -0.0319, \\ &-0.0600, 0.0041, -0.0230, 0.0012, \\ &0.0527, 0.0533, 0.0738, 0.0442, \\ &0.0187, 0.0005, -0.0241]. \end{aligned}$$

对该序列进行 ADF 单位根检验, 如图 2、表 1 和表 2 所示, 变换后的时间序列平稳.

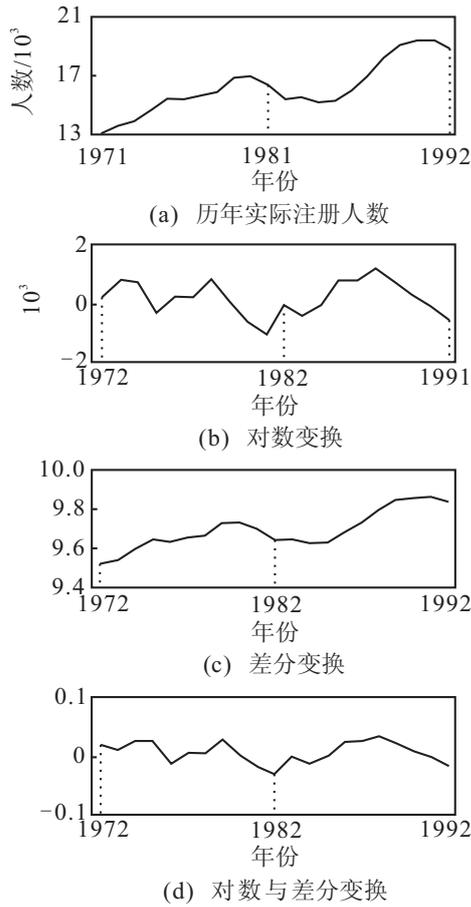


图 1 Alabama 大学对数或差分变换后的时间序列

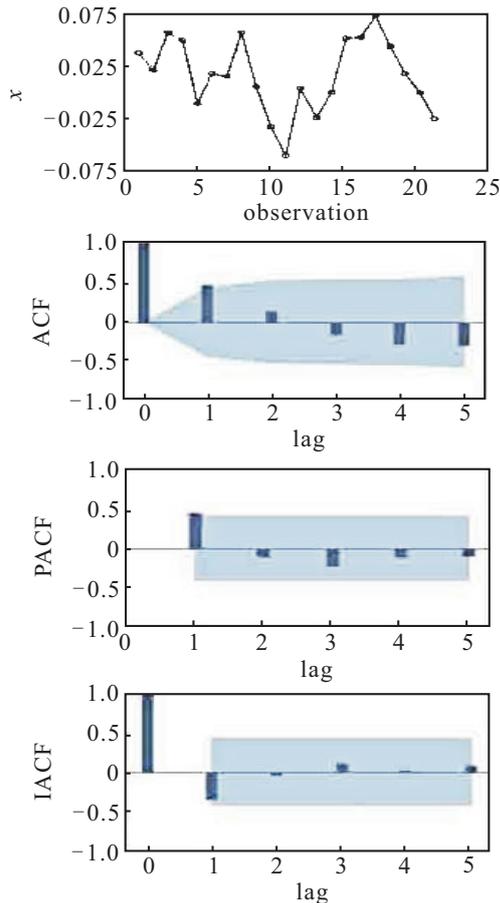


图 2 关于 x 的趋势及相关性分析

表 1 ARIMA 计算结果

	name of variable = x
mean of working series	0.017 558
standard deviation	0.034 263
number of observation	21

表 2 ADF-单位根检验结果

Type	Lags	Rho	Pr< Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr>F
Zero mean	0	-8.038 1	0.037 2	-2.24	0.027 5		
	1	-8.533 1	0.030 4	-1.98	0.047 6		
Single mean	0	-9.683 1	0.096 3	-2.30	0.180 2	2.75	0.415 3
	1	-11.956 1	0.042 4	-2.12	0.240 0	2.31	0.517 4
Trend	0	-9.725 6	0.352 2	-2.26	0.436 3	2.58	0.681 8
	1	-11.886 2	0.202 7	-2.05	0.538 0	2.20	0.748 3

Step 2: 定义论域和划分. 令

$$D_{\min} = -0.060 0,$$

$$D_{\max} = 0.073 8,$$

$$D_1 = 0.005,$$

$$D_2 = 0.001 2,$$

可将论域 $U = [-0.006 5, 0.075]$ 等分为 u_1, u_2, \dots, u_7 七个区间, 即

$$u_1 = [-0.065, -0.045],$$

$$u_2 = [-0.045, -0.025],$$

$$u_3 = [-0.025, -0.005],$$

$$u_4 = [-0.005, 0.015],$$

$$u_5 = [0.015, 0.035],$$

$$u_6 = [0.035, 0.055],$$

$$u_7 = [0.055, 0.075].$$

Step 3: 数据的模糊化. 当 $c = 7$ 时, 定义 U 上的模糊集为

$$A_1 = 1/u_1 + 0.5/u_2 + 0/u_3 + \dots + 0/u_7,$$

\vdots

$$A_7 = 0/u_1 + 0/u_2 + 0/u_3 + \dots + 1/u_7. \quad (14)$$

Step 4: 模糊规则的建立和优化. 运用式 (3) 计算时间序列的自相关函数, 得到平稳化后的自相关函数序列 ρ_k , 运用式 (9) 对 ρ_k 进行归一化, 得到归一化后的自相关序列

$$\overline{\rho_k}' =$$

$$\{0.609 2, 0.197 4, 0.173 4, 0.318 5, 0.332 6, 0.390 8, 0.261 5, 0.051 3, 0.079 7, 0.046 2, 0.099 6, 0.028 7, 0.067 3, 0.229 8, 0.154 8, 0.124 0, 0.044 5, 0.055 6, 0.003 5, 0.012 0\}.$$

计算各阶的权重, 结果如表 3 所示.

表 3 不同阶数下的权重系数

$\omega = 2$	$\omega = 3$	$\omega = 4$	$\omega = 5$	$\omega = 6$	$\omega = 7$	$\omega = 8$	$\omega = 9$
0.7553	0.6216	0.4691	0.3735	0.3013	0.2668	0.2609	0.2523
0.2447	0.2014	0.1520	0.1210	0.0976	0.0864	0.0845	0.0818
	0.1770	0.1336	0.1063	0.0858	0.0759	0.0743	0.0718
		0.2453	0.1953	0.1575	0.1395	0.1364	0.1319
			0.2039	0.1645	0.1457	0.1425	0.1378
				0.1933	0.1712	0.1674	0.1619
					0.1145	0.1120	0.1083
						0.0220	0.0213
							0.0330

以 $\omega = 2$ 为例建立模糊规则系统, 将所得权重系数 $\gamma_1 = 0.2447$, $\gamma_2 = 0.7553$ 分别作用于多元模糊蕴含推理的前件 A_k^i 和 A_{k+1}^i , 得到新的模糊推理规则系统

$$\begin{aligned}
 r_1' : \gamma_1 A_1^1 \wedge \gamma_2 A_2^1 &\rightarrow A_3^1, \\
 &\vdots \\
 r_{19}' : \gamma_1 A_{19}^{19} \wedge \gamma_2 A_{20}^{19} &\rightarrow A_{21}^{19}, \\
 \frac{A_1^* \wedge A_2^*}{B^*} &. \quad (15)
 \end{aligned}$$

Step 5: 运用特征展开法计算. 利用式 (11) 和系统共同作用得到特征系数 α_i , 如, 当 $\omega = 2$ 时, 输入模糊系统的前件为 $A_1^* \wedge A_2^*$, $A_1^* = A_3$, $A_2^* = A_4$, 得到 $A_1^* \wedge A_2^*$ 模糊规则 r_i' ($i = 1, 2, \dots, 19$) 的前件的相关系数序列为

$$\begin{aligned}
 \alpha_3 = & \\
 &(0.2447, 0.2447, 0.2447, 0, 0, 0.2447, \\
 &0.2447, 0.1224, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.2447, \\
 &0.2447, 0.2447, 0.2447, 0.1224).
 \end{aligned}$$

Step 6: 去模糊化得到预测结果. 利用式 (12) 和 (13) 将特征系数 α_i 与其对应的后件 B_i 进行合成运算, 得到

$$\begin{aligned}
 X_i = & \\
 &(0.0050, 0.0150, 0.0096, 0.0004, 0.0150, \\
 &0.0050, 0.0150, 0.0050, 0.0004, -0.0150, \\
 &0.0150, 0.0050, 0.0096, 0.0195, 0.0096, \\
 &0.0150, 0.0096, 0.0050, 0.0050).
 \end{aligned}$$

Step 7: 采用逆差分变换 $Z_t^{*'} = Z_{t-1}' + X_t$ 得到时间序列 $\{Z_t^{*'}\}$, 并采用逆对数变换 $Z_t^* = e^{Z_t^{*'}}$, 从而得到预测结果如表 4 和图 3 所示.

利用 $\omega = 3, 4, \dots, 9$ 分别进行预测, 得到的权重系数、预测结果和平均误差如表 5 所示.

与目前已有结果进行比较, 如表 6 所示. 同时, 由表 6 可见, 预测误差随模型阶数的增加而逐渐减小,

表 4 新算法得到的预测结果 ($\omega = 2$)

年份	1973	1974	1975	1976	1977
实际值	13 867	14 696	15 460	15 311	15 603
预测值	14 623	15 230	15 164	15 597	15 625

年份	1978	1979	1980	1981	1982
实际值	15 861	16 807	16 919	16 388	15 433
预测值	16 723	16 667	16 306	15 427	15 731

年份	1983	1984	1985	1986	1987
实际值	15 497	15 145	15 163	15 984	16 859
预测值	14 920	15 087	15 831	16 533	17 976

年份	1988	1989	1990	1991
实际值	18 150	18 970	19 328	19 337
预测值	18 688	19 143	19 241	18 782

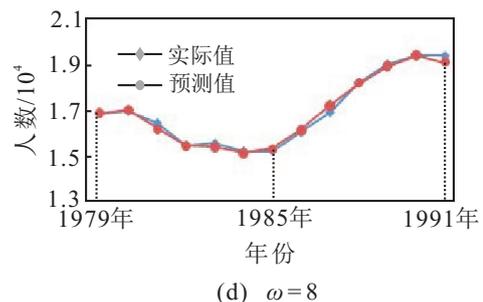
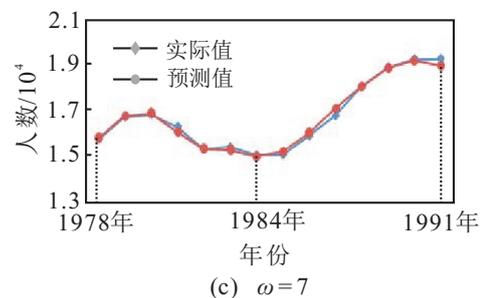
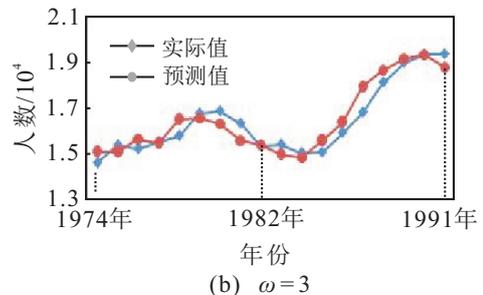
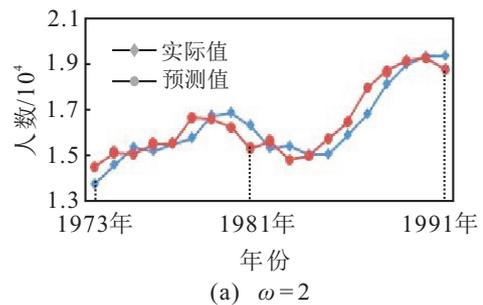


图 3 Alabama 大学历年学生注册人数与预测值曲线

在阶数 $\omega = 7$ 时达到最优, 然后开始增大, 这与时间序列自相关性理论相吻合.

表5 不同阶数下的精度值

	三阶	四阶	五阶	六阶
average/%	2.53	2.13	1.75	0.80
MSE	246 373	215 365	174 187	37 182
	七阶	八阶	九阶	
average/%	0.65	0.69	0.72	
MSE	22 330	23 984	22 336	

表6 不同方法下的预测精度比较

方法	年份	RMSE	MSE
Lee ^[16]	2004	476	226 576
Singh ^[17]	2007	295	133 700
Aladag ^[18]	2012	215	46 422
Egrioglu ^[19]	2014	178	31 684
The proposed method		149	22 330

4 结 论

针对目前模糊时间序列预测模型研究中关于经典时间序列的理论涉及较少, 本文利用时间序列的相关性理论提出一种模糊时间序列模型的优化算法. 同时, 在计算权重时, 改进了离差标准化方法. 仿真实验和相关方法的比较表明了所提出算法的有效性. 虽然本文对以往的算法有所改进, 但也存在不足, 若数据增多则必然导致模糊规则的增加, 因此计算的复杂性也会随之增大, 如何解决这一问题需要进一步研究.

参考文献(References)

- [1] Song Q, Chrisom B S. Fuzzy time series and its models[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1993, 54(1): 269-277.
- [2] Song Q, Chrisom B S. Forecasting enrollments with fuzzy time series-Part I[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1993, 54(1): 1-10.
- [3] Song Q, Chissom B S. Forecasting enrollments with fuzzy time series-Part II[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 62(1): 1-8.
- [4] Chen S M. Forecasting enrollments based on fuzzy time-series[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 81(3): 311-319.
- [5] Chen S M, Hwang J R. Temperature prediction using fuzzy time series[J]. IEEE Trans on Systems, 2000, 30(2): 263-275.
- [6] Chen S M. Forecasting enrollments based on high-order fuzzy time series[J]. Cybernetics and Systems, 2002, 33(1): 1-16.
- [7] Teoh H J, Chen T L, Cheng C H, et al. A hybrid multi-order fuzzy time series for forecasting stock markets[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(4): 7888-7897.
- [8] Yu H K. Weighted fuzzy time series model for TAIEX forecasting[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2005, 349(3): 609-624.
- [9] Cheng C H, Chen T L, Chiang C H. Trend-weighted fuzzy time series model for TAIEX forecasting[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2006, 4232(III): 469-477.
- [10] Liu J W, Chen T L, Cheng C H, et al. Adaptive-expectation based multi attribute FTS model for forecasting TAIEX[J]. Original Research Article Computers & Mathematics with Applications, 2010, 59(2): 795-802.
- [11] Cheng H C, Chen T L, Teoh H J, et al. Fuzzy time-series based on adaptive expectation model for TAIEX forecasting[J]. Expert Systems with Application, 2008, 34(2): 1126-1132.
- [12] Lee M I I, Efendi R, Ismail Z. Modified weighted for enrollment forecasting based on fuzzy time series[J]. Matematika, 2009, 25(1): 67-78.
- [13] Qiu W R, Liu X D, Wang L D. Forecasting in time series based on generalized fuzzy logical relationship[J]. Int J of Research and Surveys, 2010, 4(5): 1431-1437.
- [14] Chen Y Y, Chen T Y. The characteristic expansion approximate reasoning method[J]. J of Liaoning Normal University, 1984, 5(3): 1-7.
- [15] George E P Box, Gwilym M Jenkins, Gregory C Reinsel. Time series analysis, forecasting and control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1972, 17(2): 281-283.
- [16] Lee H S, Chou M T. Fuzzy forecasting based on fuzzy time series[J]. Int J of Computer Mathematic, 2004, 81(7): 781-789.
- [17] Singh S R. A simple method of forecasting based on fuzzy time series[J]. Original Research Article Applied Mathematics Computation, 2007, 186(1): 330-339.
- [18] Aladag C H, Yolcu U, Egrioglu E, et al. A new time invariant fuzzy time series forecasting method based on particle swarm optimization[J]. Original Research Article Applied Soft Computing, 2012, 12(10): 3291-3299.
- [19] Vedide Rezan Uslu, Eren Bas, Ufuk Yolcu, et al. A fuzzy time series approach based on weights determined by the number of recurrences of fuzzy relations[J]. Original Research Article Swarm and Evolutionary Computation, 2014, 15: 19-26.

(责任编辑: 郑晓蕾)