

## 基于重要度引导偏好识别修正的多粒度语言共识模型

张世涛<sup>1,2</sup>, 朱建军<sup>1</sup>, 刘小弟<sup>1,2</sup>

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 211106; 2. 安徽工业大学 数理学院, 安徽 马鞍山 243002)

**摘要:** 研究多粒度语言偏好信息下的群体共识决策问题. 首先, 从个体和群体两个角度充分挖掘偏好信息下隐含的专家重要度信息, 基于个体一致度及个体与群体的相似度构建确定专家重要度的优化模型; 其次, 以专家重要度引导非共识偏好的识别和修正过程, 提出一种自适应的语言共识模型; 然后, 给出一种群决策方法, 确保在集结专家意见前群体达成一定程度的共识; 最后, 通过算例验证所提出方法的可行性和有效性.

**关键词:** 多粒度语言偏好; 共识; 重要度; 偏好识别

中图分类号: C934

文献标志码: A

## Multi-granularity linguistic consensus model based on preferences identification and correction guided by importance degree

ZHANG Shi-tao<sup>1,2</sup>, ZHU Jian-jun<sup>1</sup>, LIU Xiao-di<sup>1,2</sup>

(1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China; 2. School of Mathematics and Physics, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243002, China. Correspondent: ZHANG Shi-tao, E-mail: zhangshitao1980@126.com)

**Abstract:** Group consensus decision making problems with multi-granularity linguistic preference information are studied. From two aspects of individual and group, implied importance degree information of experts under preference information is fully exploited, and determined by an optimization model which is constructed based on the individual consistent degree and the similarity degree between individuals and group. An adaptive linguistic consensus model is presented, where non-consensus preferences identification and correction process are guided by experts' importance degree. A group decision making method which is a guarantee of reaching a certain degree of group consensus before aggregating expert opinions is developed. Finally, a numerical example illustrates the feasibility and effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** multi-granularity linguistic preference; consensus; importance degree; preferences identification

## 0 引言

群决策是指多方参与决策并集结各方的意见以形成群体意见的过程<sup>[1]</sup>. 在集结个体意见之前, 使群体达成一定程度的共识是十分必要的<sup>[2-3]</sup>, 共识在群决策的理论和实践中有着广泛的应用<sup>[4-6]</sup>, 一般而言, 达成共识需要考虑两方面问题: 一方面, 建立共识测度指标来引导共识控制; 另一方面, 建立建议机制对非共识偏好进行识别和修正<sup>[7-9]</sup>. 此类问题的相关研究已经取得了一定的成果. 在共识度计算方面: Mata等<sup>[10]</sup>通过模糊集信息中心定义相似函数计算共识度;

Palomares等<sup>[11]</sup>在共识度的计算中融合了群体的共识态度; Xu等<sup>[12]</sup>基于不确定语言变量间的偏度构建共识测度指标. 在非共识偏好的识别和修正方面: Chen等<sup>[13]</sup>借助可能度构建区间二元语义信息下个体与群体观点的接近度, 制定相应偏好修正策略; Gong等<sup>[14]</sup>针对共识协调者的劝说成本最小或决策者的回报最大, 提出了有条件的偏好修正策略. 总之, 多数共识模型通过共识度或一致度引导共识控制, 利用个体与群体观点的接近性构建非共识偏好反馈建议机制. 此外, 在群决策实践中, 专家多以语言形式表达

收稿日期: 2014-06-12; 修回日期: 2014-08-27.

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(71171112, 71363046); 江苏省高校哲学社科重点项目(2012ZDIXM007); 江苏省高校哲学社会科学重点研究基地重大项目(2012JDXM003); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(NS2014086); 广义虚拟经济研究专项资金项目(GX 2013-1017(M)); 江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(KYZZ.0095); 安徽工业大学青年教师科研基金项目(QZ201018).

**作者简介:** 张世涛(1980—), 男, 讲师, 博士生, 从事群决策理论与方法的研究; 朱建军(1976—), 男, 教授, 博士生导师, 从事决策理论与方法、复杂系统建模等研究.

自己的偏好<sup>[15-16]</sup>,而且在某些情况下,各专家会采用不同粒度的语言术语,即语言形式有差异是多粒度的,这种表达的差异性主要是由专家的专业背景和知识储备等的不同所引起的<sup>[17-20]</sup>.因此,研究多粒度语言偏好信息下的群决策共识模型是很有必要的.

然而,就文献调研而言,现有的语言共识模型仍有以下问题值得关注:1)专家重要度的设置往往基于决策者(共识协调者)的经验判断,主观性较强,与专家的偏好信息可能存在某种程度的冲突;2)差异化的专家重要度在非共识偏好识别和修正环节中未发挥有效作用.实际上,在共识决策的实践中,专家非共识偏好的修正往往受到专家差异化重要度的影响,权威专家往往有劝说其余专家达成共识的优先协商权,越权威的专家可能接受偏好修正的建议量越少.因此,合理利用这种差异设计出有效的非共识偏好修正反馈机制更有利于优化共识达到过程,忽视这种差异一定会产生决策偏差,贻误战机.基于上述考虑,本文针对多粒度语言偏好信息提出一种新的自适应语言共识模型,与现有的语言共识模型相比,主要创新点为:1)依据专家的语言偏好信息挖掘专家重要度的客观差异,差异化的重要度值无需决策者主观先验给定,而是通过求解一个优化问题获得;2)由全局共识度和重要度最大离差共同引导共识控制过程,由差异化的专家重要度引导非共识语言偏好的识别和修正过程.

## 1 问题描述

### 1.1 基本定义

**定义1**<sup>[21-22]</sup> 设  $\beta \in [0, g]$  为语言术语集  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$  经某集结方法得到的实数,令

$$\Delta: [0, g] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5];$$

$$\Delta(\beta) = \begin{cases} s_k, & k = \text{round}(\beta); \\ \alpha = \beta - k, & \alpha \in [-0.5, 0.5]. \end{cases}$$

其中:  $\Delta$  为实数  $\beta$  对应二元语义信息的转换函数,  $s_k$  为  $S$  中第  $k$  个元素,  $\alpha$  为  $s_k$  与信息  $\beta$  的偏差,  $\text{round}$  为四舍五入取整算子.

**定义2**<sup>[21-22]</sup> 设  $(s_k, \alpha)$  是一个二元语义信息,令  $\Delta^{-1}: S \times [-0.5, 0.5] \rightarrow [0, g]$ ,  $\Delta^{-1}(s_k, \alpha) = k + \alpha = \beta$ , 其中  $\Delta^{-1}$  为转换函数  $\Delta$  的逆函数.

**定义3**<sup>[21]</sup> 设  $X = \{(x_1, \alpha_1), (x_2, \alpha_2), \dots, (x_m, \alpha_m)\}$  是一组需要集结的二元语义,  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$  是相应的权重向量, 满足  $\sum_{i=1}^m \omega_i = 1$ , 则二元语义加权平均算子 (T-WAA)  $\Psi_\omega$  定义为

$$\Psi_\omega[(x_1, \alpha_1), (x_2, \alpha_2), \dots, (x_m, \alpha_m)] = \Delta\left(\sum_{i=1}^m \Delta^{-1}(x_i, \alpha_i)\omega_i\right) = \Delta\left(\sum_{i=1}^m \beta_i\omega_i\right),$$

其中  $\beta_i = i + \alpha_i$ .

**定义4**<sup>[13]</sup> 设有两个语言术语集  $A = \{a_0, a_1, \dots, a_r\}$ ,  $B = \{b_0, b_1, \dots, b_s\}$ . 记  $(a_i, \alpha_i)$  和  $(b_j, \beta_j)$  分别为基于语言术语集  $A$  和  $B$  上的二元语义值. 定义从  $(b_j, \beta_j)$  到  $(a_i, \alpha_i)$  的语义传递函数

$$T_{BA}: B \times [-0.5, 0.5] \rightarrow A \times [-0.5, 0.5],$$

$$T_{BA}(b_j, \beta_j) = \Delta_A\left(\frac{\Delta_B^{-1}(b_j, \beta_j)r}{s}\right) = (a_i, \alpha_i).$$

其中:  $\Delta_A: [0, r] \rightarrow A \times [-0.5, 0.5]$  为定义在语言术语集  $A$  上的二元语义转换函数;  $\Delta_B^{-1}: B \times [-0.5, 0.5] \rightarrow [0, s]$  为定义在语言术语集  $B$  上二元语义转换函数的逆函数.

**定义5**<sup>[23]</sup> 设  $Q = (q^{lk})_{n \times n}$  为一个定义在语言术语集  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$  下的二元语义模糊偏好关系, 定义其加性一致性为

$$\Delta[(\Delta^{-1}(q^{lj}) - \Delta^{-1}(s_{g/2}, 0)) + (\Delta^{-1}(q^{jk}) - \Delta^{-1}(s_{g/2}, 0))] = \Delta[\Delta^{-1}(q^{lk}) - \Delta^{-1}(s_{g/2}, 0)],$$

$$\forall l, j, k \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

### 1.2 问题描述

本文考察多粒度语言偏好信息下的群体共识决策问题. 假设决策方案集  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , 专家集  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ , 多粒度语言偏好关系  $P_i = (p_i^{lk})_{n \times n}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . 其中:  $p_i^{lk}$  为专家  $e_i$  认为方案  $x_l$  优于方案  $x_k$  的程度, 且满足以下条件: 1)  $p_i^{lk} \in S_i \in \{s_0^i, s_1^i, \dots, s_{g_i}^i\}$ , 这里  $S_i$  为专家  $e_i$  所使用的语言术语集, 粒度为  $g_i + 1$ ; 2)  $p_i^{kk} = s_{g_i/2}^i$ . 在同一语言粒度下,  $p_i^{lk}$  中对应的语言术语下标序号越大, 相应的评价越好.

本文要解决的主要问题是: 在确保群体达成一定共识的前提下对专家个体偏好进行有效集结和排序择优. 这类问题的难点是: 如何充分利用专家已有的偏好信息挖掘专家间的差异性, 如何将这种差异性应用到非共识偏好识别和修正环节, 并发挥其有效作用, 避免决策偏差.

## 2 主要模型与方法

针对多粒度语言偏好信息下的群体决策问题, 本文进行决策的基本思路是: 首先, 设置专家重要度, 计算专家的接近度和群体共识度; 其次, 以专家重要度引导偏好识别和修正, 构建一种自适应的多粒度语言共识模型; 最后, 在群体具有一定程度共识的前提下, 对专家个体偏好进行有效集结和排序择优.

### 2.1 基于个体和群体角度的专家重要度确定

在实践中, 各专家可能取自不同的语言术语集表达偏好, 其粒度可能有很多, 为了叙述方便, 不妨假设群体内专家表达偏好关系的语言术语集共有3种粒度, 即  $p_i^{lk} \in A, B$  或  $C$ . 其中:  $A = \{a_0, a_1, \dots, a_r\}$ ,  $B$

$= \{b_0, b_1, \dots, b_s\}$ ,  $C = \{c_0, c_1, \dots, c_t\}$ ,  $r \geq s, r \geq t$ . 为方便多粒度信息的集结和运算, 根据定义4中的语义传递函数  $T_{BA}$  和  $T_{CA}$ , 将  $P = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}$  统一转化为语言术语集  $A$  下基于二元语义形式的偏好关系集  $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\}$ . 其中:  $Q_i = (q_i^{lk})_{n \times n}$  为专家  $e_i$  的二元语义形式的偏好关系,  $q_i^{lk} \in T_{AA}$ ,  $T_{BA}$  或  $T_{CA}$ . 例如, 若  $p_i^{lk} \in C$ , 则  $q_i^{lk} = T_{CA}(p_i^{lk})$ .

考虑到专家重要度在共识过程中影响较大, 有必要对专家重要度进行合理设置<sup>[24]</sup>. 近年来, 有文献提出了一些设定的思路, 但未给出具体的设置方法. 文献[25]提出, 专家一旦给定偏好信息, 专家间的差异性就客观存在, 即使决策者(共识协调者)未预先给定专家先验重要度, 也可从专家的偏好信息中挖掘其潜在的重要度信息; 文献[26-27]指出, 可从群体的角度设计一些标准对专家重要度进行设置, 如共识水平、信任度和相似度等可作为信赖源为专家重要度设定提供参考. 本文从上述两个角度出发, 分析专家重要度的具体设置过程.

根据定义5的加性一致性定义, 借助中间方案  $x_j$ , 一个二元语义偏好值  $q_i^{lk}$  ( $l \neq k$ ) 可采用下面3种方式来估计<sup>[23]</sup>:

$$(cq_i^{lk})^{j_1} = \Delta_A \left( \Delta_A^{-1}(q_i^{lj}) + \Delta_A^{-1}(q_i^{jk}) - \frac{r}{2} \right), \quad (1)$$

$$(cq_i^{lk})^{j_2} = \Delta_A \left( \Delta_A^{-1}(q_i^{jk}) - \Delta_A^{-1}(q_i^{jl}) + \frac{r}{2} \right), \quad (2)$$

$$(cq_i^{lk})^{j_3} = \Delta_A \left( \Delta_A^{-1}(q_i^{lj}) - \Delta_A^{-1}(q_i^{kj}) + \frac{r}{2} \right). \quad (3)$$

由式(1)~(3)可知, 偏好评价价值  $q_i^{lk}$  ( $l \neq k$ ) 的总估计值  $cq_i^{lk}$  ( $l \neq k$ ) 为

$$cq_i^{lk} = \Delta_A \left( \left( \sum_{j=1, l \neq k \neq j}^n \Delta_A^{-1}(cq_i^{lk})^{j_1} + \Delta_A^{-1}(cq_i^{lk})^{j_2} + \Delta_A^{-1}(cq_i^{lk})^{j_3} \right) / (3(n-2)) \right). \quad (4)$$

当专家  $e_i$  提供的偏好信息完全一致时,  $(cq_i^{lk})^{j_h} = q_i^{lk}$ ,  $\forall j \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $h \in \{1, 2, 3\}$ ; 当专家  $e_i$  提供的偏好信息不完全一致时,  $\Delta_A^{-1}(cq_i^{lk})^{j_h}$  ( $\forall h \in \{1, 2, 3\}$ ) 不总属于  $[0, r]$ , 由式(1)~(3)易知,  $\Delta_A^{-1}(cq_i^{lk})^{j_h}$  ( $\forall h \in \{1, 2, 3\}$ ) 的最大值为  $\frac{3r}{2}$ , 最小值为  $-\frac{r}{2}$ . 偏好评价估计值  $cq_i^{lk}$  与偏好评价  $q_i^{lk}$  之间的误差为

$$\varepsilon q_i^{lk} = \frac{2}{3} \left| \frac{\Delta_A^{-1}(cq_i^{lk}) - \Delta_A^{-1}(q_i^{lk})}{r} \right|, \quad (5)$$

易知  $\varepsilon q_i^{lk} \in [0, 1]$ . 基于此, 定义专家关于偏好信息的个体一致度如下.

**定义6**(个体一致度) 设  $Q_i = (q_i^{lk})_{n \times n}$  是专家  $e_i$  给出的二元语义形式的偏好关系, 则称

$$cd_i = \frac{1}{2n(n-1)} \sum_{l=1}^n \sum_{k=1, k \neq l}^n (cd_i^{lk} + cd_i^{kl}), \quad \forall 1 \leq i \leq m \quad (6)$$

为专家  $e_i$  关于偏好信息的个体一致度. 其中:  $cd_i^{lk} = 1 - \varepsilon q_i^{lk}$ ,  $\forall l, k \in \{1, 2, \dots, n\}$  且  $l \neq k$ . 易知  $0 \leq cd_i \leq 1$ , 显然,  $cd_i$  越大或越接近于1, 表明专家  $e_i$  个体偏好的一致性程度越高, 反之亦然.

从专家个体的角度考虑, 由于  $cd_i$  为专家  $e_i$  偏好信息的一致性程度,  $cd_i$  越大表明专家  $e_i$  提供的矛盾信息越少, 专家  $e_i$  的判断越值得信赖, 应该赋予专家  $e_i$  更高的重要度, 即专家重要度向量  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$  应与个体一致度向量  $cd = (cd_1, cd_2, \dots, cd_m)$  充分正相关.

**定义7**(相似度) 假设  $Q_i = (q_i^{lk})_{n \times n}$  和  $Q_j = (q_j^{lk})_{n \times n}$  分别是专家  $e_i$  和专家  $e_j$  的两个二元语义形式的偏好关系, 则称

$$sm_{ij}^{lk} = 1 - \left| \frac{\Delta_A^{-1}(q_i^{lk}) - \Delta_A^{-1}(q_j^{lk})}{r} \right|, \quad \forall 1 \leq l \leq n, 1 \leq k \leq n, l \neq k \quad (7)$$

为专家  $e_i$  与专家  $e_j$  关于一对方案  $(l, k)$  偏好评价的相似度.

**定义8** 令专家  $e_i$  与群体内其他专家关于偏好关系的相似度为

$$sm_i = \frac{1}{n(n-1)(m-1)} \sum_{l=1}^n \sum_{k=1, k \neq l}^n \sum_{j=1, j \neq i}^m sm_{ij}^{lk}, \quad \forall 1 \leq i \leq m, \quad (8)$$

易知  $0 \leq sm_i \leq 1$ . 显然,  $sm_i$  越大或越接近于1, 表明专家  $e_i$  与群体内其他专家观点的相似性程度越高, 反之亦然.

从群体的角度考虑, 由于  $sm_i$  表示专家  $e_i$  与其他专家观点的相似性程度,  $sm_i$  越大表明专家  $e_i$  的观点得到群体内成员的认同越多, 专家  $e_i$  的观点相对越权威, 应该赋予专家  $e_i$  更高的重要度, 即专家重要度向量  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$  应与相似度向量  $sm = (sm_1, sm_2, \dots, sm_m)$  充分正相关.

文献[28-29]已指出, 夹角余弦法在度量两向量相似度时有一定优势, 为此, 本文采用夹角余弦刻画向量间的相关性程度. 记专家重要度向量  $\omega$  与个体一致度向量  $cd$  的相关性程度为  $\omega cd$ , 则有

$$\omega cd = \cos(\omega, cd) = \left( \sum_{i=1}^m \omega_i cd_i \right) / \sqrt{\sum_{i=1}^m \omega_i^2 \sum_{i=1}^m cd_i^2}.$$

记专家重要度向量  $\omega$  与相似度向量  $sm$  之间的相关性程度为  $\omega sm$ , 则有

$$\omega sm = \cos(\omega, sm) = \left( \sum_{i=1}^m \omega_i sm_i \right) / \sqrt{\sum_{i=1}^m \omega_i^2 \sum_{i=1}^m sm_i^2}.$$

为了充分挖掘偏好信息下潜在的专家重要度信息, 本文从个体和群体两个角度综合考虑其设置. 为此, 建立如下的确定专家重要度的优化模型(P1):

$$\max z = \delta \omega cd + (1 - \delta) \omega sm.$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{i=1}^m \omega_i = 1; \\ 0 < \omega_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, m. \end{cases} \quad (\text{P1})$$

其中:  $\delta \in [0, 1]$  为一个平衡系数, 表示两个角度设置专家重要度的折衷程度,  $\delta$  越大表明决策者越注重个体一致性对专家重要度设置的影响,  $\delta$  越小表明决策者越注重个体与群体观点接近程度对专家重要度设置的影响.

## 2.2 接近度和共识度的计算

当专家重要度  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 确定后, 由定义3可得到如下集结二元语义偏好值:

$$q_c^{lk} = \Psi_\omega(\Delta_A^{-1}(q_i^{lk}), i = 1, 2, \dots, m) = \Delta_A\left(\sum_{i=1}^m \omega_i \Delta_A^{-1}(q_i^{lk})\right), \quad \forall 1 \leq l \leq n, 1 \leq k \leq n, l \neq k. \quad (9)$$

**定义9**(接近度) 令专家  $e_i$  关于一对方案  $(l, k)$  偏好评价的观点与群体集结观点的接近度为

$$pp_i^{lk} = 1 - \left| \frac{\Delta_A^{-1}(q_i^{lk}) - \Delta_A^{-1}(q_c^{lk})}{r} \right|, \quad \forall l, k = 1, 2, \dots, n, l \neq k, 1 \leq i \leq m. \quad (10)$$

由式(10)可得专家  $e_i$  关于方案  $x_l$  的接近度

$$pa_i^l = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{k=1, k \neq l}^n (pp_i^{lk} + pp_i^{kl}), \quad \forall 1 \leq l \leq n, 1 \leq i \leq m. \quad (11)$$

由式(11)可得专家  $e_i$  关于偏好关系的接近度

$$pr_i = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n pa_i^l, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m. \quad (12)$$

这里所提出的专家  $e_i$  的接近度  $pp_i^{lk}$ 、 $pa_i^l$  和  $pr_i$  是3个不同的层级评估专家  $e_i$  的个体观点与群体集结观点的接近程度, 其结果可为决策者(共识协调者)快速有效地识别专家  $e_i$  的非共识偏好提供帮助,  $pp_i^{lk}$ 、 $pa_i^l$  或  $pr_i$  越接近1, 表明在某个方面专家  $e_i$  的观点与群体集结观点越接近, 反之亦然.

**定义10**(共识度) 令群体关于一对方案  $(l, k)$  偏好价值的共识度为

$$cp^{lk} = \phi(sm_{ij}^{lk}, i = 1, 2, \dots, m-1, j = i+1, 2, \dots, m), \quad \forall l, k = 1, 2, \dots, n, l \neq k. \quad (13)$$

其中:  $\phi$  为算术平均算子,  $sm_{ij}^{lk}$  为专家  $e_i$  与专家  $e_j$  关于一对方案  $(l, k)$  偏好评价的相似度(见定义7). 由式(13)可得群体关于方案  $x_l$  的共识度

$$ca^l = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{k=1, k \neq l}^n (cp^{lk} + cp^{kl}), \quad \forall l = 1, 2, \dots, n. \quad (14)$$

由式(14)可得群体关于偏好关系的全局共识度

$$cr = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n ca^l. \quad (15)$$

这里所提出的全局共识度  $cr$  可用来评估群体当前的共识状况, 引导共识控制过程,  $cr$  越接近1表明群体内所有专家的观点一致性程度越大, 反之亦然.

## 2.3 基于重要度引导非共识偏好识别和修正的自适应语言共识过程

一般而言, 若全局共识度  $cr$  未达到一定要求, 则需要为专家修正其偏好提供一些建议, 这些建议能够保证在下一轮共识迭代中提高群体决策的共识水平. 为此, 本文设计一种基于差异化重要度引导的非共识偏好分类识别和分类修正建议策略, 建立了一种自适应的多粒度语言共识达到过程, 其基本思路如图1所示. 为方便这种共识达到过程的程序化操作, 给出了相应的共识迭代算法, 记为算法1.

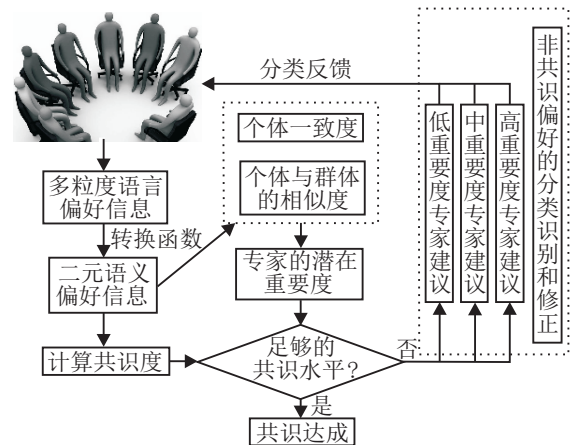


图1 基于重要度引导非共识偏好识别和修正的多粒度语言共识过程

### 算法1 共识迭代算法.

**Step 1** 给定全局共识度  $cr$  的阈值  $\lambda \in [0.5, 1]$ , 专家重要度离差限  $\varepsilon > 0$ , 平衡系数  $\delta \in [0, 1]$ .

**Step 2** 根据定义4将多粒度语言偏好关系  $P_i = (p_i^{lk})_{n \times n}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 转化为语言术语集  $A$  下的二元语义偏好关系  $Q_i = (q_i^{lk})_{n \times n}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). 根据式(1)~(6)计算专家  $e_i$  的个体一致度  $cd_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ); 根据式(7)~(8)计算专家  $e_i$  与群体内其他专家关于偏好关系的相似度  $sm_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ); 求解模型(P1)可得专家重要度  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ); 计算专家重要度的两个阈值

$$\eta_1 = \frac{\max_{1 \leq i \leq m} \omega_i + 2 \min_{1 \leq i \leq m} \omega_i}{3},$$

$$\eta_2 = \frac{2 \max_{1 \leq i \leq m} \omega_i + \min_{1 \leq i \leq m} \omega_i}{3}.$$

**Step 3** 根据式(9)计算群体的二元语义集结偏好矩阵  $Q_c = (q_c^{lk})_{n \times n}$ ; 根据式(10)~(12)计算专家  $e_i$  在3个不同层级上的接近度  $pp_i^{lk}$ 、 $pa_i^l$  和  $pr_i$ ,  $i =$

1, 2, \dots, m; 根据式(13)~(15)计算3个不同层级上的共识度  $cp^{lk}$ 、 $ca^l$  和  $cr$ , 记共识矩阵  $CP = (cp^{lk})_{n \times n}$ . 若  $cr \geq \lambda$  或  $|\eta_1 - \eta_2| \leq \varepsilon$ , 则算法停止, 输出群体的二元语义集结修正偏好关系  $\tilde{P}_c = Q_c$ , 否则进行 Step 4.

**Step 4** 根据差异化的专家重要度对非共识的偏好进行分类识别:

情形 1 (针对低重要度的专家): 记  $L = \{i | \omega_i < \eta_1, i = 1, 2, \dots, m\}$  为低重要度专家下标集, 则低重要度专家  $e_i$  的非共识偏好集为

$$\text{preferch}_i^L = \{(l, k) | cp^{lk} < \overline{cp}, 1 \leq l \leq n, 1 \leq k \leq n, l \neq k\}, i \in L. \tag{16}$$

其中:  $\overline{cp} = \frac{1}{n^2 - n} \sum_{l=1}^n \sum_{k=1, k \neq l}^n cp^{lk}, \forall l, k = 1, 2, \dots, n$  且  $l \neq k$ .

式(16)的含义是选取某一对方案  $(l, k)$ , 若满足其评价的共识度  $cp^{lk}$  小于所有成对方案偏好的平均共识度  $\overline{cp}$ , 则反馈偏好  $p_i^{lk}$  给低重要度专家  $e_i (i \in L)$  建议其修正.

情形 2 (针对中等重要度的专家): 记  $M = \{i | \eta_1 \leq \omega_i < \eta_2, i = 1, 2, \dots, m\}$  为中等重要度专家下标集, 则中等重要度专家  $e_i$  的非共识偏好集为

$$\text{preferch}_i^M = \{(l, k) | (ca^l < cr) \wedge (cp^{lk} < \overline{cp}) \wedge (pa_i^l < \overline{pa}^l), 1 \leq l \leq n, 1 \leq k \leq n, l \neq k\}, i \in M. \tag{17}$$

其中:  $\overline{pa}^l = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m pa_i^l, \forall l = 1, 2, \dots, n$ .

式(17)的含义是先选取某个方案  $x_l$ , 满足其共识度  $ca^l$  小于关于偏好关系的全局共识度  $cr$ , 然后在此方案  $x_l$  上选取某一对方案  $(l, k)$ , 满足其评价的共识度  $cp^{lk}$  小于所有成对方案偏好的平均共识度  $\overline{cp}$ , 若此时某专家  $e_i (i \in M)$  关于方案  $x_l$  的接近度  $pa_i^l$  小于所有专家关于方案  $x_l$  的平均接近度  $\overline{pa}^l$ , 则反馈偏好  $p_i^{lk}$  给该专家  $e_i$  建议其修正.

情形 3 (针对高重要度的专家): 记  $H = \{i | \omega_i \geq \eta_2, i = 1, 2, \dots, m\}$  为高重要度专家下标集, 则高重要度专家  $e_i$  的非共识偏好集为

$$\text{preferch}_i^H = \{(l, k) | (ca^l < cr) \wedge (cp^{lk} < \overline{cp}) \wedge (pa_i^l < \overline{pa}^l) \wedge (pp_i^{lk} < \overline{pp}^{lk}), 1 \leq l \leq n, 1 \leq k \leq n, l \neq k\}, i \in H. \tag{18}$$

其中:  $\overline{pp}^{lk} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m pp_i^{lk}, \forall l, k = 1, 2, \dots, n, l \neq k$ .

式(18)的含义是先按照式(17)的方式识别非共

识偏好, 不同之处在于要求专家  $e_i$  满足  $i \in H$ , 不妨设获得的偏好集为  $\text{preferch}_i^{HH}, i \in H$ , 从  $\text{preferch}_i^{HH}$  中找出所有满足  $pp_i^{lk} < \overline{pp}^{lk}$  的偏好  $p_i^{lk}$ , 反馈给该专家  $e_i$  建议其修正.

**Step 5** 在集合  $\text{preferch}_i^L$ 、 $\text{preferch}_i^M$  和  $\text{preferch}_i^H$  上对非共识偏好进行分类修正, 偏好修正建议规则如下: 1) 若  $\Delta_A^{-1}(q_i^{lk}) - \Delta_A^{-1}(q_c^{lk}) < 0$ , 则专家  $e_i$  提高  $q_i^{lk}$  所对应的语言评价价值  $p_i^{lk}$  到其相邻的较高的语言术语. 例如, 若  $p_i^{lk} = c_0 \in C$ , 则专家  $e_i$  将其提高到  $c_1$ . 2) 若  $\Delta_A^{-1}(q_i^{lk}) - \Delta_A^{-1}(q_c^{lk}) > 0$ , 则专家  $e_i$  降低  $q_i^{lk}$  所对应的语言评价价值  $p_i^{lk}$  到其相邻的较低的语言术语. 例如, 若  $p_i^{lk} = a_r \in A$ , 则专家  $e_i$  将其降低到  $a_{r-1}$ . 3) 若  $\Delta_A^{-1}(q_i^{lk}) - \Delta_A^{-1}(q_c^{lk}) = 0$ , 则专家  $e_i$  不改变语言评价价值  $p_i^{lk}$ . 不妨记修正后的语言偏好关系仍为  $P_i (i = 1, 2, \dots, m)$ , 转 Step 2.

### 2.4 群决策方法

针对多粒度语言偏好信息下的群决策问题, 给定决策专家  $e_i (i = 1, 2, \dots, m)$  关于方案集  $X$  优劣的多粒度语言偏好关系  $P_i = (p_i^{lk})_{n \times n} (i = 1, 2, \dots, m)$ . 其中:  $p_i^{lk} \in A, B$  或  $C, A = \{a_0, a_1, \dots, a_r\}, B = \{b_0, b_1, \dots, b_s\}, C = \{c_0, c_1, \dots, c_t\}, r \geq s, r \geq t$ . 根据第 2.1~2.3 节的分析, 针对该类决策问题给出一种备选方案的排序方法, 确保群体在选择之前达成一定程度的共识, 具体步骤如下.

**Step 1:** 执行算法 1 (详见第 2.3 节), 可得群体的二元语义集结修正偏好矩阵  $\tilde{P}_c = (\tilde{p}_c^{lk})_{n \times n}$ .

**Step 2:** 基于 T-OWA 算子, 计算方案  $x_l$  优于其他所有方案的程度

$$\text{QGDD}_l = \phi_Q(\tilde{p}_c^{lk}, k = 1, 2, \dots, n, k \neq l) = \Delta \left( \sum_{\tau=1}^{n-1} \tilde{w}_\tau (\Delta_A^{-1}(\tilde{p}_c^{lk}))_\tau \right), \forall i \leq l \leq n. \tag{19}$$

其中:  $\tilde{w}_\tau = Q(\tau/(n-1)) - Q((\tau-1)/(n-1))$  为 T-OWA 算子权重, 且有  $\tau = 1, 2, \dots, n-1; Q(\cdot)$  为模糊量化算子;  $(\Delta_A^{-1}(\tilde{p}_c^{lk}))_\tau$  为集合  $\{\Delta_A^{-1}(\tilde{p}_c^{lk}) | k = 1, 2, \dots, n, k \neq l\}$  中按照大小排在第  $\tau$  位的元素.

**Step 3:** 根据  $\text{QGDD}_l$  的值选择最优方案,  $\text{QGDD}_l$  值越大, 相应的方案越好.

### 3 算例分析

假设一个学术委员会由 8 位专家组成, 要求从 4 个候选博士论文 ( $x_1$  为 John 的论文、 $x_2$  为 Wang 的论文、 $x_3$  为 Sue 的论文、 $x_4$  为 Michael 的论文) 中选出一个最佳的博士论文, 专家表达偏好的语言术语集有 3 种, 分别是:  $A = \{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8\}, B = \{b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6\}, C = \{c_0, c_1, c_2, c_3, c_4\}$ . 已知 8 位专家对 4 个候选博士论文进行了评价, 给出的语言偏好关系如下:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \begin{bmatrix} - & c_0 & c_0 & c_2 \\ c_4 & - & c_3 & c_4 \\ c_3 & c_0 & - & c_1 \\ c_2 & c_1 & c_3 & - \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} - & c_2 & c_0 & c_4 \\ c_1 & - & c_1 & c_1 \\ c_3 & c_3 & - & c_1 \\ c_0 & c_4 & c_3 & - \end{bmatrix}, \\
 P_3 &= \begin{bmatrix} - & a_1 & a_4 & a_3 \\ a_5 & - & a_8 & a_4 \\ a_4 & a_1 & - & a_2 \\ a_5 & a_5 & a_7 & - \end{bmatrix}, P_4 = \begin{bmatrix} - & b_0 & b_4 & b_5 \\ b_6 & - & b_1 & b_6 \\ b_3 & b_4 & - & b_2 \\ b_0 & b_1 & b_4 & - \end{bmatrix}, \\
 P_5 &= \begin{bmatrix} - & b_4 & b_1 & b_6 \\ b_2 & - & b_3 & b_2 \\ b_4 & b_3 & - & b_2 \\ b_0 & b_5 & b_3 & - \end{bmatrix}, P_6 = \begin{bmatrix} - & c_2 & c_3 & c_1 \\ c_2 & - & c_0 & c_1 \\ c_0 & c_4 & - & c_4 \\ c_4 & c_4 & c_0 & - \end{bmatrix}, \\
 P_7 &= \begin{bmatrix} - & a_0 & a_3 & a_7 \\ a_8 & - & a_0 & a_4 \\ a_4 & a_8 & - & a_5 \\ a_1 & a_4 & a_3 & - \end{bmatrix}, P_8 = \begin{bmatrix} - & b_6 & b_1 & b_3 \\ b_0 & - & b_0 & b_5 \\ b_6 & b_6 & - & b_5 \\ b_4 & b_1 & b_0 & - \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

为了方便比较,本例中所给的专家偏好关系与文献[10]相同.基于上述专家语言偏好信息,试在确保群体达成一定共识的前提下从4个候选博士论文中选择一个最佳博士论文.

#### 1) 决策过程及结果.

**Step 1** 利用 Matlab 编程实现算法 1, 执行自适应的语言共识过程.

① 给定全局共识度  $cr$  的阈值  $\lambda = 0.65$ , 专家重要度离差限  $\varepsilon = 0.001$ , 平衡系数  $\Delta = 0.5$ .

② 由定义 4 可得语言术语集  $A$  下的二元语义偏好关系  $Q_i = (q_i^{lk})_{4 \times 4}$  ( $i = 1, 2, \dots, 8$ ). 由式(1)~(6)可得

$$cd = (0.8009, 0.6667, 0.8819, 0.6420, 0.7222, 0.6157, 0.6597, 0.7315);$$

由式(7)和(8)可得

$$sm = (0.5883, 0.6319, 0.6022, 0.6329, 0.6438, 0.5079, 0.6518, 0.5367);$$

求解模型(P1)可得

$$\omega = (0.1313, 0.1242, 0.1398, 0.1221, 0.1303, 0.1068, 0.1256, 0.1199);$$

重要度阈值

$$\eta_1 = 0.1178, \eta_2 = 0.1288.$$

③ 由式(9)可得群体的二元语义集结偏好关系

$$\begin{aligned}
 Q_c = & \begin{bmatrix} - & (a_3, -0.28) & (a_3, -0.44) & (a_5, 0.37) \\ (a_5, -0.25) & - & (a_3, -0.16) & (a_5, -0.30) \\ (a_5, -0.26) & (a_5, -0.12) & - & (a_4, -0.20) \\ (a_3, -0.16) & (a_5, -0.50) & (a_4, 0.06) & - \end{bmatrix}. \\
 & (20)
 \end{aligned}$$

由式(10)~(12)可得  $pp_i^{lk}$ 、 $pa_i^l$  和  $pr_i$ , 且  $i = 1, 2, \dots, 8$ . 由式(13)~(15)可得3个不同层级上的共识度

$$CP = \begin{bmatrix} - & 0.5640 & 0.6503 & 0.6488 \\ 0.5402 & - & 0.5595 & 0.6250 \\ 0.6726 & 0.5372 & - & 0.6682 \\ 0.5506 & 0.5759 & 0.6012 & - \end{bmatrix};$$

$$\bar{cp} = 0.5995;$$

$$ca^1 = 0.6044, ca^2 = 0.5670,$$

$$ca^3 = 0.6148, ca^4 = 0.6116;$$

$$cr = 0.5995.$$

由于  $cr < \lambda$  且  $|\eta_1 - \eta_2| = \frac{\max_{1 \leq i \leq m} \omega_i - \min_{1 \leq i \leq m} \omega_i}{3} = 0.011 < \varepsilon$ , 进行④.

④ 根据差异化的专家重要度对非共识的偏好进行分类识别, 易知  $L = \{6\}$ ,  $M = \{2, 4, 7, 8\}$ ,  $H = \{1, 3, 5\}$ .

情形 1: 由式(16)可得  $\text{preferch}_i^L = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$ ,  $i = 6$ ;

情形 2: 由式(17)可得  $\text{preferch}_i^M = \{(2, 1), (2, 3)\}$ ,  $i = 8$ ;

情形 3: 由式(18)可得  $\text{preferch}_i^H = \{(2, 1), (2, 3)\}$ ,  $i = 1$ .

⑤ 依据偏好修正建议规则执行非共识偏好修正过程, 可得修正后的语言偏好关系如下:

$$\begin{aligned}
 P_1^1 &= \begin{bmatrix} - & c_1 & c_0 & c_2 \\ c_3^- & - & c_2^- & c_4 \\ c_3 & c_0 & - & c_1 \\ c_2 & c_1 & c_3 & - \end{bmatrix}, P_2^1 = \begin{bmatrix} - & c_2 & c_0 & c_4 \\ c_1 & - & c_1 & c_1 \\ c_3 & c_3 & - & c_1 \\ c_0 & c_4 & c_3 & - \end{bmatrix}, \\
 P_3^1 &= \begin{bmatrix} - & a_1 & a_4 & a_3 \\ a_5 & - & a_8 & a_4 \\ a_4 & a_1 & - & a_2 \\ a_5 & a_5 & a_7 & - \end{bmatrix}, P_4^1 = \begin{bmatrix} - & b_0 & b_4 & b_5 \\ b_6 & - & b_1 & b_6 \\ b_3 & b_4 & - & b_2 \\ b_0 & b_1 & b_4 & - \end{bmatrix}, \\
 P_5^1 &= \begin{bmatrix} - & b_4 & b_1 & b_6 \\ b_2 & - & b_3 & b_2 \\ b_4 & b_3 & - & b_2 \\ b_0 & b_5 & b_3 & - \end{bmatrix}, P_6^1 = \begin{bmatrix} - & c_1^- & c_3 & c_1 \\ c_3^+ & - & c_1^+ & c_1 \\ c_0 & c_3^- & - & c_4 \\ c_3^- & c_3^- & c_0 & - \end{bmatrix}, \\
 P_7^1 &= \begin{bmatrix} - & a_0 & a_3 & a_7 \\ a_8 & - & a_0 & a_4 \\ a_4 & a_8 & - & a_5 \\ a_1 & a_4 & a_3 & - \end{bmatrix}, P_8^1 = \begin{bmatrix} - & b_6 & b_1 & b_3 \\ b_1^+ & - & b_1^+ & b_5 \\ b_6 & b_6 & - & b_5 \\ b_4 & b_1 & b_0 & - \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

其中: 偏好矩阵中的元素“ $(p_i^{lk})^-$ ”表示降低后的语言评价更新值, “ $(p_i^{lk})^+$ ”表示提升后的语言评价更新值, 如  $c_3^-$  表示偏好由  $c_4 \xrightarrow{\text{降}}$   $c_3$ ,  $b_1^+$  表示偏好由  $b_0 \xrightarrow{\text{升}}$   $b_1$ .

经过 3 轮共识迭代, 全局共识度  $cr = 0.6798 > \lambda = 0.65$ , 算法 1 终止, 共识过程结束, 得到群体的二元语义集结修正偏好关系

$\tilde{P}_c =$

$$\begin{bmatrix} - & (a_2, 0.41) & (a_3, -0.40) & (a_5, 0.31) \\ (a_5, -0.12) & - & (a_3, -0.09) & (a_5, -0.28) \\ (a_5, -0.29) & (a_4, 0.01) & - & (a_4, -0.18) \\ (a_2, 0.46) & (a_4, 0.47) & (a_4, 0.21) & - \end{bmatrix}$$

**Step 2** 采用“大多数”原则, 即模糊量化算子对应的参数为(0.3, 0.8), 根据式(19)计算方案的优劣度  $QGDD_1 = 2.7131$ ,  $QGDD_2 = 4.1235$ ,  $QGDD_3 = 3.9946$ ,  $QGDD_4 = 3.6455$ .

**Step 3** 由于  $QGDD_2 > QGDD_3 > QGDD_4 > QGDD_1$ , 经专家协商讨论后达成一定共识, 可得  $x_2 =$  Wang的博士论文最优.

2) 结果分析与比较

为了方便比较, 采用另外两种群决策方法计算本文算例. 第1种方法: 在相同的全局共识度阈值下, 不考虑潜在的专家重要度差异, 利用文献[10]的共识模型执行共识达到过程, 共识达成后再集结专家个体偏好; 第2种方法: 不考虑共识达到过程, 采用文献[21]方法集结专家个体偏好得到群体偏好. 两种方法均采用“大多数”原则计算群体偏好中各方案的优

度, 依据优势度大小对方案进行排序.

表1 3种群决策方法的排序结果对比

方案	本文		文献[10]		文献[21]	
	优势度	排序	优势度	排序	优势度	排序
$x_1$	2.7131	4	2.8216	4	2.9056	4
$x_2$	4.1235	1	3.9013	2	4.0028	2
$x_3$	3.9946	2	4.3422	1	4.4278	1
$x_4$	3.6455	3	3.4524	3	3.6251	3

由表1可知, 本文方法与文献[10]方法的排序结果不完全一致, 主要原因在于: 本文方法中强调专家的重要程度存在潜在差异, 这种客观差异会对非共识偏好的识别和修正产生影响, 专家重要度越高, 反馈给专家需要修正的非共识偏好的数量越少, 因而共识完成后获得的专家偏好与文献[10]相比一定有差异, 导致集结后最终的排序结果不完全相同. 相比于文献[10]的共识过程, 本文方法的优势在于: 在相同共识条件下, 建议修正的非共识偏好相对较少, 更多保留了专家的原始偏好信息. 本文方法与文献[21]方法的排序结果有差异, 主要原因在于: 本文方法是先共识后选择进行群决策, 文献[21]直接执行选择过程.

表2 两种群决策方法的一致性水平对比

方法	专家个体一致性向量 $cd$	专家个体与群体的相似性向量 $sm$
本文	(0.8194, 0.6713, 0.8819, 0.6944, 0.7222, 0.6944, 0.6898, 0.8395)	(0.6776, 0.7282, 0.6667, 0.7143, 0.6905, 0.6409, 0.6974, 0.6230)
文献[21]	(0.8009, 0.6667, 0.8819, 0.6420, 0.7222, 0.6157, 0.6597, 0.7315)	(0.5883, 0.6319, 0.6022, 0.6329, 0.6438, 0.5079, 0.6518, 0.5367)

表2从个体和群体一致性水平两方面评估了两种群决策方法的决策质量. 由表2可知, 本文的共识群决策方法不仅使每位专家个体与群体观点的相似程度得到了改进, 而且每位专家的个体一致度也得到了提高, 因此本文方法获得的解可接受程度更高, 更利于决策群体. 综上所述, 针对多粒度语言偏好信息下的群决策问题, 本文提出的群决策方法更合理有效.

4 结 论

共识决策是指通过接纳所有成员的观点让各方参与者赞成一种有利于群体的决策. 本文研究了多粒度语言偏好信息下的群体共识决策问题, 提出了一种自适应的多粒度语言共识模型, 给出了一种群决策方法, 并通过对方案排序择优验证了本文方法的有效性. 本文提出的共识模型有以下特点: 1) 专家的重要度有差异, 通过个体一致度以及个体与群体的相似性两个信赖源挖掘其潜在差异性; 2) 差异化的专家重要度不仅在集结个体语言偏好信息中发挥作用, 而且在共识过程对专家非共识语言偏好的识别和修正中起引导作用. 本文的决策过程简洁, 易于程序化操作. 未来的研究方向是将该决策问题扩展至不确定语言偏好信息下的群决策问题或多属性群决策问题, 对于相应的共识决策模型的构建可进一步探讨.

参考文献(References)

- [1] 李铭洋, 樊治平, 尤天慧. 多方参与决策且指标集有差异的方案排序方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(6): 849-854. (Li M Y, Fan Z P, You T H. Method for ranking alternatives considering multi-person decision-making and different index sets[J]. Control and Decision, 2013, 28(6): 849-854.)
- [2] Herrera-Viedma E, Garcíá-Lapresta J L, Kacprzyk J, et al. Consensual processes, studies in fuzziness and soft computing[M]. Berlin: Springer, 2011: 358-359.
- [3] Palomares I, Estrella F J, Martínez L, et al. Consensus under a fuzzy context: Taxonomy, analysis framework AFRYCA and experimental case of study[J]. Information Fusion, 2014, 20(1): 252-271.
- [4] Parreiras R O, Ekel P Y, Morais D C. Fuzzy set based consensus schemes for multicriteria group decision making applied to strategic planning[J]. Group Decision and Negotiation, 2012, 21(2): 153-183.
- [5] Wu Z B, Xu J P. Consensus reaching models of linguistic preference relations based on distance functions[J]. Soft Computing, 2012, 16(4): 577-589.
- [6] 程发新, 程栋, 赵艳萍, 等. 基于共识决策的低碳供应商选择方法研究[J]. 运筹与管理, 2012, 21(6): 68-73. (Cheng F X, Cheng D, Zhao Y P, et al. Research on the low-

- carbon supplier selection approach based on the consensus decision making[J]. *Operations Research and Management Science*, 2012, 21(6): 68-73.)
- [7] Cabrerizo F J, Moreno J M, Pérez I J, et al. Analyzing consensus approaches in fuzzy group decision making: Advantages and drawbacks[J]. *Soft Computing*, 2010, 14(5): 451-463.
- [8] Herrera-viedma E, Cabrerizo F J, Kacprzyk J, et al. A review of soft consensus models in a fuzzy environment[J]. *Information Fusion*, 2014, 17(1): 4-13.
- [9] 吴志彬, 徐雷. 两种基于个体偏好集结的多属性群决策共识方法[J]. *控制与决策*, 2014, 29(3): 487-493.  
(Wu Z B, Xu L. Two consensus approaches for multiple attribute group decision making based on aggregating individual preferences[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(3): 487-493.)
- [10] Mata F, Martínez L, Herrera-viedma E. An adaptive consensus support model for group decision-making problems in a multigranular fuzzy linguistic context[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2009, 17(2): 279-290.
- [11] Palomares I, Rodríguez R M, Martínez L. An attitude-driven web consensus support system for heterogeneous group decision making[J]. *Expert Systems with Applications*, 2013, 40(1): 139-149.
- [12] Xu J P, Wu Z B, Zhang Y. A consensus based method for multi-criteria group decision making under uncertain linguistic setting[J]. *Group Decision and Negotiation*, 2014, 23(1): 127-148.
- [13] Chen S M, Lee L W, Yang S W, et al. Adaptive consensus support model for group decision making systems[J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(16): 12580-12588.
- [14] Gong Z W, Zhang H H, Forrest J, et al. Two consensus models based on the minimum cost and maximum return regarding either all individuals or one individual[J]. *European J of Operational Research*, 2015, 240(1): 183-192.
- [15] 徐泽水. 基于语言信息的决策理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 122-123.  
(Xu Z S. *Linguistic decision making: Theory and methods*[M]. Beijing: Science Press, 2008: 122-123.)
- [16] Yu X H, Xu Z S, Zhang X M. Uniformization of multigranular linguistic labels and their application to group decision making[J]. *J of Systems Science and Systems Engineering*, 2010, 19(3): 257-276.
- [17] 乐琦, 樊治平. 具有多粒度不确定语言评价信息的多属性群决策方法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(7): 1059-1062.  
(Yue Q, Fan Z P. Method for solving multiple attribute group decision-making problems with multi-granularity uncertain linguistic assessment information[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(7): 1059-1062.)
- [18] Fan Z P, Liu Y. A method for group decision-making based on multi-granularity uncertain linguistic information[J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(5): 4000-4008.
- [19] Espinilla M, Liu J, Martínez L. An extended hierarchical linguistic model for decision-making problems[J]. *Computational Intelligence*, 2011, 27(3): 489-512.
- [20] Mata F, Pérez L G, Zhou S M, et al. Type-1 OWA methodology to consensus reaching processes in multi-granular linguistic contexts[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2014, 58(1): 11-22.
- [21] Herrera F, Martínez L. A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multigranular hierarchical linguistic contexts in multi-expert decision-making[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2001, 31(2): 227-234.
- [22] Rodríguez R M, Martínez L. An analysis of symbolic linguistic computing models in decision making[J]. *Int J of General Systems*, 2013, 42(1): 121-136.
- [23] Cabrerizo F J, Heradio R, Pérez I J, et al. A selection process based on additive consistency to deal with incomplete fuzzy linguistic information[J]. *J of Universal Computer Science*, 2010, 16(1): 62-81.
- [24] Pérez I J, Cabrerizo F J, Alonso S, et al. A new consensus model for group decision making problems with non-homogeneous experts[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2014, 44(4): 494-498.
- [25] Cabrerizo F J, Herrera-viedma E, Pedrycz W. A method based on PSO and granular computing of linguistic information to solve group decision making problems defined in heterogeneous contexts[J]. *European J of Operational Research*, 2013, 230(3): 624-633.
- [26] Pang J, Liang J. Evaluation of the results of multi-attribute group decision-making with linguistic information[J]. *Omega*, 2012, 40(3): 294-301.
- [27] Wu J, Chiclana F. A social network analysis trust-consensus based approach to group decision-making problems with interval-valued fuzzy reciprocal preference relations[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2014, 59(1): 97-107.
- [28] 张宇, 刘雨东, 计钊. 向量相似度测度方法[J]. *声学技术*, 2009, 28(4): 532-536.  
(Zhang Y, Liu Y D, Ji Z. Vector similarity measurement method[J]. *Technical Acoustics*, 2009, 28(4): 532-536.)
- [29] Ye J. Cosine similarity measures for intuitionistic fuzzy sets and their applications[J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2011, 53(1): 91-97.