

独轮机器人的建模与自抗扰控制算法

阮晓钢, 王旭, 陈志刚

(北京工业大学 电子信息与控制工程学院, 北京 100124)

摘要: 独轮机器人前后平衡由一车轮保持并驱动其前后运动, 侧向平衡则由一基于空气阻力的风轮保持, 以此结构为被控对象建立该系统动力学模型. 以一种非线性的控制方法——自抗扰控制方法控制其平衡运动, 在系统的纵向和侧向上分别设计一个自抗扰控制器, 系统的内扰和外扰被视为自抗扰控制器的总扰动. 以PID控制方法作对比实验, 仿真结果表明了自抗扰控制算法的强鲁棒性和有效性.

关键词: 独轮机器人; 动力学模型; 自抗扰控制; 鲁棒性

中图分类号: TP24

文献标志码: A

Modeling and active disturbance rejection control algorithm of single wheel robot

RUAN Xiao-gang, WANG Xu, CHEN Zhi-gang

(School of Electronic Information and Control Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China. Correspondent: WANG Xu, E-mail: wangxus@emails.bjut.edu.cn)

Abstract: Single wheel robot's (SWR) balance of pitch is controlled by a wheel moving back and forth, and its roll balance is hold by a wind wheel based on the air force. This structure is used as the controlled object, and the kinetic model is established. A nonlinear control method-active disturbance rejection control(ADRC) algorithm is used to control the robot's moving. There are two ADRC controllers in pitch and roll direction. The internal and external disturbance of the system are regarded as the total disturbances of the ADRC controller. The PID algorithm is used for comparative test, and the result shows the strong robustness and effectiveness of the ADRC algorithm.

Keywords: single wheel robot; kinetic model; active disturbance rejection control; robustness

0 引言

独轮机器人是一种模仿人类骑自行车的行为的仿生机器人. 独轮自平衡机器人是一种高阶次、多耦合、不完整的非线性系统.

独轮机器人的研究可追溯到20世纪80年代, 有文献记载的最早的独轮机器人是1980年Ozaka等^[1]发明的, 虽然实验效果不是很好, 但它开启了人类研究独轮自平衡机器人的里程碑. 接着Schoonwinkel等^[2]依据人类骑独轮自行车的原理, 制造了一款独轮自平衡机器人, 它由车轮、支架和旋转的转盘3个部分刚体组成. 车轮和支架用来模仿人类的下半身, 旋转的转盘则用来模拟人骑独轮车时胳膊的动作. 他们当时采用的控制方法是线性二次最优控制方法

(LQR), 但是仅仅实现了独轮车的前后方向上的平衡, 而左右的平衡却没有实现. 1995年前后, Sheng等^[3-5]在以往的独轮机器人的结构基础上加上了两个闭环装置, 这种机械结构更加接近人类骑独轮车的行为, 但是结构因此变得更加的复杂, 需要两个激励交替驱动这两个闭环装置. 1996年, 美国的卡内基梅隆大学设计了一款新型的独轮自平衡机器人——Gyrover, 此结构只有一个轮子, 根据陀螺运动而设计, 此后Gyrover备受关注. 国内著名的香港中文大学的徐阳生团队对此结构的研究取得了不小的成就^[6-7]. 2007年美国加州大学^[8-9]研制了一款名为Unibot的独轮机器人, 该结构结合了“轮式倒立摆”和“惯性轮倒立摆”的思想. 2008年, 日本的村田制造所^[10]研制了名为“村田

收稿日期: 2014-07-19; 修回日期: 2014-10-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61075110, 61375086); 国家973计划项目(2012CB720000); 北京市市政委员会计划重点项目(KZ201210005001); 教育部高等学校博士学科点专项科研基金项目(20101103110007).

作者简介: 阮晓钢(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 从事模式识别、智能系统等研究; 王旭(1990—), 男, 硕士生, 从事机器人、人工智能的研究.

少女”的独轮机器人,前后平衡由行走的轮子控制,左右平衡则由一个惯性飞轮控制。

目前应用于独轮机器人的运动控制主要是线性控制,如文献[2]和文献[8]采用LQR控制,文献[3]采用线性PD控制方法,文献[11]采用模糊滑模控制方法。而非线性的控制方法则使用很少。本文首次采用基于风轮倒立摆的结构来控制独轮机器人的侧平衡,该恢复力矩利用了电机控制风轮旋转形成的空气的阻力和惯性力的合成,前后的平衡则由电机控制行走轮来维持。本文建立了此结构的动力学模型,采用自抗扰控制方法实现其平衡运动,并且与PID控制方法进行了对比实验,验证了所提出方法的强鲁棒性和有效性。

1 独轮机器人的动力学模型

以往独轮机器人的模型大部分是基于惯性飞轮的模型^[12],本文建立的是基于风轮的独轮机器人模型。为了简化问题,忽略独轮机器人的俯仰和横滚方向上的耦合,对整个系统进行分开建模,分为俯仰模型和横滚模型^[13],两个方向上均采用拉格朗日方法进行建模^[14-15]。

1.1 俯仰方向动力学模型

独轮机器人在俯仰方向上主要有行走轮和支架两个部分,可以将上部的风轮与支杆当作一个整体作为支架。如图1所示,其中行走轮的半径记作 r_w ,支架质心到行走轮的距离为 l_c ,行走轮走过的角度为 ω ,支架转动的角度为 β ,行走轮质量为 m_w ,支架的质量为 m_c , I_w 和 v_w 为行走轮的转动惯量和质心速度, I_c 和 v_c 为支架的转动惯量和质心的线速度。

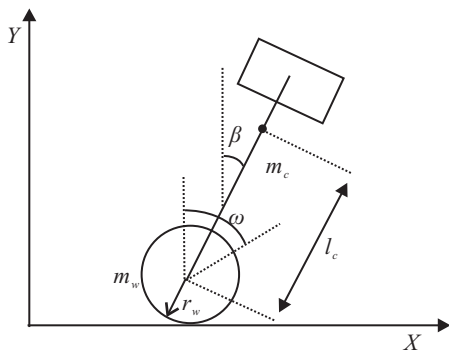


图1 独轮机器人俯仰模型

拉格朗日方程如下:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (1)$$

其中: L 为系统的总动能 T 减去系统的总势能 P 的值, q_i 为系统的广义坐标, Q_i 为系统的广义力。在此模型中,广义坐标选取为 ω 和 β ,广义力为电机的扭矩 r_w 。

行走轮质心线速度为

$$v_w = \dot{\omega} r_w; \quad (2)$$

支架质心线速度为

$$v_c = \sqrt{(v_w + l_c \dot{\beta} \cos \beta)^2 + (l_c \dot{\beta} \sin \beta)^2};$$

行走轮的动能为

$$T_w = \frac{1}{2} m_w v_w^2 + \frac{1}{2} I_w \dot{\omega}^2; \quad (3)$$

支架的动能为

$$T_c = \frac{1}{2} m_c v_c^2 + \frac{1}{2} I_c \dot{\beta}^2; \quad (4)$$

系统的总势能为

$$P = m_w g r_w + m_c g (l_c \cos \beta + r_w), \quad (5)$$

$$L = T_w + T_c - P. \quad (6)$$

将式(2)~(6)代入式(1)可得

$$\tau_w = (m_c r_w^2 + m_w r_w^2 + I_w) \ddot{\omega} + m_c l_c r_w \cos \beta \ddot{\beta} - m_c l_c r_w \sin \beta \dot{\beta}^2, \quad (7)$$

$$-\tau_w = m_c l_c r_w \cos \beta \ddot{\omega} + (m_c l_c^2 + I_c) \ddot{\beta} - m_c g l_c \sin \beta. \quad (8)$$

式(7)和(8)为俯仰方向的动力学模型。

1.2 横滚方向动力学模型

独轮机器人在横滚方向上主要是由上部风轮和底架组成,上部的风轮由3个扇叶构成,主要用来产生空气阻力和惯性力,为机器人提供恢复力矩。其中行走轮和支杆被看作一个底架整体。建立模型如图2所示。

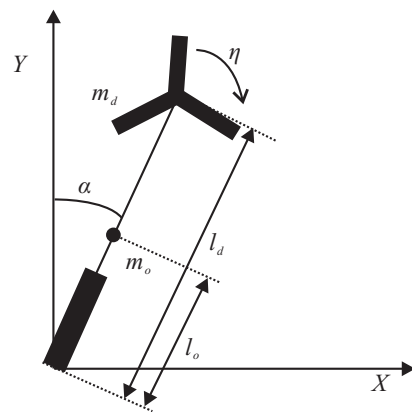


图2 独轮机器人横滚模型

已知底架质心到坐标原点的距离为 l_o ,底架的质量为 m_o ,转过的角度为 α ,上部风轮质心到原点的距离记作 l_d ,风轮的质量为 m_d ,转过的角度为 η , I_o 和 I_d 分别为底架和风轮的转动惯量。选取 α 和 η 作为广义坐标,其中广义力为上部电机的扭矩 τ_d 。

底架的质心线速度为

$$v_o = l_o \dot{\alpha}; \quad (9)$$

底架的动能为

$$T_o = \frac{1}{2} m_o v_o^2 + \frac{1}{2} I_o \dot{\alpha}^2; \quad (10)$$

风轮质心的线速度

$$v_d = l_d \dot{\alpha}; \quad (11)$$

风轮的动能为

$$T_d = \frac{1}{2} m_d v_d^2 + \frac{1}{2} I_d (\dot{\alpha} + \dot{\eta})^2; \quad (12)$$

整个系统的总势能为

$$P = m_o g l_o \cos \alpha + m_d g l_d \cos \alpha, \quad (13)$$

$$L = T_o + T_d - P. \quad (14)$$

将式(9)~(14)代入拉格朗日方程, 可得

$$-\tau_d = (m_o l_o^2 + m_d l_d^2 + I_o + I_d) \ddot{\alpha} + I_d \ddot{\eta} - m_o g l_o \sin \alpha - m_d g l_d \sin \alpha, \quad (15)$$

$$I_d (\ddot{\alpha} + \ddot{\eta}) = \tau_d - \tau_a. \quad (16)$$

若记 s 为一个扇叶的面积大小, h 为扇叶的宽度, 则可得上部因空气阻力产生的扭矩大小为

$$\tau_a = 3k_s v_f, \quad (17)$$

$$v_f = \frac{1}{2} h \dot{\eta}. \quad (18)$$

其中: 3 表示风轮上装有 3 片扇叶; k 为空气阻力系数, 一般取值为 2.937. 从式 (17) 和 (18) 中可以看出, 这种使用风轮的结构能提供比单独使用惯性飞轮的结构更大的恢复力矩. 式 (15)~(18) 是独轮机器人在横滚方向上的动力学模型, 整个机器人的参数如表 1 所示.

表 1 机器人参数

r_w	l_c	m_w	m_c
0.05 m	0.17 m	0.56 kg	1.524 kg
I_w	I_c	s	h
0.011 2 kg·m ²	0.053 1 kg·m ²	0.3 m ²	0.031 m
l_o	l_d	m_o	m_d
0.14 m	0.28 m	1.06 kg	1.024 kg
I_o	I_d		
0.015 1 kg·m ²	0.019 29 kg·m ²		

2 自抗扰控制器设计

自抗扰控制器分为 3 个模块: 非线性跟踪微分器 (TD)、扩张状态观测器 (ESO) 和非线性误差反馈控制率 (NLSEF). 跟踪微分器 TD 能够跟踪参考输入信号 $v(t)$, 安排预期过渡过程, 还能够柔化 $v(t)$ 的变化, 使得系统的超调减少. TD 的输入为 $v(t)$, 输出 v_1, v_2, \dots, v_n 分别代表 $v(t)$ 的跟踪值及其各阶导数. 扩张状态观测器 ESO 能够输出被控对象的状态变量的估计值, 以及系统的内部及外部扰动总和的估计值. ESO 产生的“扩张状态量”和经过 TD 产生的过渡过程量的差值经过 NLSEF 的运算, 即可得到控制量 u_o [16-17].

自抗扰控制器的组成如图 3 所示. 在图 3 中, v_1 和 v_2 分别是对输入 v 的跟踪和其微分的估计, z_1 和 z_2 分别是对输出 y 和其微分的估计, z_3 是对所有扰动的一个估计. 下面就对以上控制器 3 个主要部分进行设计.

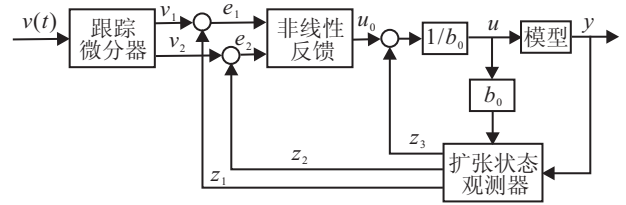


图 3 自抗扰控制器结构框图

2.1 非线性跟踪-微分器设计

传统的微分器存在如下问题: 对于输入 v 常常是不可微的, 而输出 y 又常常伴有很多的噪声, 因此对于传统的 PID 控制器而言, 输入与输出的误差通常是不可微的, 或者其微分信号被噪声信号的导数所淹没, 所以自抗扰控制器引入了非线性环节来构造非线性微分跟踪器. 它的设计根据如下理论:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} = z_n, \\ \dot{z}_n = f(z_1, z_2, \dots, z_n). \end{cases} \quad (19)$$

若式 (19) 的任意解满足

$$z_i(t) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty, i = 1, 2, \dots, n,$$

则对于任意有界可积函数 $v(t)$ 和任意常数 $T > 0$, 系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n, \\ \dot{x}_n = \alpha^n f(x_1 - v(t), x_2/\alpha, \dots, x_n/\alpha^{n-1}) \end{cases} \quad (20)$$

的解 $x_1(t)$ 满足

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^T |x_1(t) - v(t)| dt = 0.$$

本文选取的非线性函数是 fhan 函数, 用来替换式 (20) 中的 f 函数, fhan 函数可以消除 TD 微分器离散化后系统进入稳态时产生的高频震颤.

$$\begin{cases} \text{fhan} = -r(\alpha/d - \text{sgn}(\alpha))s_\alpha - r\text{sgn}(\alpha), \\ d = rh^2, \\ \alpha_0 = hx_2, \\ y = x_1 + \alpha_0, \\ \alpha_1 = \sqrt{d(d + 8|y|)}, \\ \alpha_2 = \alpha_0 + \text{sgn}(y)(\alpha_1 - d)/2, \\ s_y = (\text{sgn}(y + d) - \text{sgn}(y - d))/2, \\ \alpha = (\alpha_0 + y - \alpha_2)s_y + \alpha_2, \\ s_\alpha = (\text{sgn}(\alpha + d) - \text{sgn}(\alpha - d))/2. \end{cases} \quad (21)$$

其中: α 为速度因子, α 越大, 其输出 x_1 越接近原始信号, 当 α 大到一定程度时, 微分输出 $x_2(t)$ 会出现抖动的现象; r 和 h 为需要调节的参数, r 影响 TD 的跟踪速度, r 加大则跟踪加快, 但 r 过大则跟踪的微分信号会出现超调; h 为微积分步长, 步长越小跟踪越精确.

2.2 非线性误差反馈设计

如图 3 所示, e_1 和 e_2 分别表示安排过渡过程 v_1 与输出跟踪值 z_1 之间的误差, 以及安排过渡过程的微分信号 v_2 与输出微分信号的跟踪值 z_2 之间的误差. 采用 e_1 和 e_2 的适当非线性组合可获得更好的控制效果, 本文所选取的非线性组合函数也为 fhan 函数, 即

$$u_0 = -\text{fhan}(e_1, ce_2, r_1, h_1). \quad (22)$$

其中: c, r_1, h_1 是可以调节的参数, c 类似 PD 控制的微分系数, c 增加可以减小震荡, 抑制超调, r_1, h_1 的调节与 TD 模块的方法相同.

2.3 扩张状态观测器设计

扩张状态观测器是自抗扰控制器的关键技术. 它与传统的状态观测器最大不同点是: 对于同一个对象, 它比传统的状态观测器多了一维状态, 此状态便是对系统内扰和外扰总和的估计. 它的设计是根据如下理论:

对于受未知外扰作用的非线性不确定对象

$$\dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, t) + \omega(t) + bu(t),$$

将 $x^{(n)}(t)$ 扩展到状态变量中, 得到扩张状态变量

$$x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t), x^{(n)}(t). \quad (23)$$

其中: $f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, t)$ 为未知函数, $\omega(t)$ 为未知外扰, $x(t)$ 可以测量.

对此构造非线性系统

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - g_1(z_1 - x(t)), \\ \vdots \\ \dot{z}_n = z_{n+1} - g_n(z_1 - x(t)) + bu(t), \\ \dot{z}_{n+1} = -g_{n+1}(z_1 - x(t)). \end{cases} \quad (24)$$

使以 $x(t)$ 为输入的系统各状态分别跟踪被扩张的状态变量 (23), 即 $z_1(t) \rightarrow x(t), \dots, z_n(t) \rightarrow x^{(n-1)}(t), z_{n-1}(t) \rightarrow x^{(n)}(t)$.

若适当选取非线性函数 $g_1(z), \dots, g_{n+1}(z)$, 便能实现以上的跟踪目标, 则存在如下事实:

$$\begin{cases} z_{n+1}(t) \rightarrow x^{(n-1)}(t) = \alpha(t), \\ \alpha(t) = f(x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t), t) + \omega(t). \end{cases}$$

尽管 $f(x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t), t)$ 和 $\omega(t)$ 未知, 但系统的实时值 $\alpha(t)$ 仍然能估算出来. 因此式 (24) 是 (23) 类型系统的 ESO, ESO 与系统 (23) 无关, 只与其实时值 $\alpha(t)$ 的变化率有关. 这种观测器的适应性和鲁棒性比一般状态观测器强.

本文选取 fal 函数取代系统 (24) 中的 g 函数, 这样可以避免系统的高频震颤现象, 因此本文设计的基于 fal 函数的观测器方程组如下:

$$\text{fal}(e, a, \delta) = \begin{cases} e/\delta^{1-a}, & |e| \leq \delta; \\ |e|^a \text{sgn}(e), & |e| > \delta. \end{cases}$$

$$\begin{cases} e = z_1 - y, \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01} \text{fal}(e, a, \delta), \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02} \text{fal}(e, a, \delta) + b_0 u, \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03} \text{fal}(e, a, \delta). \end{cases} \quad (25)$$

其中: a 为 $0 \sim 1$ 的常数, a 越小, 跟踪越快, 但滤波效果会变差; δ 为影响滤波效果的常数, δ 越大, 滤波效果越好, 但是增加了跟踪延迟; $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$ 为可选取的参数. 适当地增大 β_{01} 可以抑制过渡过程中出现的超调; 适当地增大 β_{02} 可以加快响应速度, 缩短过渡过程; β_{03} 还决定着对扰动估计滞后的大小, β_{03} 越大则扰动越小, 但 β_{03} 过大则会引起估计值振荡. 通过对自抗扰控制器的每个模块进行设计和参数整定之后, 便可以用来控制独轮机器人. 本文依据每个模块的整定方法, 整定出一组合适的参数, 如表 2 所示.

表 2 自抗扰控制器参数 (俯仰/横滚)

α	r	h	c	r_1	h_1
0.2/0.2	100/200	0.1/0.1	1/-3	500/200	0.001/0.0008
b_0	a	δ	β_{01}	β_{02}	β_{03}
80/-6	0.5/0.5	0.1/0.1	0.8/0.8	40/33	-66/-66

2.4 控制系统稳定性分析

参数选定之后, 需要对整个控制系统的稳定性进行分析证明, 否则, 无法证明自抗扰控制器的有效性和稳定性. 稳定性的证明方法采用的是李亚普诺夫主稳定定理, 描述如下.

定理 1 设系统的状态方程为 $\dot{x} = f(x, t)$, 其平衡状态为 $x_e = 0$, 如果存在一个具有连续一阶偏导数的标量函数 $V(x, t)$, 并满足条件:

- 1) $V(x, t)$ 是正定的;
- 2) $\dot{V}(x, t)$ 是负定的, 则系统对于平衡状态 $x_e = 0$ 是一致渐近稳定的;
- 3) 如果满足上述的渐近稳定性, 而且当 $\|x\| \rightarrow \infty$ 时, 有 $V(x, t) \rightarrow \infty$, 则系统对于平衡状态 x_e 是大范围渐近稳定的.

首先分析俯仰方向, 由于系统是二阶系统, 要化成李雅普诺夫的形式, 需要对系统进行降阶处理. 令 $x_1 = \omega, x_2 = \dot{\omega}, x_3 = \beta, x_4 = \dot{\beta}$, 将表 1 和表 2 的参数代入模型, 俯仰方向上的系统模型可化为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = (8\tau_w + \tau_w \cos x_3 + 0.1036x_4^2 \sin x_3 - 2.5908 \sin x_3 \cos x_3)/(0.1312 - 0.01295 \cos x_3), \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = (2\tau_w + 0.01295x_4^2 \sin x_3 - 2.5908 \sin x_3)/(0.01295 \cos x_3 - 0.0971). \end{cases} \quad (26)$$

其中: $\tau_w = (-fhan(e_1, e_2, 500, 0.001) + z_3)/80$, $e_1 = -x_3$, $e_2 = -x_4$. 系统平衡状态为 $x_e = [0, 0, 0, 0]$, 选取 $V(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$, 当 $x \neq 0$ 时, 对于李亚普诺夫函数有 $V(x) > 0$, $V(x)$ 正定, 其次计算 $\dot{V}(x) = 2x_1\dot{x}_1 + 2x_2\dot{x}_2 + 2x_3\dot{x}_3 + 2x_4\dot{x}_4$, 结合式 (25) 可得出

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) = & - (0.125x_1\sqrt{\sin x_3 \cos x_3} - 2.214\sqrt{x_2x_4 \sin x_3} + \\ & 0.197 \cos x_3)^2 - 0.0584x_4^2e^2 - 0.012fal^2(e, 0.5, 0.1). \end{aligned}$$

因此 $\dot{V}(x, t)$ 负定, 控制系统渐近稳定. 另外, 当 $\|x\| = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ 趋向无穷时, $V(x) \rightarrow \infty$, 对于 x_e 是大范围渐近稳定的; 同样可以证明在横滚方向上 $x_e = [0, 0, 0, 0]$ 时, 此控制系统仍旧为大范围渐近稳定. 因此, 自抗扰控制器选取表 2 中的参数, 对于机器人控制在平衡点是稳定的.

3 实验对比分析

由于本文对独轮机器人的建模采用的是前后和横滚两个方向分开的方法, 需要在这两个方向上分别设计一个自抗扰控制器, 整个控制系统的控制原理如图 4 所示. 仿真软件使用的是 Matlab 语言, 在 Simulink 里分别搭建两个方向上的自抗扰控制器, 控制器的每个模块都采用 Matlab 语言编写, 并且封装成一个模块, 按照表 2 的参数进行设置.

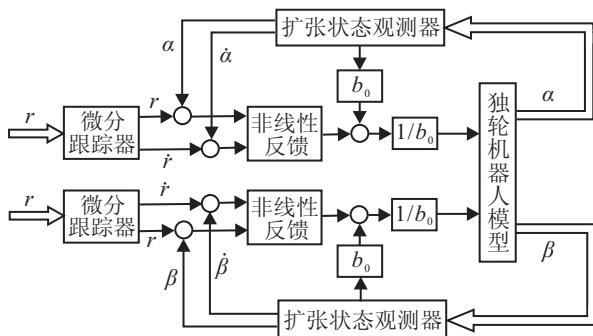


图 4 独轮机器人控制结构图

为了验证自抗扰控制算法的有效性, 将其与 PID 控制算法进行了对比实验, 独轮机器人的初始状态为 $[0.1 \text{ rad}, 0, 0.1 \text{ rad}, 0]$, 即初始俯仰和横滚角度均为 0.1 rad , 自抗扰和 PID 算法控制效果如图 5 和图 6 所示.

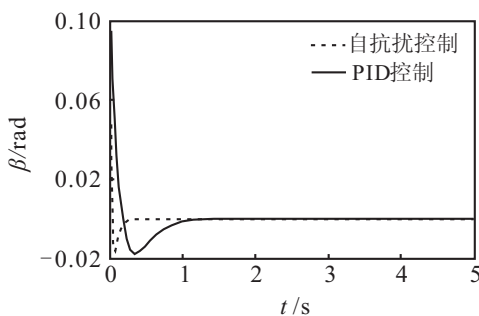


图 5 俯仰方向对比实验

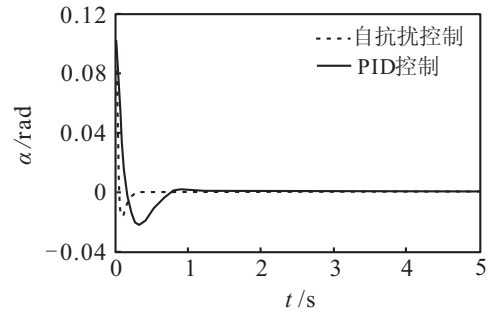


图 6 横滚方向对比实验

自抗扰算法下的角速度数据如图 7 所示. 另外, 在自抗扰算法仿真的过程中增加了随机白噪声的实验, 结果如图 8 所示.

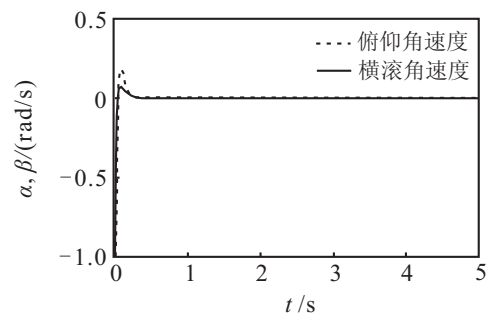


图 7 自抗扰控制角速度

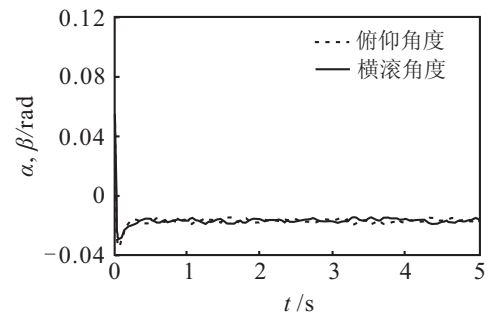


图 8 横滚俯仰角度白噪声实验

结果表明, 自抗扰控制算法超调量要比 PID 控制算法小, 并且响应速度比 PID 控制算法快. 在俯仰方向上, 自抗扰控制算法大概在 0.3 s 左右达到平衡点, 而 PID 控制算法需要 1 s 以上; 在横滚方向上, 自抗扰算法只需 0.3 s , PID 则需要 1 s 左右. 另外, 在随机白噪声环境中, 自抗扰算法仍然能够很好地对独轮机器人进行平衡控制, 表明了此算法的强鲁棒性.

4 结 论

本文针对一种基于风轮侧平衡机构的独轮机器人进行了拉格朗日建模, 在此基础上, 使用自抗扰控制算法对机器人进行平衡控制. 与普通 PID 控制算法进行了对比实验, 实验结果表明所提出的算法具有较快的响应速度和较强的鲁棒性, 并且超调量小, 有利于独轮机器人的控制, 为后期物理实验打下理论基础具有一定的意义.

参考文献(References)

- [1] Ozaka C, Kano H, Masubuchi M. Stability of a monocycle-type inverted pendulum third vehicle automation[M]. Tokyo: Hosei University Press, 1980: 63-66.
- [2] Schoonwinkel. Design and test of a computer stabilized unicycle[D]. Stanford: Stanford University, School of Engineering, 1987.
- [3] Sheng Z, Yabmafuiji K. Realization of a human riding a unicycle by a robot[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. San Francisco, 1995: 1319-1326.
- [4] Sheng Z Q, Yamafuji K. Postural stability of a human riding a unicycle and its emulation by a robot[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1997, 11(6): 709-720.
- [5] Ulyanov S V, Yanmafuiji K. Fuzzy intelligent emotion and instinct control of a robotics unicycle[C]. Proc of Int Workshop on Advanced Motion Control. Nagoya, 1996: 127-132.
- [6] Benjamin Brown H Jr, Xu Yangsheng. A single-wheel, gyroscopically stabilized robot[C]. Proc of the 1996 IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Minneapolis: Minnesota, 1996: 3658-3663.
- [7] Yangsheng Xu, Kwelk Wai Au Gora C Nandy, Ben Brown H. Analysis of actuation and dynamic balancing for a single wheel robot[C]. Proc of the 1998 IEEE/RSJ Int Conf on Intelligent Robots and System. Victoria, 1998: 1789-1794.
- [8] University of California. Unibot robot[EB/OL]. (2007-03-01). <http://siel.ucsd.edu/jaschavp/Project.html>.
- [9] Ruan X G, Hu J M, Wang Q Y. Modeling with euler-lagrang equation and cybernetical analysis for a unicycle robot[C]. The 2nd Int Conf on Intelligent Computing Technology and Automation. Piscataway, NJ: IEEE, 2009: 108-111.
- [10] Murata Manufacturing. Murata girl robot[EB/OL]. (2008-09-01). <http://www.murataboy.cpm/ssk-3/>.
- [11] Lee J O, Han I W, Lee J M. Fuzzy sliding mode control of unicycle robot[C]. Int Conf on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence. Florida, 2011: 521-524.
- [12] 阮晓钢, 胡敬敏, 蔡建美, 等. 一种基于模糊控制理论的独轮机器人控制算法[J]. 控制与决策, 2010, 25(6): 862-866.
(Ruan X G, Hu J M, Cai J X, et al. A control algorithm of unicycle robot based on fuzzy control theory[J]. Control and Decision, 2010, 25(6): 862-866.)
- [13] Jaeoh L, Seongik H, Jangmyung L. Decoupled dynamic control for pitch and roll axes of the unicycle robo[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2013, 9(8): 3814-3822.
- [14] 刘延柱. 高等动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 20-24.
(Liu Y Z. Advanced dynamics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2001: 20-24.)
- [15] 袁士杰, 吕哲勤. 多刚体系统动力学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1992: 15-26.
(Yuan S J, Lü Z Q. Multi-body dynamics[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1992: 15-26.)
- [16] 王辰昱. 自抗扰控制器的参数整定及应用[D]. 保定: 华北电力大学科技学院, 2009.
(Wang C Y. Parameter setting and application of the active disturbance rejection control[D]. Baoding: Science and Technology Institute, North China Electric Power University, 2009.)
- [17] 万晖. 自抗扰控制器的绝对稳定性分析[J]. 上海电力学院学报, 2011, 27(5): 507-511.
(Wan H. Absolute stability analysis of active disturbance rejection controller[J]. J of Shanghai University of Electric Power, 2011, 27(5): 507-511.)

(责任编辑: 孙艺红)