

不确定可靠性优化问题的多目标粒子群优化算法

章恩泽, 陈庆伟

(南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

摘要: 针对元件可靠性为区间值的系统可靠性优化问题, 提出一种区间多目标粒子群优化方法. 首先, 建立问题的区间多目标优化模型; 然后, 利用粒子群算法优化该模型, 定义一种不精确 Pareto 支配关系, 并给出编码、约束处理、外部存储器更新、领导粒子选择等关键问题的解决方法; 最后, 将该方法应用于可靠性优化问题实例, 验证了方法的有效性.

关键词: 可靠性优化; 不确定; 区间; 多目标优化; 粒子群优化

中图分类号: TP301.6

文献标志码: A

Multi-objective particle swarm optimization for uncertain reliability optimization problems

ZHANG En-ze, CHEN Qing-wei

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: ZHANG En-ze, E-mail: yzzez8986@gmail.com)

Abstract: To solve the reliability optimization problem of a system with interval valued reliability of each component, an interval multi-objective particle swarm optimization approach is proposed. Then, the problem is formulated as a multi-objective optimization problem with interval valued objectives. Then, the model is solved by using the particle swarm optimization algorithm. Specifically, the imprecise Pareto dominance relation is defined, and the solutions to the key problems such as encoding of particles, handling of constraints, updation of the external repository, and selection of particle leaders, are presented. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the proposed approach.

Keywords: reliability optimization; uncertainty interval; multi-objective optimization; particle swarm optimization

0 引言

可靠性是系统设计和运行中必须考虑的重要指标. 在实际工程设计问题中, 往往需要在提高可靠性的同时, 综合考虑费用、体积或重量等因素, 即同时优化多个目标. 目前, 多数研究者将系统可靠性优化问题作为单目标优化问题进行求解, 文献[1]对相关研究方法进行了归纳, 一些启发式算法被广泛应用于求解系统可靠性多目标优化问题, 如进化算法^[2-4]和蚁群算法^[5]等. 粒子群算法^[6]是 Kennedy 等受到飞鸟集群活动的规律性启发而提出的一种搜索算法, 具有易于实现、精度高、收敛快等优点. 文献[7]提出了一种基于高斯分布和混沌序列的粒子群算法, 并应用于可靠性冗余优化问题. 文献[8]针对多目标可靠性冗余分配问题, 提出了一种动态自适应多目标粒子群优化

算法. 文献[9]结合粒子群优化和基于敏感度的聚类方法, 有效地解决了该问题.

上述研究均建立在元件可靠性为确定值的假设基础之上. 在实际工程问题中, 因为人为或环境因素, 元件可靠性不可避免地具有不确定性, 所以, 在不确定环境下进行优化具有重要意义. 近年来, 在可靠性优化及其他一些应用领域内, 考虑不确定性已经成为一种研究趋势^[10].

目前, 对于不确定优化问题, 根据不确定参数描述的不同, 一般分为随机规划和模糊规划两种解决方法^[11]. 以上两种方法分别依赖于参数的随机概率分布和模糊隶属度函数, 而实际工程中很难准确获得这些信息, 相反, 获得这些参数的取值范围则要容易得多. 因此, 用区间数表示不确定参数更具有实际意义.

收稿日期: 2014-07-25; **修回日期:** 2014-11-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074023); 江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(KYZZ.0121).

作者简介: 章恩泽(1989—), 女, 博士生, 从事智能算法的研究; 陈庆伟(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能算法、智能控制等研究.

文献[12-14]将元件可靠性视为区间数,采用遗传算法进行系统可靠性的优化,但这些研究均未给出问题的 Pareto 最优解集.

针对上述不足,本文利用粒子群优化算法求解元件可靠性为区间数的系统可靠性多目标优化问题,提出一种区间多目标粒子群优化算法.以系统可靠性和系统花费作为目标函数,建立问题的多目标优化模型;随后,在定义不精确 Pareto 支配关系的基础上,应用基于整数编码的粒子群算法对这一模型进行求解;最后,对已知区间可靠性优化问题进行仿真实验,并将实验结果与已有方法进行对比,验证了所提出算法的可行性与有效性.

1 问题描述

在描述问题之前,对待优化问题作如下假设^[12-14]: 1) 元件可靠性和花费具有不确定性,为区间数; 2) 所有元件发生故障是相互独立的; 3) 某个子系统的元件发生故障时,系统正常运行; 4) 元件不可修复; 5) 元件只有工作和故障两个状态.

考虑如图 1 所示的串并联系统,该系统由 n 个子系统串联而成,其中第 i 个子系统由 x_i 个元件并联组成.由于元件的可靠性和成本为区间值,相应的系统可靠性与成本值也为区间值.假定每个子系统内的元件种类确定,系统可靠性 R_S 由下式给出:

$$R_S(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n [R_{SL}(\mathbf{x}), R_{SR}(\mathbf{x})]. \quad (1)$$

其中

$$R_{SL}(\mathbf{x}) = [1 - (1 - r_{iL})^{x_i}],$$

$$R_{SR}(\mathbf{x}) = [1 - (1 - r_{iR})^{x_i}].$$

问题变为确定冗余元件的数目 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$,使得在满足一定约束条件的情况下,系统可靠性值 $[R_{SL}, R_{SR}]$ 最大,成本 $[C_{SL}, C_{SR}]$ 最小,即

$$\begin{aligned} & \text{maximize} \prod_{i=1}^n [R_{SL}(x), R_{SR}(x)], \\ & \text{minimize} [C_{SL}, C_{SR}]; \\ & \text{s.t. } g_j(\mathbf{x}) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (2)$$

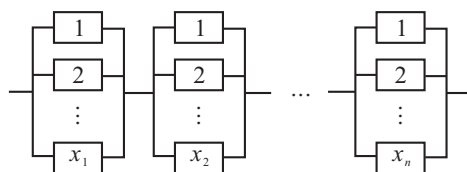


图 1 串并联系统

式(2)是一个区间多目标优化问题,因为其目标函数值不是精确值而是区间,所以,为了比较解的优劣、找到问题的最优解,定义合理的区间数序关系,进而给出拓展的 Pareto 支配关系是必要的.

2 适于区间目标值的不精确 Pareto 支配关系

首先,介绍区间的基本概念^[17].

定义 1 $A = [a_L, a_R] = \{a : a_L \leq a \leq a_R, a \in R\}$ 为区间数,其中 a_L 和 a_R 分别为区间数的下界(或左端点)和上界(或右端点).当 $a_L = a_R$ 时,区间 $A = [a, a]$ 为一实数.

同时,区间 A 也可以表示为 $A = \langle a_c, a_w \rangle$, 其中 a_c 和 a_w 分别为区间 A 的中点和半宽,即

$$a_c = \frac{1}{2}(a_L + a_R), \quad (3)$$

$$a_w = \frac{1}{2}(a_R - a_L). \quad (4)$$

文献[15]给出了两种区间数排序方法,方法 1 仅考虑了乐观决策者的观点,方法 2 要求决策者给出悲观程度系数,即承担风险的态度,具有一定的主观性.本文提出一种区间数排序方法,该方法无需提供决策者的相关信息,即无需先验知识.下面给出区间数序关系 $>_{IM}$ 的定义.

定义 2 设区间 $A = [a_L, a_R] = \langle a_c, a_w \rangle$ 和 $B = [b_L, b_R] = \langle b_c, b_w \rangle (A \neq B)$ 满足 $a_c \geq b_c$, 则有:

1) 当 $a_w < b_w$ 时, $A >_{IM} B$;

2) 当 $a_w > b_w$ 时, $A >_{IM} B$ 当且仅当 $a_L > b_L$.

显然,区间序关系 $>_{IM}$ 具有自反性和传递性.若区间 A 和 B 无法采用上述关系比较,则认为 $A \parallel B$, 即 $A \parallel B$ 当且仅当 $a_w > b_w$ 且 $a_L < b_L$. 将 Pareto 支配关系拓展到区间多目标优化情况.设解 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j 对应的第 m 个目标函数值分别为区间 $y_m(\mathbf{x}_i)$ 和 $y_m(\mathbf{x}_j)$, $m = 1, 2, \dots, M$, 则有如下不精确 Pareto 支配关系 $<_{IP}$ 的定义.

定义 3 解 \mathbf{x}_i 支配 $\mathbf{x}_j (\mathbf{x}_i <_{IP} \mathbf{x}_j)$, 当且仅当

$$\forall m = 1, 2, \dots, M :$$

$$y_m(\mathbf{x}_i) >_{IM} y_m(\mathbf{x}_j) \vee y_m(\mathbf{x}_i) \parallel y_m(\mathbf{x}_j),$$

$$\exists m \in \{1, 2, \dots, M\} : y_m(\mathbf{x}_i) >_{IM} y_m(\mathbf{x}_j). \quad (5)$$

3 用于可靠性优化问题的区间多目标粒子群优化算法

针对式(2),本文提出一种基于不精确 Pareto 支配的多目标粒子群优化算法(IP-MOPSO).

3.1 编码方式

采用整数编码方式,粒子的每个元素表示相应的子系统中冗余元件的数目,因此,每个粒子相当于一个包含 n 个整数元素的一维数组,即

$$\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}], i = 1, 2, \dots, N_p.$$

其中: n 为子系统个数, N_p 为粒子群规模.根据 PSO 速度和位置更新公式,粒子的速度和位置更新是在一

个连续空间内, 为此需要进行离散化处理, 即将其取整到最接近的整数.

3.2 参数设置

在 PSO 速度更新公式中, 惯性权重是影响算法搜索能力的重要参数. 采取文献 [16] 方法线性减小惯性权重值, 从而在开始时算法具有较强的全局搜索能力, 而接近结束时具有更好的局部搜索能力. 具体计算公式如下:

$$w = (w_1 - w_2) \frac{\text{maxitr} - \text{iter}}{\text{maxitr}} + w_2. \quad (6)$$

其中: w_1 和 w_2 分别为惯性权重的初始值和最终值; maxitr 为最大迭代次数, iter 为当前迭代次数.

3.3 约束处理

采用 Big-M 惩罚方法^[14,16], 将问题转化为无约束问题. 对于不可行解, 将目标函数赋值为一个很大的负数 $-M$, 这里可写成区间形式 $[-M, M]$. 考虑如下含约束问题:

$$\begin{aligned} & \text{maximize}[f_L, f_R]; \\ & \text{s.t. } g_j(\mathbf{x}) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (7)$$

转化后的问题为

$$\text{maximize} \hat{f}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \theta(\mathbf{x}). \quad (8)$$

其中

$$\theta(\mathbf{x}) = \begin{cases} [0, 0], & \mathbf{x} \in S; \\ -f(\mathbf{x}) + [-M, -M], & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$S = \{\mathbf{x} : g_j(\mathbf{x}) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m\}$ 表示问题的可行域. 可见, 式 (8) 是一个无约束的区间多目标优化问题.

3.4 外部存储器更新

首先给出适用于区间目标值的拥挤距离计算方法^[17]. 对于某一维(假设为第 m 维)目标空间, 按照区间目标值中点的大小对外部存储器元素进行排序. 对于该序列中第 i 个元素 \mathbf{x}_i ($i = 1, 2, \dots, |\text{Rep}|$), 当 $i = 1$ 或 $i = |\text{Rep}|$ 时, \mathbf{x}_i 的拥挤距离值为 ∞ ; 否则, \mathbf{x}_i 的拥挤距离值定义为与其相邻两个解 \mathbf{x}_{i-1} 和 \mathbf{x}_{i+1} 之间的距离之和, 即

$$CD(\mathbf{x}_i) = D(\mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{x}_i) + D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i+1}). \quad (9)$$

其中

$$D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \frac{\sum_{m=1}^M d(f_m(\mathbf{x}_i), f_m(\mathbf{x}_j))}{V(\mathbf{x}_i) + V(\mathbf{x}_j) + 1}, j = i \pm 1.$$

这里: $f_m(\mathbf{x}_i) = [f_{mL}(\mathbf{x}_i), f_{mR}(\mathbf{x}_i)]$ 和 $f_m(\mathbf{x}_j) = [f_{mL}(\mathbf{x}_j), f_{mR}(\mathbf{x}_j)]$ 分别为 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j 在第 m 个目标函数上的目标区间; $d(A, B)$ 为区间 $A = [a_L, a_R]$ 与 $B = [b_L, b_R]$ 之间的距离; $V(\mathbf{x}_i)$ 和 $V(\mathbf{x}_j)$ 分别为 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j 对应的(超)立方体体积或矩形区域面积.

IP-MOPSO 的外部存储器更新方法如下: 当存入

新的非支配粒子和删除被支配粒子后, 若 Rep 中最优粒子数超过最大容量 N_r , 则计算 Rep 中每个粒子的拥挤距离值, 并保留拥挤距离值较大的 N_r 个粒子.

3.5 领导粒子选择方法

采用第 3.4 节方法计算 Rep 中每个粒子的拥挤距离值, 并进行降序排列, 将排在前 10% 的粒子作为候选领导粒子, 从中为粒子群中每个粒子随机选择一个粒子作为领导粒子.

3.6 算法步骤

Step 1: 初始化粒子群.

Step 2: 对于粒子群中每个粒子, 判断是否为可行解, 计算其目标函数值.

Step 3: 根据不精确 Pareto 支配关系, 选择非支配解并放入外部存储器 Rep 中.

Step 4: 利用第 3.5 节方法为粒子群中每个粒子选择领导粒子.

Step 5: 根据 PSO 的基本公式更新粒子的速度和位置.

Step 6: 进行变异操作^[18]. 算法每迭代 $T_{\max}/10$ 次, 从外部存储器中随机选择 $1/r$ 的粒子进行变异操作.

Step 7: 对于粒子群中每个粒子, 判断是否为可行解, 计算其目标函数值.

Step 8: 更新粒子的个体最好位置.

Step 9: 利用第 3.4 节方法更新外部存储器.

Step 10: 若达到最大迭代次数, 则转至 Step 11, 否则, 转至 Step 4.

Step 11: 输出 Rep 中的 Pareto 最优解作为最终解.

4 应用实例

以文献 [16] 中可靠性优化问题作为仿真算例, 验证 IP-MOPSO 的有效性.

4.1 仿真算例和参数设置

考虑如下可靠性优化问题:

$$\begin{aligned} & \text{maximize}[R_{SL}, R_{SR}] = \prod_{i=1}^5 [1 - [1 - r_{iR}, 1 - r_{iL}]^{x_i}], \\ & \text{minimize}[C_{SL}, C_{SR}] = \sum_{i=1}^5 [C_{iL}, C_{iR}][x_i + \exp(x_i/4)]; \\ & \text{s.t. } g_1(x) = \sum_{i=1}^5 P_i x_i^2 - b_1 \leq 0, \\ & \quad g_2(x) = \sum_{i=1}^5 W_i [x_i \exp(x_i/4)] - b_2 \leq 0. \end{aligned}$$

其中: x_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) 为非负整数; C_i 、 P_i 、 W_i 的取值如表 1 所示; $b_1 = 110$, $b_2 = 200$.

表 1 算例数据

i	1	2	3	4	5
r_i	[0.78,0.82]	[0.84,0.85]	[0.87,0.91]	[0.63,0.66]	[0.74,0.76]
C_i	[6,8]	[5,8]	[3,6]	[6,9]	[3,6]
P_i	1	2	3	4	2
W_i	7	8	8	6	9

采用 Matlab 语言编程, 计算机配置为 Intel(R) Core(TM)2 Duo 处理器, 2.00 GHz, 2.00 GB 内存. IP-MOPSO 算法相关参数设置见表 2.

表 2 参数设置

相关参数	参数取值
粒子群规模 N_p	30
外部存储器容量 N_r	20
最大迭代次数 maxitr	100
惯性权重初始值 w_1	0.9
惯性权重最终值 w_2	0.4
学习因子 c_1, c_2	2
变异参数	0.5

4.2 性能测度

采用以下 2 种性能测度, 从收敛性和多样性 2 个方面评价所提出算法的性能:

1) S 测度^[10]. 通过量测所得非劣解集在目标空间中支配的区域, 衡量其逼近真实 Pareto 最优解集的程度. 在区间多目标优化问题中, S 测度的值也为区间形式, 值越大, 所得解集越逼近真实的 Pareto 最优前沿.

2) ISP 测度^[17]. 用以评价所得非劣解集在目标空间中分布的均匀性. ISP 值越小, 非劣解分布越均匀; ISP = 0 表示所得非劣解完全均匀地分布在目标空间中.

4.3 结果分析

图 2 为所得 Pareto 最优前沿, 其中每个矩形区域对应问题的一个解, 可见本文算法获得了分布较均匀的 Pareto 最优解集. 图 2 中, 可靠性最大值的变化范围为 [0.883 9, 0.913 2], 对应花费最大值的变化范围为 [105.944 8, 168.773 1], 最优解为 [3, 2, 2, 3, 2]; 花费最小值的变化范围为 [52.532 6, 84.508 9], 对应可靠性最小值的变化范围为 [0.265 7, 0.318 1]. 表 3 列出了其中 10 组解. 在决策偏好等先验知识缺乏的情况下, 决策者需要根据工程经验或系统设计者、使用者的偏好选取最优折衷解, 从而决定系统设计方案.

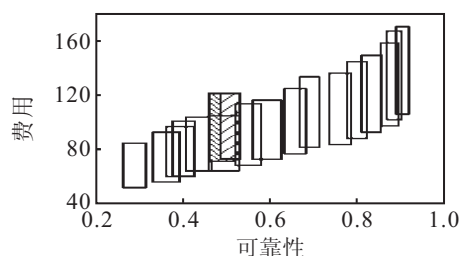


图 2 本文与文献 [14] 所得结果的比较

表 3 本文算法所得优化结果

编号	所得解	可靠性	费用
1	(1,1,1,1,1)	[0.265 7, 0.318 1]	[52.532 6, 84.508 9]
3	(1,1,1,1,2)	[0.334 8, 0.394 5]	[52.626 7, 92.697 1]
9	(1,1,1,2,1)	[0.364 1, 0.426 3]	[60.720 8, 96.791 2]
16	(2,1,1,1,2)	[0.408 5, 0.465 5]	[64.814 8, 103.614 7]
15	(1,1,2,2,2)	[0.518 4, 0.576 2]	[68.908 9, 113.167 6]
4	(2,1,1,2,2)	[0.559 6, 0.623 8]	[73.003 0, 115.896 9]
8	(2,1,2,2,2)	[0.632 4, 0.679 9]	[77.097 1, 124.085 1]
10	(2,2,2,2,2)	[0.733 6, 0.781 9]	[83.920 6, 135.002 7]
6	(2,2,2,3,2)	[0.806 9, 0.849 4]	[92.730 3, 148.217 2]
2	(3,2,2,3,3)	[0.883 9, 0.913 2]	[105.944 8, 168.773 1]

图 3 和图 4 分别为不同粒子群规模下 S 测度和 ISP 测度的最好值和平均值, 其中 S 测度为目标值归一化后的结果. 可以看出, 当粒子规模等于或超过 40 时, 上述性能指标基本保持不变, 算法具有良好的稳定性.

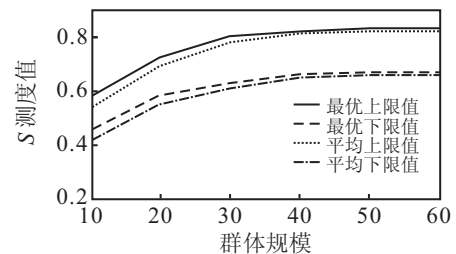


图 3 不同粒子规模下的 S 测度值

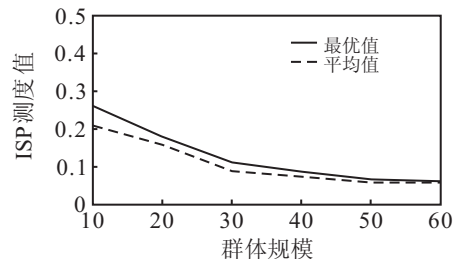


图 4 不同粒子规模下的 ISP 测度值

为了进一步验证 IP-MOPSO 的有效性, 将优化结果与文献 [14] 的结果进行对比. 文献 [14] 将多目标优化问题转化为 4 种类型的单目标优化问题进行求解, 得到表 4 中 3 组不同的解, 其中解 3 与本文算法所得解 2 相同. 为了得到较为直观的比较结果, 将文献 [14] 所得解在图 2 中用矩形阴影区域表示. 可以看出, 本文所得解集明显支配文献 [14] 所得结果, 更加具有竞争力.

表 4 文献 [14] 优化结果

编号	所得解	可靠性	费用
1	(2,1,2,1,3)	[0.486 4, 0.531 0]	[73.313 8, 120.612 5]
2	(1,2,2,1,3)	[0.462 5, 0.517 5]	[71.949 1, 120.612 5]
3	(3,2,2,3,3)	[0.883 9, 0.913 2]	[105.944 8, 168.773 1]

5 结 论

尽管对多目标可靠性优化问题的研究已经取得了一些进展, 但现有方法大多数仅考虑元件可靠性为确定值的情况. 本文将元件可靠性等不确定参数用区间数表示, 建立了系统可靠性优化问题的区间多目标优化模型, 并利用所提出基于不精确 Pareto 支配的多目标粒子群优化算法进行求解. 将 IP-MOPSO 与现有文献中的算法进行比较, 结果表明, 所提出算法在求解区间多目标可靠性优化问题上具有较优的性能.

本文仅考虑了区间型不确定性, 对于模糊和随机不确定可靠性优化问题还有待研究. 此外, 动态调整群体规模以节省计算成本也是值得进一步研究的内容.

参考文献(References)

- [1] Kuo W, Prasad V R. An annotated overview of system-reliability optimization[J]. *IEEE Trans on Reliability*, 2000, 49(2): 176-187.
- [2] Taboada H A, Espiritu J F, Coit D W. MOMS-GA: A multi-objective multi-state genetic algorithm for system reliability optimization design problems[J]. *IEEE Trans on Reliability*, 2008, 57(1): 182-191.
- [3] Li Z, Liao H, Coit D W. A two-stage approach for multi-objective decision making with applications to system reliability optimization[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2009, 94(10): 1585-1592.
- [4] Taboada H A, Coit D W. A new multiple objective evolutionary algorithm for reliability optimization of series-parallel systems[J]. *Int J of Applied Evolutionary Computation*, 2012, 3(2): 1-18.
- [5] Zhao J H, Liu Z, Dao M T. Reliability optimization using multiobjective ant colony system approaches[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2007, 92(1): 109-120.
- [6] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]. *Proc of the 4th IEEE Int Conf on Neural Networks*. Piscataway: IEEE Press, 1995: 1942-1948.
- [7] Coelho L S. An efficient particle swarm approach for mixed-integer programming in reliability-redundancy optimization applications[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2009, 94(4): 830-837.
- [8] Khalili-Damghani K, Abtahi A R, Tavana M. A new multi-objective particle swarm optimization method for solving reliability redundancy allocation problems[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2013, 111: 58-75.
- [9] Zhang E Z, Wu Y F, Chen Q W. A practical approach for solving multi-objective reliability redundancy allocation problems using extended bare-bones particle swarm optimization[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2014, 127: 65-76.
- [10] Philipp L, Daniel E S. An optimization algorithm for imprecise multi-objective problem functions[C]. *Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Scotland: IEEE Press, 2005: 459-466.
- [11] 程志强, 戴连奎, 孙优贤. 区间参数不确定系统优化的可行性分析[J]. *自动化学报*, 2004, 30(3): 455-459. (Cheng Z Q, Dai L K, Sun Y X. Feasibility analysis for optimization of uncertain systems with interval parameters[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(3): 455-459.)
- [12] Gupta R K, Bhunia A K, Roy D. A GA based penalty function technique for solving constrained redundancy allocation problem of series system with interval valued reliability of components[J]. *J of Computational and Applied Mathematics*, 2009, 232(2): 275-284.
- [13] Bhunia A K, Sahoo L, Roy D. Reliability stochastic optimization for a series system with interval component reliability via genetic algorithm[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2010, 216(3): 929-939.
- [14] Sahoo L, Bhunia A K, Kapur P K. Genetic algorithm based multi-objective reliability optimization in interval environment[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2012, 62(1): 152-160.
- [15] Sengupta A, Pal T K. On comparing interval numbers[J]. *European J of Operational Research*, 2000, 127(1): 28-43.
- [16] Shi Y, Eberhart R C. Empirical study of particle swarm optimization[C]. *Proc of the 1999 Congress on Evolutionary Computation*. Washington DC: IEEE, 1999: 1945-1950.
- [17] 章恩泽, 吴益飞, 陈庆伟. 一类区间多目标粒子群优化算法研究[J]. *控制与决策*, 2014, 29(12): 2171-2176. (Zhang E Z, Wu Y F, Chen Q W. Research on particle swarm optimization algorithms for interval multi-objective optimization problems[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(12): 2171-2176.)
- [18] Pham M T, Zhang D, Koh C S. Multi-guided and cross-searching approach in multi-objective particle swarm optimization for electromagnetic problems[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2012, 48(2): 539-542.

(责任编辑: 郑晓蕾)