

基于包含原理一般动态互联系统的分解与分散控制

陈雪波, 徐志强

(辽宁科技大学 电子与信息工程学院, 辽宁 鞍山 114051)

摘要: 针对一般结构互联系统的动态变化, 通过系统结构的描述, 以包含原理的多重叠分解为基础, 构建出适用于一般结构互联系统对分解与重叠分散控制的扩展收缩变换矩阵、置换矩阵及相关的补偿矩阵; 然后根据所提出的子系统对的删除与添加方式, 构建出相应的删除矩阵与添加矩阵, 并将两者结合得到用于完成结构变化后的互联系统对分解与重叠分散控制的结构变化矩阵, 从而实现具有一般动态结构互联系统的分解与分散控制; 最后以四区域互联电力系统 AGC 为例对其进行详细说明。

关键词: 包含原理; 互联系统; 重叠分散控制; 多区域电力系统

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Decomposition and decentralized control to general dynamic interconnected system based on inclusion principle

CHEN Xue-bo, XU Zhi-qiang

(School of Electronics and Information Engineering, Liaoning University of Science and Technology, Anshan 114051, China. Correspondent: XU Zhi-qiang, E-mail: 860260072@qq.com)

Abstract: For an interconnected system with the general topology, based on the multi-overlapping decomposition of inclusion principle, the expanding and contracting transformation matrices, permutation matrices and related complementary matrices applied to the pair-wise decomposition and overlapping decentralized control of the proposed interconnected system are defined through the description on system structure. Then, according to the proposed deleting and adding methods, the corresponding deleting and adding matrices are established, and a combination of both is made to obtain the structural variation matrices, which is used to accomplish the pair-wish decomposition and overlapping decentralized control of the interconnected systems with general dynamic structure. Finally, a four-areas interconnected power system is taken as an example to detail.

Keywords: inclusion principle; interconnected system; overlapping decentralized control; multi-area interconnected power system

0 引言

在今天的自然与社会系统中, 具有高阶次、多元素、强耦合等特点的复杂系统普遍存在, 如多区域电力系统、多智能体系统^[1-4]等。为了简化复杂系统的分析与设计和降低控制成本, 往往需要将这类系统分解成多个相互独立的低阶次子系统, 可以通过对子系统的控制来实现整体系统的控制。针对这类问题, Ikeda 等以降低系统模型阶次的聚集和约束等方法^[5]为基础, 提出了动态系统的包含原理^[6-9]。它特别有利于具有重叠互联结构系统的分析与设计, 以及系统模型降价的设计。在满足包含原理的相关条件下,

将系统重叠部分展开得到各个子系统近似解耦的更为广大的扩展空间; 之后, 在扩展空间中对每个子系统进行并行控制器设计。实际上, 互联系统的结构通常会随着外部环境和内部因素的改变而发生动态变化^[10], 如多区域互联电力系统中受损区域子系统的脱离, 区域子系统核心地位的切换等, 其形式上表现为子系统之间结构的连接与断开, 子系统的加入与脱离。针对此种情况, 文献[11-12]提出了动态图理论与包含原理相结合讨论了互联系统动态结构的控制问题。文献[13-15]针对特殊结构及全互联网型结构系统提出了对分解的概念, 将有关联的两个子系统

收稿日期: 2014-08-11; **修回日期:** 2015-03-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60874017, 71371092).

作者简介: 陈雪波(1960—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统、群集智能等研究; 徐志强(1987—), 男, 硕士生, 从事复杂系统、群集智能的研究。

所组成的互联子系统对看作是基本控制单元;同时利用扩展系统中子系统对的循环逆序排列规则提出了置换包含原理,特别有利于互联系统结构动态变化的分析.文献[16]基于全互联网型结构系统,针对子系统之间结构的连接与断开,定义了相应的添加矩阵与删除矩阵,从而方便地计算出结构变化后的互联系统对对分解与重叠分散控制所需要的相关变换矩阵.

实际上,复杂互联系统不只是具有特殊结构(即链型、环型和星型结构)和全互联网型结构,而是有着多种互联结构,这里统称为一般结构.目前,针对一般结构及结构变化时互联系统的对对分解与重叠分散控制依然缺少一个统一而有效的描述.虽然文献[15-16]已经有所讨论,但也只是在全互联网型结构系统的基础之上将没有互联关系的子系统对删除而实现的.这在一定程度上增加了一些不必要的计算量,使过程变得复杂.因此,本文通过一般结构系统的描述,给出用于一般结构系统对对分解与重叠分散控制所需的变换矩阵和相应的补偿矩阵的统一形式,以及系统结构变化时所需的结构变化矩阵.最后,以四区域互联电力系统为例加以说明.

1 对对分解与重叠分散控制

1.1 包含原理

正如引言所提到的,包含原理是复杂互联系统多重重叠分解与分散控制的理论基础,因此这里首先回顾有关包含原理的相关文献^[6-9,17],对其内容作一个简要的介绍以方便后文的叙述.

考虑一个线性连续时不变系统 S 和它的扩展系统 \tilde{S} ,即

$$S: \dot{x} = Ax + Bu, y = Cx; \quad (1)$$

$$\tilde{S}: \dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}\tilde{u}, \tilde{y} = \tilde{C}\tilde{x}. \quad (2)$$

其中: $x \in R^n$, $u \in R^m$, $y \in R^l$ 分别为系统 S 的状态、输入和输出向量; $\tilde{x} \in R^{\tilde{n}}$, $\tilde{u} \in R^{\tilde{m}}$, $\tilde{y} \in R^{\tilde{l}}$ 分别是扩展系统 \tilde{S} 的状态、输入和输出向量,且有 $n < \tilde{n}$, $m < \tilde{m}$, $l < \tilde{l}$.

定义 1 扩展系统 S 包含系统 S , 即 $\tilde{S} \subset S$, 如存在一组满秩矩阵 $\{V, U, R, S\}$ 且满足 $UV = I_n$ 使得对于任意初始条件 $x_0 \in R^n$ 和任意输入 $u \in R^m$, 则当 $\tilde{x}_0 = Vx_0$ 和 $\tilde{u} = Ru$ 时, 对于所有 $t \geq t_0$ 有 $x(t; t_0, x_0, u) = U\tilde{x}(t; t_0, \tilde{x}_0, \tilde{u})$ 和 $y[x(t)] = S\tilde{y}[\tilde{x}(t)]$.

定理 1 如果系统 S 是扩展系统 \tilde{S} 的一个约束, 则存在一组满秩矩阵 $\{V, R, T\}$ 使得

$$\tilde{A}V = VA, \tilde{B}R = VB, \tilde{C}V = TC, \quad (3)$$

或者

$$M_A V = 0, M_B R = 0, M_C V = 0. \quad (4)$$

定理 2 如果系统 S 是扩展系统 \tilde{S} 的一个聚集,

则存在一组满秩矩阵 $\{U, Q, S\}$ 使得

$$U\tilde{A} = AU, U\tilde{B} = BQ, S\tilde{C} = CU, \quad (5)$$

或者

$$UM_A = 0, UM_B R = 0, SM_C V = 0. \quad (6)$$

此时, 系统 S 和扩展系统 S 具有如下包含关系:

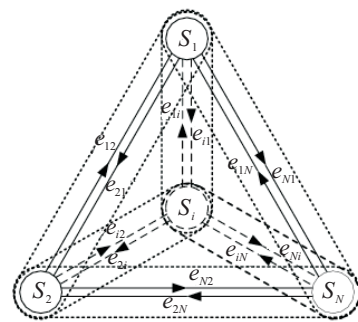
$$\begin{aligned} \tilde{A} &= VAU + M_A, \tilde{B} = VBQ + M_B, \\ \tilde{C} &= TCU + M_C. \end{aligned} \quad (7)$$

其中: V, U, R, Q, T 和 S 是分别具有 $\tilde{n} \times n, n \times \tilde{n}, \tilde{m} \times m, m \times \tilde{m}, \tilde{l} \times l$ 和 $l \times \tilde{l}$ 维数的满秩扩展收缩变换矩阵, 且满足 $UV = I_n, QR = I_m, ST = I_l$; M_A, M_B 和 M_C 分别具有 \tilde{n}, \tilde{m} 和 \tilde{l} 维的补偿矩阵.

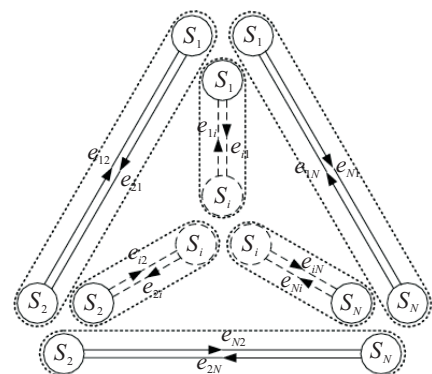
1.2 一般结构互联系统的对对分解

互联系统的对对分解是以包含原理多重重叠分解方法为基础, 通过选择合适的扩展收缩变换矩阵及置换矩阵, 将互联系统 S 中子系统对之间的重叠部分展开得到扩展系统 S . 此时的扩展系统是由多组近似解耦的独立子系统对 S_{ij} 组成的, 可通过并行控制每一组子系统对而实现整体系统的分散控制, 起到了简化系统的分析与设计的目的.

考虑由 $N(N \geq 3)$ 个线性时不变子系统组成的互联系统, 结构如图 1(a) 所示. 其中顶点代表互联系统中的子系统, 用圆圈表示; 边代表子系统之间的互联关系, 用带方向箭头的实线和虚线表示, 并且用基本互联系数 e_{ij} 表示子系统 S_i 与 S_j 之间的连接状态.



(a) 原系统结构



(b) 扩展系统结构

图 1 互联系统结构

e_{ij} 是一个二值变量, 规定其方向从子系统 S_j 指向 S_i , 即

$$e_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{子系统 } S_j \text{ 到 } S_i \text{ 之间存在连接关系;} \\ 0, & \text{子系统 } S_i \text{ 到 } S_j \text{ 之间不存在连接关系;} \end{cases} \quad (8)$$

$i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j.$

椭圆虚线分别划分出了系统 S 中的子系统对, 其中交叉部分即为子系统对之间的重叠部分, 也称作重叠子系统. 此外, 子系统 S_i 与 S_j 之间存在3种连接模式, 即:

- 1) 双连接模式, 双向信息结构 ($e_{ij} = 1, e_{ji} = 1$).
- 2) 单连接模式, 单向信息结构 ($e_{ij} = 1, e_{ji} = 0$ 或 $e_{ij} = 0, e_{ji} = 1$).
- 3) 无连接模式, 中断信息结构 ($e_{ij} = 0, e_{ji} = 0$).

需要注意的是, 当两个子系统之间的连接处在第3种模式时, 它们将不会以子系统对的形式出现. 由此可见, 通过 e_{ij} 与 e_{ji} 数值的不同选取可以得到任意种互联结构, 体现了互联系统结构的一般性特点, 这正是实际系统所普遍存在的.

根据图1(a)可以写出具有一般结构特点的线性连续时不变互联系统的状态空间表达式, 即

$$S = \{S_i\},$$

$$S_i : \begin{cases} \dot{x}_i = A_{ii}x_i + B_{ii}u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N e_{ij}A_{ij}x_j, \\ y_i = C_{ii}x_i, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

其中: $x_i \in R^{n_i}$ 、 $u_i \in R^{m_i}$ 、 $y_i \in R^{l_i}$ 分别是子系统 S_i 的状态、输入和输出向量, 且 $n = \sum_{i=1}^N n_i$, $m = \sum_{i=1}^N m_i$, $l = \sum_{i=1}^N l_i$; A_{ii} 、 A_{ij} 、 B_{ii} 和 C_{ii} 分别是具有相应维数的常数矩阵. 由式(9)可以看到, 本文所讨论的互联系统分解与分散控制主要是针对具有子系统状态之间互联关系的一类系统, 如多区域互联电力系统^[14]、动车组系统^[18]等.

为了将系统 S 分解成彼此相互独立的子系统对, 需要利用合适的扩展收缩变换矩阵将重叠部分展开得到近似解耦的扩展系统 \tilde{S} . 针对不同结构的系统, 每个重叠子系统被复制的数量是不同的, 因此本文将文献[13-15,17]提出的针对特殊结构和全互联网型结构的扩展收缩变换矩阵作了调整, 以适用于一般结构互联系统的扩展收缩变换, 即

$$U = \text{diag} \left(\frac{1}{\bar{n}_1} \overbrace{[I_{n_1} \cdots I_{n_1}]}^{\bar{n}_1}, \dots, \frac{1}{\bar{n}_N} \overbrace{[I_{n_N} \cdots I_{n_N}]}^{\bar{n}_N} \right), \quad (10)$$

$$V = \text{diag} \left(\overbrace{[I_{n_1} \cdots I_{n_1}]}^{\bar{n}_1}, \dots, \overbrace{[I_{n_N} \cdots I_{n_N}]}^{\bar{n}_N} \right)^T, \quad (11)$$

$$Q = \text{diag} \left(\frac{1}{\bar{n}_1} \overbrace{[I_{m_1} \cdots I_{m_1}]}^{\bar{n}_1}, \dots, \frac{1}{\bar{n}_N} \overbrace{[I_{m_N} \cdots I_{m_N}]}^{\bar{n}_N} \right), \quad (12)$$

$$R = \text{diag} \left(\overbrace{[I_{m_1} \cdots I_{m_1}]}^{\bar{n}_1}, \dots, \overbrace{[I_{m_N} \cdots I_{m_N}]}^{\bar{n}_N} \right)^T, \quad (13)$$

$$S = \text{diag} \left(\frac{1}{\bar{n}_1} \overbrace{[I_{l_1} \cdots I_{l_1}]}^{\bar{n}_1}, \dots, \frac{1}{\bar{n}_N} \overbrace{[I_{l_N} \cdots I_{l_N}]}^{\bar{n}_N} \right), \quad (14)$$

$$T = \text{diag} \left(\overbrace{[I_{l_1} \cdots I_{l_1}]}^{\bar{n}_1}, \dots, \overbrace{[I_{l_N} \cdots I_{l_N}]}^{\bar{n}_N} \right)^T. \quad (15)$$

其中: I_{n_i} 、 I_{m_i} 和 I_{l_i} 分别为具有下标维数的单位矩阵; \bar{n}_i 表示重叠子系统 S_i 展开的数量, 即

$$\bar{n}_i = \sum_{j=1}^N \left[\frac{e_{ij} + e_{ji} + 1}{2} \right], \quad (16)$$

“ $[\]$ ”是取整运算符, 取相应数值的整数部分.

经过对互联系统 S 中重叠子系统的展开, 得到如图1(b)所示的扩展结构. 此时扩展系统 \tilde{S} 包含了 $\bar{n} = \sum_{i=1}^N \bar{n}_i$ 个子系统, $\bar{n}/2$ 组子系统对, 其状态空间表达式如下:

$$\tilde{S} = \{S_{ij}\};$$

$$S_{ij} : \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{x}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ii} & e_{ij}A_{ij} \\ e_{ji}A_{ji} & A_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ x_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{ii} & O \\ O & B_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} y_i \\ y_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{ii} & O \\ O & C_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ x_j \end{bmatrix}, \\ i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j, \\ e_{ij} = 1 \parallel e_{ji} = 1. \end{cases} \quad (17)$$

其维数

$$\tilde{n} = \sum_{i=1}^N \bar{n}_i n_i, \quad \tilde{m} = \sum_{i=1}^N \bar{n}_i m_i, \quad \tilde{l} = \sum_{i=1}^N \bar{n}_i l_i. \quad (18)$$

扩展系统所包含的子系统对通常要按倒序下标循环排列, 称为循环逆序排列^[15]. 通常对于不同结构的系统, 其子系统对的循环逆序排列与自然顺序之间存在着不同的对应关系, 因此在使子系统对按循环逆序排列的同时也应考虑相应于子系统对的自然顺序, 以满足一般结构系统分解与分散控制的需要, 即

$$S_{ij}^{q_i, q_j} : S_{12}^{12}, S_{23}^{34}, S_{13}^{56}, S_{34}^{78}, S_{24}^{9,10}, S_{14}^{11,12}, \dots, S_{1N}^{\bar{n}-1, \bar{n}}. \quad (19)$$

这种排列顺序对于原系统中的最后若干个子系统, 从主体系统中脱离或有新的若干个子系统加入其中时不会被破坏, 无需考虑重新调整子系统对之间的位置关系, 同时也为子系统对的稳定和协调提供了方便^[15]. 其中: $i = j - k$, $j = 2, 3, \dots, N$, $k = 1, 2, \dots, j - 1$; 上标 q_i 和 q_j 代表子系统对的自然序列, 且 $q_j = q_i + 1$.

循环逆序排列是利用矩阵行与列的对称置换而

得到的. 针对一般结构系统的状态, 非奇异行与列对称置换矩阵 P_A^{-1} 和 P_A 的结构表示如下:

$$P_A(h_i, q) = I_{n_i}, P_A(h_j, q) = I_{n_j},$$

$$h_i = \sum_{k=1}^{i-1} \bar{n}_k + N - j, h_j = \sum_{k=1}^{j-1} \bar{n}_k + N - i. \quad (20)$$

$P_A(a, b)$ 表示对应子系统的单位矩阵在 P_A 中的块位置, 矩阵 P_A 的其余位置均为相应维数的零阵, 此时的 P_A 包含了扩展系统中全部子系统对的位置信息. 需要注意的是, 由于相应系统状态、输入和输出的置换矩阵, 扩展收缩变换矩阵与第 2 节的结构变化矩阵均具有相同结构. 在无特别说明的情况下, 本文主要针对系统状态来阐述相关变换矩阵.

系统 S 和具有循环逆序排列的扩展系统 \tilde{S}_P 的包含关系为

$$A_P = V_P A U_P + M_A^P, B_P = V_P B Q_P + M_B^P,$$

$$C_P = T_P C U_P + M_C^P. \quad (21)$$

其中

$$V_P = P_A^{-1} V, U_P = U P_A, Q_P = Q P_B,$$

$$T_P = P_C^{-1} T, S_P = S P_C, M_A^P = P_A^{-1} M_A P_A,$$

$$M_B^P = P_B^{-1} M_B P_B, M_C^P = P_C^{-1} M_C P_C. \quad (22)$$

因为 M_A, M_B 和 M_C 具有相同的结构, 所以只给出 M_A 的结构, 即

$$M_A = \begin{bmatrix} M_{11}^A & e_{12} M_{12}^A & \cdots & e_{1N} M_{1N}^A \\ e_{21} M_{21}^A & M_{22}^A & \cdots & e_{2N} M_{2N}^A \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{N1} M_{N1}^A & e_{N2} M_{N2}^A & \cdots & M_{NN}^A \end{bmatrix}; \quad (23)$$

$$M_{ij}^A = \begin{cases} \begin{bmatrix} (\bar{n}_i - 2)A_{ij} & -A_{ij} & \cdots & -A_{ij} \\ 1 & -A_{ij} & (\bar{n}_i - 2)A_{ij} & \cdots & -A_{ij} \\ \bar{n}_i - 1 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -A_{ij} & -A_{ij} & \cdots & (\bar{n}_i - 2)A_{ij} \end{bmatrix}, & i = j; \\ \begin{bmatrix} -A_{ij} & \cdots & (\bar{n}_i - 2)A_{ij} & \cdots & -A_{ij} \\ 1 & -A_{ij} & \cdots & (\bar{n}_i - 2)A_{ij} & \cdots & -A_{ij} \\ \bar{n}_i - 1 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -A_{ij} & \cdots & (\bar{n}_i - 2)A_{ij} & \cdots & -A_{ij} \end{bmatrix}, & i < j, (\bar{n}_i - 2)A_{ij} \text{ 在第 } j - 1 \text{ 列}; \\ \begin{bmatrix} -A_{ij} & \cdots & (\bar{n}_i - 2)A_{ij} & \cdots & -A_{ij} \\ 1 & -A_{ij} & \cdots & (\bar{n}_i - 2)A_{ij} & \cdots & -A_{ij} \\ \bar{n}_i - 1 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -A_{ij} & \cdots & (\bar{n}_i - 2)A_{ij} & \cdots & -A_{ij} \end{bmatrix}, & i > j, (\bar{n}_i - 2)A_{ij} \text{ 在第 } \bar{n}_i + (j - i) \text{ 列}. \end{cases}$$

1.3 重叠分散控制

传统互联系统的集中式控制是将各子系统相关控制信息进行汇总以提供集中控制方案, 之后通过整体系统模型的设计来实现互联系统的协调控制. 虽然集中控制方式效果优越, 但计算复杂不易操作, 因此很难在实际工程中实现, 特别是具有庞大互联结构的系统及其结构随时变化的情况. 以包含原理对分解为基础的重叠分散控制将每组子系统对的协调控制视作互联系统的基本协调控制, 通过每组子系统对的并行控制来实现整体系统的控制, 在一定程度上减少了传统集中控制在计算及操作上的困难. 理论上任何控制方法都可以用于子系统对的基本协调控制, 如最优控制和鲁棒控制^[7,19]等. 为方便起见, 本文以最优 LQ 控制为例进行简要叙述.

根据文献 [7, 20] 提出的控制器性能指标的包含可知, 原系统与扩展系统具有相同的性能指标, 即 $J = \tilde{J}$, 且满足

$$\tilde{W}_x = U_P^T W_x U_P + M_x, \quad (24)$$

$$\tilde{W}_u = Q_P^T W_u Q_P + M_u. \quad (25)$$

其中: W_x 和 W_u 分别为原系统状态和控制加权矩阵; \tilde{W}_x 和 \tilde{W}_u 分别为扩展系统状态和控制加权矩阵; M_x 和 M_u 分别是为了使 \tilde{W}_x 和 \tilde{W}_u 正半定和正定而构造的补偿矩阵, 且满足 $V_P^T M_x V_P = 0, R_P^T M_u R_P = 0$ ^[20].

扩展系统的性能指标可表示为

$$\tilde{J} = J_{12} + J_{23} + J_{13} + \cdots + J_{ij} + \cdots + J_{1N}. \quad (26)$$

其中

$$\tilde{W}_x = \text{diag}(W_{x_{12}}, W_{x_{23}}, W_{x_{13}}, \cdots, W_{x_{ij}}, \cdots, W_{x_{1N}}), \quad (27)$$

$$\tilde{W}_u = \text{diag}(W_{u_{12}}, W_{u_{23}}, W_{u_{13}}, \cdots, W_{u_{ij}}, \cdots, W_{u_{1N}}). \quad (28)$$

根据上式分解得到的各子系统对加权矩阵所计算出的控制增益 K_{ij} 按循环逆序排列, 构成扩展系统的控制增益

$$\tilde{K}_P = \text{diag}(K_{12}, K_{23}, K_{13}, \cdots, K_{ij}, \cdots, K_{1N}), \quad (29)$$

其中

$$K_{ij} = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ij} \\ k_{ji} & k_{jj} \end{bmatrix}. \quad (30)$$

为了满足系统的包含原理, 使 \tilde{K}_P 收缩并应用于原系统, 需要通过协调补偿器对其进行补偿, 即

$$\tilde{K}_M = \tilde{K}_P + \Delta \tilde{K}. \quad (31)$$

这里 $\Delta \tilde{K}$ 的选取应使补偿后的 \tilde{K}_M 与扩展系统系数矩阵 \tilde{A}_P 具有相同结构, 以使收缩之后的控制器与原系统保持相同的结构信息^[17]. $\Delta \tilde{K}$ 中元素取自于 K_{ij} 的非对角元素 k_{ij} 和 k_{ji} , 而元素的位置对应于 \tilde{A}_P

的非对角元素. 对于一般结构系统, $\Delta\tilde{K}$ 表示为

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{K}((Q_i - \{q_i\}), q_j) &= k_{ij}, \\ \Delta\tilde{K}((Q_j - \{q_j\}), q_i) &= k_{ji}. \end{aligned} \quad (32)$$

同样, $\Delta\tilde{K}(a, b)$ 表示 k_{ij} 或 k_{ji} 在其中的块位置, 其余位置均为相应维数的零阵; Q_k 是扩展系统中所有子系统 S_k 所对应的自然序数组成的集合.

例 1 考虑一个 $N = 3$ 的互联系统, 其扩展系统的循环逆序排列为

$$S_{ij}^{q_i, q_j} : S_{12}^{12}, S_{23}^{34}, S_{13}^{56}. \quad (33)$$

对于子系统对 S_{12} , 有

$$Q_1 = \{1, 5\}, Q_2 = \{2, 3\}, q_1 = 1, q_2 = 2;$$

对于子系统对 S_{23} , 有

$$Q_2 = \{2, 3\}, Q_3 = \{4, 6\}, q_2 = 3, q_3 = 4;$$

对于子系统对 S_{13} , 有

$$Q_1 = \{1, 5\}, Q_3 = \{4, 6\}, q_1 = 5, q_3 = 6.$$

则相应的补偿矩阵为

$$\Delta\tilde{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{13} \\ 0 & 0 & 0 & k_{23} & 0 & 0 \\ k_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{31} & 0 \\ 0 & k_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{32} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

最后在满足约束类包含条件的情况下, 经过补偿后的 \tilde{K}_M 能够收缩得到原系统的控制增益矩阵, 即

$$R_P K_S = \tilde{K}_M V_P. \quad (35)$$

2 互联系统的动态结构

互联系统的结构变化主要表现为不同子系统间互联结构的连接与断开, 可以看作是 3 种连接模式在不同时刻的相互转换. 在扩展系统中每组子系统对包含了原系统中相应子系统之间的结构信息, 因此互联系统的结构变化相当于相关子系统对的添加与删除. 据此, 本文定义了一对行和列组结构变化矩阵, 用来添加和删除相关子系统对在扩展系统中相对应的位置信息, 从而方便计算出系统结构变化后对其进行对分解与重叠分散控制所需的置换矩阵及扩展收缩变换矩阵. 不考虑连接与断开之间产生的相对延迟, 结构变化矩阵实质上是行和列组删除矩阵 $\{I_{Dd}^r, I_{Dd}^c\}$ 与添加矩阵 $\{I_{Da}^r, I_{Da}^c\}$ 的算术乘积, 即

$$I_v^r = I_{Dd}^r I_{Da}^r, I_v^c = I_{Da}^c I_{Dd}^c. \quad (36)$$

针对子系统对的删除, 本文首先定义了一对行和列组“移位”变换矩阵, 将 \bar{m} 个待删除子系统对移到扩展系统循环逆序排列的最后, 然后用相应的删除矩阵统一将其删除, 其过程如下:

$$\begin{aligned} &S_{12}^{12}, S_{23}^{34}, S_{13}^{56}, \dots, S_{ij(1)}^{q_i, q_j}, \dots, S_{ij(\bar{m})}^{q_i, q_j}, \dots, S_{1N}^{\bar{n}-1, \bar{n}} \Rightarrow \\ &S_{12}^{12}, S_{23}^{34}, S_{13}^{56}, \dots, S_{1N}^{\bar{n}-2\bar{m}-1, \bar{n}-2\bar{m}}, \\ &S_{ij(1)}^{\bar{n}-2\bar{m}+1, \bar{n}-2\bar{m}+2}, \dots, S_{ij(\bar{m})}^{\bar{n}-1, \bar{n}} \Rightarrow \\ &S_{12}^{12}, S_{23}^{34}, S_{13}^{56}, \dots, S_{1N}^{\bar{n}-2\bar{m}-1, \bar{n}-2\bar{m}}, \end{aligned} \quad (37)$$

其中下标“(p)”代表待删除子系统对的序数. 本文所提出的子系统对的删除方式与文献[16]的相比能够轻松地实现基于任意结构多个子系统对的同时删除, 意味着可以用于具有不同互联结构的多条连接信息同时断开的情形.

由于对称置换矩阵 P_A 包含了全部子系统对的位置信息, 相应的行和列组移位变换矩阵是将待删除子系统对 $S_{ij(p)}$ 所对应的单位矩阵 I_{n_i}, I_{n_j} 在 P_A 中的行和列依次移到最后两行和两列中, 其矩阵分别为

$$\begin{aligned} D^{dr} &= \prod_{p=1}^{\bar{m}} D_{ij(p)}^{dr}, D^{dc} = \prod_{p=1}^{\bar{m}} D_{ij(p)}^{dc}, \\ D_{ij(p)}^{dr} &= [E_1^1, E_2^2, \dots, E_{h_i-1}^{h_i-1}, E_{h_i}^{h_i}, E_{h_i+1}^{h_i+1}, \dots, \\ &E_{h_j-2}^{h_j-1}, E_{\bar{n}}^{h_j}, E_{h_j-1}^{h_j+1}, \dots, E_{\bar{n}-2}^{\bar{n}}], \\ D_{ij(p)}^{dc} &= [(E_1^1)^T, (E_2^2)^T, \dots, (E_{q_i-1}^{q_i-1})^T, (E_{\bar{n}-1}^{q_i})^T, \\ &(E_{\bar{n}}^{q_j})^T, (E_{q_j+1}^{q_j+1})^T, \dots, (E_{\bar{n}-2}^{\bar{n}})^T]^T. \end{aligned} \quad (38)$$

其中: $E_a^b = (0, \dots, 0, I_{n_k}, 0, \dots, 0)$ 为扩展系统的块状自然标准基, I_{n_k} 为与子系统 S_k 同维的单位矩阵, 其在整个矩阵即 $D_{ij(p)}^{dr}$ 中的位置为 (a, b) ; $(E_a^b)^T$ 表示 I_{n_k} 在 $D_{ij(p)}^{dc}$ 中的位置为 (b, a) ; \prod 和 \prod 分别为连续左累乘和右累乘.

对应的行和列组删除矩阵是经上述过程之后将 P_A 中的最后 $2\bar{m}$ 行和 $2\bar{m}$ 列删除, 即

$$I_d^r = [E_1^1, E_2^2, \dots, E_{\bar{n}-2\bar{m}}^{\bar{n}-2\bar{m}}], \quad (39)$$

$$I_d^c = [(E_1^1)^T, (E_2^2)^T, \dots, (E_{\bar{n}-2\bar{m}}^{\bar{n}-2\bar{m}})^T]^T, \quad (40)$$

则式(36)中

$$I_{Dd}^r = I_d^r D^{dr}, I_{Dd}^c = D^{dc} I_d^c. \quad (41)$$

子系统对的添加可看作是子系统对删除的逆过程. 首先利用相应的添加矩阵将 \bar{m} 组子系统对统一添加到扩展系统循环逆序排列的最后, 然后用相应的移位变换矩阵将其移到指定位置, 其过程如下:

$$\begin{aligned} &S_{12}^{12}, S_{23}^{34}, S_{13}^{56}, \dots, S_{1N}^{\bar{n}-1, \bar{n}} \Rightarrow \\ &S_{12}^{12}, S_{23}^{34}, S_{13}^{56}, \dots, S_{1N}^{\bar{n}-1, \bar{n}}, \\ &S_{ij(1)}^{\bar{n}+1, \bar{n}+2}, \dots, S_{ij(\bar{m})}^{\bar{n}+2\bar{m}-1, \bar{n}+2\bar{m}} \Rightarrow \\ &S_{12}^{12}, S_{23}^{34}, S_{13}^{56}, \dots, S_{ij(1)}^{q_i, q_j}, \dots, \\ &S_{ij(\bar{m})}^{q_i, q_j}, \dots, S_{1N}^{\bar{n}+2\bar{m}-1, \bar{n}+2\bar{m}}. \end{aligned} \quad (42)$$

行和列组添加矩阵是将待添加子系统对 $S_{ij(p)}$ 所对应的单位矩阵 I_{n_i}, I_{n_j} 在 P_A 中分别排在最前的

行和列, 即第 $\sum_{k=1}^{i-1} \bar{n}_k + 1, \sum_{k=1}^{j-1} \bar{n}_k + 1$ 行和第 $\min(Q_i), \min(Q_j)$ 列复制到最后 $2\bar{m}$ 行和 $2\bar{m}$ 列中; 对于 $i = 1$ 的子系统所复制的列是对应单位矩阵 I_{n_1} 在 P_A 中所在的最后列, 即第 $\max(Q_1)$ 列, 其矩阵分别为

$$I_a^r = [(E_1^1)^T, (E_2^2)^T, \dots, (E_{\bar{n}}^{\bar{n}})^T, (E_{s_{i(1)}^r}^{u_{i(1)}^r})^T, (E_{s_{j(1)}^r}^{u_{j(1)}^r})^T, \dots, (E_{s_{i(\bar{m})}^r}^{u_{i(\bar{m})}^r})^T, (E_{s_{j(\bar{m})}^r}^{u_{j(\bar{m})}^r})^T]^T, \quad (43)$$

$$I_a^c = [E_1^1, E_2^2, \dots, E_{\bar{n}}^{\bar{n}}, E_{s_{i(1)}^c}^{u_{i(1)}^c}, E_{s_{j(1)}^c}^{u_{j(1)}^c}, \dots, E_{s_{i(\bar{m})}^c}^{u_{i(\bar{m})}^c}, E_{s_{j(\bar{m})}^c}^{u_{j(\bar{m})}^c}]. \quad (44)$$

其中

$$\begin{cases} u_{i(p)}^r = \bar{n} + 2p - 1, \\ s_{i(p)}^r = \sum_{k=1}^{i-1} n_k + 1; \\ u_{j(p)}^r = \bar{n} + 2p, \\ s_{j(p)}^r = \sum_{k=1}^{j-1} n_k + 1; \\ u_{i(p)}^c = \bar{n} + 2p - 1, \\ s_{i(p)}^c = \begin{cases} \max(Q_i), & i = 1, \\ \min(Q_i), & i \neq 1; \end{cases} \\ u_{j(p)}^c = \bar{n} + 2p, \\ s_{j(p)}^c = \min(Q_j). \end{cases} \quad (45)$$

相应的行和列组移位变换矩阵是将所添加到 P_A 最后的 $2\bar{m}$ 行和 $2\bar{m}$ 列, 依次移到结构变化后的对称置换矩阵 P_{Av} 所指定的行和列位置, 即

$$\begin{aligned} D^{ar} &= \prod_{p=1}^{\bar{m}} D_{ij(p)}^{ar}, \quad D^{ac} = \prod_{p=1}^{\bar{m}} D_{ij(p)}^{ac}, \\ D_{ij(p)}^{ar} &= [(E_1^1)^T, (E_2^2)^T, \dots, (E_{h_i'}^{h_i'-1})^T, (E_{\bar{n}+2\bar{m}-1}^{h_i'})^T, \\ &\quad (E_{h_i'+1}^{h_i'+1})^T, \dots, (E_{h_j'-2}^{h_j'-1})^T, (E_{\bar{n}+2\bar{m}}^{h_j'})^T, \\ &\quad (E_{h_j'+1}^{h_j'+1})^T, \dots, (E_{\bar{n}+2\bar{m}-2}^{\bar{n}+2\bar{m}})^T]^T, \\ D_{ij(p)}^{ac} &= [E_1^1, E_2^2, \dots, E_{q_i'}^{q_i'-1}, E_{\bar{n}+2\bar{m}-1}^{q_i'}, E_{\bar{n}+2\bar{m}}^{q_j'}, \\ &\quad E_{q_j'+1}^{q_j'+1}, \dots, E_{\bar{n}+2\bar{m}-2}^{\bar{n}+2\bar{m}}]. \end{aligned} \quad (46)$$

其中

$$\begin{aligned} h_i' &= \sum_{k=1}^{i-1} \bar{n}_k' + N - j, \\ h_j' &= \sum_{k=1}^{j-1} \bar{n}_k' + N - i, \\ \bar{n}_i' &= \sum_{j=1}^N \left[\frac{e'_{ij} + e'_{ji} + 1}{2} \right]. \end{aligned} \quad (47)$$

e'_{ij} 和 e'_{ji} 代表互联系统结构变化后的基本互联系数;

q'_i 和 q'_j 代表互联系统结构变化后子系统对循环逆序排列所对应的自然序数. 则式 (36) 中

$$I_{Da}^r = D^{ar} I_a^r, \quad I_{Da}^c = I_a^c D^{ac}. \quad (48)$$

最终用于系统结构变化后对分解与重叠分散控制所需的置换矩阵及扩展收缩变换矩阵为

$$\begin{aligned} P_{Av} &= I_v^r P_A I_v^c + M_{Pv}^A, \quad V_v = I_v^r V, \\ U_v &= U(I_v^r)^T + M_{Uv}. \end{aligned} \quad (49)$$

其中: M_{Pv}^A 是为了补偿 P_{Av} 的计算值与实际值之间的偏差而构造的补偿矩阵, 即

$$M_{Pv}^A = I_{Dd}^r M_{Pa}^A I_{Dd}^c; \quad (50)$$

$$\begin{cases} M_{Pa}^A(s_{i(p)}^r, u_{i(p)}^c) = -I_{n_i}, \\ M_{Pa}^A(u_{i(p)}^r, s_{i(p)}^c) = -I_{n_i}; \\ M_{Pa}^A(s_{j(p)}^r, u_{j(p)}^c) = -I_{n_j}, \\ M_{Pa}^A(u_{j(p)}^r, s_{j(p)}^c) = -I_{n_j}. \end{cases}$$

实际上, 在系统结构变化的过程中如果存在子系统对添加的情况, 则所添加的子系统对 $S_{ij(p)}$ 对应的单位矩阵 I_{n_i} 和 I_{n_j} 在置换矩阵 P_A 中经过行和列组各一次计算后分别被复制得到 4 个相同的单位矩阵, 并排成矩形结构, 补偿的目的是消除对角线上多余的两个置换矩阵. 当不存在子系统对的添加时无需对其进行补偿, 此时 $M_{Pv}^A = 0$.

M_{Uv} 是为了使 U_v 满足包含条件 $U_v V_v = I_{\bar{n}}$ 而构造的补偿矩阵, 即

$$\begin{aligned} M_{Uv} &= \\ &\text{diag} \left(\frac{\bar{n}_1 - \bar{n}'_1}{\bar{n}_1 \bar{n}'_1} [I_{n_1} \cdots I_{n_1}], \dots, \frac{\bar{n}_i - \bar{n}'_i}{\bar{n}_i \bar{n}'_i} [I_{n_i} \cdots I_{n_i}], \dots, \right. \\ &\left. \frac{\bar{n}_j - \bar{n}'_j}{\bar{n}_j \bar{n}'_j} [I_{n_j} \cdots I_{n_j}], \dots, \frac{\bar{n}_N - \bar{n}'_N}{\bar{n}_N \bar{n}'_N} [I_{n_N} \cdots I_{n_N}] \right). \end{aligned} \quad (51)$$

结构变化后的系统 S_v 和其扩展系统 \tilde{S}_{Pv} 的包含关系为

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{Pv} &= V_{Pv} A_v U_{Pv} + M_{Av}^P, \\ \tilde{B}_{Pv} &= V_{Pv} B_v Q_{Pv} + M_{Bv}^P, \\ \tilde{C}_{Pv} &= T_{Pv} C_v U_{Pv} + M_{Cv}^P. \end{aligned} \quad (52)$$

其中

$$\begin{aligned} V_{Pv} &= P_{Av}^{-1} V_v, \quad U_{Pv} = U_v P_{Av}, \quad Q_{Pv} = Q_v P_{Bv}, \\ T_{Pv} &= P_{Cv}^{-1} T_v, \quad S_{Pv} = S_v P_{Cv}, \quad M_{Av}^P = P_{Av}^{-1} M_{Av} P_{Av}, \\ M_{Bv}^P &= P_{Bv}^{-1} M_{Bv} P_{Bv}, \quad M_{Cv}^P = P_{Cv}^{-1} M_{Cv} P_{Cv}. \end{aligned} \quad (53)$$

对于结构变化后的重叠分散控制, 原系统与扩展系统性能指标加权矩阵应满足

$$\tilde{W}_{xv} = U_{Pv}^T W_{xv} U_{Pv} + M_{xv}, \quad (54)$$

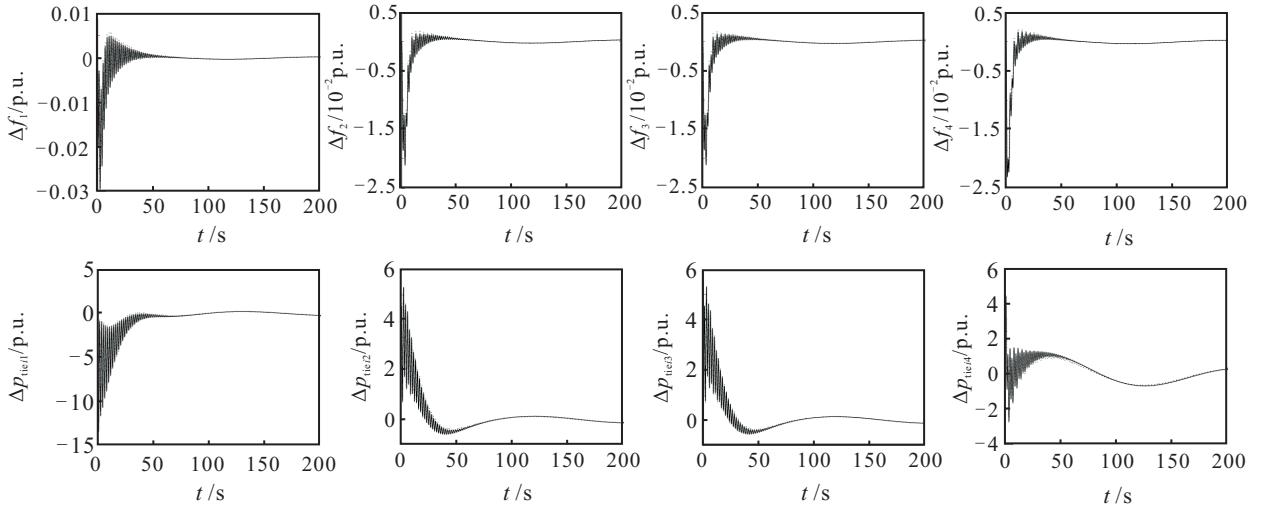


图3 互联电力系统各区域的频率和联络线功率偏差 ($\xi_1 = 0.01\text{p.u.}$)

图2(b)为扩展之后的系统结构。

根据分解之后的各子系统对性能指标所得到的各控制增益矩阵 K_{12} 、 K_{23} 、 K_{13} 、 K_{14} 按式(29)~(32)、(35)构造,得到扩展系统分散控制增益矩阵和将其收缩用于原系统的控制增益矩阵分别为

$$\tilde{K}_M = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 & 0 & 0 & k_{13} & 0 & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & 0 & k_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{21} & 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{32} & k_{33} & k_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{12} & 0 & 0 & k_{11} & k_{13} & 0 & k_{14} \\ 0 & 0 & k_{32} & 0 & k_{31} & k_{33} & 0 & 0 \\ 0 & k_{12} & 0 & 0 & 0 & k_{13} & k_{11} & k_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{41} & k_{44} \end{bmatrix}, \quad (68)$$

$$K_S = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & 0 \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & 0 \\ k_{41} & 0 & 0 & k_{44} \end{bmatrix}. \quad (69)$$

图3为当区域1有一阶跃负荷扰动 $\xi_1 = 0.01\text{p.u.}$ 时,各区域频率偏差 Δf_i 和联络线功率偏差 ΔP_{tieij} 的集中控制和重叠分散控制 AGC 的仿真曲线结果,分别用实线和虚线表示.可见尽管各区域响应初期波动较大,但最终它们都将趋近于零,而且各区域的分散控制响应曲线均接近于集中控制.说明基于包含原理对分解的重叠分散控制能够保持负荷扰动下的稳定运行,可以代替集中控制来实现多区域互联电力系统的 AGC.

在计算量上,本文是直接构造互联电力系统的扩展收缩变换矩阵及相应的补偿矩阵,省去了文献[15,17]从完整网型结构向一般结构转变时,对无关联子系统对删减过程的计算,相对减少了计算量.

接下来考虑如图4(a)所示互联电力系统的结构变化.其中基本互联系数变为

$$\begin{aligned} e'_{14} = e'_{24} = e'_{34} = e'_{23} = 1, \quad e'_{12} = e'_{13} = 0, \\ e'_{41} = e'_{42} = e'_{43} = e'_{32} = 1, \quad e'_{21} = e'_{31} = 0. \end{aligned} \quad (70)$$

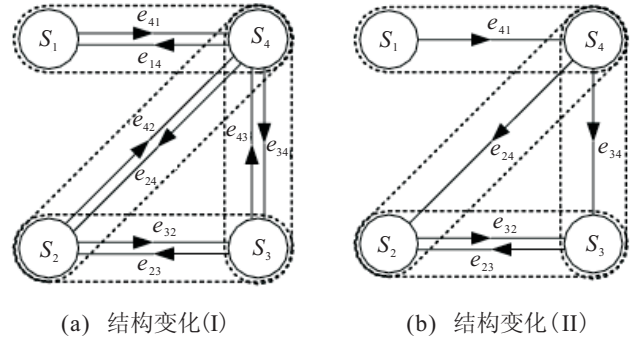


图4 四区域互联电力系统的结构变化

此时子系统对的排列变为

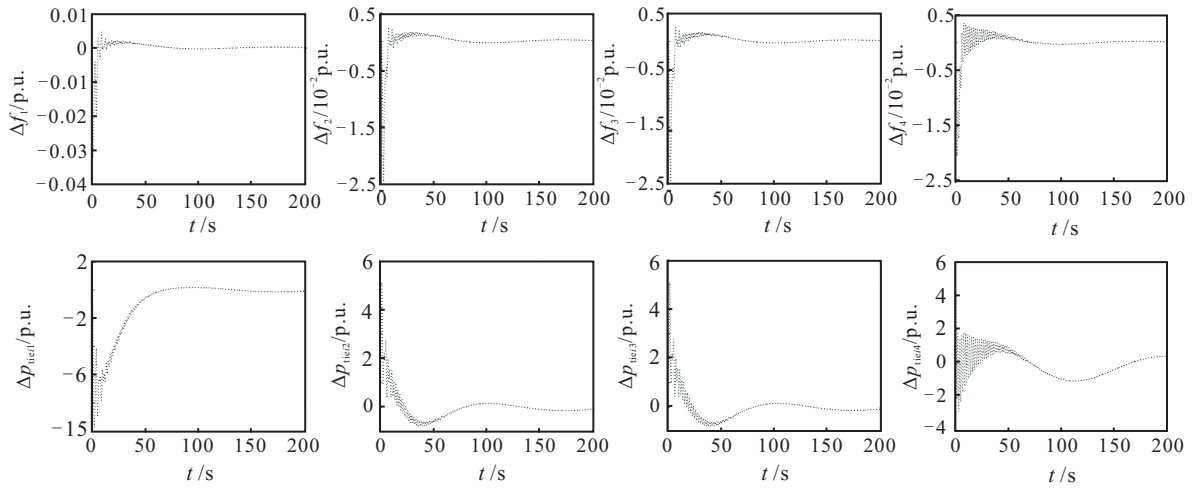
$$S_{ij}^{q_i, q_j} : S_{23}^{12}, S_{34}^{34}, S_{24}^{56}, S_{14}^{78}. \quad (71)$$

根据式(36)、(51)和(52),用于计算结构变化后对分解与重叠分散控制所需的置换矩阵,以及扩展收缩变换矩阵的结构变化矩阵和相应的补偿矩阵分别为

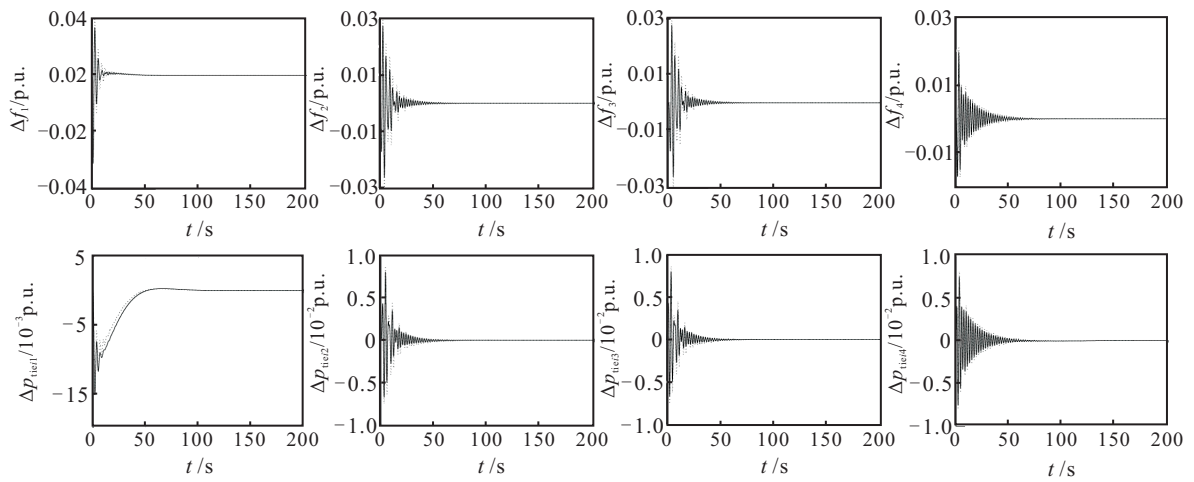
$$\begin{aligned} I_v^c &= [E_3^1, E_4^2, E_7^3, E_8^4, E_4^5, E_8^6, E_3^7, E_8^8], \\ I_v^r &= [(E_1^1)^T, (E_5^2)^T, (E_5^3)^T, (E_6^4)^T, (E_6^5)^T, \\ &\quad (E_8^6)^T, (E_8^7)^T, (E_8^8)^T]^T, \end{aligned} \quad (72)$$

$$M_{Pv}^A = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 & 0 & I_6 \\ 0 & 0 & 0 & I_6 & 0 & 0 & 0 & I_6 \\ 0 & 0 & 0 & I_6 & 0 & I_6 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (74)$$

$$M_{Uv} = \text{diag}\left(\frac{2}{3}I_6, 0[I_6 \ I_6], 0[I_6 \ I_6], -\frac{2}{3}[I_6 \ I_6 \ I_6]\right). \quad (75)$$



(a) 结构变化(I)



(b) 结构变化(II)

图5 结构变化后各区域的频率和联络线功率偏差 ($\xi_1 = 0.01 \text{ p.u.}$)

结构变化后系统的响应曲线如图5(a)所示, 同样区域1有一阶跃负荷扰动 $\xi_1 = 0.01 \text{ p.u.}$ 可见结构变化后不存在最优控制的响应结果, 说明多重重叠分散控制对系统具有适应结构变化的鲁棒性. 这主要归功于重叠分散控制器具有与系统状态矩阵 A 相同的结构信息, 能够应对系统结构的变化. 通过与变化前系统仿真结果的对比可以发现, 区域1的 Δf_i 和 ΔP_{tiei} 的曲线波动减小, 其原因在于与区域1有互联影响的区域减少, 不再处于之前的核心地位. 同样区域2与区域3的响应曲线波动也均小于变化之前, 其原因在于区域2和区域3不再与受负荷扰动的区域1直接相连, 而是通过区域4间接相连, 此时的区域4起到了一定的缓冲作用. 相反区域4响应曲线的波动相对增强, 这是与其有互联影响的区域增多的缘故, 而且从图中可以看出区域4已经成为了该系统新的领导者. 总之, 各区域最终均达到了稳定状态.

考虑如图4(b)所示互联电力系统的结构变化. 与图4(a)变化后的系统相比整体互联结构相同, 但子系

统 S_1 与 S_4 之间, S_4 与 S_2 之间和 S_4 与 S_3 之间变为单向连接模式, 其基本互联系数为

$$\begin{aligned} e'_{24} &= e'_{34} = e'_{23} = 1, \\ e'_{14} &= e'_{12} = e'_{13} = 0, \\ e'_{41} &= e'_{32} = 1, \\ e'_{42} &= e'_{43} = e'_{21} = e'_{31} = 0. \end{aligned} \quad (76)$$

子系统对的排列及结构变化矩阵和相应的补偿矩阵均与图4(a)所示的变化情况相同.

结构变化后系统的相应曲线如图5(b)所示, 同样区域1有一阶跃负荷扰动 $\xi_1 = 0.01 \text{ p.u.}$ 可见集中控制的响应曲线存在, 且与重叠分散控制的结果大体相同. 与图5相比各区域的 Δf_i 和 ΔP_{tiei} 的响应波动较大, 但最终也均达到了稳定状态.

4 结 论

本文所构建的扩展收缩变换矩阵、置换矩阵及系统状态和控制器的补偿矩阵均适用于一般结构的互联系统对分解与重叠分散控制, 省去了文献[15]

从全互联网型结构系统向一般结构系统这一复杂的转变过程, 相对减少了计算量. 针对一般结构互联系统, 本文考虑了它的变化情况, 构建了一对适用于多种结构变化的行和列组结构变化矩阵, 从而可以方便地计算出系统结构变化后对对分解与重叠分散控制所需的相关变换矩阵, 实现具有动态结构互联系统的分解与分散控制. 最后以多区域互联电力系统 AGC 为例进行了详细的说明, 并通过仿真表明了系统结构变化前后的稳定情况.

参考文献(References)

- [1] Chang C S, Fu W. Area load frequency control using fuzzy gain scheduling of PI controllers[J]. Electric Power Systems Research, 1997, 42(2): 145-152.
- [2] Zeynelgil H L, Demiroren A, Sengor N S. The application of ann technique to automatic generation control for multi-area power system[J]. Int J of Electrical Power & Energy Systems, 2002, 24(5): 345-354.
- [3] Olfatic S R. Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory[J]. The IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(3): 401-420.
- [4] Zhang G, Jing J, Su Z P, et al. Searching for overlapping coalition in multiple virtual organization[J]. Information Sciences, 2010, 180(17): 3140-3156.
- [5] Aoki M. Aggregation, optimization methods for large-scale system with applications[M]. New York: McGraw-Hill, 1971: 191-232.
- [6] Ikeda M, Siljak D D. Overlapping decompositions, expansions and contractions of dynamic systems[J]. Large Scale Systems, 1980, 1(1): 29-38.
- [7] Ikeda M, Siljak D D, White D E. Decentralized control with overlapping information sets[J]. J of Optimization Theory and Application, 1981, 34(2): 279-310.
- [8] Ikeda M, Siljak D D, White D E. An inclusion principle for dynamic systems[J]. The IEEE Trans on Automatic Control, 1984, 29(3): 244-249.
- [9] Siljak D D. Decentralized control of complex systems[M]. New York: Academic Press, 1991.
- [10] Siljak D D. Stability of large-scale systems under structural perturbations[J]. The IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 1972, 2(5): 657-663.
- [11] Siljak D D. Dynamic graphs[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2008, 2(2): 544-567.
- [12] Ouyang X U, Chen X B. Inclusion principle for dynamic graphs[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2011, 6(2): 449-456.
- [13] Chen X B, Stankovic S S. Decomposition and decentralized control of systems with multi-overlapping structure[J]. Automatica, 2005, 41(10): 1765-1772.
- [14] Chen X B, Stankovic S S. Overlapping decentralized approach to automatic generation control of multi-area power systems[J]. Int J of Control, 2007, 80(3): 386-402.
- [15] Chen X B, Xu W B, Huang T Y, et al. Pair-wise decomposition and coordinated control of complex systems[J]. Information Sciences, 2012, 80(3): 386-402.
- [16] 马晨, 陈雪波. 互联系统的动态信息结构约束[J]. 系统科学与数学, 2013, 33(11): 1301-1320.
(Ma C, Chen X B. Dynamic of interconnected system information structure constraints[J]. J of Systems Science and Mathematical Sciences, 2013, 33(11): 1301-1320.)
- [17] 陈雪波. 系统包含原理及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 9-17.
(Chen X B. System inclusion and its application[M]. Beijing: Science Press, 2012: 9-17.)
- [18] Stankovic S S, Stanojevic M J, Siljak D D. Decentralized overlapping control of a platoon of vehicles[J]. The IEEE Trans on Control Systems Technology, 2000, 8(5): 816-832.
- [19] 韩东, 马连增, 陈雪波. 一类离散车组偏差系统的分散鲁棒控制[J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(10): 258-263.
(Han D, Ma L Z, Chen X B. Decentralized robust control of a class of discrete vehicle-string Bias systems[J]. Computer Engineering and Applications, 2013, 49(10): 258-263.)
- [20] Iftar A, Ozguner U. Contractible controller design and optimal control with state and input inclusion[J]. Automatica, 1990, 26(3): 593-597.
- [21] Stankovic S S, Chen X B, Matausek M R. Stochastic inclusion principle applied to decentralized automatic generation control[J]. Int J of Control, 1999, 72(3): 276-288.

(责任编辑: 孙艺红)