第 30 卷 第 10 期
Vol. 30 No. 10

控 制 与 决 策
Control and Decision

2015 年 10 月
Oct. 2015

文章编号: 1001-0920 (2015) 10-1847-07 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2014.1400

具有输入及状态未建模动态系统的输出反馈自适应控制

张天平, 陈佳胜, 夏晓南

(扬州大学 信息工程学院，江苏 扬州 225127)

摘 要: 针对一类具有输入及状态未建模动态的非线性系统, 设计 K 滤波器来估计系统不可量测状态, 基于动态面控制技术并利用径向基函数神经网络的逼近能力, 提出一种输出反馈自适应跟踪控制方案. 利用 Nussbaum 函数性质, 有效地解决了高频增益符号未知问题. 在控制器设计中引入规范化信号来约束输入未建模动态, 从而有效地抑制其产生的扰动. 通过理论分析证明了闭环控制系统是半全局一致终结有界的.

关键词: 输入未建模动态；状态未建模动态；输出反馈；自适应控制；动态面控制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Output feedback adaptive control of systems with input and state unmodeled dynamics

ZHANG Tian-ping, *CHEN Jia-sheng*, *XIA Xiao-nan*

(College of Information Engineering，Yangzhou University，Yangzhou 225127，China．Correspondent：ZHANG Tian-ping，E-mail：tpzhang@yzu.edu.cn)

Abstract: Based on the dynamic surface control(DSC) technique, and by using the approximation capability of radial basis function(RBF) neural networks, an output feedback adaptive tracking control scheme is proposed for a class of nonlinear systems with input and state unmodeled dynamics. K-filters are designed to estimate the unmeasured states. By using the properties of the Nussbaum type function, the problem of the unknown high frequency gain sign is effectively solved. A normalization signal is designed to restrict the input unmodeled dynamics, and the disturbance caused by it is effectively suppressed. By theoretical analysis, it is shown that all the signals in the closed-loop system are semi-globally uniformly ultimately bounded.

Keywords: input unmodeled dynamics；state unmodeled dynamics；output feedback；adaptive control；dynamic surface control

0 引 言

在实际的非线性控制系统中, 被控对象常常存在很多不确定性, 例如测量噪声、外部扰动、建模误差、控制器死区和饱和等, 它们都是影响系统控制性能的重要因素. 对于具有状态未建模动态的系统, 文献 [1-6] 在利用后推设计和动态面控制方法的基础上分别进行了不同的讨论. 文献 [1] 通过引入动态信号对一类含有未知参数和未建模动态的非线性系统提出了一种自适应控制方案. 文献 [2] 针对一类输出反馈系统, 利用李亚普诺夫函数来描述状态未建模动态, 提出了一种输出反馈自适应控制策略. 文献 [3] 针对一类带有状态未建模的非线性系统, 利用输入状态稳定的性质, 提出了一种鲁棒自适应控制方案. 文献 [4] 针对一类具有状态未建模动态和未知增益符号的非线性系统, 提出了一种鲁棒自适应跟踪控制方案. 针对一类具有未建模动态的非线性纯反馈系统, 文献 [5-6] 分别利用文献 [1-2] 中对未建模动态的刻画, 提出了两种自适应动态面控制方案. 对于状态不可测的输出反馈非线性系统, 文献 [7] 首次提出一种 K 滤波器设计方法, 并用其估计系统不可量测的状态. 文献 [8] 利用 K 滤波器和 DSC 方法, 针对一类具有输出反馈形式的不确定非线性系统, 提出了一种自适应输出反馈控制方案. 利用 K 滤波器和 Nussbaum 函数的性质, 文献 [9-10] 分别使用后推和动态面控制方法对状态不可测且高频增益符号未知的不确定非线性系统进行了控制器设计. 文献 [11] 针对一类带有状态未建

收稿日期: 2014-09-10；**修回日期:** 2014-10-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61174046, 61473250).

作者简介: 张天平(1964−), 男, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒自适应控制、非线性控制等研究；陈佳胜(1988−), 男, 硕士生, 从事自适应控制、神经网络控制的研究.

模的输出反馈系统, 分别考虑系统高频增益符号已知和未知两种情况, 提出了两种自适应输出反馈控制方案.

针对具有输入未建模动态的非线性系统, 文献[12]对由线性输入未建模动态引起的不稳定性进行了讨论, 分别对具有线性输入未建模动态的严格反馈非线性系统和输出反馈系统给出了相应的控制律 u, 保证了存在一个独立于初始条件的 $\mu^*>0$, 对于所有的输入未建模增益 $\mu\in[0,\mu^*)$, 系统所有信号均有界, 并且系统的状态收敛到距零点很小的区域内. 文献[13]使用非线性小增益定理得到了与文献[12]相似的结果. 文献[14]在文献[12-13]的基础上得到了进一步的结果, 仅要求线性的输入未建模部分为零相对阶的最小相位系统. 文献[15]中, 输入未建模动态无需具有小增益的条件, 但线性的未建模子系统假设是最小相位系统; 对于非线性的未建模动态, 该假设被替换为零动态稳定的性质. 文献[16]要求未建模动态具有小增益, 利用小增益定理并结合适当的坐标变换, 将输入未建模子系统转化为状态未建模动态进行处理. 文献[17]考虑了一类含有输入未建模动态的不确定非线性系统的全局鲁棒镇定问题, 通过设计高增益观测器, 提出了一种输出反馈自适应控制策略.

本文研究一类既具有状态未建模动态, 又具有输入未建模动态的输出反馈非线性系统的控制问题. 在文献[11-12, 15]的基础上, 考虑输入未建模动态为一类非线性系统, 状态未建模子系统为输入状态实用稳定的情况, 引入Nussbaum函数处理系统中高频增益符号未知的问题. 利用径向基函数神经网络逼近系统中的未知函数, 并结合自适应控制技术, 提出一种自适应动态面跟踪控制设计方案. 通过构造适当的未知连续函数, 在稳定性分析中, 有效地处理了系统设计中因神经网络逼近以及两种未建模动态而产生的误差项. 在使用自适应神经网络方案设计时, 通过利用Young's不等式, 可大大减少神经网络权重在线自适应调节的数量.

1 问题描述及基本假设

考虑如下一类具有状态未建模和输入未建模动态的输出反馈系统:

$$
\begin{aligned}
&\dot{z}=q(z,y),\\
&\dot{x}_1=x_2+f_1(y)+\Delta_1(z,y,t),\\
&\dot{x}_2=x_3+f_2(y)+g_2(\bar{x}_2)+\Delta_2(z,y,t),\\
&\quad\vdots\\
&\dot{x}_{\rho-1}=x_\rho+f_{\rho-1}(y)+g_{\rho-1}(\bar{x}_{\rho-1})+\Delta_{\rho-1}(z,y,t),\\
&\dot{x}_\rho=x_{\rho+1}+f_\rho(y)+g_\rho(\bar{x}_\rho)+\Delta_\rho(z,y,t)+b_m v,\\
&\quad\vdots\\
&\dot{x}_{n-1}=x_n+f_{n-1}(y)+g_{n-1}(\bar{x}_{n-1})+\\
&\qquad\Delta_{n-1}(z,y,t)+b_1 v,\\
&\dot{x}_n=f_n(y)+g_n(\bar{x}_n)+\Delta_n(z,y,t)+b_0 v,\\
&y=x_1,
\end{aligned}\tag{1}
$$

$$
\begin{cases}\dot{\xi}=A_\Delta(\xi)+b_\Delta\sigma(y)u,\\ v=c_\Delta(\xi)+d_\Delta\sigma(y)u.\end{cases}\tag{2}
$$

其中: $x=[x_1,x_2,\cdots,x_n]^{\mathrm{T}}\in R^n$ 是系统的状态向量; $\bar{x}_i=[x_1,x_2,\cdots,x_i]^{\mathrm{T}}\in R^i$; $u\in R$ 是系统输入, $y\in R$ 是输出; $f_i(y),g_i(\bar{x}_i)\,(i=1,2,\cdots,n)$ 是未知连续函数; $B_0(s)=b_ms^m+\cdots+b_1s+b_0$ 是Hurwitz多项式, $b_0,b_1,\cdots,b_m$ 是未知常数; $\sigma(y)\neq 0,\forall y\in R$ 是已知连续函数; $\rho+m=n$; $z\in R^{n_0}$ 是系统状态未建模动态; $\Delta_i(z,y,t)$ 是未知光滑非线性动态扰动; $\Delta_i(z,y,t)$ 和 $q(z,y)$ 都是未知Lipschitz函数; $v\in R$ 是直接作用在常规非线性系统上的不可测量信号; 由式(2)组成的以 $\sigma(y)u$ 为输入、v 为输出的 $\xi\in R^q$ 子系统代表系统输入未建模动态; 函数 $A_\Delta(\xi)$、$c_\Delta(\xi)$, 向量 $b_\Delta\in R^q$ 及常数 d_Δ 均未知.

控制目标是设计输出反馈自适应控制器 u, 使得系统的输出 y 尽可能好地跟踪一个给定的信号 y_d, 并保证闭环系统是半全局一致终结有界的, 且跟踪误差收敛到一个小的残差集内.

假设 1 参考输入 $x_d=[y_d,\dot{y}_d,\ddot{y}_d]^{\mathrm{T}}\in D$ 光滑且已知, 其中: $D=\{x_d:y_d^2+\dot{y}_d^2+\ddot{y}_d^2\leqslant r_0\}$, r_0 为已知正常数.

假设 2 未知非线性动态扰动 $\Delta_i(z,y,t)\,(i=1,2,\cdots,n)$ 满足

$$
\Delta_i(z,y,t)\leqslant\phi_{i1}(|y|)+\phi_{i2}(\|z\|).\tag{3}
$$

其中: $\phi_{i1}(\cdot)$ 是未知连续函数, $\phi_{i2}(\cdot)$ 是未知非负递增函数, $\|\cdot\|$ 表示欧氏范数.

假设 3 状态未建模动态子系统 $\dot{z}=q(z,y)$ 满足输入状态实用稳定(ISpS), 即存在一KL类函数 $\beta(\cdot,\cdot)$, 一个 K 类函数 $\gamma(\cdot)$ 和一个非负常数 d, 对于任意 $y\in L_\infty$ 和任意 $z_0\in R^{n_0}$, 该系统由初始状态 $z(0)=z_0$ 出发的解 $z(t)$ 满足

$$
\|z\|\leqslant\beta(\|z_0\|,t)+\gamma(\|y\|_\infty)+d,\ \forall t\geqslant 0,\tag{4}
$$

其中 $\|y\|_\infty=\sup\limits_{t\geqslant 0}\|y(t)\|$.

假设 4 对于输入未建模子系统(2), 其相对阶数为零, 即 $d_\Delta\neq 0$; 并且存在一个常数 $\bar{c}>0$, 使得 $\|c_\Delta(\xi(t))\|\leqslant\bar{c}\|\xi(t)\|$.

假设 5 存在一个Lyapunov函数 $V(\xi)$, 满足

$$
\beta_1\|\xi\|^2\leqslant V(\xi)\leqslant\beta_2\|\xi\|^2,\tag{5}
$$

$$\frac{\partial V}{\partial \xi}A_\Delta(\xi) \leqslant -2\delta_0 V(\xi), \tag{6}$$

$$\left\|\frac{\partial V}{\partial \xi}\right\| \leqslant \beta_3\|\xi\|. \tag{7}$$

其中: β_1、β_2、β_3 是正常数, δ_0 是已知正常数.

假设 6　存在已知正常数 b_M,使得 $0 < |b_{m\Delta}| \leqslant b_M$, 其中 $b_{m\Delta} = b_m d_\Delta$.

引理 1　对于任意实连续函数 $H(x,y)$, 存在正的光滑函数 $\phi(x) \geqslant 0$ 和 $\psi(y) \geqslant 0$, 满足如下不等式:

$$|H(x,y)| \leqslant \phi(x) + \psi(y). \tag{8}$$

令

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_{n-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ f(y) = \begin{bmatrix} f_1(y) \\ \vdots \\ f_n(y) \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0_{(\rho-1)\times 1} \\ b \end{bmatrix},\ g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ g_2(\bar{x}_2) \\ \vdots \\ g_n(\bar{x}_n) \end{bmatrix},$$

$$\Delta(z,y,t) = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \vdots \\ \Delta_n \end{bmatrix},\ e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$b = [\,b_m, b_{m-1}, \cdots, b_0\,]^{\mathrm{T}} \in R^{m+1}.$$

将系统 (1) 重写为

$$\begin{cases} \dot{z} = q(z,y), \\ \dot{x} = Ax + f(y) + g(x) + \Delta(z,y,t) + Bv, \\ y = e_1^{\mathrm{T}} x. \end{cases} \tag{9}$$

将输入未建模子系统中的式 (2) 代入系统 (1) 中, 可得相关状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_\rho = x_{\rho+1} + f_\rho(y) + g_\rho(\bar{x}_\rho) + \Delta_\rho(z,y,t) + \\ \qquad b_m c_\Delta(\xi) + b_m d_\Delta \sigma(y) u, \\ \quad \vdots \\ \dot{x}_n = f_n(y) + g_n(\bar{x}_n) + \Delta_n(z,y,t) + \\ \qquad b_0 c_\Delta(\xi) + b_0 d_\Delta \sigma(y) u. \end{cases} \tag{10}$$

用向量形式表示如下:

$$\begin{cases} \dot{z} = q(z,y), \\ \dot{x} = Ax + f(y) + g(x) + \Delta(z,y,t) + \\ \qquad Bc_\Delta(\xi) + Bd_\Delta \sigma(y) u, \\ y = e_1^{\mathrm{T}} x. \end{cases} \tag{11}$$

定义紧集 $\Omega_y = \{y:\ |y| \leqslant M_y\} \subset R$, $M_y > 0$ 是一个设计常数. 设计中用 RBF 神经网络 $\theta_i^{*\mathrm{T}}\varphi_i(y)$ 在紧集 Ω_y 上逼近未知函数 $f_i(y)$, 即

$$f_i(y) = \theta_i^{*\mathrm{T}}\varphi_i(y) + \delta_i(y). \tag{12}$$

其中: $\delta_i(y)$ 是逼近误差; 径向基函数向量 $\varphi_i(y) = [\varphi_{i1}(y), \cdots, \varphi_{iM_i}(y)]^{\mathrm{T}} \in R^{M_i}$, $\varphi_{ij}(y)$ 选为如下高斯函数:

$$\varphi_{ij}(y) = \exp\left[-\frac{(y-\mu_{ij})^2}{b_{ij}^2}\right], \tag{13}$$

$i = 1, 2, \cdots, n$, $j = 1, 2, \cdots, M_i$, μ_{ij} 和 b_{ij} 分别为高斯函数的中心和宽度; 而

$$\theta_i^* = \arg\min_{\theta_i \in R^{M_i}} [\sup_{y \in \Omega_y} \{|\theta_i^{*\mathrm{T}}\varphi_i(y) - f_i(y)|\}]. \tag{14}$$

为便于设计滤波器和控制器, 式 (11) 可以写为

$$\begin{cases} \dot{z} = q(z,y), \\ \dot{x} = Ax + F^{\mathrm{T}}(y,u)\theta + Bc_\Delta(\xi) + \\ \qquad \delta + g(x) + \Delta, \\ y = e_1^{\mathrm{T}} x, \end{cases} \tag{15}$$

其中

$$F^{\mathrm{T}}(y,u) = \left[\begin{bmatrix} 0_{(\rho-1)\times(m+1)} \\ I_{m+1} \end{bmatrix}\sigma(y)u,\ \Phi^{\mathrm{T}}(y)\right],$$

$$\Phi^{\mathrm{T}}(y) = \begin{bmatrix} \varphi_1^{\mathrm{T}}(y) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_n^{\mathrm{T}}(y) \end{bmatrix};$$

$$\theta = \left[\theta_d^{\mathrm{T}}, \theta_f^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}} \in R^{(m+1+N)\times 1},\ N = \sum_{i=1}^n M_i,$$

$$\theta_d = bd_\Delta \in R^{m+1},\ \theta_f = \begin{bmatrix} \theta_1^* \\ \vdots \\ \theta_n^* \end{bmatrix};$$

$$\delta(y) = \begin{bmatrix} \delta_1(y) \\ \vdots \\ \delta_n(y) \end{bmatrix}.$$

2　鲁棒自适应控制器设计

受文献 [7] 的启发, 设计如下 K 滤波器:

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = A_0\zeta + Ly, \\ \dot{\Omega}^{\mathrm{T}} = A_0\Omega^{\mathrm{T}} + F^{\mathrm{T}}(y,u), \\ \Omega^{\mathrm{T}} \in R^{n\times(m+1+N)}. \end{cases} \tag{16}$$

其中: $A_0 = A - Le_1^{\mathrm{T}}$, $L = [l_1, l_2, \cdots, l_n]^{\mathrm{T}}$, A_0 是一个 Hurwitz 矩阵. 所以有

$$PA_0 + A_0^{\mathrm{T}}P = -hI,\ P = P^{\mathrm{T}} > 0, \tag{17}$$

其中 $h > 0$ 是一个设计常数.

定义如下状态估计:

$$\hat{x} = \zeta + \Omega^{\mathrm{T}}\theta, \tag{18}$$

观测器的误差定义为 $\varepsilon = x - \hat{x}$, 因此可知

$$x = \zeta + \Omega^{\mathrm{T}}\theta + \varepsilon, \tag{19}$$

$$\dot{\varepsilon} = A_0\varepsilon + \delta + g(x) + \Delta + Bc_\Delta(\xi). \tag{20}$$

为了减少 K 滤波器的动态阶数, 定义矩阵 Ω^{T} 的前 m

$+1$ 列为 $v_m,\cdots,v_1,v_0$, 剩余列记为 $\varXi$, 即

$$\varOmega^{\mathrm{T}}=[v_m,\cdots,v_1,v_0,\varXi],\quad \varOmega^{\mathrm{T}}\in R^{n\times(m+1+N)}. \tag{21}$$

易知

$$A_0^j e_n=e_{n-1},\ j=0,1,\cdots,m. \tag{22}$$

其中: A_0^j 是矩阵 A_0 的 j 次幂; $e_i\,(i=1,2,\cdots,n)$ 是一个 n 维列向量, 其第 i 个分量为 1, 其他分量都为 0. 令

$$v_j=A_0^j\lambda,\ j=0,1,\cdots,m. \tag{23}$$

因此有

$$\dot{v}_j=A_0v_j+e_{n-j}\sigma(y)u,\ j=0,1,\cdots,m. \tag{24}$$

令 $v_{i,j}$ 表示向量 v_i 的第 j 个分量, λ_l 表示向量 λ 的第 l 个分量, 由式 (23) 可得如下关系:

$$v_{i,j}=[*\cdots*1]\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \vdots\\ \lambda_{i+j}\end{bmatrix}. \tag{25}$$

其中: $i=0,1,\cdots,m;\ j=1,2,\cdots,n;\lambda_l=0,\ l>n.$

矩阵 $\varXi$ 满足下述等式:

$$\dot{\varXi}=A_0\varXi+\varPhi^{\mathrm{T}}(y). \tag{26}$$

由式 (23) $\sim$ (25) 可得

$$\dot{\lambda}=A_0\lambda+e_n\sigma(y)u. \tag{27}$$

由式 (16)、(26) 和 (27) 可得如下滤波器方程:

$$\begin{cases}\dot{\zeta}=A_0\zeta+Ly,\ \zeta\in R^n;\\ \dot{\varXi}=A_0\varXi+\varPhi^{\mathrm{T}}(y),\ \varXi\in R^{n\times N};\\ \dot{\lambda}=A_0\lambda+e_n\sigma(y)u,\ \lambda\in R^n.\end{cases} \tag{28}$$

由式 (19) 可得

$$x_2=b_{m\varDelta}v_{m,2}+\zeta_2+[0,v_{m-1,2},\cdots,v_{0,2},\varXi_{(2)}]\theta+\varepsilon_2. \tag{29}$$

其中: $\varOmega^{\mathrm{T}}_{(2)}$、$\varXi_{(2)}$ 分别表示矩阵 $\varOmega^{\mathrm{T}}$ 和 $\varXi$ 的第 2 行; 相应地, ζ_2 表示向量 ζ 的第 2 个分量; ε_2 表示向量 ε 的第 2 个分量; $b_{m\varDelta}$ 由假设 6 给出.

将式 (29) 代入 (1), 可得

$$\dot{y}=b_{m\varDelta}v_{m,2}+\zeta_2+\bar{\omega}^{\mathrm{T}}\theta+\varepsilon_2+\delta_1(y)+\varDelta_1(z,y,t), \tag{30}$$

$$\omega^{\mathrm{T}}=[v_{m,2},v_{m-1,2},\cdots,v_{1,2},v_{0,2},\varXi_{(2)}+\varPhi^{\mathrm{T}}_{(1)}],$$

$$\bar{\omega}^{\mathrm{T}}=[0,v_{m-1,2},\cdots,v_{1,2},v_{0,2},\varXi_{(2)}+\varPhi^{\mathrm{T}}_{(1)}]. \tag{31}$$

由式 (30) 和 (24), 得到如下用于动态面控制设计的 ρ 阶系统:

$$\begin{cases}\dot{y}=b_{m\varDelta}v_{m,2}+\zeta_2+\bar{\omega}^{\mathrm{T}}\theta+\varepsilon_2+\delta_1(y)+\varDelta_1;\\ \dot{v}_{m,i}=v_{m,i+1}-l_iv_{m,1},\ i=2,\cdots,\rho-1;\\ \dot{v}_{m,\rho}=\sigma(y)u+v_{m,\rho+1}-l_\rho v_{m,1}.\end{cases} \tag{32}$$

定义 $V_\varepsilon=\varepsilon^{\mathrm{T}}P\varepsilon$, 由式 (20), 并利用 Young's 不等式, 可得

$$\dot{V}_\varepsilon\leqslant -(h-4)\varepsilon^{\mathrm{T}}\varepsilon+\sum_{j=1}^n\|P\|^2\delta_j^2+\sum_{j=1}^n2\|P\|^2\phi_{j1}^2(|y|)+\sum_{j=1}^n2\|P\|^2\phi_{j2}^2(\|z\|)+\|P\|^2\|g(x)\|^2+\|P\|^2\|Bc_\varDelta(\xi)\|^2. \tag{33}$$

引理 2 若假设 5 成立, $\dot{\bar{m}}=-\delta_0\bar{m}+|\sigma(y)u|$, 则存在常数 $c_1,c_2>0$, 满足

$$\|\xi(t)\|\leqslant c_1(\|\xi(0)\|+|\bar{m}(0)|)\mathrm{e}^{-\delta_0t}+c_2|\bar{m}(t)|. \tag{34}$$

其中: δ_0 由式 (6) 确定, $\xi(t)$ 由 (2) 确定.

证明 令 $W(\xi)=\sqrt{V(\xi)}$, 由假设 5 可知

$$\sqrt{\beta_1}\|\xi\|\leqslant W(\xi),\ \forall\xi\neq0; \tag{35}$$

$$\dot{V}(\xi)=\frac{\partial V(\xi)}{\partial\xi}[A_\varDelta(\xi)+b_\varDelta\sigma(y)u]\leqslant -2\delta_0V(\xi)+\beta_3|b_\varDelta|\|\xi\||\sigma(y)u|,\ \forall\xi\neq0; \tag{36}$$

$$\dot{W}(\xi)=\frac{1}{2\sqrt{V(\xi)}}\dot{V}(\xi)\leqslant -\delta_0\frac{V(\xi)}{\sqrt{V(\xi)}}+\frac{\beta_3b_\varDelta\|\xi\|}{2\sqrt{\beta_1}\|\xi\|}|\sigma(y)u|,\ \forall\xi\neq0. \tag{37}$$

令 $\dfrac{\beta_3|b_\varDelta|}{2\sqrt{\beta_1}}=\beta_4$, 化简式 (37), 可得

$$\dot{W}(\xi)\leqslant-\delta_0W(\xi)+\beta_4|\sigma(y)u|,\ \forall\xi\neq0; \tag{38}$$

$$W(\xi)\leqslant W(\xi(0))\mathrm{e}^{-\delta_0t}+\beta_4\int_0^t\mathrm{e}^{-\delta_0(t-\tau)}\times|\sigma(y)u(\tau)|\mathrm{d}\tau,\ \forall\xi\neq0. \tag{39}$$

又因为

$$\int_0^t\mathrm{e}^{-\delta_0(t-\tau)}|\sigma(y)u(\tau)|\mathrm{d}\tau=\bar{m}(t)-\bar{m}(0)\mathrm{e}^{-\delta_0t},$$

所以

$$W(\xi)\leqslant[W(\xi(0))-\beta_4\bar{m}(0)]\mathrm{e}^{-\delta_0t}+\beta_4\bar{m}(t),\ \forall\xi\neq0. \tag{40}$$

由式 (35) 和 (40) 可得

$$\sqrt{\beta_1}\|\xi\|\leqslant(\sqrt{\beta_2}\|\xi(0)\|+\beta_4|\bar{m}(0)|)\mathrm{e}^{-\delta_0t}+\beta_4\bar{m}(t),\ \forall\xi\neq0, \tag{41}$$

所以

$$\|\xi(t)\|\leqslant\Big(\frac{\sqrt{\beta_2}}{\sqrt{\beta_1}}\|\xi(0)\|+\frac{\beta_4}{\sqrt{\beta_1}}|\bar{m}(0)|\Big)\mathrm{e}^{-\delta_0t}+\frac{\beta_4}{\sqrt{\beta_1}}|\bar{m}(t)|,\ \forall\xi\neq0. \tag{42}$$

令 $c_1=\dfrac{1}{\sqrt{\beta_1}}\max\{\sqrt{\beta_2},\beta_4\}$, $c_2=\dfrac{\beta_4}{\sqrt{\beta_1}}$, 可得

$$\|\xi(t)\|\leqslant c_1(\|\xi(0)\|+|\bar{m}(0)|)\mathrm{e}^{-\delta_0t}+c_2|\bar{m}(t)|. \tag{43}$$

故引理得证. □

具体设计步骤如下.

Step 1　令 $\omega_1 = y_d$, 定义第 1 个动态面为

$$s_1 = y - \omega_1. \tag{44}$$

由式 (32) 中的第 1 个表达式可得

$$\dot{s}_1 = b_{m\varDelta} v_{m,2} + \zeta_2 + \bar{\omega}^{\mathrm{T}}\theta + \varepsilon_2 + \delta_1(y) + \varDelta_1 - \dot{y}_d. \tag{45}$$

选取如下虚拟控制律 α_1:

$$\begin{aligned}\alpha_1 = {}& N(\varsigma)\Big[k_1 s_1 + \zeta_2 + \bar{\omega}^{\mathrm{T}}\hat{\theta} - \dot{y}_d + \\ & \frac{1}{2a_0^2}s_1\hat{\theta}_0\|\psi_1(X)\|^2 + P_{\bar{m}}\hat{H}\Big], \\ \dot{\varsigma} = {}& s_1\Big[k_1 s_1 + \zeta_2 + \bar{\omega}^{\mathrm{T}}\hat{\theta} - \dot{y}_d + \\ & \frac{1}{2a_0^2}s_1\hat{\theta}_0\|\psi_1(X)\|^2 + P_{\bar{m}}\hat{H}\Big].\end{aligned} \tag{46}$$

其中: $P_{\bar{m}} = (1 + |\bar{m}|)^2$, $\bar{m}$ 在引理 2 中确定; $N(\varsigma)$ 为 Nussbaum 函数, 它满足如下性质:

$$\begin{aligned}&\lim_{s\to\infty}\sup\frac{1}{s}\int_0^s N(\varsigma)\mathrm{d}\varsigma = +\infty, \\ &\lim_{s\to\infty}\inf\frac{1}{s}\int_0^s N(\varsigma)\mathrm{d}\varsigma = -\infty.\end{aligned} \tag{47}$$

取 $N(\varsigma) = \mathrm{e}^{\varsigma^2}\cos((\pi/2)\varsigma)$, $k_1 > 0, a_0 > 0$ 是设计常数, $\hat{\theta}$、$\hat{\theta}_0$、$\hat{H}$ 分别是未知常数 θ、θ_0、H 在 t 时刻的估计, 相应的估计误差分别为 $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$, $\tilde{\theta}_0 = \theta_0 - \hat{\theta}_0$, $\tilde{H} = H - \hat{H}$, $\theta_0 = \|W_1\|^2$. W_1、$\psi_1(X)$、常数 H 都将在稍后的设计中给出.

考虑一阶滤波器方程

$$\tau_2\dot{\omega}_2 + \omega_2 = \alpha_1,\ \omega_2(0) = \alpha_1(0), \tag{48}$$

其中 τ_2 为时间常数. 令 $y_2 = \omega_2 - \alpha_1$, 则 $\dot{\omega}_2 = -y_2/\tau_2$, $\dot{y}_2 = -y_2/\tau_2 - \dot{\alpha}_1$, 所以有

$$\begin{aligned}y_2\dot{y}_2 \leqslant {}& -y_2^2/\tau_2 + |y_2|\eta_2(s_1, s_2, y_2, \varsigma, \\ & \bar{m}, \zeta, \hat{\theta}, \hat{\theta}_0, \hat{H}, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d) \leqslant \\ & -y_2^2/\tau_2 + y_2^2 + \eta_2^2/4,\end{aligned} \tag{49}$$

其中 $\eta_2(s_1, s_2, y_2, \varsigma, \bar{m}, \zeta, \hat{\theta}, \hat{\theta}_0, \hat{H}, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d)$ 为非负连续函数. 因为 $s_2 = v_{m,2} - \omega_2$, $\omega_2 = \alpha_1 + y_2$, 所以 $v_{m,2} = s_2 + \alpha_1 + y_2$, 代入式 (45), 可得

$$\begin{aligned}\dot{s}_1 = {}& b_{m\varDelta}s_2 + b_{m\varDelta}\alpha_1 + b_{m\varDelta}y_2 + \zeta_2 + \bar{\omega}^{\mathrm{T}}\theta + \\ & \varepsilon_2 + \delta_1(y) + \varDelta_1 - \dot{y}_d.\end{aligned} \tag{50}$$

由此可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_{s_1} = {}& b_{m\varDelta}s_1 s_2 + b_{m\varDelta}\alpha_1 s_1 + b_{m\varDelta}s_1 y_2 + s_1\varepsilon_2 + \\ & s_1(\zeta_2 + \bar{\omega}^{\mathrm{T}}\theta - \dot{y}_d) + s_1\delta_1(y) + s_1\varDelta_1.\end{aligned} \tag{51}$$

由假设 2 和 Young's 不等式, 得

$$\begin{aligned}s_1\varDelta_1 \leqslant {}& \frac{1}{2a_{11}^2}s_1^2\phi_{11}^2(|y|) + \frac{1}{2}a_{11}^2 + \\ & \frac{1}{2a_{12}^2}s_1^2\phi_{12}^2(\|z\|) + \frac{1}{2}a_{12}^2.\end{aligned} \tag{52}$$

将 α_1 和式 (52) 代入 (51), 并由假设 6 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_{s_1} \leqslant {}& b_{m\varDelta}N(\varsigma)\dot{\varsigma} + \dot{\varsigma} + (-k_1 + 2b_M + 1)s_1^2 + \\ & \frac{1}{4}b_M s_2^2 + \frac{1}{4}b_M y_2^2 + \frac{1}{4}\varepsilon_2^2 + \\ & s_1\delta_1(y) + \frac{1}{2a_{11}^2}s_1^2\phi_{11}^2(|y|) + \frac{1}{2}a_{11}^2 + \\ & \frac{1}{2a_{12}^2}s_1^2\phi_{12}^2(\|z\|) + \frac{1}{2}a_{12}^2 + s_1\bar{\omega}^{\mathrm{T}}\tilde{\theta} - \\ & \frac{1}{2a_0^2}s_1^2\hat{\theta}_0\|\psi_1(x)\|^2 - P_{\bar{m}}s_1\hat{H}.\end{aligned} \tag{53}$$

令 $V_1 = V_{s_1} + V_{\varepsilon}$, $X = [x_1, y_d]^{\mathrm{T}} \in R^2$, 有

$$\begin{aligned}&Q(y) = \sum_{j=1}^n \|P\|^2\delta_j^2 + \sum_{j=1}^n 2\|P\|^2\phi_{j1}^2(|y|), \\ &H_1(X) = \frac{1}{2a_{11}^2}s_1\phi_{11}^2(|y|) + \delta_1(y) + \frac{s_1}{\varepsilon^*}Q(y),\end{aligned} \tag{54}$$

其中 ε^* 是一个正常数. 在紧集 $\varOmega_X$ 上, 采用 RBF 神经网路逼近未知函数 $H_1(X)$, 即 $H_1(X) = W_1^{\mathrm{T}}\psi_1(X) + B_1(X)$, $X \in \varOmega_X$. 其中: W_1 是理想权向量, $\psi_1(X)$ 是基向量, $B_1(X)$ 是逼近误差. 因为 $\theta_0 = \|W_1\|^2$, 所以

$$s_1 W_1^{\mathrm{T}}\psi_1(X) \leqslant \frac{1}{2a_0^2}s_1^2\theta_0\|\psi_1(X)\|^2 + \frac{1}{2}a_0^2.$$

由式 (33)、(53) 和 (54) 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 \leqslant {}& \\ & -\Big(h - \frac{17}{4}\Big)\varepsilon^{\mathrm{T}}\varepsilon - (k_1 - 2b_M - 2)s_1^2 + \frac{b_M}{4}s_2^2 + \\ & \frac{b_M}{4}y_2^2 + \frac{1}{2a_0^2}s_1^2\tilde{\theta}_0\|\psi_1(X)\|^2 + s_1\bar{\omega}^{\mathrm{T}}\tilde{\theta} - P_{\bar{m}}s_1\hat{H} + \\ & \|P\|^2\|B\|^2|c_{\varDelta}(\xi)|^2 + (b_{m\varDelta}N(\varsigma) + 1)\dot{\varsigma} + \\ & \Big(1 - \frac{s_1}{\varepsilon^*}\Big)Q(y) + \|P\|^2\|g(x)\|^2 + \\ & \frac{1}{2a_{12}^2}s_1^2\phi_{12}^2(\|z\|) + \sum_{j=1}^n 2\|P\|^2\phi_{j2}^2(\|z\|) + \\ & \frac{a_0^2}{2} + \frac{a_{11}^2}{2} + \frac{a_{12}^2}{2} + \frac{1}{4}B_1^2(X).\end{aligned} \tag{55}$$

下面讨论式 (55) 中的 $\|P\|^2\|B\|^2|c_{\varDelta}(\xi)|^2$ 一项. 由假设 4、假设 5 和引理 2 可知

$$|c_{\varDelta}(\xi(t))| \leqslant \bar{c}c_1(|\xi(0)| + |\bar{m}(0)|)\mathrm{e}^{-\delta_0 t} + \bar{c}c_2|\bar{m}(t)|, \tag{56}$$

所以

$$\frac{|c_{\varDelta}(\xi)|}{1 + |\bar{m}(t)|} \leqslant H_{\bar{m}}, \tag{57}$$

其中 $H_{\bar{m}} = \max\{\bar{c}c_1(|\xi(0)| + |\bar{m}(0)|), \bar{c}c_2\}$. 令 $H_c = \|P\|^2\|B\|^2 H_{\bar{m}}^2$, 则

$$\|P\|^2\|B\|^2|c_{\varDelta}(\xi)|^2 \leqslant (1 + |\bar{m}|)^2 H_c. \tag{58}$$

令 $H = H_c\varepsilon^{*-1}$, 可得

$$\|P\|^2\|B\|^2|c_{\varDelta}(\xi)|^2 \leqslant P_{\bar{m}}s_1 H + \Big(1 - \frac{s_1}{\varepsilon^*}\Big)P_{\bar{m}}H_c. \tag{59}$$

所以由式(55)、(58)和(59)可得

$$\begin{aligned}&\dot V_1\leqslant\\&-\Big(h-\frac{17}{4}\Big)\varepsilon^{\rm T}\varepsilon-(k_1-2b_M-2)s_1^2+\frac{b_M}{4}s_2^2+\\&\frac{b_M}{4}y_2^2+\frac{1}{2a_0^2}s_1^2\tilde\theta_0\|\psi_1(X)\|^2+\\&s_1\bar\omega^{\rm T}\tilde\theta+P_{\bar m}s_1\tilde H+(b_{m\varDelta}N(\varsigma)+1)\dot\varsigma+\\&\Big(1-\frac{s_1}{\varepsilon^*}\Big)Q(y)+\Big(1-\frac{s_1}{\varepsilon^*}\Big)P_{\bar m}H_c+\\&\|P\|^2\|g(x)\|^2+\frac{1}{2a_{12}^2}s_1^2\phi_{12}^2(\|z\|)+\\&\sum_{j=1}^n2\|P\|^2\phi_{j2}^2(\|z\|)+\frac{a_0^2}{2}+\\&\frac{a_{11}^2}{2}+\frac{a_{12}^2}{2}+\frac14B_1^2(X),\end{aligned}\tag{60}$$

这里存在一个非负的连续函数满足

$$|B_1(X)|\leqslant\kappa(x_1,y_d).\tag{61}$$

Step $\boldsymbol{i}$ $(2\leqslant i\leqslant\rho-1)$ 定义第 i 个动态面为

$$\begin{aligned}&s_i=v_{m,i}-\omega_i,\\&\dot s_i=v_{m,i+1}-l_iv_{m,1}-\dot\omega_i.\end{aligned}\tag{62}$$

取虚拟控制律 α_i 为

$$\alpha_i=-k_is_i+l_iv_{m,1}+\dot\omega_i.\tag{63}$$

下面给出以 α_i 为输入的一阶滤波器方程:

$$\tau_{i+1}\dot\omega_{i+1}+\omega_{i+1}=\alpha_i,\ \omega_{i+1}(0)=\alpha_i(0),\tag{64}$$

其中 τ_{i+1} 为时间常数. 令 $y_{i+1}=\omega_{i+1}-\alpha_i$, 则 $\dot\omega_{i+1}=-y_{i+1}/\tau_{i+1}$, $\dot y_{i+1}=-y_{i+1}/\tau_{i+1}-\dot\alpha_i$. 定义 $\bar s_i=[s_1,\cdots,s_i]^{\rm T}$, $\bar y_i=[y_2,\cdots,y_i]^{\rm T}$, 则有

$$\begin{aligned}&y_{i+1}\dot y_{i+1}\leqslant\\&-y_{i+1}^2/\tau_{i+1}+|y_{i+1}|\eta_{i+1}(\bar s_{i+1},\bar y_{i+1},\varsigma,\\&\bar m,\zeta,\hat\theta,\hat\theta_0,\hat H,y_d,\dot y_d,\ddot y_d)\leqslant\\&-y_{i+1}^2/\tau_{i+1}+y_{i+1}^2+\eta_{i+1}^2/4,\end{aligned}\tag{65}$$

其中 $\eta_{i+1}(\bar s_{i+1},\bar y_{i+1},\varsigma,\bar m,\zeta,\hat\theta,\hat\theta_0,\hat H,y_d,\dot y_d,\ddot y_d)$ 为非负连续函数. 令 $V_{s_i}=\dfrac12s_i^2$, 注意到 $v_{m,i+1}=s_{i+1}+y_{i+1}+\alpha_i$, 有

$$\dot V_{s_i}\leqslant-(k_i-2)s_i^2+\frac14s_{i+1}^2+\frac14y_{i+1}^2.\tag{66}$$

Step $\boldsymbol{\rho}$ 定义第 ρ 个动态面 $s_\rho=v_{m,\rho}-\omega_\rho$. 将 s_ρ 对时间 t 求导, 得

$$\dot s_\rho=\sigma(y)u+v_{m,\rho+1}-l_\rho v_{m,1}-\dot\omega_\rho.\tag{67}$$

设计控制律 u 如下:

$$u=\frac{1}{\sigma(y)}(-k_\rho s_\rho-v_{m,\rho+1}+l_\rho v_{m,1}+\dot\omega_\rho).\tag{68}$$

令 $V_{s_\rho}=\dfrac12s_\rho^2$, 则

$$\dot V_{s_\rho}=s_\rho\dot s_\rho=-k_\rho s_\rho^2,\tag{69}$$

其中 k_ρ 为设计的正常数.

参数 $\hat\theta$、$\hat\theta_0$、$\hat H$ 的自适应律分别取为

$$\begin{aligned}&\dot{\hat\theta}=\gamma_1(\bar\omega s_1-\sigma_1\hat\theta),\\&\dot{\hat\theta}_0=\gamma_2\Big(\frac{1}{2a_0^2}s_1^2\|\psi_1(X)\|^2-\sigma_2\hat\theta_0\Big),\\&\dot{\hat H}=\gamma_3(P_{\bar m}s_1-\sigma_3\hat H).\end{aligned}\tag{70}$$

3 稳定性分析

定义有界闭集

$$\begin{aligned}\varOmega_\rho=\Big\{&[\bar s_\rho^{\rm T},\bar y_\rho^{\rm T},\varepsilon^{\rm T},\hat\theta^{\rm T},\hat\theta_0,\hat H]^{\rm T}:\ V_\rho+\frac{1}{2\gamma_1}\tilde\theta^{\rm T}\tilde\theta+\\&\frac{1}{2\gamma_2}\tilde\theta_0^2+\frac{1}{2\gamma_3}\tilde H^2\leqslant p\Big\}\subset R^{p_\rho}.\end{aligned}\tag{71}$$

其中: $p>0$ 为一个设计常数, 将在定理 1 中给出, $p_\rho=\rho+2n+N+2$;

$$\begin{aligned}&V_1=\frac12s_1^2+V_\varepsilon,\\&V_i=V_1+\frac12\sum_{j=2}^is_j^2+\frac12\sum_{j=2}^iy_j^2,\ i=2,3,\cdots,\rho.\end{aligned}\tag{72}$$

令连续函数 $\kappa(x_1,y_d)$ 在有界闭集 $D\times\varOmega_\rho$ 上的最大值为 M_0, 当 ς、$\bar m$、ζ、$\|z\|$、$x\in L_\infty$ 时, η_i 在有界闭集 $D\times\varOmega_\rho$ 上的最大值为 $M_i\ (i=2,3,\cdots,\rho)$, $(1-s_1/\varepsilon^*)\times[Q(y)+P_{\bar m}H_c]$ 在有界闭集 $D\times\varOmega_\rho$ 上的最大值为 N_0, 连续函数 $\|P\|^2\|g(x)\|^2$ 的最大值为 N_g, 连续函数

$$\frac{1}{2a_{12}^2}s_1^2\phi_{12}^2(\|z\|)+\sum_{j=1}^n2\|P\|^2\phi_{j2}^2(\|z\|)$$

在有界闭集 $\varOmega_\rho$ 上的最大值为 N_z, $(b_{m\varDelta}N(\varsigma)+1)\dot\varsigma$ 的最大值为 N_ς. ς、$\bar m$、ζ、$\|z\|$、x 的有界性将在下面的证明中给出.

定理 1 考虑由式(1)和(2)构成的非线性输出反馈系统、控制律(68)和自适应律(70), 若假设 1～假设 6 成立, 则对于任意给定的正常数 p 和初始条件 $V(0)\leqslant p$, 满足下式的正常数 k_i、τ_{i+1}、h、γ_1、γ_2、γ_3、σ_1、σ_2、σ_3, 使得闭环系统半全局一致终结有界:

$$\begin{cases}k_1\geqslant2b_M+2+0.5\alpha_0,\\k_2\geqslant2+\dfrac{b_M}{4}+0.5\alpha_0,\\k_i\geqslant2.25+0.5\alpha_0,\\\ i=3,\cdots,\rho-1,\\k_\rho\geqslant0.25+0.5\alpha_0,\\\dfrac{1}{\tau_2}\geqslant1+\dfrac{b_M}{4}+\dfrac{\alpha_0}{2},\\\dfrac{1}{\tau_{i+1}}\geqslant\dfrac54+\dfrac{\alpha_0}{2},\\i=2,\cdots,\rho-1,\\h\geqslant\dfrac{17}{4}+\alpha_0\lambda_{\max}(P),\\\alpha_0\leqslant\min\{\gamma_1\sigma_1,\gamma_2\sigma_2,\gamma_3\sigma_3\},\end{cases}\tag{73}$$

其中常数 b_M 在假设 6 中确定.

证明 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V=V_{\varepsilon}+\sum_{i=1}^{\rho}V_{s_i}+\frac{1}{2}\sum_{i=2}^{\rho}y_i^2+\frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}+\frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\theta}_0^2+\frac{1}{2\gamma_3}\tilde{H}^2. \tag{74}$$

类似于文献 [11] 中的讨论, 易知结论成立. □

4 结 论

本文讨论了一类既有输入未建模动态, 又有状态未建模的输出反馈系统的跟踪控制问题. 在两种非线性未建模动态子系统满足一定的假设条件下, 将 K 滤波器的设计与动态面控制有机结合, 提出了一种输出反馈自适应动态面跟踪控制方案. 理论分析证明了闭环系统是半全局一致终结有界的.

参考文献(References)

[1] Jiang Z P, Praly L. Design of robust adaptive controllers for nonlinear systems with dynamicun certainties[J]. Automatica, 1998, 34(7): 825-840.

[2] Jiang Z P, Hill D J. A robust adaptive backstepping scheme for nonlinear systems with unmodeled dynamics[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(9): 1705-1711.

[3] Tong S C, He X L, Li Y M, et al. Adaptive fuzzy backstepping robust control for uncertain nonlinear systems based on small-gain approach[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2010, 161(6): 771-796.

[4] Zhang T P, Shi X C, Zhu Q, et al. Adaptive neural tracking control of pure-feedback nonlinear systems with unknown gain signs and unmodeled dynamics[J]. Neurocomputing, 2013, 121(1): 290-297.

[5] 张天平, 高志远. 带有动态不确定性的自适应动态面控制[J], 控制与决策, 2013, 28(10): 1541-1546.
(Zhang T P, Gao Z Y. Adaptive dynamic surface control including dynamic uncertainties[J]. Control and Decision, 2013, 28(10): 1541-1546.)

[6] 张天平, 鲁瑶. 带有未建模动态的非线性系统的自适应动态面控制[J]. 控制与决策, 2012, 27(3): 335-342.
(Zhang T P, Lu Y. Adaptive dynamic surface control of nonlinear systems with unmodeled dynamics[J]. Control and Decision, 2012, 27(3): 335-342.)

[7] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York: Wiley, 1995: 327-369.

[8] Liu Y J, Wang W. Adaptive output feedback control of uncertain nonlinear systems based on dynamic surface control technique[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2012, 22(7): 945-958.

[9] Chen W S, Zhang Z Q. Globally stable adaptive backstepping fuzzy control for output-feedback systems with unknown high-frequency gain sign[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2010, 161(3): 821-836.

[10] Wang Q, Zhang T P. Adaptive fuzzy output feedback control using dynamic surface control[J]. J of Systems Engineering and Electrics, 2009, 31(3): 647-652.

[11] Xia X N, Zhang T P. Adaptive output feedback dynamic surface control of nonlinear systems with unmodeled dynamics and unknown high-frequency gain sign[J]. Neurocomputing, 2014, 143(1): 312-321.

[12] Krstic M, Sun J, Kokotovic P V. Robust control of nonlinear systems with input unmodeled dynamics[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1996, 41(6): 913-920.

[13] Jiang Z P, Mareels I, Pomet J B. Controlling nonlinear systems with input unmodeled dynamics[C]. Proc of the 35th IEEE Conf on Decision and Control. Piscataway: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 1996: 805-806.

[14] Arcak M, Kokotovic P. Further results on robust control of nonlinear systems with input unmodeled dynamics[C]. Proc of the American Control Conf. Piscataway: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 1999: 4061-4065.

[15] Arcak M, Kokotovic P. Robust nonlinear control of systems with input unmodeled dynamics[J]. Systems and Control Letters, 2000, 41(2): 115-122.

[16] Jiang Z P, Arcak M. Robust global stabilization with input unmodeled dynamics: An ISS small-gain approach[C]. Proc of the 39th IEEE Conf on Decision and Control. Piscataway: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2000: 1301-1306.

[17] Hou M Z, Wu A G, Duan G R. Robust output feedback control for a class of nonlinear systema with input unmodeled dynamics[J]. Int J of Automation and Computing, 2008, 5(3): 307-312.

(责任编辑: 李君玲)