第 31 卷 第 2 期
Vol. 31 No. 2

控 制 与 决 策
Control and Decision

2016 年 2 月
Feb. 2016

文章编号: 1001-0920 (2016) 02-0261-06　　DOI: 10.13195/j.kzyjc.2014.1419

基于改进的TODIM方法的区间灰数多属性决策模型

王 霞, 党耀国

(南京航空航天大学 经济与管理学院，南京 211106)

摘 要: 针对属性值为区间灰数的多属性决策问题, 提出一种基于改进的TODIM方法的区间灰数多属性决策方法. 考虑决策者参照依赖的心理行为特征, 结合随机占优的思想给出两两方案相比较时的收益和损失; 分析经典TODIM方法中优势度和全局价值的不足, 给出新的优势度的表示方法和方案; 相对于其他方案收益和损失的总优势度的表示方法, 提出一种改进的TODIM方法. 最后通过实例说明了所提出方法的有效性和可行性.

关键词: 区间灰数；TODIM方法；随机占优；优势度

中图分类号: TP273　　**文献标志码:** A

Multiple attribute decision-making model with interval grey number based on improved TODIM method

WANG Xia, *DANG Yao-guo*

(College of Economics and Management，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 211106, China. Correspondent：WANG Xia，E-mail：wangxia0509@163.com)

Abstract: With regard to multi-attribute decision-making problems, in which the attribute value of alternatives is interval grey number, a multiple attribute decision-making method with the interval grey number based on the improved TODIM method is proposed. In view of the reference dependence of decision-maker's psychological behavior traits, combining with the thoughts of stochastic dominance, the gain or loss is calculated by comparing one alternative to other alternatives. By analyzing the insufficient of the dominance degree and the overall value in the classic TODIM method, the representation of the new dominance degree and overall dominance degree of the gain or loss of one alternative relative to other alternatives is given, then an improved TODIM method is proposed. An example is also presented to illustrate the usefulness and effectiveness of the proposed method.

Keywords: interval grey number；TODIM method；stochastic dominance；dominance degree

0 引 言

多属性决策问题[1]是研究从具有多个属性的一系列备选方案中找出满足一定目标的最优方案, 它具有广泛的理论和实践背景. 众多学者曾提出了一系列方法来解决多属性决策问题, 区间灰数[2]作为处理多属性不确定性决策问题的一种手段, 自邓聚龙教授提出以来便得到诸多学者的关注. 文献 [3] 研究了具有概率分布的区间灰数的排序问题, 并详细阐述了灰数的内涵, 指出区间灰数和区间数的区别; 文献 [4] 构建了区间灰数集上的积分均值函数, 进而建立了基于区间灰数的灰色变权和定权聚类模型; 文献 [5] 推导了信息分布已知条件下区间灰数 "核" 的计算公式, 在此基础上通过比较各指标值与靶心连线所围成图形的面积大小来对方案的优劣进行评价; 文献 [6] 定义了区间灰数加减逆运算的信息还原算子, 提出了基于信息还原算子的区间灰数序列关联度的计算方法; 文献 [7] 构建了基于灰距离熵和极大熵的双目标规划组合赋权模型, 实现了属性区间权重向点值权重的转化.

已有的大多数决策方法都是建立在期望效用理论的基础之上, 即假设决策者是完全理性的. 然而研

收稿日期: 2014-09-13；**修回日期:** 2014-11-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71071077, 71371098, 71271086)；江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(CXZZ13_0183)；中央高校基本科研业务费专项资金项目(NC2012001, NR2013033)；江苏省高校哲学社会科学重点研究基地重大项目(2012JDXM005).

作者简介: 王霞(1985−), 女, 博士生, 从事灰色系统理论、决策分析的研究；党耀国(1964−), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论、数量经济等研究.

究表明, 在现实的决策过程中决策者不可能是完全理性的, 所作出的决策与理性预期存在一定偏差, 因而在决策中考虑决策者面对风险时的心理态度对决策结果合理性的影响是非常必要的. 前景理论[8-9]揭示了理性决策研究中没有意识到的行为模式, 将决策者面对风险时的心理因素考虑到决策问题中, 解释了期望效用理论不能解释的现象. TODIM 方法[10]是 Gomes 等在前景理论的基础上提出的一种多属性决策方法, 作为一种处理多属性决策问题的方法得到了不少学者的关注. 文献 [11] 针对属性值为多种形式的多属性决策问题, 提出了一种混合多属性决策问题的扩展 TODIM 方法; 文献 [12] 将 TODIM 方法扩展到属性值为直觉模糊数的情形, 提出了一种模糊 TODIM 决策方法; 文献 [13] 将黑林格距离引入具有概率分布信息形式的多属性决策问题中, 并将它应用于 TOPSIS 和 TODIM 方法; 文献 [14] 基于 TODIM 方法的基本思想, 依据总体感知价值的大小对方案进行排序.

综上所述, 经典的 TODIM 方法只能处理效果评价值为实数的情形, 虽然已有文献将 TODIM 方法拓展到决策信息为其他形式的情况, 但没有考虑 TODIM 方法本身内在的不足. 本文针对效果评价值为区间灰数的情形, 结合随机占优的思想, 给出了两两方案相比较时的收益和损失; 分析 TODIM 方法本身内在的不足, 提出一种效果评价值为区间灰数的改进的 TODIM 方法, 最后通过实例分析了该方法的有效性和可行性.

1 区间灰数

定义 1 [2] 既有上界 $\overline{a}$ 又有下界 $\underline{a}$ 的灰数称为区间灰数, 记作 $a(\otimes) \in [\underline{a}, \overline{a}]$, 且 $\underline{a} \leqslant \overline{a}$.

设 $a(\otimes) \in [\underline{a}, \overline{a}]$, $b(\otimes) \in [\underline{b}, \overline{b}]$ 为区间灰数, 则

$$a(\otimes) + b(\otimes) \in [\underline{a} + \underline{b}, \overline{a} + \overline{b}],$$

$$a(\otimes) - b(\otimes) \in [\underline{a} - \overline{b}, \overline{a} - \underline{b}],$$

$$a(\otimes)/b(\otimes) \in [\min\{\underline{a}/\underline{b}, \underline{a}/\overline{b}, \overline{a}/\underline{b}, \overline{a}/\overline{b}\}, \max\{\underline{a}/\underline{b}, \underline{a}/\overline{b}, \overline{a}/\underline{b}, \overline{a}/\overline{b}\}].$$

文献 [3] 根据命题的含义定义了灰数的概念, 详细阐述了灰数的内涵, 指出灰数是基于某信息背景的只知道取值范围而不知其确切值的实数, 其取值范围是该灰数的数值覆盖集合, 即包含唯一真值 d^* 的实数集合. 当决策者获取的信息越来越多时, 取值范围也随之变小; 当决策者掌握所有信息时, 灰数将转化为一个实数. 例如, 某人 2005 年的年龄可能是 30～45 岁, 即 $a(\otimes) \in [30, 45]$ 是个区间灰数. 根据了解, 该人受初、中级教育共 12 年, 并且是在 20 世纪 80 年代中期考入大学的, 故此人到 2005 年的年龄为 38 岁左右的可能性较大, 或者说在 36～40 岁的可能性较大[2].

由上述分析可知, 对于区间灰数而言, 区间内每一点取值的可能性不相等, 依据决策者掌握的信息, 区间内最可能为真值的点的取值可能性最大; 当区间内每一点的取值可能性都相等时, 区间灰数就是通常的区间数. 在现实生活中存在大量决策信息为区间灰数的情况, 为了更好地解决此类问题, 体现区间灰数的本质特征, 即区间内每一点的取值可能性由其真值点向左右端点呈现递减的趋势, 则可认为区间灰数在区间内的取值近似服从正态分布. 根据中心极限定理的 3σ 原则, 当区间灰数在区间内服从正态分布时, 其均值为 $\mu = (\overline{a} + \underline{a})/2$, 标准差为 $\sigma = (\overline{a} - \underline{a})/6$; 又由概率论的知识, 可得到该区间灰数在取值区间内的累积分布函数 $F(x)$.

随机占优准则是由 Zaras[15]首次引入到多属性决策中的, 是比较随机变量最常用的一种准则, 其主要思想是将随机变量的累积分布函数逐点进行两两比较, 得到随机变量之间的优势关系, 是一种比均值-方差更加精细的比较随机变量方法. 设 X 和 Y 是区间 $[a, b]$ 上的随机变量, $F(x)$ 和 $G(x)$ 分别为随机变量 X 和 Y 的累积分布函数, 则随机占优准则可表述如下.

定义 2 [16] 称 $F(x)$ 一阶随机占优于 $G(x)$, 当且仅当 $F(x) \neq G(x)$, 且

$$H_1(x) = F(x) - G(x) \leqslant 0, \ \forall x \in [a, b],$$

记为 $F(x)\mathrm{FSD}G(x)$.

定义 3 [16] 称 $F(x)$ 二阶随机占优于 $G(x)$, 当且仅当 $F(x) \neq G(x)$, 且

$$H_2(x) = \int_a^x H_1(x)\mathrm{d}x \leqslant 0, \ \forall x \in [a, b],$$

记为 $F(x)\mathrm{SSD}G(x)$.

定义 4 [16] 称 $F(x)$ 三阶随机占优于 $G(x)$, 当且仅当 $F(x) \neq G(x)$, 且

$$H_3(x) = \int_a^x H_2(x)\mathrm{d}x \leqslant 0, \ \forall x \in [a, b],$$

记为 $F(x)\mathrm{TSD}G(x)$.

在多属性决策问题中, 记 $F(x)$ 和 $G(x)$ 分别为决策方案 A 和方案 B 在某个属性下效果评价值的累积分布函数, 根据随机占优准侧的思想, $F(x)$ 随机占优于 $G(x)$ 等价于方案 A 随机占优于方案 B.

2 决策方法

对于某一多属性决策问题, 设方案集合为 $A =$

$\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$, 属性因素集合 $B = \{b_1, b_2, \cdots, b_m\}$, 记 $u_{ij}\,(i = 1, 2, \cdots, n, j = 1, 2, \cdots, m)$ 为方案 a_i 在属性 b_j 下的效果评价值. 该效果评价值是一个区间灰数, 因此方案 a_j 在属性 b_j 下的效果评价值记为 $u_{ij} \in [\underline{u}_{ij}, \overline{u}_{ij}]\ (0 \leqslant \underline{u}_{ij} \leqslant \overline{u}_{ij}, i = 1, 2, \cdots, n, j = 1, 2, \cdots, m)$, 则方案 a_i 的效果评价向量记为 $u_i(u_{i1}(\otimes), u_{i2}(\otimes), \cdots, u_{im}(\otimes))\,(i = 1, 2, \cdots, n)$. 为了消除量纲和增加可比性, 利用文献 [17] 中的规范化方法, 可得规范化的决策矩为 $R = (r_{ij}(\otimes))$, 其中 $x_{ij} \in [\underline{x}_{ij}, \overline{x}_{ij}]$ 为 $[0, 1]$ 上的区间灰数, 表示方案 a_i 在属性 b_j 下的规范化效果评价值.

为了比较方案 a_i 和方案 a_k 互为参考点时的收益和损失值, 记 $F_{ij}(x)$ 和 $F_{kj}(x)$ 分别为规范化效果评价值 x_{ij} 和 x_{kj} 在其取值区间上的累积分布函数, 根据随机占优的思想, 称

$$D(F_{ij}(x), F_{kj}(x)) = \int_{\Omega_{ik}^j} (F_{kj}(x) - F_{ij}(x))\,\mathrm{d}x,$$

$$T(F_{ij}(x), F_{kj}(x)) = \int_{\Theta_{ik}^j} (F_{ij}(x) - F_{kj}(x))\,\mathrm{d}x$$

分别为方案 a_i 相对于方案 a_k 的收益和损失. 其中

$$\Omega_{ik}^j = \{x | F_{ij}(x) < F_{kj}(x),\ x \in [\underline{x}_{ik}^j,\ \overline{x}_{ik}^j\},$$

$$\Theta_{ik}^j = \{x | F_{ij}(x) > F_{kj}(x),\ x \in [\underline{x}_{ik}^j, \overline{x}_{ik}^j]\},$$

$$\underline{x}_{ik}^j = \min\{\underline{x}_{ij}, \underline{x}_{kj}\},\ \overline{x}_{ik}^j = \max\{\overline{x}_{ij}, \overline{x}_{kj}\}.$$

2.1 经典的 TODIM 方法

经典 TODIM 方法是 Gomes 等[10]在前景理论的基础上提出来的一种多属性决策方法. 该方法的主要思想是基于前景理论的价值函数, 建立某一方案相对于其他方案的相对优势度函数. 根据得到的优势度, 确定各方案的排序. 经典 TODIM 方法只能用来处理属性值是实数的多属性决策问题, 主要步骤如下:

Step 1　计算方案 a_i 相对于方案 a_k 的优势度

$$\delta(a_i, a_k) = \sum_{j=1}^{m} \phi_j(a_i, a_k).$$

其中

$$\phi_j(a_i, a_k) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{(x_{ij} - x_{kj})\omega_{jr}}{\sum\limits_{j=1}^{m} \omega_{jr}}},\ x_{ij} - x_{kj} > 0; \\ 0,\ x_{ij} - x_{kj} = 0; \\ -\dfrac{1}{\theta}\sqrt{\dfrac{(x_{kj} - x_{ij})\sum\limits_{j=1}^{m} \omega_{jr}}{\omega_{jr}}},\ x_{ij} - x_{kj} < 0. \end{cases} \tag{1}$$

式中: x_{ij} 和 x_{kj} 为实数, ω_{jr} 为属性 b_j 相对于参考属性 b_r 的相对权重, $\omega_{jr} = \omega_j / \omega_r$; $\omega_r = \max\{\omega_j | j = 1, 2, \cdots, m\}$, θ 为面对损失的衰减系数, 且 $\theta > 0$.

Step 2　通过标准化最终的优势度矩阵计算方案 a_i 的全局价值, 即

$$\xi(a_i) = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} \delta(a_i, a_k) - \min\Big\{\sum\limits_{k=1}^{n} \delta(a_i, a_k)\Big\}}{\max\Big\{\sum\limits_{k=1}^{n} \delta(a_i, a_k)\Big\} - \min\Big\{\sum\limits_{k=1}^{n} \delta(a_i, a_k)\Big\}}. \tag{2}$$

根据 $\xi(a_i)$ 的大小对方案进行排序, $\xi(a_i)$ 越大, 方案 a_i 越优.

2.2 改进的 TODIM 方法

在经典 TODIM 方法的 Step 1 中, 首先要对属性权重进行处理, 得到相对权重 ω_{jr}. 在计算方案 a_i 相对于方案 a_k 的优势度时, 当方案 a_i 相对于方案 a_k 是收益时, 赋予属性的权重为 $\omega_{jr} \Big/ \sum\limits_{j=1}^{m} \omega_{jr}$; 当方案 a_i 相对于方案 a_k 是损失时, 赋予属性的权重为 $\sum\limits_{j=1}^{m} \omega_{jr} \Big/ \omega_{jr}$. 然而, 这种属性权重的赋值方法并不合理. 例如当方案 a_i 相对于方案 a_k 是收益时, 赋予属性的权重为 $\omega_{jr} \Big/ \sum\limits_{j=1}^{m} \omega_{jr}$, 则有

$$\omega_{jr} \Big/ \sum_{j=1}^{m} \omega_{jr} = \frac{\omega_j / \omega_r}{\omega_1/\omega_r + \omega_2/\omega_r + \cdots + \omega_m/\omega_r} = \frac{\omega_j/\omega_r}{1/\omega_r} = \omega_j; \tag{3}$$

当方案 a_i 相对于方案 a_k 是损失时, 赋予属性的权重为 $\sum\limits_{j=1}^{m} \omega_{jr} \Big/ \omega_{jr}$, 则有

$$\sum_{j=1}^{m} \omega_{jr} \Big/ \omega_{jr} = \frac{\omega_1/\omega_r + \omega_2/\omega_r + \cdots + \omega_m/\omega_r}{\omega_j/\omega_r} = \frac{1}{\omega_j}. \tag{4}$$

将式 (3) 和 (4) 代入 (1) 可得

$$\phi_j(a_i, a_k) = \begin{cases} \sqrt{(x_{ij} - x_{kj})\omega_j},\ x_{ij} - x_{kj} > 0; \\ 0,\ x_{ij} - x_{kj} = 0; \\ -\dfrac{1}{\theta}\sqrt{\dfrac{(x_{kj} - x_{ij})}{\omega_j}},\ x_{ij} - x_{kj} < 0. \end{cases} \tag{5}$$

由式 (5) 可知, 在求某一方案相对于另一方案的优势度时, 对属性权重首先进行处理求得相对权重,

使得当某一方案相对于另一方案是收益时, 该处理没有任何实际的意义; 当某一方案相对于另一方案是损失时, 这样处理使得决策者在面对损失时的优势度更失去了理论意义, 而且人为地夸大了决策者面对风险时的损失. 这表明, 经典的 TODIM 方法对权重的预先处理有可能得到与实际不相符的结果.

本文针对经典 TODIM 方法的不足, 结合随机占优的思想, 给出两两方案在属性 b_j 下相比较时收益和损失的优势度分别如下:

$$\phi_j(a_i,a_k)=\begin{cases}\sqrt{D(F_{ij}(x),F_{kj}(x)},\\ -\dfrac{1}{\theta}\sqrt{T(F_{ij}(x),F_{kj}(x))}.\end{cases} \tag{6}$$

其中: $\theta(\theta>0)$ 为面对损失的衰减系数, 由决策者根据具体情况确定; 当 $\theta>1$ 时决策者面对损失时的值被缩小, 即决策者是风险规避的, 且 θ 越大表明决策者的损失规避程度越高; 当 $\theta<1$ 时决策者面对损失时的值被扩大, 即决策者是风险爱好的. 从而有

$$\delta(a_i,a_k)=\sum_{j=1}^{m}\phi_j(a_i,a_k)\omega_j. \tag{7}$$

$\delta(a_i,a_k)$ 表示方案 a_i 优于方案 a_k 的优势度, 从而可得优势度矩阵为

$$\delta=[\delta(a_i,a_k)]_{n\times n}=\begin{bmatrix}0&\delta_{12}&\cdots&\delta_{1n}\\ \delta_{21}&0&\cdots&\delta_{2n}\\ \vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\ \delta_{n1}&\delta_{n2}&\cdots&0\end{bmatrix}.$$

在经典 TODIM 方法的 Step 2 中, 由式 (2) 可知, 根据求得的优势度矩阵通过标准化计算方案的全局价值 $\xi(a_i)$, 并由 $\xi(a_i)$ 的大小对方案进行排序. Gomes 等提出, 对得到的优势度进行标准化处理是为了使得到的结果在 0～1 之间, 这样做更符合人们习惯. 但是, 这样处理的结果不能更好地体现某一方案相对于其他所有方案的总优势度的值, 不能体现某一方案相对于其他所有方案是损失还是收益以及损失和收益的值, 因此本文提出如下计算方案的总优势度的新方法.

根据得到的优势度矩阵, 记

$$\varPhi^+(a_i)=\sum_{k=1,k\neq i}^{n}\delta(a_i,a_k), \tag{8}$$

$$\varPhi^-(a_i)=\sum_{i=1,k\neq i}^{n}\delta(a_i,a_k). \tag{9}$$

其中: $\varPhi^+(a_i)$ 被称为方案 a_i 优于其他所有方案的优势度, $\varPhi^+(a_i)$ 越大, 方案 a_i 越好; $\varPhi^-(a_i)$ 被称为其他所有方案优于方案 a_i 的优势度, 即方案 a_i 劣于其他方案的优势度, $\varPhi^-(a_i)$ 越小, 方案 a_i 越好.

根据 $\varPhi^+(a_i)$ 和 $\varPhi^-(a_i)$, 可计算方案 a_i 的总优势度 $\varPhi(a_i)$, 其计算公式如下:

$$\varPhi(a_i)=\varPhi^+(a_i)-\varPhi^-(a_i). \tag{10}$$

显然 $\varPhi(a_i)$ 越大, 相应的方案 a_i 越好, 故可根据 $\varPhi(a_i)$ 值的大小对方案进行排序.

3 实例分析

本文以文献 [17] 中的案例为例进行分析. 某部队在采购火炮武器时, 有 4 种系列的火炮 $a_i(i=1,2,3,4)$ 可供选择, 并考虑下列 5 项属性: 火力突击能力系数 b_1; 反应能力指数 b_2; 机动能力指数 b_3; 生存能力指数 b_4; 成本 b_5 (元). 决策者给出的属性权重向量为 $\omega=(0.19,0.21,0.22,0.23)$, 各方案关于评价属性的效果值如表 1 所示.

表 1 决策矩阵

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
a_1	[26 000, 27 000]	[2,4]	[18 000, 19 000]	[0.7,0.8]	[15 000, 16 000]
a_2	[60 000, 70 000]	[3,4]	[16 000, 17 000]	[0.3,0.4]	[27 000, 28 000]
a_3	[50 000, 60 000]	[2,3]	[15 000, 16 000]	[0.7,0.8]	[24 000,26 000]
a_4	[40 000, 50 000]	[1,2]	[28 000, 29 000]	[0.4,0.5]	[15 000, 17 000]

3.1 计算过程

在本例中除了成本外, 其余均为效益型属性, 利用文献 [17] 中的规范化, 可得到规范化矩阵如下:

$$X=$$

$$\begin{bmatrix}[0.2401,\ 0.2950] & [0.2981,\ 0.9428]\\ [0.5540,\ 0.7649] & [0.2981,\ 0.7071]\\ [0.4617,\ 0.6556] & [0.1491,\ 0.4714]\\ [0.3693,\ 0.5463] & [0.0000,\ 0.3333]\end{bmatrix}\rightarrow$$

$$\leftarrow\begin{matrix}[0.4307,\ 0.4766] & [0.5385,\ 0.7213]\\ [0.3828,\ 0.4265] & [0.2307,\ 0.3607]\\ [0.3589,\ 0.4014] & [0.5385,\ 0.7213]\\ [0.6699,\ 0.7275] & [0.3077,\ 0.4508]\end{matrix}\rightarrow$$

$$\leftarrow\begin{bmatrix}[0.5706,\ 0.6627]\\ [0.3261,\ 0.3681]\\ [0.3512,\ 0.4142]\\ [0.5371,\ 0.6627]\end{bmatrix}.$$

利用式 (6) 和 (7) 计算两两方案间的优势度, 取 $\theta=2.25$, 则得优势度矩阵为

$$\delta=\begin{bmatrix}0&0.2327&0.2071&0.1829\\ 0.0011&0&0.1079&0.1117\\ -0.0005&0.0977&0&0.1902\\ 0.0554&0.1694&0.0832&0\end{bmatrix}.$$

利用式 (8) 和 (9) 计算方案的优势度为

$$\varPhi^+(a_1)=0.6226,\ \varPhi^+(a_2)=0.2206,$$

$$\Phi^+(a_3) = 0.287\,4,\ \Phi^+(a_4) = 0.308\,1;$$

$$\Phi^-(a_1) = 0.056\,1,\ \Phi^-(a_2) = 0.499\,8,$$

$$\Phi^-(a_3) = 0.398\,1,\ \Phi^-(a_4) = 0.484\,7.$$

由式 (10) 得到方案的总优势度为

$$\Phi(a_1) = 0.566\,5,\ \Phi(a_2) = -0.279\,1,$$

$$\Phi(a_3) = -0.110\,7,\ \Phi(a_4) = -0.176\,7.$$

则方案的优劣顺序为

$$a_1 \succ a_3 \succ a_4 \succ a_2,$$

故决策者可优先考虑 a_1.

3.2 结果分析

文献 [17] 中方案的排序为 $a_1 \succ a_3 \succ a_2 \succ a_4$, 可看出该排序与本文排序不完全一致. 对于方案 2 和方案 4 的排序, 从数据直观来看, 在前两个属性下的二者评价值相差不大, 在后 3 个属性下二者的评价值差距较大, 特别在属性 b_3 和 b_5 下方案 4 的评价值与方案 2 相差近两倍, 且该属性的权重较大, 简单加权求和的结果应是方案 4 优于方案 2; 另一方面, 本文的方法是以其他方案为参考点来判断该方案的收益和损失, 考虑了决策者面对决策时的心理态度, 即决策面对损失和收益时的风险态度. 因此, 从决策矩阵数据来看, 相对于方案 2 而言方案 4 的收益多于损失, 从而由上述分析来看本文的排序更加合理.

θ 的大小反应映了决策面对损失的态度. 结合前景理论可知, Kahneman 等[8]经过大量的实验验证了当 $\theta = 2.25$ 时, 最符合决策者面对风险时的心理态度, 因此本文取 $\theta = 2.25$, 1, 0.3, $\theta = 1$ 表示决策者面对损失时的真实值. 表 2～表 4 给出了 θ 取不同值时改进的 TODIM 方法与经典 TODIM 方法下各方案的值及排序.

表 2　$\theta = 2.25$ 时各方案的值及排序

指 标	a_1	a_2	a_3	a_4	排 序
经典的 TODIM 方法 $\xi(a_i)$	1	0	0.016 44	0.138 3	$a_1 \succ a_4 \succ a_3 \succ a_2$
改进的 TODIM 方法 $\Phi(a_i)$	0.556 5	−0.279 1	−0.110 7	−0.176 6	$a_1 \succ a_3 \succ a_4 \succ a_2$

表 3　$\theta = 1$ 时各方案的值及排序

指 标	a_1	a_2	a_3	a_4	排 序
经典的 TODIM 方法 $\xi(a_i)$	1	0	0.031 3	0.357 8	$a_1 \succ a_4 \succ a_3 \succ a_2$
改进的 TODIM 方法 $\Phi(a_i)$	0.784 4	−0.386 4	−0.159 3	−0.238 6	$a_1 \succ a_3 \succ a_4 \succ a_2$

表 4　$\theta = 0.3$时各方案的值及排序

指 标	a_1	a_2	a_3	a_4	排 序
经典的 TODIM 方法 $\xi(a_i)$	1	0	0.068 1	0.899 3	$a_1 \succ a_4 \succ a_3 \succ a_2$
改进的 TODIM 方法 $\Phi(a_i)$	1.699 5	−0.837 4	−0.363 4	−0.498 7	$a_1 \succ a_3 \succ a_4 \succ a_2$

由表 2～表 4 可以看出, 经典 TODIM 方法和改进 TODIM 方法对方案的排序不一致, 且对于经典的 TODIM 方法, 当 θ 取不同值时方案 1 和方案 2 的总优势度都是 1 和 0, 并且随着 θ 的增大, 方案 3 和方案 4 的区分度逐渐变小, 而各方案在改进的 TODIM 方法下的结果区分度比较明显; 另一方面, 从经典 TODIM 方法的结果无法看出某一方案相对于其他方案是收益还是损失, 而从改进的 TODIM 方法可以看出某一方案相对于其他方案是收益还是损失, 以及收益和损失的值, 因此本文的方法具有一定的理论价值.

4 结　论

本文针对效果评价值为区间灰数的多属性决策问题, 同时考虑决策者面对收益和损失时的不同风险态度的心理行为特征, 提出了一种基于区间灰数的改进的 TODIM 方法. 首先分析了经典 TODIM 方法内在的不足, 提出了一种改进的 TODIM 方法; 改进后的 TODIM 方法能更加明显地得到某一方案相对于其他方案的得失, 且具有概念清晰、计算简单的特点, 为考虑决策者心理行为的决策问题提供了一种新的方法, 具有一定的应用价值.

参考文献(References)

[1] 罗党. 灰色决策问题分析方法[M]. 郑州: 黄河水利出版社, 2005: 15-20.
(Luo D. Analysis method for grey decision-making problems[M]. Zhengzhou: Yellow River Water Conservation Press, 2005: 15-20.)

[2] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 15-16.
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G, et al. Grey system theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 2010: 15-16.)

[3] 谢乃明, 刘思峰. 考虑概率分布的灰数排序方法[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(4): 169-175.
(Xie N M, Liu S F. On comparing grey numbers with their probability distributions[J]. Systems Engineering－Theory & Practice, 2009, 29(4): 169-175.)

[4] 周伟杰, 党耀国, 熊萍萍, 等. 区间灰数的灰色变权与定权聚类模[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(10): 2590-2595.
(Zhou W J, Dang Y G, Xiong P P, et al. Grey clustering model for interval grey number with variable and fixed weights[J]. Systems Engineering － Theory & Practice, 2013, 33(10): 2590-2595.)

[5] 曾波, 刘思峰, 李川, 等. 基于蛛网面积的区间灰数灰靶决策模型[J]. 系统工程与电子术, 2013, 35(11): 2329-2334.
(Zeng B, Liu S F, Li C, et al. Grey target decision-making model of interval grey number based on cobweb area[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(11): 2329-2334.)

[6] 杨保华, 方志耕, 周伟, 等. 基于信息还原算子的多指标区间灰数关联决策模型[J]. 控制与决策, 2012, 27(2): 182-186.
(Yang B H, Fang Z G, Zhou W, et al. Incidence decision model of multi-attribute interval grey number based on information reduction operator[J]. Control and Decision, 2012, 27(2): 182-186.)

[7] 王鹏飞, 李畅. 不确定多属性决策双目标组合赋权模型研究[J]. 中国管理科学, 2012, 24(4): 104-108.
(Wang P F, Li C. The study of multiple attribute decision making based on bi-objective combined weights model[J]. Chinese J of Management Science, 2012, 24(4): 104-108.)

[8] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Economica, 1979, 47(2): 263-291.

[9] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. J of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297-323.

[10] Gomes L F A M, Lima M M P P. TODIM: Basics and application to multi-criteria ranking of projects with environmental impacts[J]. Foundations of Computing and Decision Sciences, 1992(16): 113-127.

[11] Fan Zhi Ping, Zhang Xiao, Chen Fa-Dong, et al. Extended TODIM method for hybrid multiple attribute decision making problems[J]. Knowledge-Based Systems, 2013(42): 40-48.

[12] Rodolfo Lourenzutti, Renato A Krohling. A study of TODIM in a intuitionistic fuzzy and random environment[J]. Expert Systems with Applications, 2013, 40: 6459-6468.

[13] Rodolfo Lourenzutti, Renato A Krohling. The hellinger distance in multicriteria decision making: An illustration to the TOPSIS and TODIM methods[J]. Expert Systems with Applications, 2014, 41: 4414-4421.

[14] 樊治平, 陈发动, 张晓. 考虑决策者心理行为的区间数多属性决策方法[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2011, 32(1): 136-139.
(Fan Z P, Chen F D, Zhang X. Method for interval multiple attribute decision-making considering decision-maker's psychological behavior[J]. J of Northeastern University: Natural Science, 2011, 32(1): 136-139.)

[15] Zaras K. Rough approximation of a preference relation by a multi-attribute stochastic dominance for determinist and stochastic evaluation problems[J]. European J of Operational Research, 2001, 130: 305-314.

[16] Zaras K, Martel J M. Multi-attribute analysis based on stochastic dominance[C]. Models and Experiments in Risk and Rationality. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994: 225-248.

[17] 宋捷, 党耀国, 王正新, 等. 正负靶心灰靶决策模型[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(10): 1822-1827.
(Song J, Dang Y G, Wang Z X, et al. New decision model of grey target with both the positive clout and the negative clout[J]. Systems Engineering － Theory & Practice, 2010, 30(10): 1822-1827.)

(责任编辑：孙艺红)