

MISO系统基于正交匹配追踪算法的参数与时滞联合估计

刘艳君^{a,b}, 陶太洋^b, 丁 锋^{a,b}

(江南大学 a. 轻工过程先进控制教育部重点实验室, b. 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 在有限采样情况下, 研究具有时滞的多输入单输出受控自回归系统的参数辨识和时滞估计问题. 当采样次数少于未知变量数时, 描述系统的方程组是欠定的, 对其目标函数求解是 NP-hard 问题, 传统方法无法有效辨识出系统参数. 受压缩感知理论的启发, 基于参数向量所具有的稀疏特性, 提出一种新的阈值正交匹配追踪算法辨识系统的参数和时滞. 仿真实验表明, 所提出的算法能在少量采样时有效地辨识系统参数、估计未知时滞, 同时验证了算法的有效性.

关键词: 压缩感知; 稀疏; 参数辨识; 时滞估计; 正交匹配追踪算法

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Parameter and time-delay identification for MISO systems based on orthogonal matching pursuit algorithm

LIU Yan-jun^{a,b}, TAO Tai-yang^b, DING Feng^{a,b}

(a. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry, Ministry of Education, b. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: LIU Yan-jun, E-mail: yanjunliu.1983@126.com)

Abstract: The identification problem of the multiple-input single-output controlled autoregressive systems with unknown time-delays and finite sampled data is studied. A linear equation set is said to be undetermined if the number of equations is less than that of unknown variables. Traditional methods such as the least squares algorithm cannot provide the unique solution for an undetermined equation set because it is an NP-hard problem. Based on the compressed sensing theory, a new orthogonal matching pursuit(OMP) algorithm is proposed for estimating the time-delays of the input channels and the system parameters. The simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: compressed sensing; sparse; parameter estimation; time-delay estimation; orthogonal matching pursuit algorithm

0 引言

系统辨识是根据输入输出数据建立系统数学模型的理论和方法. 常规的系统辨识方法, 如最小二乘类算法、随机梯度辨识算法等^[1], 要求有大量的采样数据才能获得良好的辨识效果, 但大量数据的采集过程和计算过程需要耗费大量的成本. 时滞系统在现实工业过程中普遍存在, 如热工系统、化工过程等^[2], 在传感网络、无线通信系统中也广泛存在^[3], 因此时滞辨识对于系统的分析与综合非常重要. 时滞的估计有许多方法, 如基于最小二乘的时滞辨识方法^[4-5]. 这些时滞估计算法同样需要大量数据, 当系统时滞较大时,

可能带来不可接受的近似误差. 因此, 找到一种在采样数据有限时, 能够快速有效地估计时滞系统的参数和时滞的方法显得十分必要.

本文借助压缩感知(CS)理论, 讨论在采样数据有限的情况下估计系统参数和时滞的方法. CS是Donoho等^[6-9]根据信号的稀疏表示和近似理论提出的, 可由低维的观测向量和测量矩阵重构未知高维稀疏信号. CS理论一经提出便引起了国内外学者的研究热情, 随之出现了不少研究成果. 文献[10-12]对CS的基本概念、信号的稀疏变换、测量矩阵的选择、重构算法和应用前景进行了综述. 文献[13]利用

收稿日期: 2014-09-18; 修回日期: 2014-12-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61304138, 61473136, 61203111); 江苏省自然科学基金项目(BK20130163).

作者简介: 刘艳君(1983-), 女, 讲师, 博士, 从事系统辨识、自适应控制的研究; 丁锋(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 从事系统辨识、自适应控制等研究.

压缩感知理论研究了通信信道的辨识问题. 文献[14]基于约束等距特性, 比较了各种贪婪算法的性能. 最近, CS理论开始用于系统辨识的研究, 如文献[15]讨论了多输入单输出受控自回归(MISO-CAR)系统, 在无噪声情况下的辨识问题.

本文基于CS理论, 针对时滞MISO-CAR系统, 考虑具有噪声干扰, 且采样数据有限(即采样次数低于稀疏系统参数维数)情况下的参数估计与时滞辨识方法. 仿真实验表明, 所提出的算法能在少量采样时有效地辨识系统参数、估计未知时滞, 同时验证了算法的有效性.

1 模型描述

考虑CAR模型描述的MISO系统

$$A(z)y(t) = \sum_{i=1}^r z^{-d_i} B_i(z)u_i(t) + v(t). \quad (1)$$

其中: $u_i(t) \in \mathbf{R}$ ($i = 1, 2, \dots, r$) 为系统的第 i 个输入; $y(t) \in \mathbf{R}$ 为系统的输出; $v(t)$ 为零均值白噪声; d_i 为第 i 个输入的时滞; $A(z)$ 和 $B_i(z)$ 为时间移位算子 z^{-1} [$z^{-1}y(t) = y(t-1)$] 的常系数多项式, 有

$$A(z) := 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a},$$

$$B_i(z) := b_{i1} z^{-1} + b_{i2} z^{-2} + \dots + b_{i n_{b_i}} z^{-n_{b_i}}.$$

假设多项式 $A(z)$ 的阶次 n_a 已知, 时滞 d_i 和阶次 n_{b_i} 未知, 当 $t \leq 0$ 时, 有

$$y(t) = 0, u_i(t) = 0, v(t) = 0.$$

定义信息向量 $\varphi_y(t)$, $\varphi_{u_i}(t)$, $\varphi(t)$ 和参数向量 θ_y , θ_{u_i} , θ 分别为

$$\varphi_y(t) := [-y(t-1), \dots, -y(t-n_a)]^T \in \mathbf{R}^{n_a},$$

$$\varphi_{u_i}(t) := [u_i(t-1), \dots, u_i(t-d_i), \dots,$$

$$u_i(t-d_i-n_{b_i}), \dots, u_i(t-l)]^T \in \mathbf{R}^l,$$

$$\varphi(t) := [\varphi_y^T(t) | \varphi_{u_1}^T(t) | \dots | \varphi_{u_r}^T(t)]^T \in \mathbf{R}^N,$$

$$\theta_y := [a_1, a_2, \dots, a_{n_a}]^T \in \mathbf{R}^{n_a},$$

$$\theta_{u_i} := \underbrace{[0, \dots, 0, b_{i1}, \dots, b_{i n_{b_i}}]}_{d_i} \underbrace{[0, \dots, 0]}_{l-(n_{b_i}+d_i)}]^T \in \mathbf{R}^l,$$

$$\theta := [\theta_y^T | \theta_{u_1}^T | \dots | \theta_{u_r}^T]^T \in \mathbf{R}^N, N := n_a + \sum_{i=1}^r l.$$

其中 l 为输入数据回归长度, l 一般取足够大, 即

$$l \geq \max(d_i) + \max(n_{b_i}).$$

系统模型(1)可改写为如下紧凑形式:

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta + v(t). \quad (2)$$

若采样次数为 m , 定义下列堆积向量和矩阵:

$$y_m := [y(1), y(2), \dots, y(m)]^T \in \mathbf{R}^m,$$

$$\Phi_m := [\varphi(1), \varphi(2), \dots, \varphi(m)]^T \in \mathbf{R}^{m \times N},$$

$$v_m := [v(1), v(2), \dots, v(m)]^T \in \mathbf{R}^m,$$

则有

$$y_m = \Phi_m \theta + v_m. \quad (3)$$

对于辨识模型(3), 采用常规辨识方法如最小二乘算法可以获得参数向量 θ 的估计值

$$\hat{\theta}_{LS} = (\Phi_m^T \Phi_m)^{-1} \Phi_m^T y_m.$$

由于参数向量 θ 的维数 N 很大, 最小二乘估计要求采样数 $m \gg N$, 即需要大量的采样样本数据, 从而花费大量的实验时间和成本. 本文基于压缩感知理论, 提出一种阈值-正交匹配追踪(TH-OMP)算法. 该算法可以在较少的采样数据下, 即当 $m < N$ 时, 获得系统的时滞和参数估计.

2 压缩感知重构理论

为了便于描述在有限采样数据下的辨识算法, 下面介绍CS的一些定义和重构理论.

对于 $x \in \mathbf{R}^n$, 定义

$$\|x\|_0 := \lim_{p \rightarrow 0} \|x\|_p^p =$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} \sum_{j=1}^n |x_j|^p = \#\{i : x_i \neq 0\},$$

表示向量 x 中非零元素的个数^[16]. 对于任一向量 $\theta \in \mathbf{R}^N$, 若有 $\|\theta\|_0 = K$ ($K \ll N$), 则称 θ 稀疏且稀疏度为 K . CS的重构问题是由矩阵方程

$$y = \Phi \theta \quad (4)$$

求解未知向量 θ . 其中: $\Phi \in \mathbf{R}^{m \times N}$ ($m < N$) 为已知的满秩测量矩阵, $y \in \mathbf{R}^m$ 为观测向量. 由线性代数理论可知式(4)有无穷多解, 是一个NP-hard问题.

理论研究表明, 对于适当稀疏的 $\theta \in \mathbf{R}^N$, 当规范化后的测量矩阵 Φ 满足下列 k 阶约束等距(RIP)条件^[6,17-18]:

$$(1 - \delta_k) \|\theta\|^2 \leq \|\Phi \theta\|^2 \leq (1 + \delta_k) \|\theta\|^2,$$

则方程(4)有唯一解. 使上式成立的最小数值 $\delta_k \in (0, 1)$ 称为 Φ 的约束等距常数.

对于MISO系统(1), 参数向量的维数为 $N = n_a + lr$, 参数向量的稀疏度

$$K = \|\theta\|_0 = n_a + \sum_{i=1}^r n_{b_i} \ll N.$$

根据压缩感知理论, 系统(3)的辨识问题可转换为式(4)在噪声干扰下的重构问题, 即为下式在最小0范数约束下的求解问题:

$$\hat{\theta} = \arg \min \|\theta\|_0,$$

$$\text{s.t. } \|\Phi_m \theta - y_m\| < \varepsilon. \quad (5)$$

约束项 $\varepsilon > 0$ 为给定的误差范围^[19-20].

3 辨识算法

CS 领域主要采用贪婪方法或凸优化方法对式 (5) 求解. 贪婪方法中, OMP 算法的计算复杂度低且计算速度快, 对不同的参数维数和稀疏度有较强的鲁棒性. 本文针对有噪声干扰的情况, 提出一种基于 OMP 的改进算法实现对系统的辨识. 辨识模型 (3) 中, 由于 $\|\theta\|_0 = K$, y_m 可以看作是信息矩阵 Φ_m 中 K 个列向量的线性组合. 对系统进行辨识便是依次找出这 K 个列向量, 并由此求出对应的未知参数. 具体算法如下.

首先给出一些变量的说明. 令迭代次数为 $k(k = 1, 2, \dots)$. θ_i 表示 θ 中的第 i 个元素, ϕ_i 表示信息矩阵 Φ_m 的第 i 列, λ_k 表示第 k 次迭代选择的 Φ_m 中列的索引, Λ_k 为前 k 次迭代选择的 Φ_m 中列的索引构成的索引集, r_k 表示第 k 次迭代得到的残差, Φ_{Λ_k} 表示由 Λ_k 指示的 Φ_m 中的 k 列组成子信息矩阵, $\hat{\theta}_{\Lambda_k}$ 表示第 k 次迭代得到的参数估计.

初始迭代时, 令残差 $r_0 = y_m$, $\Lambda_0 = \emptyset$, $\hat{\theta}_{\Lambda_0} = \mathbf{0}$. 在第 k 次迭代时, 遍历信息矩阵 Φ_m 的所有列, 搜寻正则化后与残差 r_{k-1} 内积绝对值最大的一列, 并将那一列的列标记为 λ_k , 即

$$\lambda_k = \arg \max_{i=\{1,2,\dots,N\}} |\langle r_{k-1}, \phi_i \rangle|. \quad (6)$$

将 λ_k 并入集合 Λ_k 中, 根据索引集 Λ_k 的指示确定子信息矩阵 Φ_{Λ_k} , 极小化下列准则函数:

$$J(\theta_{\Lambda_k}) = \|y_m - \Phi_{\Lambda_k} \theta_{\Lambda_k}\|^2, \quad (7)$$

得到第 k 次迭代参数向量的估计值为

$$\hat{\theta}_{\Lambda_k} = \Phi_{\Lambda_k}^+ y_m, \quad (8)$$

其中 $\Phi_{\Lambda_k}^+ = (\Phi_{\Lambda_k}^T \Phi_{\Lambda_k})^{-1} \Phi_{\Lambda_k}^T$ 为 Φ_{Λ_k} 的广义逆. 第 k 次迭代的残差为

$$r_k = y_m - \Phi_{\Lambda_k} \hat{\theta}_{\Lambda_k}. \quad (9)$$

令 $k = k + 1$, 进入下一次迭代. 若系统中没有噪声干扰, 则迭代 K 次后, 残差为零, 可精确地确定稀疏度为 K 的参数向量中非零元素的位置和非零参数的估计值. 若系统受噪声干扰, 则单一的 OMP 算法存在较大参数估计误差. 为降低参数估计误差, 本文通过设定一个很小的阈值 $\text{TH} = \epsilon$ 对每次估计的 $\hat{\theta}_{\Lambda_k}$ 进行滤波, 如果 $|\theta_i| < \epsilon$, 则令 $\theta_i = 0$, 滤波后的估计值记为 $\hat{\theta}_{\Lambda_{k\epsilon}}$. 此时残差的计算式为

$$r_k = y_m - \Phi_{\Lambda_k} \hat{\theta}_{\Lambda_{k\epsilon}}. \quad (10)$$

给定一个允许误差 ϵ , 当 $\|r_k\| < \epsilon$ 时, 停止迭代. 迭代停止后可根据集合 Λ_k 的指示将 $\hat{\theta}_{\Lambda_{k\epsilon}}$ 恢复为 N 维的参数向量估计值 $\hat{\theta}$. 这种算法称为基于阈值滤波的正交匹配追踪 (TH-OMP) 算法.

值得说明的是, 式 (7) 对 $\hat{\theta}_{\Lambda_k}$ 求导可得

$$-\Phi_{\Lambda_k}^T (y_m - \Phi_{\Lambda_k} \hat{\theta}_{\Lambda_k}) = \Phi_{\Lambda_k}^T r_k = \mathbf{0}. \quad (11)$$

式 (11) 表明, TH-OMP 算法在迭代过程中, 第 k 次迭代的残差 r_k 与 Φ_{Λ_k} 中的列均正交, 在第 $k + 1$ 次迭代时, 只需计算 r_k 与 Φ_m 中除去 Φ_{Λ_k} 的各列的内积, 因此可以减少算法的计算量, 即将式 (6) 改写为

$$\lambda_k = \arg \max_{i \in \Omega \setminus \Lambda_{k-1}} |\langle r_{k-1}, \phi_i \rangle|,$$

$$\Omega = \{1, 2, \dots, N\}.$$

采样次数 m 的选择与系统参数向量 θ 的维数 N 和稀疏度 K 有关. 对于 OMP 算法, 文献 [12] 指出, 当 $m \geq cK$, $c \approx 2 \ln(N)$ 时, 能以较高的概率恢复 θ .

为了更清晰地阐明 TH-OMP 算法, 下面给出 TH-OMP 算法的具体流程.

Step 1: 初始化. 令 $k = 1$, $r_0 = y_m$, $\Lambda_0 = \emptyset$, $\hat{\theta}_0 = \mathbf{0}$.

Step 2: 确定 λ_k , $\lambda_k = \arg \max_{i \in \Omega \setminus \Lambda_{k-1}} |\langle r_{k-1}, \phi_i \rangle|$, 其中 $\Omega = \{1, 2, \dots, N\}$.

Step 3: 更新集合 $\Lambda_k = \Lambda_{k-1} \cup \{\lambda_k\}$.

Step 4: 由 Λ_k 指向 Φ_m 的列组成的子信息矩阵 Φ_{Λ_k} 和 y_m 计算第 k 次的估计值 $\hat{\theta}_{\Lambda_k} = \Phi_{\Lambda_k}^+ y_m$.

Step 5: 设置阈值 $\text{TH} = \epsilon$ 对参数向量 $\hat{\theta}_{\Lambda_k}$ 进行滤波, 得到 $\hat{\theta}_{\Lambda_{k\epsilon}}$.

Step 6: 更新残差 $r_k = y_m - \Phi_{\Lambda_k} \hat{\theta}_{\Lambda_{k\epsilon}}$.

Step 7: 若残差 $\|r_k\| < \epsilon$ 或迭代次数 k 达到设置值时, 则停止迭代, 否则令 $k = k + 1$, 返回 Step 2 继续迭代.

Step 8: 由 $\hat{\theta}_{\Lambda_{k\epsilon}}$ 恢复 $\hat{\theta}$.

得到参数估计值 $\hat{\theta} \in \mathbf{R}^N$ 后, 根据 $\hat{\theta}$ 中每个非零元素块元素的个数可依次确定 n_{bi} , 再根据输入阶次 n_a 和输入通道的数据回归长度 l 可估计出系统每个通道的时滞. 由参数向量的结构可知, $\hat{\theta}$ 中共有 $r + 1$ 个零元素块, 令零元素块中零元的个数为 $n_i (i = 1, 2, \dots, r + 1)$, 则输入通道的时滞估计为

$$\hat{d}_1 = n_1,$$

$$\hat{d}_i = n_i - (l - \hat{d}_{i-1} - n_{bi}), \quad i = 2, 3, \dots, r. \quad (12)$$

4 仿真实验

考虑具有时滞的 MISO-CAR 系统

$$A(z)y(t) = \sum_{i=1}^5 z^{-d_i} B_i(z)u_i(t) + v(t),$$

$$A(z) = 1 - 1.65z^{-1} + 0.82z^{-2},$$

$$B_1(z) = -0.28z^{-1} + 0.27z^{-2},$$

$$B_2(z) = 0.25z^{-1} - 0.26z^{-2},$$

$$B_3(z) = -0.22z^{-1} + 0.32z^{-2},$$

$$B_4(z) = 0.38z^{-1} - 0.34z^{-2},$$

$$B_5(z) = 0.24z^{-1} - 0.38z^{-2}.$$

输入通道的时滞分别为

$$d_1 = 51, d_2 = 40, d_3 = 31, d_4 = 20, d_5 = 10.$$

取 $l = 60$, 则系统可写为式 (2) 的形式. 其中: 参数向量为

$$\theta = [-1.65, 0.82, 0_{51} - 0.28, 0.27, 0_{47}, 0.25, -0.26, 0_{47}, -0.22, 0.32, 0_{49}, 0.38, -0.34, 0_{47}, 0.24, -0.38, 0_{48}]^T \in \mathbf{R}^N,$$

0_i 为含有 i 个零元素的零块, 参数向量维数 $N = n_a + lr = 302$, 稀疏度为 $K = n_a + \sum_{i=1}^r n_{bi} = 12$.

仿真时, 输入 $\{u_i(t)\}$ 采用零均值单位方差不相关可测随机信号序列, $\{v(t)\}$ 采用方差为 $\sigma^2 = 0.10^2$ 的零均值白噪声序列. 在不同的数据长度 m 下, 分别采用 OMP 算法和本文提出的 TH-OMP 算法对该系统进行辨识, 参数估计误差 $\delta := \|\theta - \hat{\theta}\|/\|\theta\|$ 随 m 变化的曲线如图 1 所示. 仿真实验期望最后的参数估计值保留到小数点后两位, 故取 $\text{TH} = 0.01$. 由图 1 可见, 当采样次数 m 达到 110 左右时, 参数估计误差趋于稳定, 且 TH-OMP 算法的辨识精度要高于 OMP 算法.

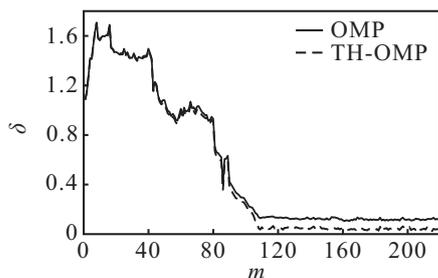


图 1 参数估计误差 δ 随采样数据长度 m 的变化曲线

定义系统时滞估计成功率为

$$\text{SR} := \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (\hat{d}_i/d_i),$$

SR 越接近于 1, 表明时滞的估计越准确. 系统时滞估计的成功率 SR 随采样长度 m 的变化如图 2 所示.

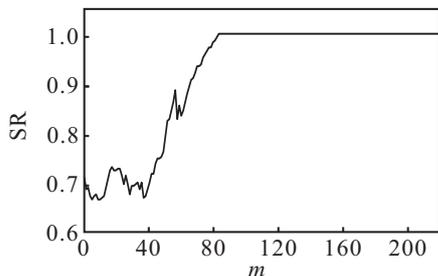


图 2 SR 随采样数据长度 m 的变化曲线

当 $m = 120$ 时, 利用本文提出的算法得到参数的估计误差 δ 随迭代次数 k 变化的曲线如图 3 所示. 辨

识结果为

$$\hat{\theta} = [-1.66, 0.83, 0_{51}, -0.28, 0.28, 0_{47}, 0.25, -0.25, 0_{49}, -0.21, 0.32, 0_{47}, 0.37, -0.32, 0_{47}, 0.25, -0.40, 0_{48}]^T. \quad (13)$$

根据非零元素的个数可知 $n_{bi} = 2$. 结合式 (12) 和 (13) 可知各个输入通道的时滞估计为

$$\begin{aligned} \hat{d}_1 &= 51, \\ \hat{d}_2 &= 47 - (l - \hat{d}_1 - n_{b1}) = 40, \\ \hat{d}_3 &= 49 - (l - \hat{d}_2 - n_{b2}) = 31, \\ \hat{d}_4 &= 47 - (l - \hat{d}_3 - n_{b3}) = 20, \\ \hat{d}_5 &= 48 - (l - \hat{d}_4 - n_{b4}) = 10. \end{aligned} \quad (14)$$

\hat{d}_5 也可以用最后一个零块来计算, 即 $\hat{d}_5 = l - (48 + n_{b4}) = 10$.

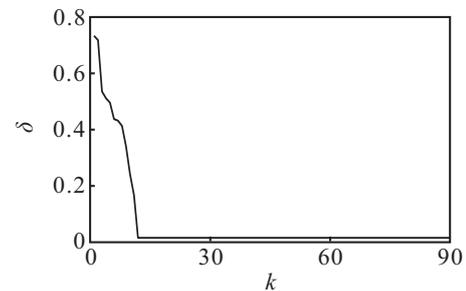


图 3 参数估计误差 δ 随迭代次数 k 的变化曲线

定义参数估计的匹配度 $\text{FR} := \hat{\theta}_i/\theta_i$. 系统中部分参数估计的匹配度 FR 随迭代次数变化的曲线如图 4 所示.

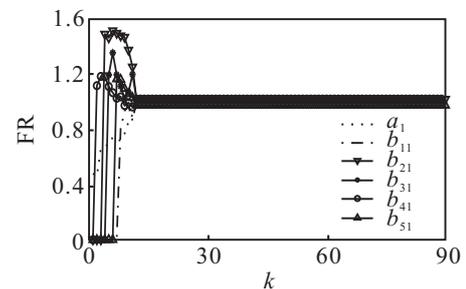


图 4 参数的匹配度 FR 随迭代次数 k 的变化曲线

由图 1~图 4、式 (13) 和 (14) 可见, 对于具有大时滞的 MISO-CAR 系统, 仅已知阶次 n_a 和设定足够大的输入数据回归长度 l , 便可以通过有限的测量数据 ($m < N$) 有效地估计出系统的未知参数、阶次 n_{bi} 和时滞 d_i .

5 结 论

本文针对具有大时滞的 MISO-CAR 系统, 基于压缩感知理论, 提出了一种可以同时估计系统参数、未知时滞和系统部分阶次的算法——TH-OMP 算法, 阈值 TH 的引入可以有效降低因噪声干扰产生的参数辨识误差. 由于该算法相对于参数向量的维数而言只

需要少量的采样数据,可以节约辨识实验中的采样成本,提高辨识效率.仿真实验表明,所提出的算法能在少量采样时有效地辨识系统参数、估计未知时滞,同时验证了算法的有效性.

参考文献(References)

- [1] 丁锋. 系统辨识新论[M]. 北京: 科学出版社, 2013: 20-33.
(Ding F. System identification—New theory and methods[M]. Beijing: Science Press, 2013: 20-33.)
- [2] Zheng G, Barbot J P, Boutat D. Identification of the delay parameter for nonlinear time-delay systems with unknown inputs[J]. *Automatica*, 2013, 49(6): 1755-1760.
- [3] Richard J P. Time delay systems: An overview of some recent advances and open problems[J]. *Automatica*, 2003, 39(9): 1667-1694.
- [4] 王贞, 吴斌. 基于最小二乘法的时滞实时在线估计方法[J]. *振动工程学报*, 2009, 22(6): 625-631.
(Wang Z, Wu B. A real-time approach to delay estimation based on the Least-Square algorithm[J]. *J of Vibration Engineering*, 2009, 22(6): 625-631.)
- [5] 王建宏, 王道波, 王志胜. 多个未知时延的 MISO 系统的递推辨识[J]. *控制与决策*, 2010, 25(1): 93-98.
(Wang J H, Wang D B, Wang Z S. Recursive identification of MISO systems with multiple unknown time delays[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(1): 93-98.)
- [6] Donoho D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [7] Candès E J. Compressive sampling[C]. *Proc of the 2006 Int Congress of Mathematics*. Madrid: European Mathematical Society, 2006: 1433-1452.
- [8] Candès E J. Robust uncertainty principles: Extra signal reconstruction from highly frequency information[J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [9] Candès E J, Romberg J R, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2006, 59(8): 1207-1223.
- [10] Candès E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21-30.
- [11] 李树涛, 魏丹. 压缩传感综述[J]. *自动化学报*, 2009, 35(11): 1369-1377.
(Li S T, Wei D. A survey on compressive sensing[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2009, 35(11): 1369-1377.)
- [12] 石光明, 刘丹华, 高大化, 等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. *电子学报*, 2009, 37(5): 1070-1081.
(Shi G M, Liu D H, Gao D H, et al. Advances in theory and application of compressed sensing[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(5): 1070-1081.)
- [13] 郭金库, 吴瑾颖, 刘光斌. 基于稀疏表示的系统辨识方法[J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(9): 1231-1234.
(Guo J K, Wu J Y, Liu G B. System identification based on the sparse representation of signals[J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(9): 1231-1234.)
- [14] 方红, 杨海蓉. 贪婪算法与压缩感知理论[J]. *自动化学报*, 2011, 37(12): 1413-1421.
(Fang H, Yang H R. Greedy algorithms and compressed sensing[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(12): 1413-1421.)
- [15] Sanandji B M, Vincent L T, Wakin M B, et al. Compressive system identification of LTI and LTV ARX models[C]. *Proc of the 50th IEEE Conf on Decision and Control and European Control*. Orlando, 2011: 791-798.
- [16] Elad M. Sparse and redundant representations: From theory to applications in signal and image processing[M]. New York: Springer-Verlag, 2010: 11-13.
- [17] Baraniuk R. A lecture on compressive sensing[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(4): 118-121.
- [18] Candès E J, Tao T. Decoding by linear programming[J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2005, 51(12): 4203-4215.
- [19] Tropp J A. Just relax: Convex programming methods for identifying sparse signals in noise[J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2006, 52(3): 1030-1051.
- [20] Fuchs J J. Recovery of exact sparse representation in the presence of bounded noise[J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2005, 51(10): 3601-3608.

(责任编辑: 郑晓蕾)