

受干预多智能体系统的一致性分析及控制

袁玩贵^{a,b}, 屈百达^b

(江南大学 a. 理学院, b. 物联网学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 运用图论、矩阵分析和极限理论, 研究当通信拓扑结构连通的多智能体系统受到干预时, 系统仍保持一致性的充分条件及其平衡状态. 利用指数函数快速递减且可积的特性, 设计干预控制器, 控制多智能体系统收敛到指定位置. 仿真研究实验验证了所提出结论的正确性.

关键词: 多智能体系统; 一致性; 干预; 控制协议

中图分类号: TP18

文献标志码: A

Consensus analysis and control of multi-agent systems with intervention

YUAN Wan-gui^{a,b}, QU Bai-da^b

(a. School of Science, b. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China.

Correspondent: YUAN Wan-gui, E-mail: ywg_602@163.com)

Abstract: Based on the graph theory, the matrix theory and the limit theory, sufficient conditions and consensus value for the consistency of the multi-agent systems with intervention in connected interaction topology is presented. Then, a intervention controller is designed to converge to the specified location, according to the characteristics of the exponential function with fast decreasing and integrability. Finally, Simulation results show the effectiveness of theoretical results.

Key words: multi-agent systems; consensus; intervention; control protocol

0 引言

近年来, 关于多智能体系统的研究已成为系统控制学科的前沿热点, 是复杂网络系统中最有活力的领域之一. 这方面的研究成果在很多领域有着广泛的应用, 如多机器人系统、智能交通、协调专家系统、分布式智能决策、分布式计算、多自主飞行器和无线传感网络通讯协调控制等.

一致性问题一直是多智能体系统的主要研究课题之一. 早在1987年, Reynolds按照自然界中动物群体行为的特点, 提出了著名的Boid模型. 在此之后, 文献[1]提出了Vicsek模型; 文献[2]利用代数图论和控制理论对Vicsek模型作了理论分析; 文献[3]得到了当通信拓扑图无向连通时, 多智能体一致收敛, 并给出了多智能体一致收敛状态, 即收敛于多智能体初始位置的平均值处; 文献[4]指出当通信网络拓扑结构图为连通的非平衡拓扑结构时, 多智能体一致收敛于初始位置的凸组合. 所有这些研究, 均依据多智能

体本身状态设置控制协议, 在通信拓扑结构连通或存在生成树时, 各智能体收敛于系统内部的平衡状态. 近年来, 多智能体系统受到干预或干扰后的行为逐渐成为研究热点^[5], 但这些文献主要是通过向Vicsek模型中添加个体的干预方法, 或是依据智能体自身的状态, 设置干预控制(多数采用线性状态反馈控制), 研究其一致收敛条件.

对于稳定运行的多智能体系统, 当受到干预或干扰(与自身状态无关)时, 系统仍能稳定的条件是什么, 其收敛平衡点如何, 以及若想控制多智能体系统的行为(如控制整个鱼群的行为等), 应设计怎样的控制协议, 是本文所研究的核心问题.

1 问题描述

利用图 $G = (V, E, A)$ 表示邻接矩阵为 A 的多智能体网络通信结构. $V = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 表示图 G 的节点集, E 表示图 G 的边集, $e_{ij} = (p_i, p_j)$ 表示图 G 的一条边. 当 $e_{ij} \in E$ 时, 定义邻接矩阵 A 的元

收稿日期: 2014-10-15; 修回日期: 2015-01-29.

作者简介: 袁玩贵(1974—), 男, 博士生, 从事多智能体系统的研究; 屈百达(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 从事控制系统理论与应用等研究.

素 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$. \mathbf{L} 为与邻接矩阵 \mathbf{A} 相对应的 Laplacian 矩阵, \mathbf{N}_i 表示智能体 i 的邻居集合.

考虑一阶多智能体系统

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{u}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i$ 分别为智能体 i 的状态向量和控制协议.

文献 [2-3, 6-8] 中均采用

$$\mathbf{u}_i = - \sum_{j \in \mathbf{N}_i} a_{ij} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

为系统的控制协议, 并得到了在通讯拓扑图强连通条件下, 多智能体系统一致收敛到各智能体初始位置的加权平均值, 但实际应用中智能体经常受到外在环境的干预或干扰. 为此, 本文考虑如下控制协议:

$$\mathbf{u}_i = - \sum_{j \in \mathbf{N}_i} a_{ij} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

其中 ϵ_i 为外在干预.

若记 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)^T$, $\boldsymbol{\epsilon} = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n)^T$, 则在式 (3) 控制下的多智能体系统 (1) 可描述为以下向量形式:

$$\dot{\mathbf{x}} = -\mathbf{L}\mathbf{x} + \boldsymbol{\epsilon}. \quad (4)$$

受干预的多智能体系统 (4) 在系统通讯保持强连通的情况下, 其一致收敛的平衡状态如何及采用怎样的干预 $\epsilon(t)$ 使系统状态收敛于指定位置是本文研究的主要内容.

2 主要结论

定理 1 对于通信拓扑图强连通的多智能体系统 (4), 若干预 $\epsilon(t)$ 满足以下条件: 1) $\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = 0$; 2) $\int_0^\infty \epsilon(t) dt = \mathbf{y}$ 存在. 则多智能体系统 (4) 一致收敛于以下平衡状态:

$$\mathbf{x}(\infty) = \boldsymbol{\gamma}^T (\mathbf{x}(0) + \mathbf{y}) \mathbf{1}. \quad (5)$$

其中: $\mathbf{1}$ 为 n 阶单位列向量, $\boldsymbol{\gamma}$ 为矩阵 \mathbf{L} 的特征值 0 所对应的左特征向量.

注 1 由数学分析知识可知: 当定理 1 中的条件 1) 和条件 2) 均满足时, 可推导出 $\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = 0$, 即定理中的条件 1) 可改为 $\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = 0$.

证明 根据微分方程理论, 多智能体系统 (4) 的状态向量积分形式解为

$$\mathbf{x}(t) = e^{-\mathbf{L}t} \mathbf{x}(0) + \int_0^t e^{-\mathbf{L}(t-\tau)} \boldsymbol{\epsilon}(\tau) d\tau. \quad (6)$$

记 $\mathbf{x}_0(t) = e^{-\mathbf{L}t} \mathbf{x}(0)$, 显然是由控制协议 (2) 所产生的状态分量 (以下称为多智能体系统 (4) 的固有状态分量), 记 $\mathbf{x}_\epsilon(t) = \int_0^t e^{-\mathbf{L}(t-\tau)} \boldsymbol{\epsilon}(\tau) d\tau$ 为由于系统 (1) 受干预 $\epsilon(t)$ 的影响所得到的状态分量 (下文称为干预状态分量).

由文献 [3] 可知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}_0(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\mathbf{L}t} \mathbf{x}(0) = \mathbf{1} \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{x}(0). \quad (7)$$

为此, 只需证明

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}_\epsilon(t) = \mathbf{1} \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{y}. \quad (8)$$

令 \mathbf{L} 的 k 个特征值为 $\lambda_1 = 0, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_k$. 由文献 [4] 可知 $0 < \text{Re}(\lambda_2) < \text{Re}(\lambda_3) < \dots < \text{Re}(\lambda_k)$, 其中记特征值 λ_i ($i = 2, 3, \dots, k$) 的代数重数为 $r_i, i = 2, 3, \dots, k$, 则 $r_2 + r_3 + \dots + r_k = n - 1$.

根据矩阵的若当标准形理论, 必存在可逆矩阵 $\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_n]^T$, 其逆矩阵 $\mathbf{P}^{-1} = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_n]$, 满足

$$-\mathbf{L} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{J} \mathbf{P}. \quad (9)$$

其中: \mathbf{J} 为矩阵 $-\mathbf{L}$ 的若当标准形, 即 $\mathbf{J} = \text{diag}(0, \mathbf{J}_2, \mathbf{J}_3, \dots, \mathbf{J}_k)$, 若当块

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} -\lambda_i & 1 & \cdots & \cdots & 1 \\ & -\lambda_i & 1 & \ddots & \vdots \\ & & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & -\lambda_i & 1 \\ & & & & -\lambda_i \end{bmatrix}_{r_i \times r_i}, \quad (10)$$

这里 $i = 2, 3, \dots, k$.

注意到矩阵 $-\mathbf{L}$ 的若当标准形 \mathbf{J} 是分块对角矩阵, 由矩阵理论可知

$$e^{\mathbf{J}(t-\tau)} = \text{diag}(1, e^{\mathbf{J}_2(t-\tau)}, \dots, e^{\mathbf{J}_k(t-\tau)}). \quad (11)$$

其中

$$e^{\mathbf{J}_i(t-\tau)} = \mathbf{E}_i e^{-\lambda_i(t-\tau)}, \quad i = 2, 3, \dots, k. \quad (12)$$

这里 \mathbf{E}_i 为上三角矩阵, 即

$$\mathbf{E}_i = \begin{bmatrix} 1 & \lambda_i & \frac{\lambda_i^2}{2!} & \cdots & \frac{\lambda_i^{r_i-1}}{(r_i-1)!} \\ & 1 & \lambda_i & \cdots & \frac{\lambda_i^{r_i-2}}{(r_i-2)!} \\ & & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & 1 & \lambda_i \\ & & & & 1 \end{bmatrix}_{r_i \times r_i}, \quad (13)$$

$i = 2, 3, \dots, k.$

记 $\mathbf{E} = \text{diag}(1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \dots, \mathbf{E}_k)$, 并令

$$\mathbf{A} = \text{diag}(1, e^{-\lambda_2(t-\tau)} \mathbf{I}_{r_2}, \dots, e^{-\lambda_k(t-\tau)} \mathbf{I}_{r_k}),$$

其中 \mathbf{I}_{r_i} ($i = 2, 3, \dots, k$) 为 r_i 阶单位矩阵, 则受干预的多智能体系统 (1) 的干预状态向量为

$$\mathbf{x}_\epsilon(t) = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{E} \int_0^t \mathbf{A} \mathbf{P} \boldsymbol{\epsilon}(\tau) d\tau. \quad (14)$$

令 $\eta_i(\tau) = \mathbf{P}_i^T \boldsymbol{\epsilon}(\tau)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 记被积向量函数 $\mathbf{F}(\tau) = \mathbf{A} \mathbf{P} \boldsymbol{\epsilon}(\tau)$, 由矩阵乘法可得

$$\mathbf{F}(\tau) = \begin{bmatrix} \eta_1(\tau) \\ e^{-\lambda_2(t-\tau)}\eta_2(\tau) \\ \vdots \\ e^{-\lambda_2(t-\tau)}\eta_{r_2+1}(\tau) \\ e^{-\lambda_3(t-\tau)}\eta_{r_2+2}(\tau) \\ \vdots \\ e^{-\lambda_3(t-\tau)}\eta_{r_2+r_3+1}(\tau) \\ \vdots \\ e^{-\lambda_k(t-\tau)}\eta_{r_{k-1}+1}(\tau) \\ \vdots \\ e^{-\lambda_k(t-\tau)}\eta_n(\tau) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

注意到 $\eta_i(\tau)(i = 1, 2, \dots, n)$ 实际上是多智能体系统 (4) 的所有干预的线性组合, 因此被积向量函数 $\mathbf{F}(\tau)$ 中除第 1 个元素 $\eta_1(\tau)$ 之外, 其余元素均可视为 $e^{-\lambda_i(t-\tau)}\epsilon_j(\tau)$ 的线性组合, 即

$$e^{-\lambda_i(t-\tau)}\eta_m(\tau) = \mathbf{P}_m^T e^{-\lambda_i(t-\tau)}\boldsymbol{\epsilon}(\tau), \quad (16)$$

其中 $m = 2, 3, \dots, n$. 另外, 式 (16) 中的子项的积分可写成除式形式, 即

$$\int_0^t e^{-\lambda_i(t-\tau)}\epsilon_j(\tau)d\tau = \frac{\int_0^t e^{\lambda_i\tau}\epsilon_j(\tau)d\tau}{e^{\lambda_i t}}, \quad (17)$$

其中 $j = 1, 2, \dots, n$.

式 (17) 随时间推移, 由定理 1 中的条件和注 1, 运用 L'Hospital 法则可得

$$\int_0^\infty e^{-\lambda_i(t-\tau)}\epsilon_j(\tau)d\tau = \frac{1}{\lambda_i} \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_j(t) = 0. \quad (18)$$

由式 (14)~(16) 和 (18) 可得到多智能体系统 (4) 的干预状态分量 $\mathbf{x}_\epsilon(t)$ 一致收敛的平衡状态

$$\mathbf{x}_\epsilon(\infty) = \mathbf{q}_1 \mathbf{p}_1^T \int_0^{+\infty} \boldsymbol{\epsilon}(t) dt. \quad (19)$$

其中: \mathbf{q}_1 为矩阵 \mathbf{P}^{-1} 的第 1 列列向量, \mathbf{p}_1 为矩阵 \mathbf{P} 的第 1 行行向量.

将式 (9) 改写为 $-\mathbf{L}\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{J}$, 容易得到矩阵 \mathbf{P}^{-1} 的第 1 列列向量 \mathbf{q}_1 为 Laplacian 矩阵 \mathbf{L} 的特征值 0 所对应的右特征向量 $\mathbf{1}$. 将式 (9) 改写为 $-\mathbf{P}\mathbf{L} = \mathbf{J}\mathbf{P}$, 易得矩阵 \mathbf{P} 的第 1 行行向量 \mathbf{p}_1 为矩阵 \mathbf{L} 的特征值 0 所对应的左特征向量 $\boldsymbol{\gamma}$. \square

注 2 Laplacian 矩阵 \mathbf{L} 的特征值 0 所对应的左特征向量 $\boldsymbol{\gamma}$ 的计算方法, 可参考文献 [4] 中的定理 2.

注 3 对于网络拓扑结构为强连通对称图的多智能体系统, Laplacian 矩阵 \mathbf{L} 的若当标准形为对角阵, 可仿照定理 1 的证明过程得到与定理 1 一致的结论.

当系统受到的干预或干扰不是全天候的, 仅在有限时间内存在时, 由定理 1 可得到如下推论.

推论 1 当协议 (2) 控制下的多智能体系统

(1) 仅在部分有限时间段受到干预 (即系统 (4) 的干预项 $\boldsymbol{\epsilon}(t)$ 在时间区间 $[t_{i_k}, t_{j_k}](k = 1, 2, \dots, m)$ 之外均为零), 干预 $\boldsymbol{\epsilon}(t)$ 在区间 $[t_{i_k}, t_{j_k}](k = 1, 2, \dots, m)$ 上可积时, 系统一致收敛于平衡点

$$\mathbf{x}(\infty) = \mathbf{1}\boldsymbol{\gamma}^T \left(\mathbf{x}(0) + \sum_{k=1}^m \int_{t_{i_k}}^{t_{j_k}} \boldsymbol{\epsilon}(t) dt \right). \quad (20)$$

只需将干预 $\boldsymbol{\epsilon}(t)$ 视为分段函数, 显然满足定理 1 的两个条件, 再将其代入式 (5) 即可证得推论 1, 限于篇幅, 证明过程略.

在多智能体系统运行的过程中, 对它实行长时间的干预不太现实, 且控制成本也高, 因此推论 1 更有实际应用价值, 只需要对多智能体系统在一个或几个有限时间段内实施干预, 便能影响多智能体系统的最终运行状态.

3 控制设计

对于通信拓扑强连通的多智能体系统 (1), 在协议 (2) 的控制下, 由文献 [4] 可知, 系统的状态随时间的演化越来越趋近于最终的平衡状态 $\boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{x}(0)$, 这说明多智能体系统 (1) 的稳定性及其平衡状态是由系统的初始状态和其通信拓扑图所决定. 但当系统受到内部和外部的干预或干扰时, 由式 (6) 可知, 系统的稳定性及其平衡状态的影响因素除了上述两个外, 还取决于干预 $\boldsymbol{\epsilon}(t)$. 基于此, 设计干预 $\boldsymbol{\epsilon}(t)$, 使得控制整个多智能体系统的行为成为可能.

对于受到干预或干扰的多智能体系统, 定理 1 给出了系统保持一致性的充分条件. 根据这一条件设计干预控制器, 以达到控制整个多智能体系统状态的目的.

众所周知, 指数函数 $y = e^{\alpha x}(\alpha < 0)$ 具有随着 $x \rightarrow +\infty$ 能快速趋于 0 的特性. 为此设计系统的干预

$$\epsilon_i(t) = a_i e^{\alpha_i t}. \quad (21)$$

其中: $a_i, \alpha_i < 0(i = 1, 2, \dots, n)$ 为常数, 分别表示指数干预和指数控制器.

注 4 不失一般性, 式 (21) 中可恒设 $\alpha_i = -1$ 或系数 $a_i = 1$.

容易验证式 (21) 满足定理 1 的两个条件, 故可得如下推论.

推论 2 当干预为指数干预 (21) 时, 通信拓扑强连通的多智能体系统 (4) 能一致收敛于平衡状态

$$\boldsymbol{\gamma}^T (\mathbf{x}(0) + \boldsymbol{\alpha}). \quad (22)$$

其中 $\boldsymbol{\alpha} = -(a_1/\alpha_1, a_2/\alpha_2, \dots, a_n/\alpha_n)^T$ 为指数干预参数向量.

只需将式 (21) 代入 (5), 即可证得推论 2, 限于篇

幅, 证明过程略.

为了将多智能体系统的所有个体一致地聚集到任一指定的位置 b 处, 推论 2 提供了一种方法. 根据推论 2 的结论, 只需求解下列方程中的指数干预参数向量 α :

$$\gamma^T(\mathbf{x}(0) + \alpha) = b. \quad (23)$$

注意到式 (23) 是 n 元一次线性方程, 其通解为

$$\alpha = \sum_{i=1, i \neq k}^n c_i \mathbf{e}_i - \left(\sum_{i=1, i \neq k}^n \frac{c_i \gamma_i}{\gamma_k} - \frac{d}{\gamma_k} \right) \mathbf{e}_k. \quad (24)$$

其中: $d = b - \gamma^T \mathbf{x}(0)$ 为指定位置与系统固有平衡位置的偏差; c_i 为任意常数; $\gamma_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为 Laplacian 矩阵的特征值 $\lambda = 0$ 所对应的左特征向量 $\gamma (\neq \mathbf{0})$ 的第 i 个元素, 故存在某个元素 $\gamma_k \neq 0$; $\mathbf{e}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为单位矩阵 \mathbf{I}_n 的第 i 列向量.

由于 c_i 的任意性, 由式 (24) 可以看出, 对多智能体系统 (1) 施加干预 (指数控制器), 会使系统的所有个体一致收敛到任意位置 b 处, 其指数干预参数向量 α 有无数种选择.

若取式 (24) 中的 $c_{i_j} \neq 0, j = 1, 2, \dots, m, m < n$, 其他系数均为 0, 则指数干预参数向量

$$\alpha = \sum_{j=1}^m c_{i_j} \mathbf{e}_{i_j} - \left(\sum_{j=1}^m \frac{c_{i_j} \gamma_{i_j}}{\gamma_k} - \frac{d}{\gamma_k} \right) \mathbf{e}_k. \quad (25)$$

由式 (25) 可知, 通过控制通信拓扑强连通的多智能体系统 (1) 中部分 $(m+1)$ 个个体, 可以实现系统的所有个体一致收敛到任意指定位置 b 处. 作为特例, 可以通个控制整个智能体系统中的一个个体, 也能实现对整个智能体系统的控制, 即式 (25) 中的 $m = 0$, 亦即式 (24) 中的 $c_i = 0, i = 1, 2, \dots, n$. 由式 (25) 可得系统的指数干预向量

$$\alpha = \frac{d}{\gamma_k} \mathbf{e}_k. \quad (26)$$

由此可得如下推论.

推论 3 对于通信拓扑强连通的多智能体系统 (1) 的部分个体 (甚至一个个体) 施加指数干预, 若指数干预参数向量为式 (25) (甚至式 (26)), 可使系统中的所有个体一致收敛到任一指定位置 b 处.

推论 3 表明, 对于一个通信拓扑强连通的多智能体系统, 通过对其部分个体甚至一个个体实施干预, 只要干预控制恰当, 可以控制系统中的所有个体向预先设置的位置聚集. 然而, 推论 3 中的干预时间是无穷长, 在实际应用中难以实现. 为此, 可由推论 1 和式 (21) 推导出更加实用的推论. 为了下文表述方便, 下面恒设 $\alpha_i = -1, i = 1, 2, \dots, n$.

推论 4 对于通讯拓扑强连通的多智能体系统

(1), 欲将系统中的所有个体一致收敛于任意指定位置 b 处, 只需对其中的任意 $m (m \in 1, 2, \dots, n)$ 个个体 $\{i_1, i_2, \dots, i_m\}$ 在任一时间段 $[t_1, t_2]$ 内实施指数干预 (21), 其对应的指数干预参数向量为

$$\alpha = \sum_{j=1, j \neq k}^m c_{i_j} \mathbf{e}_{i_j} - \left(\sum_{j=1, j \neq k}^m \frac{c_{i_j} \gamma_{i_j}}{\gamma_{i_k}} - \frac{d}{\gamma_{i_k} (e^{-t_1} - e^{-t_2})} \right) \mathbf{e}_{i_k}, \quad (27)$$

其中 $c_{i_j} (j = 1, 2, \dots, m)$ 为任意常数.

证明 由式 (20) 可得

$$\gamma^T \left(\mathbf{x}(0) + \int_t^{t+\Delta t} \boldsymbol{\epsilon}(t) dt \right) = b. \quad (28)$$

将 $\boldsymbol{\epsilon}_{i_j}(t) = a_{i_j} e^{-t} (j = 1, 2, \dots, m)$ 代入式 (28), 可得

$$\sum_{j=1}^m \gamma_{i_j} a_{i_j} (e^{-t_1} - e^{-t_2}) = d. \quad (29)$$

由此可知, 指数干预参数向量为式 (27). 当指数干预向量取式 (27) 时, 仅有 m 个智能体 $\{i_1, i_2, \dots, i_m\}$ 在时间段 $[t_1, t_2]$ 内受到指数干预 (21) (其中恒设 $\alpha_i = -1, i = 1, 2, \dots, n$), 由推论 1 可证明式 (28) 成立. 由此证明系统最终一致收敛于任意指定位置 b 处. \square

若取式 (27) 中的系数 $c_{i_j} = 0, j = 1, 2, \dots, m$, 则指数干预参数向量

$$\alpha = \frac{d}{\gamma_{i_k} (e^{-t_1} - e^{-t_2})} \mathbf{e}_{i_k}. \quad (30)$$

此时, 向量 α 中只有第 i_k 个元素非零, 其他元素均为零, 这说明多智能体系统中只有第 i_k 个智能体受到指数干预. 由推论 4 可知, 在此干预下, 系统中的所有个体均能一致收敛于任一指定位置 b 处. 亦即说明, 通过在任一有限时间段内控制单个智能体, 也能达到控制整个系统状态的目的.

4 仿真实例

下面通过一个例子来说明本文主要结论的正确性. 图 1 是由 8 个智能体 A_1, A_2, \dots, A_8 组成多智能体系统的有向通信拓扑结构图.

对应的 Laplacian 矩阵为

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

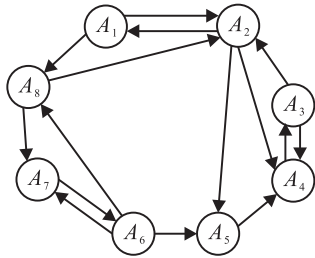


图 1 多智能体系统的通信拓扑图

由文献 [4] 中的定理 2, 可以计算出 Laplacian 矩阵 L 的特征值 0 所对应的左特征向量为

$$\gamma = \left(\frac{2}{66} \quad \frac{4}{66} \quad \frac{13}{66} \quad \frac{26}{66} \quad \frac{9}{66} \quad \frac{5}{66} \quad \frac{6}{66} \quad \frac{1}{66} \right)^T$$

假设智能体 A_1, A_2, \dots, A_8 的初始位置

$$\mathbf{x}(0) = (0.2 \quad 0.4 \quad 0.6 \quad 0.8 \quad 1.0 \quad 1.2 \quad 1.4 \quad 1.6)^T$$

当系统没有受到干预或干扰时, 由文献 [4] 可知, 所有智能体固有状态分量的最终平衡状态为

$$\mathbf{x}_0(\infty) = \mathbf{1}\gamma^T \mathbf{x}(0) = 0.8424 \cdot \mathbf{1}.$$

注 5 图 1、以上数据和计算结果均来源于文献 [4].

当系统受到指数干预时, 设式 (21) 中的系数如下

$$a_1 = -3, a_2 = -2, a_3 = -1, a_4 = 0.5,$$

$$a_5 = 1, a_6 = 2, a_7 = 3, a_8 = 4;$$

$$\alpha_1 = -0.3, \alpha_2 = -0.5, \alpha_3 = -0.7, \alpha_4 = -1.2,$$

$$\alpha_5 = -0.2, \alpha_6 = -0.8, \alpha_7 = -0.9, \alpha_8 = -1.5;$$

计算指数干预参数向量为

$\alpha =$

$$(-10 \quad -4 \quad -1.4286 \quad 0.4167 \quad 5 \quad 2.5 \quad 3.3333 \quad 2.6667)^T.$$

由式 (22) 可以计算出系统的平衡状态为

$$\mathbf{x}(\infty) = 1.3944 \cdot \mathbf{1}.$$

计算机仿真如图 2 所示.

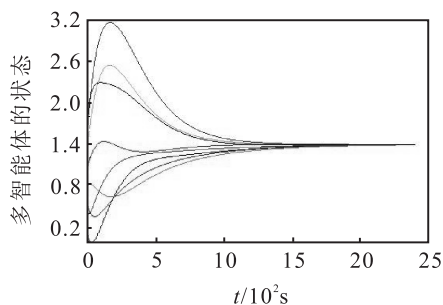


图 2 受指数干预的多智能体系统的状态

欲将上述多智能体系统的所有个体聚集到指定平衡位置 b 处, 不妨设 $b = 1$, 只需对其中部分个体或一个个体 (本文选择 A_1 智能体) 实施指数干预. 按照式 (26), 设置指数干预参数向量 $\alpha = 5.2 \cdot \mathbf{e}_1$, 即有 $-a_1/\alpha_1 = 5.2$, 设 $a_1 = 5.2$, 则有 $\alpha_1 = -1$. 根据推

论 3, 仅对一个个体 A_1 实施指数干预 $\epsilon_1(t) = 5.2e^{-t}$, 多智能体系统的所有智能体便最终将一致收敛到指定位置 $b = 1$ 处. 计算机仿真如图 3 所示.

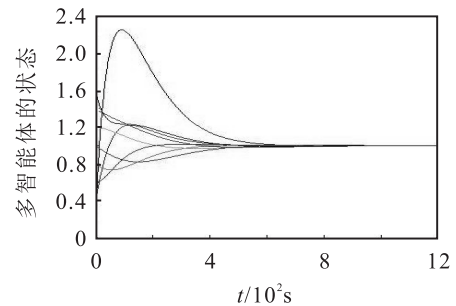


图 3 一个个体受指数干预的系统状态

若只对上述多智能体系统中的智能体 A_2 和 A_5 在时间段 $[0.4, 8.9]$ 内实施指数干预, 欲将这 8 个智能体一致收敛到 $b = 0.7$ 处, 则取 $c_{i_2} = 2.4$. 由推论 4 可计算出指数干预向量为

$$\gamma = (0 \quad 2.4 \quad 0 \quad 0 \quad -2.6251 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T,$$

计算机仿真如图 4 所示.

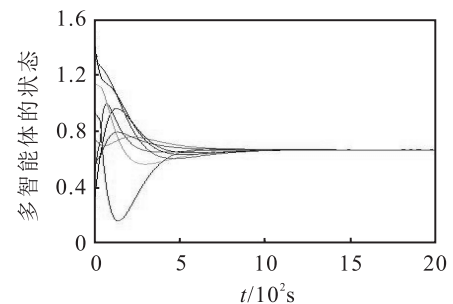


图 4 部分个体在指定区间内受指数干预的系统状态

5 结 论

本文研究了多智能体系统在通信拓扑强连通时, 受到干预或干扰的情况下, 系统保持一致性并收敛到平衡点的条件和系统平衡点的计算公式, 并设计了设置一致平衡点至任意指定位置的控制协议 (指数控制器). 对于移动目标的一致追踪给出了具体的一致性追踪算法. 最后, 通过仿真实例验证了本文结论的正确性. 对于智能体的状态向量是高维的情形, 本文所提出的研究方法和结论均可平行推广.

本文仅讨论了系统的干预或干扰是收敛且可积的情形, 对于系统在其他干预下状态如何, 以及当通讯拓扑发生改变或不强连通时受到干预或干扰, 系统将如何演化是作者今后努力的方向.

参考文献(References)

[1] Vicsek T, Czirók A, Ben-Jacob E, et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles[J]. Physical Review Letters, 1995, 75(6): 1226-1229.

- [2] Jadbabaie A, Lin J, Morse S A. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(6): 998-1001.
- [3] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49 (9): 1520-1533.
- [4] 谭拂晓, 关新平, 刘德荣. 非平衡拓扑结构的多智能体网络系统一致性协议[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(10): 1087-1092.
(Tan F X, Guan X P, Liu D R. Consensus protocol in networked multi-agent systems with non-balanced topology[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(10): 1087-1092.)
- [5] 胡江平, 刘志新, 王金环, 等. 多智能体系统的估计、干预及非线性耦合算法[J]. *自动化学报*, 2013, 39(11): 1796-1804.
(Hu J P, Liu Z X, Wang J H, et al. Estimation, intervention and interaction of multi-agent systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(11): 1796-1804.)
- [6] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multi-agent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2005, 50 (5): 655-661.
- [7] Ren W. Consensus tracking under directed interaction topologies: Algorithms and experiments[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2010, 18(1): 230-237.
- [8] 严卫生, 李俊兵, 王银涛. 受损多智能体系统的信息一致性[J]. *自动化学报*, 2012, 38(11): 1880-1884.
(Yan W S, Li J B, Wang Y T. Consensus for damaged multi-agent system[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(11): 1880-1884.)
- [9] 余宏旺, 郑毓蕃. 多智能体系统在分布式采样控制下的动力学行为[J]. *自动化学报*, 2012, 38(3): 357-365.
(Yu H W, Zheng Y F. Dynamic behavior of multi-agent systems with distributed sampled control[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(3): 357-365.)
- [10] Wang L, Xiao F. Finite-time consensus problems for networks of dynamic agents[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2010, 55(4): 950-955.
- [11] Olfati-Saber R. Flocking for multi-agent dynamic systems: algorithms and theory[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2006, 51(3): 401-420.
- [12] Sun Y G, Wang L. Consensus of multi-agent systems in directed networks with nonuniform time-varying delays[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2009, 54(7): 1607-1613.
- [13] 黄勤珍. 离散时间多智能体系统的一致性[J]. *自动化学报*, 2012, 38 (7): 1127-1133.
(Huang Q Z. Consensus analysis of multi-agent discrete-time systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(7): 1127-1133.)
- [14] 陈阳舟, 盖彦荣, 宋学君. 基于部分稳定性方法的离散时间多智能体系统的一致性[J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(4): 438-443.
(Chen Y Z, Ge Y R, Song X J. Partial-stability-based approach to consensus problem in discrete-time multi-agent systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4): 438-443.)

(责任编辑: 滕 蓉)