

快速 super twisting 算法及其在飞翼布局 无人机姿态控制上的应用

谭健¹, 周洲¹, 祝小平², 许晓平¹

(1. 西北工业大学 无人机特种技术重点实验室, 西安 710072; 2. 西北工业大学 无人机研究所, 西安 710065)

摘要: 通过在 super twisting 算法中增加线性项, 提出一种快速 super twisting 算法, 并采用 Lyapunov 方法证明了受扰快速 super twisting 算法具有比受扰 super twisting 算法更优良的收敛特性. 将该算法应用于存在干扰的飞翼布局无人机姿态控制, 设计快速 super twisting 观测器以实现对干扰的快速估计和补偿. 仿真结果表明, 在相同的控制器参数下, 相比 super twisting 观测器, 快速 super twisting 观测器的收敛速度更快, 可提高姿态控制系统的鲁棒性.

关键词: 飞翼布局无人机; super twisting 算法; 快速 super twisting 算法; 干扰观测器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Fast super twisting algorithm and its application to attitude control of flying wing UAV

TAN Jian¹, ZHOU Zhou¹, ZHU Xiao-ping², XU Xiao-ping¹

(1. National Key Laboratory of UAV Special Technology at Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2. UAV Research Institute, Northwestern polytechnical University, Xi'an 710065, China. Correspondent: TAN Jian, E-mail: flight_control@126.com)

Abstract: A fast super twisting algorithm is proposed to improve the convergence properties of the super twisting algorithm with increasing the linear term. The convergence properties of the fast super twisting algorithm are investigated by means of the Lyapunov method. The algorithm is applied to the flying wing UAV attitude control system, and a fast super twisting disturbance observer is designed to estimate and compensate for disturbances. Simulation results show that the fast super twisting disturbance observer is faster than the super twisting disturbance observer with the same controller parameters, and can effectively improve the robustness of the attitude control system.

Keywords: flying wing UAV; super twisting algorithm; fast super twisting algorithm; disturbance observer

0 引言

滑模干扰观测器(SMDO)具有设计简单, 易于实现和收敛速度快等优点, 已广泛应用于干扰抑制^[1]、故障诊断^[2]、容错控制^[3]等领域. 但是由于SMDO包含符号函数, 会导致干扰补偿的不连续且存在抖振现象. 传统的做法是采用低通滤波器^[4]滤波或采用饱和函数代替符号函数消除抖振信号, 这样在观测器抖振消除的同时也会导致观测精度降低. 近年来, 一些学者提出了高阶滑模(HOSM)的思想^[5-7], 高阶滑模控制不仅保留了滑模控制鲁棒性强的优点而且有效地消除了抖振. 文献[8-9]提出了 super twisting 二阶滑模控制算法, 可实现滑模变量及其一

阶导数稳定收敛到零, 且将符号函数隐藏在积分项里, 有效地抑制了抖振现象; 基于该算法设计的二阶滑模观测器^[10-11], 显著地削弱了抖振, 从而能稳定地得到系统的干扰补偿值; 文献[12-13]采用 Lyapunov 方法对 super twisting 算法的稳定性进行了研究, 给出了算法收敛的参数取值范围和收敛时间, 但 super twisting 二阶滑模控制算法的收敛速度还有进一步提高的潜力.

飞翼布局无人机在气动效率、隐身性能、载荷分布等方面具有独特优势, 但也具有纵向弱稳定、航向中性稳定、横航向运动耦合强等问题. 此类型无人机作为高空长航时无人机的理想布局形式, 主要应用于

收稿日期: 2014-10-16; 修回日期: 2014-12-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目(11302178)

作者简介: 谭健(1989—), 男, 博士生, 从事无人机飞行控制的研究; 周洲(1966—), 女, 教授, 博士生导师, 从事无人机总体设计的研究.

高亚音速下执行轰炸、运输或高空侦察等任务,对航迹稳定和姿态控制的精确性要求很高^[14],需要采用干扰抑制能力强的控制方案以克服干扰的影响.对于存在干扰的飞翼布局无人机姿态控制问题,本文提出一种快速 super twisting 算法以提高 super twisting 算法的收敛速度.基于此算法设计快速 super twisting 干扰观测器以实现对于干扰的连续估计和补偿,本文采用了具有二阶滑模特性且有限时间收敛的快速幂次趋近律.最后,引入控制分配环节将控制力矩分配到舵面上,仿真结果表明所提出的方法具有良好的跟踪控制性能.

1 快速 super twisting 二阶滑模控制算法

通过在 super twisting 算法里增加线性项来加快其收敛速度,对于受扰快速 super twisting 二阶滑模算法,有如下定理成立.

定理 1 考虑如下受扰快速 super twisting 二阶滑模控制算法:

$$\dot{s} = -\eta_1 |s|^{0.5} \text{sgn}(s) - \eta_2 s - \int_0^t (\eta_3 \text{sgn}(s(\tau)) + \eta_4 s(\tau)) d\tau + \Delta. \quad (1)$$

如果复合干扰 Δ 连续可微且一阶导数有界,即有 $|\dot{\Delta}| \leq \Phi$, 且式中 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ 为常数且满足如下关系式:

$$\begin{aligned} \eta_1 &> 5^{0.25} \Phi^{0.5}, \quad \eta_2 > 0, \quad \eta_3 > \Phi, \\ \eta_4 &> \frac{8\eta_2^2 \eta_3 + 22\eta_2^2 \Phi + 9\eta_1^2 \eta_2^2}{4\eta_3 - 4\Phi}, \end{aligned} \quad (2)$$

则 $s(t)$ 和 $\dot{s}(t)$ 在有限时间收敛到零.

证明 将式(1)表示为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -\eta_1 |s|^{0.5} \text{sgn}(s) - \eta_2 s + \sigma, \\ \dot{\sigma} &= -\eta_3 \text{sgn}(s) - \eta_4 s(\tau) + \dot{\Delta}. \end{aligned} \quad (3)$$

定义 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} V &= 2\eta_3 |s| + \eta_4 s^2 + 0.5\sigma^2 + \\ &0.5(\eta_1 |s|^{0.5} \text{sgn}(s) + \eta_2 s - \sigma)^2. \end{aligned} \quad (4)$$

将式(4)写成如下二次型形式:

$$V = \Gamma^T Q \Gamma, \quad (5)$$

$$\Gamma = [|s|^{0.5} \text{sgn}(s) \quad s \quad \sigma]^T,$$

$$Q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4\eta_3 + \eta_1^2 & \eta_1 \eta_2 & -\eta_1 \\ \eta_1 \eta_2 & 2\eta_4 + \eta_2^2 & -\eta_2 \\ -\eta_1 & -\eta_2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Lyapunov 函数满足如下关系式:

$$\lambda_{\min}\{Q\} \|\Gamma\|_2^2 \leq V(t) \leq \lambda_{\max}\{Q\} \|\Gamma\|_2^2, \quad (6)$$

$$\|\Gamma\|_2^2 = |s| + s^2 + \sigma^2. \quad (7)$$

其中: $\|\Gamma\|_2$ 为 Γ 的二范数; $\lambda_{\min}\{Q\}$, $\lambda_{\max}\{Q\}$ 分别为矩阵 Q 的最小特征值和最大特征值,可知 $\lambda_{\min}\{Q\} > 0$, $\lambda_{\max}\{Q\} > 0$. 对 Lyapunov 函数求导可得

$$\dot{V} = -\frac{1}{|s|^{0.5}} \Gamma^T A \Gamma - \Gamma^T B \Gamma + P^T \Gamma \dot{\Delta}, \quad (8)$$

$$A = \frac{\eta_1}{2} \begin{bmatrix} 2\eta_3 + \eta_1^2 & 0 & -\eta_1 \\ 0 & 2\eta_4 + 5\eta_2^2 & -3\eta_2 \\ -\eta_1 & -3\eta_2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B = \eta_2 \begin{bmatrix} \eta_3 + 2\eta_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_4 + \eta_2^2 & -\eta_2 \\ 0 & -\eta_2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$P = [-\eta_1 \quad -\eta_2 \quad 2]^T.$$

其中 $P^T \Gamma \dot{\Delta}$ 有如下等价形式:

$$P^T \Gamma \dot{\Delta} = \frac{1}{|s|^{0.5}} \Gamma^T C \Gamma, \quad (9)$$

$$C = \begin{bmatrix} -\eta_1 \dot{\Delta} \text{sgn}(s) & -0.5\eta_2 \dot{\Delta} \text{sgn}(s) & \dot{\Delta} \text{sgn}(s) \\ -0.5\eta_2 \dot{\Delta} \text{sgn}(s) & 0 & 0 \\ \dot{\Delta} \text{sgn}(s) & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

由式(8)和(9)可得

$$\dot{V} = -\frac{1}{|s|^{0.5}} \Gamma^T (A - C) \Gamma - \Gamma^T B \Gamma. \quad (10)$$

如果 $\Gamma^T (A - C) \Gamma$ 和 $\Gamma^T B \Gamma$ 都为正定二次型,则 $\dot{V} < 0$, 其充分必要条件是矩阵 $A - C$ 和 B 所有的顺序主子式都大于 0, 由 $|\dot{\Delta}| \leq \Phi$ 推导可得

$$\begin{aligned} \eta_1 &> 5^{0.25} \Phi^{0.5}, \quad \eta_2 > 0, \quad \eta_3 > \Phi, \\ \eta_4 &> \frac{8\eta_2^2 \eta_3 + 22\eta_2^2 \Phi + 9\eta_1^2 \eta_2^2}{4\eta_3 - 4\Phi}. \end{aligned} \quad (11)$$

当 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ 为常数且取值满足式(11)时, 矩阵 $A - C$ 和 B 的特征值都大于 0, 由式(10)可得

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{|s|^{0.5}} \lambda_{\min}\{A - C\} \|\Gamma\|_2^2 - \lambda_{\min}\{B\} \|\Gamma\|_2^2. \quad (12)$$

其中: 系数 $\lambda_{\min}\{A - C\} > 0$, $\lambda_{\min}\{B\} > 0$ 分别为矩阵 $A - C$ 和 B 的最小特征值. 由式(6)和(7)可得

$$|s|^{0.5} \leq \|\Gamma\|_2 \leq V^{0.5} / \lambda_{\min}\{Q\}. \quad (13)$$

由式(6), (12)和(13)可得

$$\dot{V} \leq -\xi_1 V^{0.5} - \xi_2 V, \quad (14)$$

$$\xi_1 = \frac{\lambda_{\min}\{Q\} \lambda_{\min}\{A - C\}}{\lambda_{\max}\{Q\}} > 0, \quad (15)$$

$$\xi_2 = \frac{\lambda_{\min}\{B\}}{\lambda_{\max}\{Q\}} > 0. \quad (16)$$

由于式(14)的参数 ξ_1 和 ξ_2 都大于 0, 可知系统状态在有限时间内收敛到 $s = 0$, $\sigma = 0$, 由表达式(3)可知 $s = \dot{s} = 0$. 受扰快速 super twisting 算法在有限时间内收敛到 $s = \dot{s} = 0$, 且收敛时间满足

$$T \leq \frac{2}{\xi_2} \ln \frac{\xi_2 V(0)^{0.5} + \xi_1}{\xi_1}. \quad (17)$$

由此定理 1 得证. \square

由式(14)~(16)可知, 当 Lyapunov 函数 V 距离平衡点较近时, 非线性项 $\xi_1 V^{0.5}$ 远大于线性项 $\xi_2 V$, 收敛速度主要由非线性项 $\xi_1 V^{0.5}$ 决定, 其 Lipschitz 性

质使得系统的收敛速度很快. 当 Lyapunov 函数 V 距离平衡点较远时, 线性项 $\xi_2 V$ 远大于非线性项 $\xi_1 V^{0.5}$, 收敛速度主要由线性项 $\xi_2 V$ 决定, 为指数收敛. 非线性项与线性项的结合, 使本文的快速 super twisting 算法具有很快的收敛速度.

注 1 Levant 提出的受扰 super twisting 二阶滑模控制算法为

$$\dot{s} = -\eta_1 |s|^{0.5} \text{sgn}(s) - \int_0^t \eta_3 \text{sgn}(s(\tau)) d\tau + \Delta, \quad (18)$$

其中复合干扰 Δ 连续可微且一阶导数有界, 即 $|\dot{\Delta}| \leq \Phi$. 文献 [12] 采用类二次型方法设计了 Lyapunov 函数, 证明了该算法的稳定性, 并给出了具体推导过程, 最终得到的 Lyapunov 函数 V 满足如下关系式:

$$\dot{V} \leq -\Gamma V^{0.5}. \quad (19)$$

其中: Γ 为与 η_1 , η_3 和 Φ 有关的函数; 当 Lyapunov 函数 V 距离平衡点较近时, 非线性项 $\Gamma V^{0.5}$ 的 Lipschitz 性质使得系统的收敛速度很快; 当 Lyapunov 函数 V 距离平衡点较远时, 非线性项 $\Gamma V^{0.5}$ 较小, 使得系统的收敛速度较慢; 而本文的快速 super twisting 算法由于增加了线性项, 在 Lyapunov 函数 V 距离平衡点较远时, 收敛速度依然很快, 为指数收敛. 由此可见, 本文的快速 super twisting 算法, 通过增加线性项, 具有比普通 super twisting 算法更优良的收敛特性.

2 飞翼布局无人机姿态模型

飞翼布局无人机布局和舵面配置与常规飞机不同, 无垂尾和常规的侧力方向舵, 其舵面配置为 4 组 8 个舵面, 如图 1 所示.

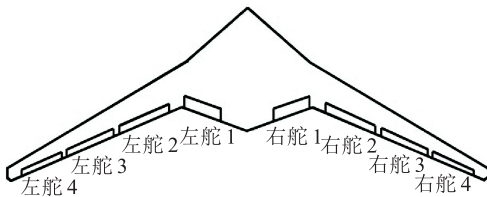


图 1 飞翼布局无人机舵面配置

图 1 中, 舵 1 为升降舵, 舵 2、舵 3 为升降副翼, 升降副翼为滚转和俯仰复合舵面, 舵 4 为开裂式方向舵. 考虑建模误差及外部干扰的影响, 无人机的姿态模型为如下包含不确定项的非线性系统:

$$\dot{\Omega} = f_s + g_s \omega + \Delta_s, \quad (20)$$

$$\dot{\omega} = f_f + g_f M_c + \Delta_f. \quad (21)$$

其中: $\Omega = [\alpha \ \beta \ \mu]^T$, α 、 β 、 μ 分别为无人机的迎角、侧滑角和速度滚转角; $\omega = [p \ q \ r]^T$, p 、 q 、 r 分别为滚转角速率、俯仰角速率和偏航角速率; f_s 、 f_f 为精确建模的 3×1 维已知项; g_s 为与无人机状态变量相关的 3×3 维矩阵; g_f 为与惯量矩相关的 3×3 维矩阵; M_c 为 3×1 维向量, 为滚转、俯仰和偏航方向上的舵面控制力矩; Δ_s 、 Δ_f 为建模误差和干扰等产

生的系统复合干扰, 即 $\Delta_s = \Delta f_s + \Delta g_s \omega + d_s$, $\Delta_f = \Delta f_f + \Delta g_f M_c + d_f$, 这里: Δf_s 、 Δf_f 、 Δg_s 和 Δg_f 为系统建模误差, d_s 、 d_f 为外部干扰. 式 (20) 和 (21) 分别称为飞翼布局无人机姿态控制系统的姿态角回路和角速率回路. 无人机的姿态模型是一个奇异摄动系统, 基于多时间尺度划分姿态模型, 将控制器的设计分为 3 个部分: 第 1 部分为设计姿态角回路控制器, 用于产生角速率回路的控制指令; 第 2 部分为设计角速率回路控制器, 用于产生滚转、俯仰以及偏航控制力矩; 第 3 部分为控制分配, 将控制力矩分配到舵面上.

3 姿态角回路滑模控制律设计

3.1 快速 super twisting 干扰观测器

姿态角回路 (20) 具有建模误差和外界干扰等复合干扰, 采用基于快速 super twisting 算法的干扰观测器实现对复合干扰的估计和补偿, 有如下定理成立.

定理 2 对于无人机姿态角回路控制系统, 若复合干扰 $\Delta_s = [\Delta_{s,1}, \Delta_{s,2}, \Delta_{s,3}]^T$ 连续可微且一阶导数有界, 即有 $|\dot{\Delta}_{s,i}| \leq \Phi_{s,i}$, $i = 1, 2, 3$, 则构造如下快速 super twisting 干扰观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\Omega}} &= f_s + g_s \omega + \eta_{s1} \text{diag}(|s_s|^{0.5}) \text{sgn}(s_s) + \\ &\eta_{s2} s_s + \int_0^t [\eta_{s3} \text{sgn}(s_s(\tau)) + \eta_{s4} s_s(\tau)] d\tau. \end{aligned} \quad (22)$$

其中: $s_s = \Omega - \hat{\Omega}$ 为辅助滑模变量, $\hat{\Omega}$ 为观测器对系统状态的估计值, 且

$$s_s = [s_{s,1} \ s_{s,2} \ s_{s,3}]^T;$$

$$\text{diag}(|s_s|^{0.5}) = \text{diag}(|s_{s,1}|^{0.5}, |s_{s,2}|^{0.5}, |s_{s,3}|^{0.5});$$

$$\text{sgn}(s_s) = [\text{sgn}(s_{s,1}) \ \text{sgn}(s_{s,2}) \ \text{sgn}(s_{s,3})]^T;$$

$$\eta_{sj} = \text{diag}(\eta_{sj,1}, \eta_{sj,2}, \eta_{sj,3}), \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

若观测器参数满足

$$\begin{aligned} \eta_{s1,i} &> 5^{0.25} \Phi_{s,i}^{0.5}, \quad \eta_{s2,i} > 0, \quad \eta_{s3,i} > \Phi_{s,i}, \\ \eta_{s4,i} &> \frac{8\eta_{s2,i}^2 \eta_{s3,i} + 22\eta_{s2,i}^2 \Phi_{s,i} + 9\eta_{s1,i}^2 \eta_{s2,i}^2}{4\eta_{s3,i} - 4\Phi_{s,i}}, \end{aligned} \quad (23)$$

则下式的 $\hat{\Delta}_s$ 将在有限时间内实现对复合干扰 Δ_s 的估计:

$$\begin{aligned} \hat{\Delta}_s &= \eta_{s1} \text{diag}(|s_s|^{0.5}) \text{sgn}(s_s) + \eta_{s2} s_s + \\ &\int_0^t [\eta_{s3} \text{sgn}(s_s(\tau)) + \eta_{s4} s_s(\tau)] d\tau. \end{aligned} \quad (24)$$

证明 将式 (20) 与 (22) 相减可得

$$\begin{aligned} \dot{s}_s &+ \eta_{s1} \text{diag}(|s_s|^{0.5}) \text{sgn}(s_s) + \eta_{s2} s_s + \\ &\int_0^t [\eta_{s3} \text{sgn}(s_s(\tau)) + \eta_{s4} s_s(\tau)] d\tau = \Delta_s. \end{aligned} \quad (25)$$

由定理 1 可知 \dot{s}_s 将会在有限时间收敛到 0, 由式 (25) 减去 (24) 可得

$$\dot{s}_s = \Delta_s - \hat{\Delta}_s, \quad (26)$$

即在有限时间内, 姿态角回路复合干扰 Δ_s 可由式 (24) 的 $\hat{\Delta}_s$ 估计. \square

3.2 滑模控制器设计

为了提高控制器的精度与鲁棒性,姿态角回路采用如下的积分滑模面:

$$S = e_s(t) + c_1 \int_0^t e_s(\tau) d\tau. \quad (27)$$

其中:滑模面参数 $c_1 = \text{diag}(c_{1,1}, c_{1,2}, c_{1,3})$ 且各分量大于 0, $e_s = \Omega - \Omega_c$, $S = [S_1, S_2, S_3]^T$.

为了实现系统状态快速无抖振趋近滑模面,采用具有二阶滑模特性且有限时间收敛的快速幂次趋近律

$$\dot{S} = -k_{s1} \text{diag}(|S|^a) \text{sgn}(S) - k_{s2} S. \quad (28)$$

其中:趋近律参数 $k_{s1} = \text{diag}(k_{s1,1}, k_{s1,2}, k_{s1,3})$, $k_{s2} = \text{diag}(k_{s2,1}, k_{s2,2}, k_{s2,3})$ 且各分量大于 0, $\text{diag}(|S|^a) = \text{diag}(|S_1|^a, |S_2|^a, |S_3|^a)$, 幂次 $a \in (0, 1)$.

由此可得姿态角回路的滑模控制律为

$$\omega_c = -g_s^{-1} [f_s - \dot{\Omega}_c + c_1 e_s + \hat{\Delta}_s + k_{s1} \text{diag}(|S|^a) \text{sgn}(S) + k_{s2} S]. \quad (29)$$

定理 3 对于无人机姿态角回路控制系统,如果复合干扰 $\Delta_s = [\Delta_{s,1}, \Delta_{s,2}, \Delta_{s,3}]^T$ 连续可微且一阶导数有界,即有 $|\dot{\Delta}_{s,i}| \leq \Phi_{s,i}$, $i = 1, 2, 3$, 则采用基于快速 super twisting 滑模观测器和快速幂次趋近律的积分滑模控制律 (29), 姿态角回路闭环是渐近稳定的.

证明 选取 Lyapunov 函数

$$V_s = 0.5 S^T S, \quad (30)$$

$$\dot{V}_s = S^T \dot{S} =$$

$$S^T (f_s + g_s \omega_c + \Delta_s - \dot{\Omega}_c + c_1 e_s) = S^T (-k_{s1} \text{diag}(|S|^a) \text{sgn}(S) - k_{s2} S) + S^T (\Delta_s - \hat{\Delta}_s). \quad (31)$$

已知在有限时间内 $\Delta_s - \hat{\Delta}_s = 0$, 考虑到控制律已经实现了通道间的解耦,对于单个通道有

$$V_{s,i} = 0.5 S_i^2, \quad (32)$$

$$\dot{V}_{s,i} = -k_{s1,i} |S_i|^{a+1} - k_{s2,i} S_i^2 \leq -2^{(a+1)/2} k_{s1,i} V_{s,i}^{(a+1)/2} - 2k_{s2,i} V_{s,i}. \quad (33)$$

由式 (33) 可知,系统轨迹在有限时间内到达姿态角回路各个通道的滑模面 $S_i = 0$, $i = 1, 2, 3$, 即 $S = 0$. 当收敛到滑模面后,便开始进行滑模运动,积分滑模面能保证系统状态渐近稳定地收敛到零点,因此姿态角回路闭环是渐近稳定的. \square

4 角速率回路滑模控制律设计

角速率回路的控制器设计过程与姿态角回路类似,这里不再赘述,直接给出其设计结果.对角速率回路设计积分滑模面

$$\rho = e_f(t) + c_2 \int_0^t e_f(\tau) d\tau. \quad (34)$$

角速率回路滑模控制律为

$$M_c = -g_f^{-1} [f_f - \dot{\omega}_c + c_2 e_f + \hat{\Delta}_f + k_{f1} \text{diag}(|\rho|^b) \text{sgn}(\rho) + k_{f2} \rho]. \quad (35)$$

其中变量定义与姿态角回路类似, $\hat{\Delta}_f$ 为快速 super twisting 干扰观测器对角速率回路复合干扰 Δ_f 的估计,干扰观测器的设计类似于定理 2. 显然,与姿态角回路相同,上述控制律可实现对未知一阶导数有界复合干扰的有效抑制,确保角速率回路闭环是渐近稳定的.

采用分层结构设计的飞行控制系统,可得到滚转、俯仰和偏航方向上的控制力矩 M_c . 飞翼布局无人机配置有多个舵面,各个舵面均存在非线性舵效,舵面偏转角与控制力矩的非线性映射关系为 $G(\Delta) = M_c$. 其中: Δ 为飞翼布局无人机 8 个舵面的舵面偏角; $G(\Delta)$ 为 3×1 维向量,是与舵面偏角相关的非线性函数. 舵面的偏角限制和速率约束如下:

$$\begin{cases} \delta_{\min} \leq \delta(t) \leq \delta_{\max}, \\ |\dot{\delta}(t)| \leq \delta_{\text{rate}}. \end{cases} \quad (36)$$

其中: δ , δ_{\min} , δ_{\max} 和 δ_{rate} 为 8×1 维向量, δ_{\min} , δ_{\max} 为舵面偏角的最小和最大位置约束, δ_{rate} 为舵面偏转最大速率;采用数字控制系统,舵面在时刻 t 偏转速率限制的离散时间形式为

$$|\dot{\delta}(t)| \approx \frac{|\delta(t) - \delta(t-T)|}{T} \leq \delta_{\text{rate}}, \quad (37)$$

这里 T 为离散时间步长. 将舵面偏转速率限制转化为舵面在时刻 t 的完全位置约束,即

$$\begin{cases} \underline{\delta}(t) \leq \delta(t) \leq \bar{\delta}(t), \\ \underline{\delta}(t) = \max\{\delta_{\min}, \delta(t-T) - \delta_{\text{rate}} T\}, \\ \bar{\delta}(t) = \min\{\delta_{\max}, \delta(t-T) + \delta_{\text{rate}} T\}. \end{cases} \quad (38)$$

飞翼布局无人机各个舵面都具有显著的附加力效应,为了减小控制分配时舵面的附加阻力,以舵面附加阻力系数最小为优化目标控制分配,描述如下:

$$J = \min \Delta C_D(\delta). \quad (39)$$

其中: J 为优化目标, $\Delta C_D(\Delta)$ 为舵面附加阻力系数. 以舵面附加阻力系数最小为优化目标的非线性控制分配问题是一个非线性优化问题,通过文献 [15] 提出的基于非线性规划方法的非线性控制分配对这一非线性优化问题进行求解. 非线性规划算法能够直接处理约束函数和优化目标函数都为非线性的优化问题,能够较好地解决存在非线性舵效与舵面附加力的飞翼布局无人机非线性控制分配问题,既能实现期望操纵力矩的精确分配,又能实现舵面附加阻力系数最小的优化目标,具体过程参见文献 [15].

5 数值仿真

飞翼布局无人机质量为 4500 kg, 平均气动弦长为 2.9 m, 参考面积为 45 m², 标称转动惯量为 $J_{\text{UAV}} =$

diag(39 750, 8 620, 48 630)kg · m², 无人机初始状态 $V = 0.6 \text{ Ma}$, $\alpha_0 = 1.8^\circ$, $\beta_0 = 0^\circ$, $\mu_0 = 0^\circ$, $p_0 = q_0 = r_0 = 0 \text{ rad/s}$, 姿态跟踪目标指令为 $\alpha_c = 5^\circ$, $\beta_c = 4^\circ$, $\mu_c = 6^\circ$. 设从仿真零时刻开始, 姿态角与角速率存在量测噪声, 并设噪声为幅值 0.005 的高斯白噪声, 同时姿态角回路、角速率回路复合干扰分别为

$$\Delta_s = [0.03 \sin(0.5t) \quad 0.02 \sin(t) \quad 0.01 \cos(1.5t)]^T,$$

$$\Delta_f = \begin{bmatrix} 0.3 + 0.04 \sin(0.6t) \\ 0.3 + 0.03 \cos(0.9t) \\ 0.2 + 0.01 \sin(1.2t) \end{bmatrix}.$$

下面对以下两种控制方案进行比较.

控制方案 1 基于快速 super twisting 干扰观测器 (FSTDO) 与快速幂次趋近律的积分滑模控制方案.

控制方案 2 基于 super twisting 干扰观测器 (STDO) 与快速幂次趋近律的积分滑模控制方案.

积分滑模面参数的选取, 在确保能够消除稳态误差的同时, 需防止积分参数过大而导致姿态超调, 滑模面参数选取为 $c_1 = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01)$, $c_2 = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01)$; 为了确保姿态角回路、角速率回路时标分离, 在积分滑模面参数相同的情况下, 角速率回路趋近律参数需远大于姿态角回路趋近律参数, 经过仿真调试, 快速幂次趋近律参数选取为 $k_{s1} = k_{s2} = \text{diag}(0.2, 0.12, 0.2)$, $k_{f1} = k_{f2} = \text{diag}(1, 1, 0.6)$, 幂次 $a = b = 0.5$; 控制方案 2 中 STDO 参数的选取基于文献 [12] 的定理 1, 这样可以保证 STDO 在有限时间收敛, 选取为 $\eta_{s1} = \text{diag}(0.25, 0.25, 0.25)$, $\eta_{s3} = \text{diag}(0.2, 0.2, 0.2)$, $\eta_{f1} = \text{diag}(0.25, 0.25, 0.25)$, $\eta_{f3} = \text{diag}(0.2, 0.2, 0.12)$. 控制方案 1 的 FSTDO 参数满足定理 2, 通过在控制方案 2 的 STDO 中增加线性项以获得更优良的收敛特性, 增加的线性项参数为 $\eta_{s2} = \text{diag}(1.5, 1.5, 1.5)$, $\eta_{s4} = \text{diag}(10, 10, 10)$, $\eta_{f2} = \text{diag}(1.5, 1.5, 1.5)$, $\eta_{f4} = \text{diag}(10, 10, 10)$. 仿真结果如图 2~图 4 所示.

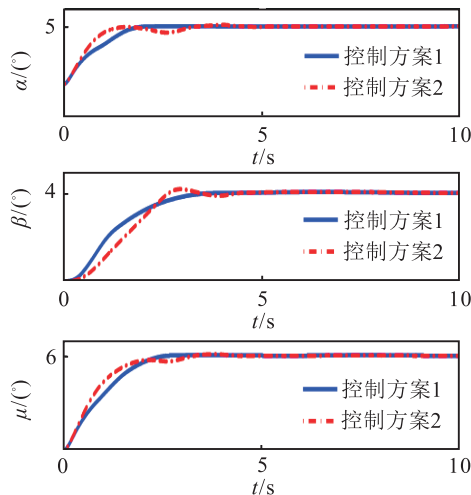


图 2 姿态角响应曲线

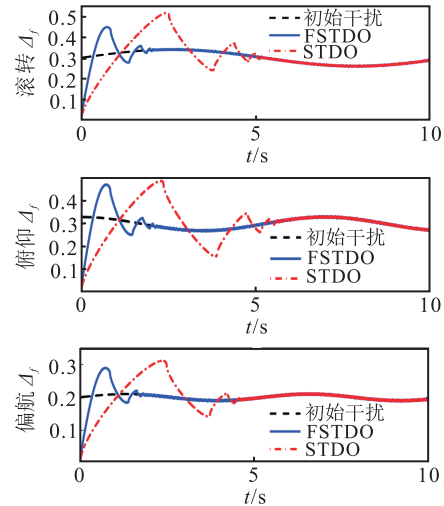


图 3 角速率回路各通道干扰与干扰估计

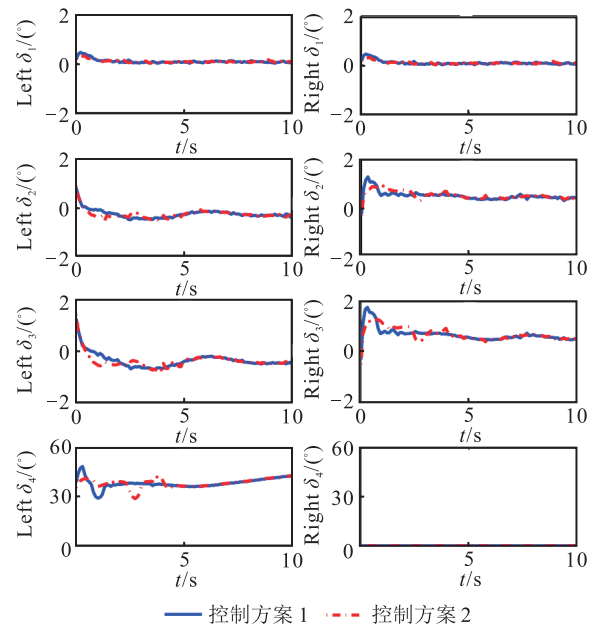


图 4 飞翼布局无人机舵面偏角

图 2 中: 在姿态控制系统具有量测噪声和复合干扰的情况下, 控制方案 1 很好地跟踪了控制指令, 姿态角超调很小, 分别为 0.4%、0.7% 和 1%, 收敛速度快, 稳态精度高, 有效抑制了复合干扰的影响; 控制方案 2 虽然最终跟踪上了控制指令, 但动态特性比较差, 姿态角振荡收敛, 超调比较大, 收敛时间长. 控制方案 1 和控制方案 2 对角速率回路各通道复合干扰的估计如图 3 所示. FSTDO 分别在 2.1s、2.2s 和 1.8s 很快地实现了对角速率回路各通道复合干扰的估计, 而采用 STDO 的控制方案 2, 在 5.2s、5.8s 和 4.6s 才实现了对角速率回路各通道复合干扰的估计, 在观测器还未实现对复合干扰的估计与补偿的时间段里, 受到复合干扰的影响; 控制方案 2 姿态角的超调分别为 2.4%、5.5% 和 2.5%, 姿态角振荡收敛、动态特性很差, 在 STDO 实现对干扰的估计与补偿以后, 控制方案 2 的姿态角也跟踪上了控制指令. 从图 3 可见, FSTDO 比 STDO 更快地实现了对复合干扰的估计,

在存在量测噪声的情况下, FSTDO 和 STDO 对干扰估计的抖振都很小, 对噪声的抑制效果都比较好. 图 4 为两种控制方案的舵面偏角, 定义控制能耗计算公式为

$$E = \int_0^{10} \sum_{i=1}^4 (|\text{Left } \delta_i| + |\text{Right } \delta_i|) dt.$$

控制方案 1 和控制方案 2 的能耗分别为 403.4 和 405.1, 由此可见, 控制方案 1 不需要付出更大的控制能耗.

6 结 论

通过 Lyapunov 方法证明了快速 super twisting 算法具有比 super twisting 算法更优良的收敛特性, 基于该算法设计了 FSTDO, 并应用于存在复合干扰的飞翼布局无人机姿态控制系统. 仿真结果表明, 基于 FSTDO 的姿态控制方案具有良好的跟踪控制性能.

参考文献(References)

- [1] Hall C, Shtessel Y. Sliding mode disturbance observer based control for a reusable launch vehicle[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(6): 1315-1329.
- [2] Wu Q, Saif M. Robust fault diagnosis of a satellite system using a learning strategy and second order sliding mode observer[J]. Systems J of IEEE, 2010, 4(1): 112-121.
- [3] Li H, Gao H, Shi P, et al. Fault-tolerant control of Markovian jump stochastic systems via the augmented sliding mode observer approach[J]. Automatica, 2014, 50(7): 1825-1834.
- [4] Zhang R, Sun C, Zhang J, et al. Second-order terminal sliding mode control for hypersonic vehicle in cruising flight with sliding mode disturbance observer[J]. J of Control Theory and Applications, 2013, 11(2): 299-305.
- [5] Levant A. Homogeneity approach to high-order sliding mode design[J]. Automatica, 2005, 41(5): 823-830.
- [6] Shtessel Y B, Shkolnikov I A, Levant A. Smooth second-order sliding modes: Missile guidance application[J]. Automatica, 2007, 43(8): 1470-1476.
- [7] Levant A, Pavlov Y. Generalized homogeneous quasi-continuous controllers[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2008, 18(4/5): 385-398.
- [8] Levant A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control[J]. Int J of Control, 1993, 58(6): 1247-1263.
- [9] Levant A. Principles of 2-sliding mode design[J]. Automatica, 2007, 43(4): 576-586.
- [10] Zhang C, Chen Z J, Wei C. Sliding mode disturbance observer-based backstepping control for a transport aircraft[J]. Science China Information Sciences, 2013, 57(5): 1-16.
- [11] 王首斌, 王新民, 谢蓉, 等. 基于干扰观测器的高超音速飞行器鲁棒反步控制[J]. 控制与决策, 2013, 28(9): 1507-1512.
(Wang S B, Wang X M, Xie R, et al. Robust backstepping control based on disturbance observer for hypersonic vehicle[J]. Control and Decision, 2013, 28(9): 1507-1512.)
- [12] 胡正高, 赵国荣, 黄婧丽, 等. 基于二阶滑模观测器的连续系统故障估计[J]. 控制与决策, 2014, 29(12): 2271-2276.
(Hu Z G, Zhao G R, Huang J L, et al. Fault estimation of continuous-time systems based on second order sliding mode observation[J]. Control and Decision, 2014, 29(12): 2271-2276.)
- [13] 李鹏, 郑志强. 基于类二次型 Lyapunov 函数的 super-twisting 算法收敛性分析[J]. 控制与决策, 2011, 26(6): 949-952.
(Li P, Zheng Z Q. Convergence of super-twisting algorithm based on quadratic-like Lyapunov function[J]. Control and Decision, 2011, 26(6): 949-952.)
- [14] 李林, 马超, 王立新. 大展弦比飞翼构型的横航向操纵特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(10): 1186-1190.
(Li L, Ma C, Wang L X. Lateral-directional control characteristics of high aspect-ratio flying wing configurations[J]. J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(10): 1186-1190.)
- [15] 王磊, 王立新, 贾重任. 多操纵面飞翼布局作战飞机的控制分配方法[J]. 航空学报, 2011, 32(4): 571-579.
(Wang L, Wang L X, Jia Z R. Control allocation method for combat flying wing with multiple control surfaces[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(4): 571-579.)

(责任编辑: 滕 蓉)