

统计相关源信号分离模型与算法综述

王法松¹, 王忠勇¹, 李睿², 高向川¹, 靳进¹

(1. 郑州大学信息工程学院, 郑州 450001; 2. 河南工业大学理学院, 郑州 450001)

摘要: 统计相关源信号分离理论不仅有着广泛的应用背景, 也为深入了解数据的本质结构提供了有效的分析工具. 首先, 重点分析和讨论一类特殊的相关源信号分离模型——独立子空间分析模型的可分离性; 其次, 分别介绍基于源信号稀疏性、统计测度、独立子空间分析、源信号时序结构、源信号有界性和非负性的各种相关源信号分离算法; 再次, 通过将加性噪声中的盲源分离和高光谱解混问题建模为统计相关源信号分离模型, 表明了该方法的应用价值; 最后, 总结了相关源信号分离中存在的问题, 并对下一步的研究思路进行了分析和展望.

关键词: 盲源分离; 独立成分分析; 相关成分分析; 稀疏表示; 高光谱解混

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Survey on statistical dependent source separation model and algorithms

WANG Fa-song¹, WANG Zhong-yong¹, LI Rui², GAO Xiang-chuan¹, JIN jin¹

(1. School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. School of Sciences, He'nan University of Technology, Zhengzhou 450001, China. Correspondent: WANG Fa-song, E-mail: iefswang@zzu.edu.cn)

Abstract: The statistical dependent source separation problem is a basic and important research topic in the field of blind source separation(BSS), because it not only has abundant potential applications, but also can gain further insights into the structure of the data. Firstly, the unified mathematical model of dependent source separation is constructed and the separability issues are discussed. Then, state-of-art algorithms to implement separation for dependent sources are surveyed from two aspects: statistical and deterministic, where the statistical method mainly includes sparsity based method, statistical measure based method, independent subspace analysis(ISA) based method and temporal structure based method. Meanwhile, the deterministic approach contains the bounded source signals based method and nonnegative source signals based method. The applications of the statistical dependent source separation problem are demonstrated by the hyperspectral unmixing problem and the BSS in the additive noise problem. Finally, some of the existing problems are listed, and the future research work is also presented.

Keywords: blind source separation; independent component analysis; dependent component analysis; sparse representation; hyperspectral unmixing

0 引言

在实际问题中, 由科学仪器测量得到的数据往往是被噪声污染的源信号的混合表现形式. 例如, 在基于头皮脑电(EEG)的脑机接口系统中, EEG信号一般是通过放置在头皮上的多个电极测量获取, EEG信号是大脑皮层中各个脑功能区大量神经元放电活动的加权综合外在表现形式, 同时还混有眼电、肌电等其他生理电信号, 并伴有环境噪声和测量噪声. 另外, 在

实际环境中, 麦克风阵列测量得到的声音信号是测量环境中各语音信号源产生的语音信号叠加上各种噪声得到的混合信号. 此外, 在地球物理、遥感及通信系统中也同样存在大量的此类现象. 在上面这些例子中, 存在一个基本的科学问题: 如何发现那些有意义的、潜在的原始信号或者物理过程? 而这些重要信息一般都很难以直接从观测数据中获得. 因此, 寻找各种物理系统中多变量数据的最优表示是统计信号处理

收稿日期: 2014-10-17; **修回日期:** 2015-04-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61401401, 61172086, 61071188, 61261033, U1204607); 中国博士后科学基金项目(2014M561998); 郑州大学青年教师启动基金项目(1411318029).

作者简介: 王法松(1979—), 男, 高级工程师, 博士, 从事盲信号处理、稀疏信号处理等研究; 王忠勇(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事信号处理、控制理论与应用、无线通信系统等研究.

及其相关控制与决策系统的主要研究课题之一,而最优表示的实质就是通过适当的线性或非线性变换,使测量或观测得到的数据的本质结构和特征能更容易地提取和表征.

盲源分离(BSS)技术是解决上述科学问题的主要技术手段之一. BSS是指在源信号和传输信道未知的情况下,仅利用源信号的各种先验信息和科学仪器测量的观测(混合)信号,分离或提取出源信号或者物理过程的处理手段. 由于BSS的信号模型具有一般性,它在生物医学信号处理、语音信号处理、无线通信、地球物理数据处理以及数据挖掘、图像处理等领域,具有非常广阔的应用前景^[1-3].

目前,针对BSS问题求解的最常用的方法是独立成分分析(ICA). ICA作为一种基本的多变量数据分析处理方法,与经典的因子分析(FA)和主成分分析(PCA)等方法一样,也是通过对分析数据进行线性变换来获取数据的本质特征. 然而,ICA方法具有经典FA和PCA所不具备的优势,即在很多情况下可以从观测数据中分离出潜在的重要源信号. 其最重要原因是FA和PCA等经典方法只假设数据的高斯结构,即二阶统计信息;而ICA方法则从数据的非高斯结构出发,利用源信号之间具有的独立性的高阶统计信息,探讨数据的内在结构. 这样的处理思路在混合数据是由不同的物理过程产生的情况下,具有突出的优势. 此外,与回归和分类等方法不同,ICA方法是一种无监督技术,它不需要知道系统的实际输出结果,而是一种试探性的数据驱动方法,因此,ICA也适合于研究数据的先验知识较少或者数据模型难以建立的问题.

注 1 为了讨论问题方便,本文只分析源信号线性瞬时混合的情形,关于非线性和卷积混合问题可以参见Hyvarinen等^[1]和Comon等^[2]的相关专著.

注 2 如果源信号或者混合过程具有先验信息,则可以充分加以利用,以得到性能更佳的源信号估计,相关理论和方法可参见文献[3-4].

然而,在很多实际问题中,特别是在生物医学信号处理和图像处理中,待分离源信号之间并不满足统计独立的假设条件,它们之间具有一定程度的统计相关性,这类源信号分离问题称为统计相关源信号分离问题,也称为相关成分分析(DCA)^[2,5]. 对于统计相关源信号的分离,大量的实验结果表明,现有的ICA算法难以直接得到相关源信号理想的分离效果或者根本无法分离,因此,迫切需要结合相关源信号的各种本质特征,建立相应的数学理论框架,并在此基础上

设计优化准则和发展分离算法.

在ICA模型的许多扩展中,一些学者已经研究了源信号之间统计相关的情形,即DCA模型. 第一个DCA模型是多维ICA模型(MICA)^[6-7],MICA模型并不要求所有的源信号之间都统计独立,而是把源信号分为若干组(各组元素个数可以相等,也可以不等),假定每组源信号之间满足统计独立性,而各组内部的源信号之间没有统计独立性的约束,此模型也称为独立子空间分析(ISA)^[8]. Lahat等^[7]针对源信号分段平稳情形,基于二阶统计量对MICA进行了统计性能分析,同时在源信号为高斯分布时,给出了相应的似然函数和估计方程. 此后,受MICA模型的启发,出现了许多新的DCA模型和相应的算法,如:方差相依BSS^[9-10],拓扑ICA^[11],tree-相关成分分析(TICA)^[12],子带分解ICA^[13-14],极大非高斯方法^[15-17],谱分解方法^[18],时频方法^[19-20]和基于线性条件期望的方法^[21]等. 另外,当源信号和混合矩阵被约束为非负情形时,出现了基于非负矩阵分解(NMF)的相关源信号分离方法;还有一类方法是通过假设相关源信号具有有界支撑而提出的有界成分分析(BCA)方法.

然而,相关源信号的分离问题由于理论基础缺乏,具有一定难度,迄今为止,并没有受到很多的关注,也没有得到全面深入的研究. 因此,本文将介绍BSS的相关源信号分离的理论思想和最新进展,希望引起广大学者的重视.

本文首先从BSS的基本原理出发,系统地回顾和分析BSS的ICA和DCA数学模型及其可分离性问题;然后综述了相关源信号分离的两类主要算法:统计学方法和确定性方法,并对各种算法进行分类、归纳和总结,同时从两个方面讨论相关源信号分离模型的应用价值;最后总结并分析了相关源信号分离问题中存在的主要问题及下一步的研究思路.

1 模型分析

线性瞬时混合BSS的数学模型较为理想,其研究也相对最为成熟. 记 $\{x_i(t)\}_{i=1}^M$ ($t=1,2,\dots,T$)为不同的科学测量仪器测到的观测信号变量,其中 i 是观测变量序号, t 是时间变量序号. 假设观测变量 $x_i(t)$ 可以建模为源信号变量(隐含变量) $\{s_j(t)\}_{j=1}^N$ ($t=1,2,\dots,T$)的线性瞬时混合,则有

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}s_j(t) + z_i(t), \quad \forall i \in \{1,2,\dots,M\}. \quad (1)$$

其中:混合系数 $a_{ij} \in \mathcal{R}^{M \times N}$ 未知; $\{z_i(t)\}_{i=1}^M$ ($t=1,2,\dots,T$)为加性噪声,用来建模测量噪声和校正模型误差. 此外,还可以将指标 t 省略,把观测信号

$\{x_i(t)\}_{i=1}^M$ 写成 M 维矢量 \mathbf{x} , 源信号 $\{s_j(t)\}_{j=1}^N$ 写成 N 维矢量 \mathbf{s} , 噪声 $\{z_i(t)\}_{i=1}^M$ 写成 M 维矢量 \mathbf{z} , 混合系数 $(a_{ij})_{M \times N}$ 写成 $M \times N$ 维混合矩阵 \mathbf{A} , 则式(1)可以简记为

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{z}. \quad (2)$$

为了处理问题方便, 也可将观测信号 $\{x_i(t)\}_{i=1}^M$ 写成 $M \times T$ 维矩阵 \mathbf{X} , 源信号 $\{s_j(t)\}_{j=1}^N$ 写成 $N \times T$ 维矩阵 \mathbf{S} , 噪声 $\{z_i(t)\}_{i=1}^M$ 写成 $M \times T$ 维矩阵 \mathbf{Z} , 则式(1)可以表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{Z}. \quad (3)$$

由于模型(1)和(2)考虑的对象是随机变量, 可以使用统计数字特征, 适用于基于统计理论的方法. 而在模型(3)中, 观测信号矩阵是样本的实现, 为确定性矩阵, 不再适用于统计理论方法, 但该模型在其他一些方法中具有广阔的应用环境, 如几何学方法和非负BSS方法等^[2].

目前, 针对BSS问题求解的最常用的假设是源信号之间满足统计独立性, 基于该假设的BSS框架即为ICA. 当源信号 $\{s_j(t)\}_{j=1}^N$ ($t = 1, 2, \dots, T$) 之间具有统计独立性且观测信号数目与源信号数目相等时, 即 $M = N$ 时, 该种类型的BSS问题在利用ICA方法得到源信号的估计时, 除了存在一些可以容忍的模糊性(分离信号在幅度和排列顺序上的不确定性)之外, 独立源信号可以从它们的线性混合信号中, 通过寻找一些目标函数(在ICA中也被称为对照函数)的极值实现盲分离. 这些目标函数主要包括负熵、非高斯测度、峰度和互信息等^[1-2].

一般来说, 当对混合数据利用ICA方法进行处理时, 得到的估计源信号之间并不满足统计独立性, 这是因为, 统计独立是一个非常强的假设条件, 此假设潜在的要求是, 分离准则必需具有无穷多个自由度, 即需要无穷多个参数才能实现对其完整概率密度函数的逼近或拟合.

事实上, 两个随机变量 $s_1(t)$ 与 $s_2(t)$ 之间统计独立等价于这两个随机变量的任何非线性变换之间满足不相关性, 即

$$\begin{aligned} \text{cov}(f_1(s_1(t)), f_2(s_2(t))) = \\ E\{f_1(s_1(t))f_2(s_2(t))\} - E\{f_1(s_1(t))\}E\{f_2(s_2(t))\} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

对于任意非线性函数 f_1 和 f_2 成立, 其中 $E\{\cdot\}$ 表示数学期望. 当式(4)中的非线性函数退化为恒等函数时, 即 $f_1(s(t)) = f_2(s(t)) = s(t)$ 时, 就等价于随机变量之间的不相关性定义. 式(4)暗示, 如果想得到一个能够

给出统计独立源信号的变换函数, 则需要建立无穷多个方程组来估计无穷多个参数, 且这些方程组的系数矩阵满秩.

显然, 对于任意给定的观测信号, ICA方法不可能给出足够多的参数完全描述源信号的统计独立性. 因此, 在ICA方法中, 利用有限的样本数据, 通过线性变换得到的任意分布的信号源之间具有相关性是一种正常现象, 此时, 只能认为ICA方法得到的是一组尽可能独立的源信号. 同时, 在考虑一个实际问题的观测数据集时, 如果将其假定为一组严格统计独立的源信号经过线性混合产生, 则显得过于理想化. 一个更加实际的假设是, 源信号之间存在一定的相关性.

下面将对相关源信号分离模型进行详细分析, 重点以ISA为对象, 讨论相关源信号的可分离性问题. 为了讨论问题的方便, 这里假定源信号数目 N 等于观测信号数目 M .

定义1 记 $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \dots, \mathcal{S}_P$ 为 \mathcal{R}^N 上的 P 个线性子空间, 如果任意向量 \mathbf{s} 可以被唯一地分解为 $\mathbf{s} = \sum_{p=1}^P \mathbf{s}_p$, $\mathbf{s}_p \in \mathcal{S}_p, \forall p \in \{1, 2, \dots, P\}$, 且 $\mathcal{S}_1 \oplus \mathcal{S}_2 \oplus \dots \oplus \mathcal{S}_P = \mathcal{R}^N$, 则称 $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \dots, \mathcal{S}_P$ 为线性独立子空间, 此时, 向量组 $\{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_P\}$ 称为向量 \mathbf{s} 在 $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \dots, \mathcal{S}_P$ 上的线性成分. 如果向量 \mathbf{s}_i ($i = 1, 2, \dots, P$) 不再包含低维的独立子空间, 则称 \mathbf{s}_i 不可约. 进一步, 如果在 \mathcal{R}^N 中存在 P 个线性独立的“成分子空间”, 使得 \mathcal{R}^N 中任意的随机向量 \mathbf{s} 在这组子空间上的线性成分独立, 则称 \mathbf{s} 可在 $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \dots, \mathcal{S}_P$ 上被独立子空间分解.

对于定义1, 如果 $P = N$, 则该独立子空间分解问题就是研究较为广泛的独立成分分解, 即ICA问题; 如果 $P = 1$, 则转化为最一般情况下的DCA问题, 此时所有的源信号之间都具有统计相关性.

定义2 如果向量 \mathbf{s} 存在分解 $\mathbf{s} = \sum_{p=1}^P \mathbf{s}_p$, $\mathbf{s}_p \in \mathcal{S}_p, \forall p \in \{1, 2, \dots, P\}$, 且满足以下两个条件: 1) 至多有一个高斯成分子空间; 2) 任何非高斯的成分子空间都是不可约的成分子空间. 则称此分解为向量 \mathbf{s} 的唯一正则化的独立子空间分解, 此时各子空间的维数 d_p 任意, 且满足 $\sum_{p=1}^P d_p = N$. 特别地, 当各子空间 \mathcal{S}_p 的维数相等, 假定为 k , 且 $N = kP, k, P \in \mathcal{N}$ 时, 记 $\mathbf{s}_1 = (s_1, s_2, \dots, s_k)^T, \dots, \mathbf{s}_P = (s_{N-k+1}, s_{N-k+2}, \dots, s_N)^T$, 如果 k 维随机向量 $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_P$ 统计独立, 则称随机向量 \mathbf{s} 为 k -独立. 进一步, 对于随机向量 $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^N$, 如果存在矩阵 $\mathbf{W} \in \mathcal{R}^{N \times N}$, 使得 N 维向量

$\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x}$ 为 k -独立, 则称矩阵 \mathbf{W} 为 N 维随机向量 \mathbf{x} 的 k -ISA.

对于定义 2, 如果 $k = 1$, 则此 ISA 问题就是 1-ISA, 即 ICA 问题; 如果 $k = N$, 则该 ISA 问题转化为 N -ISA 问题, 即为最一般情况下的 DCA 问题. 当各子空间的维数不相等, 且子空间个数未知时, 理论分析较为复杂, 本文暂不涉及, 初步分析结果可参见文献 [22].

下面将重点分析 k -ISA 的可辨识性问题. 首先给出 ICA 的可辨识性结论. ICA 模型有两个不确定性: 分离信号尺度的不确定性和分离信号位置(排列顺序)的不确定性, 即分离信号 \mathbf{y} 与源信号 \mathbf{s} 具有如下关系^[1].

定理 1 设随机向量 $\mathbf{s} \in \mathcal{R}^N$ 为源信号向量, 其元素 $s_i (i \in \{1, 2, \dots, N\})$ 之间统计独立, 且至多一个具有高斯分布. 记 $\mathbf{C} \in \mathcal{R}^{N \times N}$ 为可逆矩阵, 对于分离信号向量 $\mathbf{y} \in \mathcal{R}^N$, 源信号向量 \mathbf{s} 与分离信号向量 \mathbf{y} 之间满足 $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{s}$, 则以下两个结论等价: 1) 分离信号向量 \mathbf{y} 的各元素 $y_i (i \in \{1, 2, \dots, N\})$ 之间统计独立; 2) $\mathbf{C} = \mathbf{P}\mathbf{A}$, 其中 \mathbf{P} 为置换矩阵, \mathbf{A} 为对角矩阵.

下面将对 k -ISA 解的可辨识性问题进行讨论. 首先给出如下定义^[23-24].

定义 3 称 $k \times k$ 子矩阵 $(w_{ru})_{k \times k}$ 为矩阵 $\mathbf{W} = (w_{ij}) \in \mathcal{R}^{N \times N}$ 的 (r, u) k -子矩阵. 其中: $r, u = 1, 2, \dots, P; i = kr, kr + 1, \dots, k(r + 1) - 1; j = ku, ku + 1, \dots, k(u + 1) - 1$. 易见该 k -子矩阵的起始元素为 $w_{kr, ku}$. 记 $\mathbf{L} \in \mathcal{R}^{N \times N}$, 如果对于任意的 $r \in \{1, 2, \dots, P\}$, 存在精确的 u , 使 \mathbf{L} 的 (r, u) k -子矩阵非零, 而且对于任意的 $u \in \{1, 2, \dots, P\}$, 存在精确的 r , 使 \mathbf{L} 的 (r, u) k -子矩阵非零, 则称 \mathbf{L} 为 k -尺度和排列矩阵. 如果存在一个 k -尺度和排列矩阵 \mathbf{L} , 对于 N 阶矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 满足 $\mathbf{A} = \mathbf{B}\mathbf{L}$, 则称矩阵 \mathbf{A} 与 \mathbf{B} 为 k -等价, 记为 $\mathbf{A} \sim_k \mathbf{B}$. 进一步, 称矩阵 \mathbf{A} 为 k -可容许的, 如果对于每一个 $r, u \in \{1, 2, \dots, P\}$, \mathbf{A} 的 (r, u) k -子矩阵要么为可逆矩阵, 要么为零矩阵.

由定义 3 可见, 如果随机向量 $\mathbf{y} \in \mathcal{R}^N$ 为 k -独立, 则随机向量 $\mathbf{L}\mathbf{y}$ 同样满足 k 独立条件; 如果两个矩阵 \mathbf{W}_1 和 \mathbf{W}_2 满足 $\mathbf{W}_1^{-1} \sim_k \mathbf{W}_2^{-1}$, 假设其中一个为随机向量 \mathbf{x} 的 k -ISA 问题的解, 则另一个也同时是该问题的解.

由上述分析可知, 除了矩阵 \mathbf{A} 的 k -等价分离这一不确定性外, 可以得到混合矩阵 \mathbf{A} 的估计. 因为, 如果 $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s}$, 且 \mathbf{W} 为分离矩阵, 则满足 $\mathbf{W}\mathbf{x}$ 为 k -独立向量, 有 $\mathbf{W}\mathbf{A} \sim_k \mathbf{I}$, 所以可得 $\mathbf{W}^{-1} \sim_k \mathbf{A}$.

将矩阵 \mathbf{A} 约束为 k -可容许的, 其条件并不苛刻. 例如, 如果矩阵 \mathbf{A} 的元素具有连续分布, 则 \mathbf{A} 是一个以概率为 1 的 k -可容许矩阵, 因为对于任意属于 $\mathcal{R}^{N \times N}$ 的非 k -可容许的矩阵, 都将落入维度小于 n^2 的子流形中^[23]. 根据上述分析和定义 3, 可以得到如下的相关源信号分离定理^[24] (严格意义上是 k -ISA 的分离定理).

定理 2 (相关源信号的可分离性) 假设随机向量 \mathbf{x} 具有有限协方差, 则其可被唯一地分解为独立的、不可约子空间 $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \dots, \mathcal{S}_P$, 且该分解具有以下不确定性: 1) 各独立子空间 $\mathcal{S}_i (i \in \{1, 2, \dots, P\})$ 的排列顺序不确定; 2) 在唯一的高斯子空间中, 其各分量之间存在顺序和尺度的不确定性; 3) 在各独立的非高斯子空间之间存在可逆变换(尺度不确定性的多维形式).

定理 2 只在各子空间的维数相等时有效, 对于更一般的情形, 现在还没有从理论上给出解的唯一性结论.

从统计学观点来看, 应用定理 2, 对于任意的具有有限协方差的随机向量 \mathbf{x} , 其概率密度函数 $p(\mathbf{x})$ 都可以表示如下(除了上面讨论的排列顺序和可逆变换的模糊性之外):

$$p(\mathbf{x}) = p_1(\mathbf{A}_1\mathbf{x}) \cdots p_q(\mathbf{A}_q\mathbf{x}) p_{\text{Gauss}}(\mathbf{A}_G\mathbf{x}). \quad (5)$$

2 相关源信号分离的主要算法

目前, 国内外关于源信号分离的研究主要集中在基于 ICA 技术的分离和提取方法上, 已提出了很多优秀的算法^[1-2].

对于相关源信号分离问题而言, 如何利用源信号的相关性实现从混合数据中分离出源信号是实现信号分离的首要条件. 现有的绝大多数相关源信号分离方法的做法是, 利用源信号的形态学特征和统计学特征, 构建优化准则和目标函数, 实现相关源信号的有效分离. 因此, 相关源信号分离问题的研究主要有两大类方法: 统计学(随机)方法和确定性方法, 下面将分别介绍.

2.1 统计学方法

2.1.1 基于源信号稀疏性的方法

由于信号的稀疏性广泛存在于自然界的各种物理现象中, 基于稀疏性的相关源信号分离方法假设源信号 $\{s_j(t)\}_{j=1}^N$ 两两之间在整个分析域(时间域、频率域、时频域或者小波域等)上相关, 但在一些小的区间或子带上满足独立性条件. 如果这些具有独立性的区间或子带具有先验信息, 则可以利用线性时间滤波

器^[13]或局部占优的时频比率^[25]思想对混合信号 x 进行处理, 得到满足最优条件的数据, 再利用 ICA 等方法进行分离。

事实上, 线性时间滤波器或者其他的线性处理手段并不会改变线性混合模型的本质, 也不会改变混合矩阵, 而且通过一些优化方法可以得到满足独立性的变换域区间。

时频比率方法则采用时频分析技术, 利用局部占优的思想, 在时频域实现对混合矩阵的估计。Yilmaz 等^[26]提出的退化分离估计技术 (DUET) 假设源信号在时频域具有正交性, 以此来分离源信号。文献 [27] 进一步将 DUET 算法拓展到多个传感器的情况。

以上方法对源信号的稀疏性要求很高, 当源信号的稀疏度不够, 在某些时频点相互重叠时, 分离结果就会产生较大的误差。很多情况下, 在时频域中的一个点或一个区域, 虽然有多个源信号同时出现, 但每个源信号对该点或该区域贡献的大小有较大的差异。刘琨等^[28]基于此现象, 提出了类似的基于时频域单源主导区思想的欠定 BSS 方法, 并在模拟会议室场景下得到验证。此外, Yang 等^[29]利用稀疏成分分析和自然梯度方法实现了欠定 BSS, 且指出该方法对于相关源信号的分离具有潜在的应用价值。

2.1.2 基于统计测度的方法

统计独立源信号可以从它们的线性混合信号中, 通过寻找一些目标函数的极值进行分离或提取, 这些目标函数主要包括负熵、非高斯性、峰度和互信息等。

Dohono^[30]指出, ICA 中使用的一些测度, 如负熵、非高斯测度和峰度等, 在处理一些特殊的相关源信号分离问题时同样有效, 这一想法在实际应用中也得到了证实^[17,21]。作为该类方法的推广, Caiafa^[21]提出了源信号之间一种特殊的相关性模型——线性条件期望率 (LCE), 即如果源信号之间两两满足 LCE, 则可以通过非高斯测度和任意 β 阶绝对矩实现对相关信号源的分离, 并给出了能够通过寻找极大或极小值实现对相关信号源和独立信号源分离的理论结果, 利用 Parzen 窗方法估计概率密度函数, 通过 Newton-Raphson 迭代方法实现了对独立或相关信号源的分离, 而且该方法在高光谱解混问题中得到了应用。

另外, Castella 等^[31]考虑使用基于峰度的对照函数处理相关源信号分离问题, 得到的优化准则为相关参数的多项式函数, 但这类方法对源信号的性质要求苛刻, 具有一定的局限性。此外, Kopriva 等^[32]利用小波包分解, 通过寻找各混合信号中小波包分解系数之间互信息最小的子带, 实现对相关源信号的

分离。Keziou 等^[33]将具有 copula 概率密度函数的 K-L 散度 (Kullback-Leibler divergence) 进行推广, 通过最小化 K-L 散度, 使其不仅适合于分离统计独立源信号, 而且对于具有特殊相关性结构的相关源信号, 也可实现有效分离。

2.1.3 基于独立子空间分析的方法

ISA 方法假设源信号被划分为不同的子空间, 同一子空间内部的各源信号之间统计相关, 而不同子空间之间具有统计独立性。该思想最早由 Hyvarinen 等^[8]提出, 随后 Szabo 等^[34]将 ISA 与盲解卷结合起来, 把线性瞬时混合 ISA 模型拓展到超定盲子空间解卷情形, 应用时间串联手段将问题转化为高维 ISA, 由联合 f -解相关技术使问题得以解决。

另外, Cardoso^[6]提出了著名的猜想——ISA 问题可以由两步实现: 第 1 步, 运用一般的 BSS 方法, 如 ICA 对混合信号进行预处理, 得到数据的一维模型; 第 2 步, 通过聚类等方法得到具有统计独立性的成分组。最近, Lahat 等^[35]对该思想进行了推广, 他们指出, 在第 1 步时没有必要一定约束为一维模型, 而是可以为任意维, 通过假设源信号满足分段平稳模型, 且多维成分的维数及分组数已知时, 通过上面提及的两步法可以得到估计的均方误差的解析表达式, 该方法在有限样本空间中是一个次优方法。

Szabo 等^[36]在源信号具有一些特殊分布的情况下, 对该假想进行了严格的证明, 从而使很多现有的 ISA 算法得到了理论支持。此外, 该理论还可以指导设计有效算法以解决源信号维数估计、后非线性混合、复值源信号混合等各种复杂情况。Gutch 等^[24]发现, 当一组向量具有独立子空间的结构时, 其第二联合特征函数的 Hessian 矩阵具有块状对角的结构, 因此, 根据源信号的性质, 提出了联合分块对角化算法以解决 k -ISA 问题。

2.1.4 基于源信号时序结构的方法

如果源信号 $\{s_j(t)\}_{j=1}^N$ 之间具有相关性, 而其新息过程之间统计独立, 则可以通过建立非高斯的状态空间模型进行处理^[37]。若利用自回归矢量过程描述源信号 $\{s_j(t)\}_{j=1}^N$ 的参数模型, 则可以表示为 $\mathbf{s}(t) = \sum_{\tau>0} \mathbf{B}_\tau \mathbf{s}(t-\tau) + \mathbf{u}(t)$ 。其中: \mathbf{B}_τ 代表自回归系数矩阵, $\mathbf{u}(t)$ 代表新息过程。假设 $u_i(t)$ 具有非高斯分布, 且相互之间统计独立, 但是由于自回归系数矩阵 \mathbf{B}_τ 具有时间结构, 源信号 $\{s_j(t)\}_{j=1}^N$ 之间就不一定统计独立, 针对该模型参数的估计, 人们提出了一些新的方法^[38]。

将 ISA 思想引入该问题中, 出现了另外一种处理相关时间序列源信号分离的理论模型, 可以采用联合对角化方法得到相应的分离算法^[39]. 此外, 还可以利用线性或非线形预测来分离或提取源信号, 通过最小化基于新息序列的目标函数得到源信号的估计^[40-41]. Bedini 等^[42]利用源信号的时间结构, 基于多个延时构造了一组协方差矩阵, 以此来处理相关信号源的分离问题, 并且在天体物理学数据处理中得到了应用.

2.2 确定性方法

2.2.1 基于源信号有界性的方法

利用源信号具有有界支撑的先验信息取代统计独立的假设实现源信号的分离, 相应的理论框架称为有界成分分析 (BCA). 在 BCA 中, 当混合信号张成的信号空间的凸包能够分解成各源信号支撑凸包的 cartesian 积时, 可以实现源信号的分离, 该理论可以实现统计独立及相关源信号的有效分离^[43]. 最近, Erdogan^[44]证明, 如果一组相关源信号具有 copula-t 分布时, 可以通过 BCA 方法得到较好的分离, 而且此方法对源信号之间的相关系数具有很强的包容性. 进一步, Erdogan^[45]还给出了一个新的确定性框架及其 BCA 算法, 该框架的优化目标函数直接定义在混合信号样本点上, 而不是基于随机测度或者随机测度的估计, 从而可以从分离信号样本点的几何学上得到解释. 基于此, 通过定义两种几何学目标函数: 主超椭球体和有界超矩形, 介绍了基于最大体积比目标函数的 BCA 优化方法, 并且给出了实值和复值源信号分离的迭代算法, 同时指出了基于 BCA 框架的算法在处理相关源信号及小样本数据时的潜在优势. 最近, Inan 等^[46]又进一步讨论了卷积情况下应用 BCA 处理 DCA 的问题.

2.2.2 基于源信号非负性的方法

当源信号和混合矩阵被约束为非负情形时, 一般的 BSS 就转化为非负 BSS 问题, 并可以用来进行相关源信号的分离. 一种做法是利用非负矩阵分解 (NMF) 技术^[47], 并且已出现了很多 NMF 的解决方法^[48]. 但仅仅使用非负约束并不能保证 NMF 解的唯一性, 因此, 根据源信号或者混合矩阵的先验信息, 人们提出了一些其他的约束条件, 如稀疏性或平滑性等, 以减少问题的可能解^[49]. NMF 通过综合利用这些先验信息来增加估计源信号的物理意义, 同时减少问题可能的解^[50].

与 NMF 不同, CAMNS 算法将凸分析和优化技术应用到非负相关源信号分离问题中, 通过施以局部

占优的约束, 即对于所有的源信号, 至少存在一个只有一个源信号被激活, 而所有其他的源信号都没有被激活的时刻, 即 $\forall i \in \{1, 2, \dots, N\}, \exists n_i, s_i(n_i) \neq 0, s_j(n_i) = 0, \forall i \neq j$. 在此假设和一些基本的非负 BSS 假设条件下, 可以通过寻找由混合信号的散点图张成的凸包的顶点实现对混合矩阵 \mathbf{A} 的估计^[51]. 遗憾的是, 局部占优假设在实际应用中并不常见, 而最小单形体体积方法不要求源信号满足局部占优的假设条件, 也可以实现混合矩阵的估计^[52]. 然而, 当环境受到噪声污染时, 这种标准化的约束将会放大噪声的影响, 从而使得到的源信号的估计性能变差, 特别是当源信号的数目过估计时, 影响更为严重. 最近还出现了一种通过拟合最小孔径的单形锥体估计混合矩阵和源信号的方法, 该方法可以用于处理统计相关源信号, 并在实际的 PET 图像应用中得到了验证^[53].

3 DCA 的应用

3.1 噪声中的 BSS

由于环境噪声和测量噪声的存在, 同时受模型误差的影响, 加性噪声背景中的源信号分离问题普遍存在. 当源信号 $\{s_j(t)\}_{j=1}^N$ 之间满足统计独立性且 $M = N$ 时, 式 (2) 可变换为

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}(\mathbf{s} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{z}). \quad (6)$$

当噪声矢量 \mathbf{z} 的分量具有非高斯分布或统计相关, 且与源信号统计独立时, 记 $\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{s} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{z}$, 则式 (6) 可转化为

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{s}}. \quad (7)$$

式 (7) 是典型的无噪线性瞬时源信号分离模型, 此时 $\{\tilde{s}_j(t)\}_{j=1}^N$ 的各分量一般具有一定的统计相关性, 即为相关源信号分离问题, 若用基本的 ICA 方法进行模型 (7) 的源信号分离, 则效果不太理想甚至完全失败 (尤其在低信噪比情形). 因此, 加性噪声背景中的信号源分离可以归结为统计相关源信号的分离问题.

3.2 高光谱解混

线性光谱混合模型 (LSMM) 是一种广泛应用于高光谱遥感图像光谱解混 (HU) 问题的光谱混合模型, LSMM 假设混合像元中各端元 (基本组成成分) 之间的相互影响可以忽略不记, 每一个混合像元矢量都可以表述为端元和它们相应的丰度 (各个端元之间混合比例) 的线性组合. 记 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{M \times 1}$, $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{M \times N}$, $\mathbf{s} \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ 和 $\mathbf{z} \in \mathbf{R}^{M \times 1}$ 分别为混合像元矢量、端元光谱矩阵、丰度矢量和噪声矢量, 则 $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{z}$. 其中: M 和 N 分别代表高光谱图像中波段数和端元数, \mathbf{z} 为零

均值的高斯白噪声. 研究表明, 该假设是合理的并且得到了广泛的应用^[54-56]. 根据丰度的物理意义, 混合像元中各端元丰度应满足丰度和为1和非负性约束, 即

$$\sum_{j=1}^N s_j = 1, s_j \in [0, 1], j = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

HU就是基于LSMM, 从混合像元 z 出发, 分离出端元光谱矩阵 \mathbf{A} 和丰度矢量 \mathbf{s} . 由式(8)约束条件可以得到

$$s_j = 1 - \sum_{k=1}^{j-1} s_k - \sum_{l=j+1}^N s_l, \forall j \in \{j = 1, 2, \dots, N\}. \quad (9)$$

式(9)表明各源信号(丰度)之间具有相关性, 不满足统计独立性的假设条件. 因此, 从信号处理的角度, 利用LSMM进行高光谱遥感图像的HU, 实质上就是一个典型的加性噪声背景中的相关源信号分离问题.

此外, 在很多其他实际应用中, 源信号统计独立性的假设也不能完全成立. 例如生物医学图像处理、化学统计学、语音信号谱分解等问题^[1-2,57], 相关源信号分离的理论和方法将会发挥更大的作用. 因此, 研究相关源信号的分离问题具有非常重要的实际应用价值.

4 总结与展望

综上所述, 系统研究统计相关源信号分离的理论, 提出较为完善的分离算法, 不仅可以为高光谱遥感图像的高光谱解混等实际问题提供新的解决途径, 具有十分积极的现实意义, 而且对于盲信号分离理论和方法的深化和发展也具有重要的理论价值. 但是, 由于相关源信号分离问题中存在一些关键技术需要攻克, 也使得这一研究面临诸多挑战, 存在一些需要解决的问题, 例如: 1) 如何建立完善的相关源信号的分离模型; 2) 相关源信号可以得到有效分离的必要条件是什么; 3) 如何将一些形态学特征与统计学特征结合, 实现相关源信号的有效分离; 4) 加性噪声背景中, 特别是低信噪比时, 如何设计鲁棒的相关源信号分离算法; 5) 如何根据实际的应用环境选择和设计恰当的相关源信号分离算法. 下阶段的主要研究思路有以下几个方面:

1) 模型方面. 针对更一般的统计相关源信号, 主要考虑根据源信号统计学和形态学特点, 建立相关源信号分离问题的数学模型, 以此推导并提出模型解的存在性及唯一性等可辨识条件.

2) 优化准则与分离算法方面. 利用源信号的先验信息推导有别于统计独立性的优化准则; 构造具有较好数学性质的目标函数; 发展相关源信号分离算法, 探讨算法的收敛性和稳定性; 开展仿真实验分析, 进行算法的统计性能分析.

3) 应用方面. 考虑高光谱遥感图像序列中光谱解混问题和加性噪声中的BSS问题, 分析基于相关源信号分离模型及方法在这两个问题中的应用性能, 以期提出与数据相匹配的算法优选准则.

参考文献(References)

- [1] Hyvarinen A, Karhunen J, Oja E. Independent component analysis[M]. New York: John Wiley & Sons, 2001: 147-390.
- [2] Comon P, Jutten C. Handbook of blind source separation: Independent component analysis and applications[M]. Oxford: Elsevier, 2010: 179-420.
- [3] Ahmadian P, Sanei S, Ascari L, et al. Constrained blind source extraction of readiness potentials from EEG[J]. IEEE Trans on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, 2013, 21(4): 567-575.
- [4] Rodriguez P A, Anderson M, Li Xi-Lin, et al. General non-orthogonal constrained ICA[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2014, 62(11): 2778-2786.
- [5] Hyvarinen A. Independent component analysis: Recent advances[J]. Philosophical Trans of the Royal Society A, 2013, 371(1984): 1-19.
- [6] Cardoso J F. Multidimensional independent component analysis[C]. Proc of the IEEE 1998 Int Conf on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Seattle: IEEE Press, 1998: 1941-1944.
- [7] Lahat D, Cardoso J F, Messer H. Second-order multidimensional ICA: Performance analysis[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2012, 60(9): 4598-4610.
- [8] Hyvarinen A, Hoyer P. Emergence of phase and shift invariant features by decomposition of natural images into independent feature subspaces[J]. Neural Computation, 2000, 12(7): 1705-1720.
- [9] Kawanabe M, Muller K R. Estimating functions for blind separation when sources have variance dependencies[J]. J of Machine Learning Research, 2005, 6: 453-482.
- [10] Hyvarinen A, Hurri J. Blind separation of sources that have spatiotemporal variance dependencies[J]. Signal Processing, 2004, 84(1): 247-254.
- [11] Hyvarinen A, Hoyer P O, Inki M. Topographic independent component analysis[J]. Neural Computation, 2001, 13(7): 1527-1558.

- [12] Bach F R, Jordan M I. Tree-dependent component analysis[C]. Proc of the Eighteenth Conf on Uncertainty in Artificial Intelligence. Edmonton: Morgan Kaufmann, 2002: 36-44.
- [13] Zhang K, Chan L W. An adaptive method for subband decomposition ICA[J]. Neural Computation, 2006, 18(1): 191-223.
- [14] Cichocki A, Georgiev P. Blind source separation algorithms with matrix constraints[J]. IEICE Trans on Information and Systems, 2003, E86-A(1): 522-531.
- [15] Caiafa C F, Proto A N. Separation of statistically dependent sources using an L^2 -distance non-Gaussianity measure[J]. Signal Processing, 2006, 86(11): 3404-3420.
- [16] Wang F S, Li H W, Li R. Novel non-Gaussianity measure based BSS algorithm for dependent signals[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2007, 4505: 837-844.
- [17] Caiafa C F, Salerno E, Proto A N, et al. Blind spectral unmixing by local maximization of non-Gaussianity[J]. Signal Processing, 2008, 88(1): 50-68.
- [18] Aghabozorgi M R, Doost-Hoseini A M. Blind separation of jointly stationary correlated sources[J]. Signal Processing, 2004, 84(2): 317-325.
- [19] Abrard F, Deville Y. A time-frequency blind signal separation method applicable to underdetermined mixtures of dependent sources[J]. Signal Processing, 2005, 85(7): 1389-1403.
- [20] Li R, Wang F S. Efficient wavelet based blind source separation algorithm for dependent sources[J]. Advances in Soft Computing, 2007, 40: 431-441.
- [21] Caiafa C. On the conditions for valid objective functions in blind separation of independent and dependent sources[J]. EURASIP J on Advances in Signal Processing, 2012, 2012: 255.
- [22] Theis F J. Towards a general independent subspace analysis[C]. Proc of the 20th Annual Conf on Neural Information Processing Systems. Vancouver: MIT Press, 2006: 1361-1368.
- [23] Theis F J. Uniqueness of complex and multidimensional independent component analysis[J]. Signal Processing, 2004, 84(5): 951-956.
- [24] Gutch H W, Theis F J. Uniqueness of linear factorizations into independent subspaces[J]. J of Multivariate Analysis, 2012, 112: 48-62.
- [25] Abrard F, Deville Y. A time-frequency blind signal separation method applicable to underdetermined mixtures of dependent sources[J]. Signal Processing, 2005, 85(7): 1389-1403.
- [26] Yilmaz O, Rickard S. Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2004, 52(7): 1830-1847.
- [27] Arakia S, Sawada H, Mukai R. Underdetermined blind sparse source separation for arbitrarily arranged multiple sensors[J]. Signal Processing, 2007, 87(8): 1833-1847.
- [28] 刘琨, 杜利民, 王劲林. 基于时频单源主导区的盲源欠定分离方法[J]. 中国科学E辑: 信息科学, 2008, 38(8): 1284-1301.
(Liu K, Du L M, Wang J L. Underdetermined blind source separation based on single dominant source areas[J]. Science in China Series E: Information Sciences, 2008, 38(8): 1284-1301.)
- [29] Yang Z, He Z, Xie S, et al. Adaptive blind source separation of underdetermined mixtures based on sparse component analysis[J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2008, 51(4): 381-393.
- [30] Donoho D L. On minimum entropy deconvolution[C]. Applied Time Series Analysis II. New York: Academic Press, 1981: 564-608.
- [31] Castella M, Rafi S, Comon P, et al. Separation of instantaneous mixtures of a particular set of dependent sources using classical ICA methods[J]. EURASIP J on Advances in Signal Processing, 2013, 2013: 62.
- [32] Kopriva I, Sersic D. Wavelet packets approach to blind separation of statistically dependent sources[J]. Neurocomputing, 2008, 71(7/8/9): 1642-1655.
- [33] Keziou A, Fenniri H, Ghazdali A, et al. New blind source separation method of independent/dependent sources[J]. Signal Processing, 2014, 104: 319-324.
- [34] Szabo Z, Poczós B, Lorincz A. Undercomplete blind subspace deconvolution[J]. J of Machine Learning Research, 2007, 8: 1063-1095.
- [35] Lahat D, Cardoso J F, Messer H. Blind separation of multi-dimensional components via subspace decomposition: Performance analysis[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2014, 62(11): 2894-2905.
- [36] Szabo Z, Poczós B, Lorincz A. Separation theorem for independent subspace analysis and its consequences[J]. Pattern Recognition, 2012, 45(4): 1782-1791.
- [37] Gomez-Herrero G, Atienza M, Egiazarian K, et al. Measuring directional coupling between EEG sources[J]. NeuroImage, 2008, 43(3): 497-508.
- [38] Haufe S, Tomioka R, Nolte G, et al. Modeling sparse connectivity between underlying brain sources for EEG/MEG[J]. IEEE Trans on Biomedical Engineering, 2010, 57(8): 1954-1963.

- [39] Lahat D, Cardoso J F. Joint block diagonalization algorithms for optimal separation of multidimensional components[J]. *Lecture Notes in Computer Sciences*, 2012, 7191: 155-162.
- [40] Barros A K, Cichocki A. Extraction of specific signals with temporal structure[J]. *Neural Computation*, 2001, 13(9): 1995-2000.
- [41] Amari S. Estimating function of independent component analysis for temporally correlated signals[J]. *Neural Computation*, 2000, 12(9): 2692-2700.
- [42] Bedini L, Herranz D, Salerno E, et al. Separation of correlated astrophysical sources using multiple-lag data covariance matrices[J]. *EURASIP J on Advances in Signal Processing*, 2005, 2005(15): 2400-2412.
- [43] Cruces S. Bounded component analysis of linear mixtures: A criterion of minimum convex perimeter[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2010, 58(4): 2141-2154.
- [44] Erdogan A T. A family of bounded component analysis algorithms[C]. *Proc of 2012 IEEE Int Conf on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Kyoto: IEEE Press, 2012: 1881-1884.
- [45] Erdogan A T. A class of bounded component analysis algorithms for the separation of both independent and dependent sources[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2013, 61(22): 5730-5743.
- [46] Inan H A, Erdogan A T. Convolutional bounded component analysis algorithms for independent and dependent source separation[J]. *IEEE Trans on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(4): 697-708.
- [47] Lee D, Seung H S. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization[J]. *Nature*, 1999, 401(6755): 788-791.
- [48] Cichocki A, Zdunek R, Phan A H, et al. Nonnegative matrix and tensor factorizations, applications to exploratory multi-way data analysis and blind source separation[M]. New York: Wiley, 2009: 81-336.
- [49] Huang K, Sidiropoulos N D, Swami A. Non-negative matrix factorization revisited: Uniqueness and algorithm for symmetric decomposition[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2014, 62(1): 211-224.
- [50] Hoyer P O. Non-negative matrix factorization with sparseness constraints[J]. *J of Machine Learning Research*, 2004, 5: 1457-1469.
- [51] Chan T H, Ma W K, Chi C Y, et al. A convex analysis framework for blind separation of non-negative sources[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2008, 56(10): 5120-5134.
- [52] Gillis N, Plemmons R. Sparse nonnegative matrix underapproximation and its application to hyperspectral image analysis[J]. *Linear Algebra and Its Applications*, 2013, 438(10): 3991-4007.
- [53] Ouedraogo W, Souloumiac A, Jaidane M, et al. Non-negative blind source separation algorithm based on minimum aperture simplicial cone[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2014, 62(2): 376-389.
- [54] 童庆禧, 张兵, 郑兰芬. 高光谱遥感——原理、技术与应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 129-289. (Tong Q X, Zhang B, Zheng L F. *Hyperspectral remote sensing*[M]. Beijing: China Higher Education Press, 2006: 129-289.)
- [55] Bioucas-Dias J, Plaza A, Dobigeon N, et al. Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches[J]. *IEEE J of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2012, 5(2): 354-379.
- [56] Ma W K, Bioucas-Dias J, Chan T H, et al. A signal processing perspective on hyperspectral unmixing: insights from remote sensing[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2014, 31(1): 67-81.
- [57] Kopriva I, Jeric I, Brkljacic L. Nonlinear mixture-wise expansion approach to underdetermined blind separation of nonnegative dependent sources[J]. *J of Chemometrics*, 2013, 27(7/8): 189-197.

(责任编辑: 李君玲)