

## 基于分类优化的离散证据推理

陈圣群<sup>1,2</sup>, 王应明<sup>1</sup>

(1. 福州大学 决策科学研究所, 福州 350108; 2. 福建江夏学院, 福州 350108)

**摘要:** 离散信息在专家系统、模式识别、决策分析等领域普遍存在,为了解决这类信息融合问题,提出一种离散证据推理方法. 首先,将每个离散证据拆分成一类单点值证据;然后,以冲突最小化为目标修正类内证据,并采用证据推理进行组合;最后,以同样的方法对类间证据进行修正与组合. 所提出方法不仅可以解决离散证据的内外部冲突问题,而且能够克服运算量过大的问题. 算例分析表明了所提出的方法是合理且有效的.

**关键词:** 证据推理; 离散值; 证据冲突; 优化组合

**中图分类号:** TP182; C391

**文献标志码:** A

## Discrete evidence based on grouping optimization

CHEN Sheng-qun<sup>1,2</sup>, WANG Ying-ming<sup>1</sup>

(1. Institute of Decision Sciences, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China; 2. Fujian Jiangxia University, Fuzhou 350108, China. Correspondent: WANG Ying-ming, E-mail: msymwang@hotmail.com)

**Abstract:** Discrete information widely exists in many areas such as expert systems, pattern classification, and decision analysis. To solve the problem on the kind of information fusion, a method for the combining evidence of discrete interval-valued belief structures is proposed. Firstly, each discrete evidence is separated into a kind of single-valued evidences. Then, the bodies of intra-group evidences are modified with the objective of minimizing evidence conflict and combined by using the evidential reasoning(ER) approach. Finally, the bodies of extra-group evidences are modified and combined by using the same method. It not only solves the internal and external conflict problems of the discrete interval evidence, but also greatly reduces the computational complexity. The numerical examples show the efficiency and rationality of the proposed approach.

**Keywords:** evidential reasoning; discrete valued; evidence conflict; optimal combination

## 0 引言

证据理论,又称D-S理论<sup>[1-2]</sup>,是一种不确定推理方法,目前已广泛应用于软测量<sup>[3]</sup>、决策分析<sup>[4]</sup>和目标识别<sup>[5]</sup>等众多领域. 证据推理(ER)是在证据理论的基础上经过近20年发展而来,并成功地克服了证据理论的悖论问题. Yang等<sup>[6]</sup>将证据理论引入多属性决策方法中,形成了证据推理的雏形(它继承了证据理论的Dempster组合规则),并给出了整体合成的递推算法. Yang等<sup>[7]</sup>解决了指标间定性信息与定量信息的合成,并提出了基于等级评价的证据组方法,但是评价只能在相应等级或相邻两个等级中选择. 由于决策信息的多样性, Yang<sup>[8]</sup>在原有基础上,引入了基于规则和效用的信息转换方法,并建立了基于证据

推理的通用决策模型,使之能够处理多种数据形式的决策问题. Yang等<sup>[9]</sup>给出了ER组合规则,把未知置信度分成两个部分,一是证据本身未知引起的,二是由其相对权重引起的,从而解决了证据理论的悖论问题. Guo等<sup>[10]</sup>提出了模糊证据推理,为模糊多属性决策提供了新的解决方案. Hu等<sup>[11]</sup>引入时间概念,给出了具有时间系列的动态证据推理. Wang等<sup>[12]</sup>对证据推理进行扩展,研究了区间证据推理. 至此,基于证据推理的智能决策系统(IDS)软件包<sup>[13]</sup>已发布,进一步促进了证据推理的推广. 近年来,证据推理的应用已包括了绩效评估<sup>[14]</sup>、风险分析<sup>[15]</sup>、库存管理<sup>[16]</sup>、系统预测<sup>[17]</sup>和工作选择<sup>[18]</sup>等方面.

证据理论或证据推理均已形成一套丰富的理论

**收稿日期:** 2014-10-18; **修回日期:** 2015-01-05.

**基金项目:** 国家杰出青年科学基金项目(70925004); 国家自然科学基金项目(71371053); 福建省中青年教育科研项目(JA14322); 福建江夏学院青年科研项目(JXZZ2014003).

**作者简介:** 陈圣群(1977—),男,副教授,博士,从事决策与优化算法的研究; 王应明(1964—),男,教授,博士生导师,从事决策理论与方法、数据包络分析等研究.

体系, 并产生了一系列典型的应用案例. 但是, 现有的研究成果中没有明确地给出离散证据组方法. 实际上, 离散信息是普遍存在的. 例如, 在信号处理情境下, 一段时间内所获得信号  $A$  的置信度是 0.4 和 0.5, 信号  $B$  是 0.05 和 0.1, 信号  $C$  是 0.4、0.5 和 0.6. 又如, 在决策情境下, 代表  $A$  的 2 个评价专家中, 一个专家认为关于命题  $A$  的置信度是 0.4, 另一个认为是 0.5; 代表  $B$  的 2 个评价专家中, 一个专家认为关于命题  $B$  的置信度是 0.05, 另一个认为是 0.1; 代表  $C$  的 3 个评价专家中, 一个专家认为关于命题  $C$  的置信度是 0.4, 一个认为是 0.5, 另一个认为是 0.6. 在这些情境下, 信息均可以用离散证据表示为: 辨识框架  $\Theta = \{A, B, C\}$ , 它们的 BPA 值  $m$  分别为:  $m(A) = \{0.4, 0.5\}$ ,  $m(B) = \{0.05, 0.1\}$ ,  $m(C) = \{0.4, 0.5, 0.6\}$ . 即在许多情境下, 离散证据是常见的, 因此对其如何组合便成为一个待解决的新课题.

由于数据形式的不同, 现有的证据理论一般很难直接用于解决这类组合问题, 为此, 本文提出一种基于离散值的证据推理方法. 该方法不仅解决了离散证据的内外部冲突问题, 而且克服了运算量过大的问题.

## 1 内外部冲突证据组合问题

设  $\Theta$  为识别框架, 若集函数  $m: 2^{|\Theta|} \rightarrow [0, 1]$  满足

$$\begin{cases} m(\emptyset) = 0, \\ \sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1, 0 \leq m(A) \leq 1, \end{cases} \quad (1)$$

则称  $m$  为基本可信度分配 (BPA) 或信念结构. 证据理论的核心是 Dempster 组合规则, 其公式如下:

$$m_{\theta, 1, 2, \dots, n} = m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n(\theta) = \frac{\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \theta} m_{A_1, 1} m_{A_2, 2} \dots m_{A_n, n}}{\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n \neq \emptyset} m_{A_1, 1} m_{A_2, 2} \dots m_{A_n, n}}, \quad (2)$$

$\theta \neq \emptyset, A_1, A_2, \dots, A_n \subseteq \Theta.$

当证据 BPA 值属于离散值时, 容易想到的方法是去离散化, 其组合结果的区间值可由下式实现:

$$\begin{cases} \max / \min m_{\theta, 1, 2, \dots, n} = m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n(\theta). \\ \text{s.t.} \\ m_{\theta, i} = \sum_{j=1}^N m_{\theta_j, i} x_{\theta_j, i}, i = 1, 2, \dots, n, \theta \subseteq \Theta; \\ \sum_{j=1}^N x_{\theta_j, i} = 1, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, N; \\ x_{\theta_j, i} = 0 \text{ 或 } 1, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, N; \\ \sum_{\theta \subseteq \Theta} m_{\theta, i} = 1, i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $m_{\theta, i}$  表示第  $i$  个证据关于命题  $\theta$  的 BPA 值,  $m_{\theta_j, i}$  表示  $m_{\theta, i}$  第  $j$  个离散值,  $N$  表示离散值个数. 模型 (3) 的目标函数是求出组合结果的最大值和最小值. 约束条件的含义是: 1)  $m_{\theta, i}$  取值为  $\{m_{\theta_1, i}, m_{\theta_2, i}, \dots, m_{\theta_N, i}\}$  中某个值, 当  $m_{\theta, i}$  取值为  $m_{\theta_j, i}$  时  $x_{\theta_j, i} = 1$ , 否则  $x_{\theta_j, i} = 0$ ; 2) 证据关于各命题焦元 BPA 值之和为 1. 此方法是采用 Dempster 组合规则逐一直接组合类间单点值证据. 为了简便, 下文称之为“直接组合法”.

与单点值证据不同, 离散证据不仅存在证据间外部冲突, 而且存在证据内部冲突, 如算例 1 所示.

**算例 1** 设识别框架  $\Theta = \{A, B, C\}$ , 为了验证离散证据源的冲突情况, 选择 3 组数据如下.

第 1 组: 非冲突证据.

证据 1

$$m_1^1(A) = \{0.30\}, m_1^1(B) = \{0.30, 0.35\},$$

$$m_1^1(C) = \{0.30, 0.35\};$$

证据 2

$$m_2^1(A) = \{0.30\}, m_2^1(B) = \{0.30, 0.35\},$$

$$m_2^1(C) = \{0.30, 0.35\};$$

证据 3

$$m_3^1(A) = \{0.30\}, m_3^1(B) = \{0.30, 0.35\},$$

$$m_3^1(C) = \{0.30, 0.35\}.$$

第 2 组: 内部冲突证据.

证据 1

$$m_1^2(A) = \{0.00, 0.98\}, m_1^2(B) = \{0.01, 0.99\},$$

$$m_1^2(C) = \{0.01, 0.02\};$$

证据 2

$$m_2^2(A) = \{0.00, 0.98\}, m_2^2(B) = \{0.01, 0.99\},$$

$$m_2^2(C) = \{0.01, 0.02\};$$

证据 3

$$m_3^2(A) = \{0.00, 0.98\}, m_3^2(B) = \{0.01, 0.99\},$$

$$m_3^2(C) = \{0.01, 0.02\}.$$

第 3 组: 外部冲突证据.

证据 1

$$m_1^3(A) = \{0.98, 0.99\}, m_1^3(B) = \{0.00, 0.01\},$$

$$m_1^3(C) = \{0.01, 0.02\};$$

证据 2

$$m_2^3(A) = \{0.00, 0.01\}, m_2^3(B) = \{0.98, 0.99\},$$

$$m_2^3(C) = \{0.01, 0.02\};$$

证据3

$$m_3^3(A) = \{0.98, 0.99\}, m_3^3(B) = \{0.00, 0.01\},$$

$$m_3^3(C) = \{0.01, 0.02\}.$$

其中:第1组是非冲突证据,即内外部证据均是不冲突的;第2组是内部冲突证据,即冲突源于证据内部的命题与命题间,例如离散证据1取值 $m_1^2(A) = 0.00$ , $m_1^2(B) = 0.99$ , $m_1^2(C) = 0.01$ 与 $m_1^1(A) = 0.98$ , $m_1^1(B) = 0.01$ , $m_1^1(C) = 0.01$ 是冲突的;第3组是外部冲突证据,即冲突源于证据与证据之间,例如证据2与证据1、证据3是冲突的.

针对算例1中不同证据的特征,采用直接融合法求出组合结果,其最大值和最小值见表1,其中“ $\rightarrow$ ”左边表示最小值,右边表示最大值.从表1中可以看出:第1组结果符合直观判断,而且区间宽度较小,例如关于命题A的区间宽度是0.093(即0.332~0.239),便于决策,此时组合结果是合理有效的;第2组结果符合直观判断,但是区间宽度很大,例如关于命题A与命题B的区间宽度是1,无法决策,此时组合结果合理但是无效的;第3组结果存在悖论现象,按直观判断,关于命题A的置信度最高,命题B的次之,命题C的最小,但是关于命题A、B、C的置信度区间宽度是一样的(即0.000 $\rightarrow$ 1.000),显然组合结果是不合理且无效的.

表1 直接组合法的组合结果

组别	命题A	命题B	命题C	$\Theta$
1	0.239 $\rightarrow$ 0.332	0.286 $\rightarrow$ 0.427	0.286 $\rightarrow$ 0.427	0.000 $\rightarrow$ 0.000
2	0.000 $\rightarrow$ 1.000	0.000 $\rightarrow$ 1.000	0.000 $\rightarrow$ 0.058	0.000 $\rightarrow$ 0.942
3	0.000 $\rightarrow$ 1.000	0.000 $\rightarrow$ 1.000	0.000 $\rightarrow$ 1.000	0.000 $\rightarrow$ 0.000

从上述分析可知,直接组合法存在2个问题:1)运算量过大,设 $n$ 个离散证据,每个证据分解成一类 $m$ 个证据,则 $n$ 个离散证据组合就转换成 $m^n$ 个单点值证据组合,从而时间复杂度为 $O(m^n)$ ;2)当证据内部冲突或外部冲突时,方法失效.

## 2 离散证据推理

证据推理通过权重修正证据,并采用ER组合规则进行组合,从而有效地解决了单点值证据冲突组合问题.因此,针对上述组合问题的解决思路如下:1)关于冲突问题,首先求出证据的客观权重,然后采用ER组合规则进行组合;2)关于运算量过大问题,摒弃了类间证据直接组合,而是先组合类内证据,后组合类间证据,使得时间复杂度从 $O(m^n)$ 下降到 $O(n)$ .

### 2.1 证据权重最优分配

与文献[20]等求解权重分配方法不同,本文提出如下基于证据推理的加权修正方法来求解权重最优

分配.

证据推理关于证据加权修正公式<sup>[9]</sup>如下:

$$\begin{cases} M_{\theta,i} = \omega_i m_{\theta,i}, i = 1, 2, \dots, n, \theta \subset \Theta; \\ M_{\Theta,i} = \bar{M}_{\Theta,i} + \tilde{M}_{\Theta,i} = \\ 1 - w_i \sum_{\theta \subset \Theta} m_{\theta,i}, i = 1, 2, \dots, n; \\ \bar{M}_{\Theta,i} = 1 - w_i, i = 1, 2, \dots, n; \\ \tilde{M}_{\Theta,i} = w_i \left( 1 - \sum_{\theta \subset \Theta} m_{\theta,i} \right), i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (4)$$

其中: $m_{\theta,i}$ 表示第 $i$ 证据焦点命题 $\theta$ 的BPA值, $M_{\theta,i}$ 表示 $m_{\theta,i}$ 的加权 $\omega_i$ 修正值, $\tilde{M}_{\Theta,i}$ 表示证据引起的未知部分, $\bar{M}_{\Theta,i}$ 表示权重 $w_i$ 引起的未知部分, $M_{\Theta,i}$ 表示总的未知部分.

Pignistic 概率距离是很好的证据距离度量方法,不仅考虑了证据与证据之间的关系,而且考虑了本证据焦点与焦点间的相关性.下面是Pignistic 概率距离的相关定义.

**定义1**<sup>[19]</sup> 设 $m$ 是 $\Theta$ 上的BPA函数, $R$ 是幂集 $2^\Theta$ 中的一个集类, $A$ 是 $\Theta$ 上的一个子集,且满足

$$\text{BetP}_m(\theta) = \sum_{\theta \in A \subset \Theta} \frac{m(A)}{|A|}. \quad (5)$$

**定义2**<sup>[20]</sup> 设 $\text{BetP}_{m_i}(\theta_j)$ 为证据 $m_i$ ( $i = 1, 2, \dots, n$ )第 $j$ ( $j = 1, 2, \dots, |\Theta|$ )个单命题焦点 $\theta_j$ 的Pignistic 概率函数值,则 $m_i$ 与 $m_k$ 间的Pignistic 概率距离为

$$\text{difBetP}_{m_i}^{m_k} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{|\Theta|} |\text{BetP}_{m_i}(\theta_j) - \text{BetP}_{m_k}(\theta_j)|. \quad (6)$$

由式(4)和式(5)可求得证据 $M_i$ 的Pignistic 概率函数为

$$\begin{aligned} \text{BetP}_{M_i}(\theta_j) &= \\ \sum_{\theta_j \in \theta \subset \Theta} \frac{M_{\theta,i}}{|\theta|} + \frac{M_i(\Theta)}{|\Theta|} &= \\ \sum_{\theta_j \in \theta \subset \Theta} \frac{w_i m_{\theta,i}}{|\theta|} + \frac{1 - w_i \sum_{\theta \subset \Theta} m_{\theta,i}}{|\Theta|} &= \\ w_i \left( \sum_{\theta_j \in \theta \subset \Theta} \frac{m_{\theta,i}}{|\theta|} - \frac{\sum_{\theta \subset \Theta} m_{\theta,i}}{|\Theta|} \right) + \frac{1}{|\Theta|}. \end{aligned}$$

令

$$\begin{cases} z_{ij} = \sum_{\theta_j \in \theta \subset \Theta} \frac{m_{\theta,i}}{|\theta|} - \frac{\sum_{\theta \subset \Theta} m_{\theta,i}}{|\Theta|}, \\ z_{kj} = \sum_{\theta_j \in \theta \subset \Theta} \frac{m_{\theta,k}}{|\theta|} - \frac{\sum_{\theta \subset \Theta} m_{\theta,k}}{|\Theta|}, \end{cases} \quad (7)$$

则

$$|\text{BetP}_{M_i}(\theta_j) - \text{BetP}_{M_k}(\theta_j)| = |z_{ij}w_i - z_{kj}w_k|.$$

由此可得出以下命题.

**命题 1** 修正证据  $M_i$  与修正证据  $M_k$  的 Pignistic 概率距离  $\text{difBetP}_{M_i}^{M_k}$  为

$$\begin{cases} \text{difBetP}_{M_i}^{M_k} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{|\Theta|} |z_{ij}w_i - z_{kj}w_k|; \\ \text{s.t. } w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1, \\ w_1, w_2, \dots, w_n \geq 0. \end{cases} \quad (8)$$

Liu<sup>[21]</sup>研究表明, 证据冲突与证据 Pignistic 概率距离有关, 距离越小冲突就越小. 因此, 从整体角度让修正后所有证据之间 Pignistic 概率距离最小化, 即  $\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \text{difBetP}_{M_i}^{M_k}$  的值达到最小化, 使得修正证据之间差异最小化. 运用优化理论构建如下模型:

$$\begin{cases} \min F = \min \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{|\Theta|} (z_{ij}w_i - z_{kj}w_k)^2; \\ \text{s.t. } w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1, \\ w_1, w_2, \dots, w_n \geq 0. \end{cases} \quad (9)$$

对式(9)变换, 可得

$$\begin{cases} \min F = \min \frac{1}{2} w^T H w; \\ \text{s.t. } w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1, w_i \geq 0. \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ ;  $H$  为  $n \times n$  实对称矩阵,

元素为  $h_{i,i} = 4(n-1) \sum_{j=1}^{|\Theta|} z_{ij}^2$ ,  $h_{i,k} = -4 \sum_{j=1}^{|\Theta|} z_{ij}z_{kj}$ ,  $i \neq k$ . 这是等式约束凸二次规划解法, 可用拉格朗

日方法和 Matlab 工具计算, 求得修正证据权重向量  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$  的值.

## 2.2 证据分类优化组合

首先, 将离散值证据分解成若干类单点值证据; 然后, 对类内证据加权优化组合, 再对类间证据加权优化组合. 其中组合规则采用证据推理的 ER 组合规则<sup>[9]</sup>, 公式如下:

$$\begin{cases} M_{\theta,1,2,\dots,n} = \frac{[M_1 \oplus M_2 \oplus \dots \oplus M_n](\theta)}{1 - [\bar{M}_1 \oplus \bar{M}_2 \oplus \dots \oplus \bar{M}_n](\Theta)}; \\ [M_1 \oplus M_2 \oplus \dots \oplus M_n](\theta) = \\ \frac{\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \theta} M_{A_1,1} M_{A_2,2} \dots M_{A_n,n}}{\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n \neq \emptyset} M_{A_1,1} M_{A_2,2} \dots M_{A_n,n}}, \theta \neq \emptyset; \\ [\bar{M}_1 \oplus \bar{M}_2 \oplus \dots \oplus \bar{M}_n](\Theta) = \\ \frac{\bar{M}_{\Theta,1} \bar{M}_{\Theta,2} \dots \bar{M}_{\Theta,n}}{\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n \neq \emptyset} M_{A_1,1} M_{A_2,2} \dots M_{A_n,n}}. \end{cases} \quad (11)$$

## 3 应用算例

为了验证本文方法的有效性和可行性, 下面给出具有非冲突证据、内部冲突证据和外部冲突证据的例 1, 同时给出关于方法应用的例 2 和例 3.

**例 1** 具体求解步骤如下.

1) 把各个离散证据拆分成各类单点值证据.

把第  $i$  组第  $j$  个离散证据  $m_j^i$  拆分成  $k$  个精确值证据  $m_{j1}^i, m_{j2}^i, \dots, m_{jk}^i$ , 如表 2 所示.

表 2 单点值证据

组别	类1				类2				类3						
	A	B	C	$\emptyset$	A	B	C	$\emptyset$	A	B	C	$\emptyset$			
1	$m_{11}^1$	0.30	0.30	0.30	0.10	$m_{21}^1$	0.30	0.30	0.30	0.10	$m_{31}^1$	0.30	0.30	0.30	0.10
	$m_{12}^1$	0.30	0.30	0.35	0.05	$m_{22}^1$	0.30	0.30	0.35	0.05	$m_{32}^1$	0.30	0.30	0.35	0.05
	$m_{13}^1$	0.30	0.35	0.30	0.05	$m_{23}^1$	0.30	0.35	0.30	0.05	$m_{33}^1$	0.30	0.35	0.30	0.05
	$m_{14}^1$	0.30	0.35	0.35	0.00	$m_{24}^1$	0.30	0.35	0.35	0.00	$m_{34}^1$	0.30	0.35	0.35	0.00
2	$m_{11}^2$	0.00	0.99	0.01	0.00	$m_{21}^2$	0.00	0.99	0.01	0.00	$m_{31}^2$	0.00	0.99	0.01	0.00
	$m_{12}^2$	0.00	0.01	0.01	0.98	$m_{22}^2$	0.00	0.01	0.01	0.98	$m_{32}^2$	0.00	0.01	0.01	0.98
	$m_{13}^2$	0.98	0.01	0.01	0.00	$m_{23}^2$	0.98	0.01	0.01	0.00	$m_{33}^2$	0.98	0.01	0.01	0.00
3	$m_{11}^3$	0.98	0.00	0.01	0.01	$m_{21}^3$	0.00	0.98	0.01	0.01	$m_{31}^3$	0.98	0.00	0.01	0.01
	$m_{12}^3$	0.98	0.01	0.01	0.00	$m_{22}^3$	0.01	0.98	0.01	0.00	$m_{32}^3$	0.98	0.01	0.01	0.00
	$m_{13}^3$	0.98	0.00	0.02	0.00	$m_{23}^3$	0.00	0.98	0.02	0.00	$m_{33}^3$	0.98	0.00	0.02	0.00
	$m_{14}^3$	0.99	0.00	0.01	0.00	$m_{24}^3$	0.00	0.99	0.01	0.00	$m_{34}^3$	0.99	0.00	0.01	0.00

2) 求出类内各证据的相对权重, 并采用 ER 组合规则进行类内证据组合.

由式(10)求出第 1 组三类的类内证据间权重向量  $w_1^1, w_2^1, w_3^1$  均等于 (0.283, 0.243, 0.250, 0.225), 第 2 组向量  $w_1^2, w_2^2, w_3^2$  均等于 (0.334, 0.333, 0.333), 第 3

组向量  $w_1^3, w_2^3, w_3^3$  均等于 (0.251, 0.250, 0.250, 0.248). 利用 ER 组合规则进行类内证据组合, 即  $m_j^i = m_{j1}^i \oplus m_{j2}^i \oplus \dots \oplus m_{jk}^i$ , 结果如表 3 所示.

3) 求出类间各证据的相对权重, 并采用 ER 组合规则进行类间证据组合.

表 3 类内证据优化组合

组别	类 1 结果				类 2 结果				类 3 结果						
	A	B	C	$\Theta$	A	B	C	$\Theta$	A	B	C	$\Theta$			
1	$m_1^1$	0.30	0.33	0.33	0.05	$m_2^1$	0.30	0.33	0.33	0.05	$m_3^1$	0.30	0.33	0.33	0.05
2	$m_1^2$	0.37	0.38	0.01	0.24	$m_2^2$	0.37	0.38	0.01	0.24	$m_3^2$	0.37	0.38	0.01	0.24
3	$m_1^3$	0.99	0.00	0.01	0.00	$m_2^3$	0.00	0.99	0.01	0.00	$m_3^3$	0.99	0.00	0.01	0.00

由式(10)求出例1中第1组三类间证据客观优化权重为0.333, 0.333, 0.333; 第2组为0.333, 0.333, 0.333; 第3组为0.400, 0.200, 0.400. 利用ER组合规则进行类间证据组合, 结果如表4所示.

表 4 类间证据优化组合

组别	A	B	C	$\Theta$	
1	$m^1$	0.30	0.33	0.33	0.05
2	$m^2$	0.37	0.38	0.01	0.24
3	$m^3$	0.87	0.12	0.01	0.00

由表4可知, 证据在非冲突、外部冲突、内部冲突3种情况下, 分类优化组合的结果均是合理有效的. 而且, 它的组合次数大大减少, 与直接组合法关于组合次数相比较, 如图1所示.

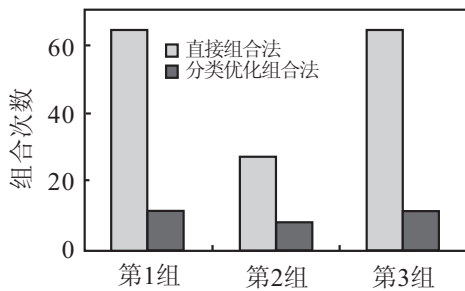


图 1 组合次数比较

例 2 设有专家  $e_1, e_2, e_3, e_4$  对方案  $x_1, x_2, x_3, x_4$  分别给出如表5所示的不确定偏好序评价信息<sup>[22]</sup>, 求出专家决策方案优先顺序.

表 5 专家评价信息

专家	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$e_1$	[3, 4]	[1, 4]	[1, 2]	[2, 3]
$e_2$	[1, 1]	[2, 3]	[3, 4]	[2, 4]
$e_3$	[1, 3]	[2, 4]	[1, 3]	[2, 4]
$e_4$	[1, 3]	[1, 3]	[1, 3]	[1, 3]

构建证据识别框架  $\Theta = \{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ , 其中  $H_1, H_2, H_3, H_4$  分别表示偏好序 1, 2, 3, 4 的评价等级. 根据文献[12]提出的证据BPA的生成方法, 表5中离散的区间偏好序可转换成等价的证据离散值, 如表6所示.

下面是采用本文方法的决策分析过程:

1) 把专家关于方案评价的离散证据拆分成一类单点值专家内部证据, 并采用ER组合规则进行专家内部证据组合.

由式(10)求出专家内部证据间相对权重是相等的, 各类组合结果见表7.

2) 采用ER组合规则进行类间证据组合.

由式(10)求出关于方案  $x_1, x_2, x_3, x_4$  的类间证据相对权重向量分别为

$$\begin{aligned} w(x_1) &= 0.180, 0.128, 0.346, 0.346, \\ w(x_2) &= 0.302, 0.196, 0.251, 0.251, \\ w(x_3) &= 0.216, 0.146, 0.319, 0.319, \\ w(x_4) &= 0.210, 0.272, 0.272, 0.246. \end{aligned}$$

表 6 专家证据BPA值

专家	$x_1$				$x_2$				$x_3$				$x_4$			
	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$
$e_1$	-	-	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	-	-	-	0.1	0.1	-
$e_2$	1	-	-	-	-	0.1	0.1	-	-	-	0.1	0.1	-	0.1	0.1	0.1
$e_3$	0.1	0.1	0.1	-	-	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	-	-	0.1	0.1	0.1
$e_4$	0.1	0.1	0.1	-	0.1	0.1	0.1	-	0.1	0.1	0.1	-	0.1	0.1	0.1	-

表 7 专家内部证据组合

专家	$x_1$				$x_2$				$x_3$				$x_4$			
	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$
$e_1$	-	-	0.50	0.50	0.25	0.25	0.25	0.25	0.50	0.50	-	-	-	0.50	0.50	-
$e_2$	1.00	-	-	-	-	0.5	0.5	-	-	-	0.50	0.50	-	0.33	0.33	0.33
$e_3$	0.33	0.33	0.33	-	-	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	-	-	0.33	0.33	0.33
$e_4$	0.33	0.33	0.33	-	0.33	0.33	0.33	-	0.33	0.33	0.33	-	0.33	0.33	0.33	-

专家证据组合结果如表 8 所示.

表 8 专家之间证据组合结果

方案	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$
$x_1$	0.36	0.24	0.33	0.07
$x_2$	0.15	0.35	0.35	0.15
$x_3$	0.33	0.33	0.29	0.05
$x_4$	0.07	0.39	0.39	0.15

3) 求出方案的先后排序.

根据 Borda 得分法, 方案排序为 1, 2, 3, 4 的得分分别为 3, 2, 1, 0, 从而求出方案总得分值

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 0.36 \times 3 + 0.24 \times 2 + 0.33 \times 1 + 0.07 \times 0 = 1.89, \\
 x_2 &= 0.15 \times 3 + 0.35 \times 2 + 0.35 \times 1 + 0.15 \times 0 = 1.50, \\
 x_3 &= 0.33 \times 3 + 0.33 \times 2 + 0.29 \times 1 + 0.05 \times 0 = 1.94, \\
 x_4 &= 0.07 \times 3 + 0.39 \times 2 + 0.39 \times 1 + 0.15 \times 0 = 1.35.
 \end{aligned}$$

因此, 方案决策的先后顺序为  $x_3 > x_1 > x_2 > x_4$ .

如果本文方法不考虑专家间冲突, 则专家相对权重为等值, 即  $w(x_i) = (0.250, 0.250, 0.250, 0.250)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), 求出方案  $x_1 = 1.91, x_2 = 1.50, x_3 = 1.78, x_4 = 1.38$ , 它的先后顺序为  $x_1 > x_3 > x_2 > x_4$ , 与文献 [22] 的结果一致. 但是, 本文方法是以专家间差异最小化为目标, 而文献 [22] 是以群体一致性最大化为目标, 最终结果有所偏差. 由此可知, 本文方法从差异最小化的角度为本算例提供了一个新的求解思路.

**例 3** 设病人头晕症状仅仅与 {发热性疾病, 高血压病, 脑动脉硬化} 3 个病因有关, 用  $\Theta = \{A, B, C\}$  表示. 某个长年患头晕的病人先后咨询了 12 家医院, 所获得的数据见表 9, 其中各行表示各家医院的专家对病人患病的诊断结果.

把各家医院诊断信息作为证据, 构建证据识别框架  $\Theta = \{A, B, C\}$ . 对各离散证据分类后, 根据类内证据进行组合, 结果见表 10.

根据类内证据组合, 12 家医院会诊结果为

$$\begin{aligned}
 m_{1-12}(A) &= 0.47, m_{1-12}(B) = 0.26, \\
 m_{1-12}(C) &= 0.21, m_{1-12}(B, C) = 0.01, \\
 m_{1-12}(\Theta) &= 0.05.
 \end{aligned}$$

显然, 本例中的组合结果符合直观判断. 由此可知, 当离散证据具有内部冲突和外部冲突时, 本文方法是合理有效的, 而且当离散证据具有单命题、子集命题和全集命题时, 本文方法也是可行的.

表 9 医院诊断信息

医院	A	B	C	A, B	A, C	B, C	$\Theta$
1	0.30	0.30, 0.35	0.30, 0.35	-	-	-	-
2	0.40	0.20, 0.25	0.30	0, 0.05	-	-	-
3	0.30	0.30, 0.35	0.30, 0.35	-	-	-	-
4	0.20, 0.25	0.40	0.30	-	0, 0.05	-	-
5	0.30	0.30, 0.35	0.30, 0.35	-	-	-	-
6	0.10	0.50, 0.55	0.20	-	-	0, 0.1	-
7	0, 0.98	0.01, 0.99	0.01, 0.02	-	-	-	-
8	0.60	0.10, 0.18	0.20	0, 0.02	-	-	-
9	0.98, 0.99	0, 0.01	0.01, 0.02	-	-	-	-
10	0.5, 0.53	0.1	0.3	-	0, 0.03	-	-
11	0.6	0.1	0.1	-	-	0.1	-
12	-	-	-	-	-	-	1

表 10 类内证据组合结果

证据	A	B	C	A, B	A, C	B, C	$\Theta$
$m_1$	0.30	0.33	0.33	-	-	-	0.05
$m_2$	0.42	0.22	0.30	0.02	-	-	-
$m_3$	0.30	0.33	0.33	-	-	-	0.05
$m_4$	0.22	0.41	0.30	-	0.02	-	0.04
$m_5$	0.30	0.33	0.33	-	-	-	0.05
$m_6$	0.09	0.58	0.19	-	-	0.04	0.10
$m_7$	0.37	0.38	0.01	-	-	-	0.24
$m_8$	0.65	0.12	0.18	0.01	-	-	0.04
$m_9$	0.99	0.00	0.01	-	-	-	-
$m_{10}$	0.55	0.09	0.29	-	0.01	-	0.06
$m_{11}$	0.6	0.1	0.1	-	-	0.1	-
$m_{12}$	-	-	-	-	-	-	1

## 4 结 论

现实中离散信息是普遍存在的, 本文方法解决了这类信息融合过程的内外证据冲突问题和时间复杂度过大的问题, 不仅弥补了现有文献关于离散证据组合问题的缺失, 丰富了证据推理的理论体系, 而且拓展了其实际应用范围. 该方法的思路简单、合理, 给出的算例也验证了所提出方法的有效性和可行性.

## 参考文献(References)

[1] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping[J]. Annals of Mathematical Statistics, 1967, 38(2): 325-339.

[2] Shafer G. A mathematical theory of evidence[M]. Princeton: Princeton University Press, 1976: 1-50.

[3] 王振雷, 唐苦, 王昕. 一种基于 D-S 和 ARIMA 的多模型软测量方法[J]. 控制与决策, 2014, 29(7): 1160- 1166.

- (Wang Z L, Tang K, Wang X. A multi-model soft sensing method based on D-S and ARIMA model[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(7): 1160-1166.)
- [4] Fu C, Huhns M, Yang S. A consensus framework for multiple attribute group decision analysis in an evidential reasoning context[J]. *Information Fusion*, 2014, 17: 22-35.
- [5] 耿涛, 卢广山, 张安. 基于直觉模糊证据合成的多传感器目标识别[J]. *控制与决策*, 2012, 27(11): 1725-1728.  
(Geng T, Lu G S, Zhang A. Intuitionistic fuzzy evidence combination algorithm for multi-sensor target recognition[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(11): 1725-1728.)
- [6] Yang J B, Singh Madan G. An evidential reasoning approach for multiple-attribute decision making with uncertainty[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 1994, 24(1): 1-18.
- [7] Yang J B, Sen P. A general multi-level evaluation process for hybrid MADM with uncertainty[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 1994, 24(10): 1458-1473.
- [8] Yang J B. Rule and utility based evidential reasoning approach for multiattribute decision analysis under uncertainties[J]. *European J of Operational Research*, 2001, 131(1): 31-61.
- [9] Yang J B, Xu D L. On the evidential reasoning algorithm for multiple attribute decision analysis under uncertainty[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2002, 32(3): 289-304.
- [10] Guo M, Yang J B, Chin K S, et al. Evidential reasoning approach for multiattribute decision analysis under both fuzzy and interval uncertainty[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2009, 17(3): 683-697.
- [11] Hu C H, Si X S, Yang J B. Dynamic evidential reasoning algorithm for systems reliability prediction[J]. *Int J of Systems Science*, 2010, 41(7): 783-796.
- [12] Wang Y M, Yang J B, Xu D L, et al. The evidential reasoning approach for multiple attribute decision analysis using interval belief degrees[J]. *European J of Operational Research*, 2006, 175(1): 35-66.
- [13] Xu D L, Yang J B. Intelligent decision system based on the evidential reasoning approach and its applications[J]. *J of Telecommunications and Information Technology*, 2005, 27(3): 73-80.
- [14] Mahmud T, Rahman K N, Hossain M S. Evaluation of job offers using the evidential reasoning approach[J]. *GJSFR-D: Agriculture and Veterinary*, 2013, 13(2): 34-44.
- [15] Tang D, Yang J B, Chin K S, et al. A methodology to generate a belief rule base for customer perception risk analysis in new product development[J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(5): 5373-5383.
- [16] Li B, Wang H W, Yang J B, et al. A belief-rule-based inventory control method under nonstationary and uncertain demand[J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(12): 14997-15008.
- [17] Zhou Z J, Hu C H, Xu D L, et al. New model for system behavior prediction based on belief rule based systems[J]. *Information Sciences*, 2010, 180(24): 4834-4864.
- [18] Mahmud T, Rahman K N, Hossain M S. Evaluation of job offers using the evidential reasoning approach[J]. *GJSFR-D: Agriculture and Veterinary*, 2013, 13(2): 34-44.
- [19] Smets P, Kennes R. The transferable belief model[J]. *Artificial Intelligence*, 1994, 66(2): 191-234.
- [20] 陈圣群, 王应明. 区间值信念结构下冲突证据组合[J]. *系统工程理论与实践*, 2014, 34(1): 256-261.  
(Chen S Q, Wang Y M. Conflicting evidence combination of interval-valued belief structures[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2014, 34(1): 256-261.)
- [21] Liu W R. Analyzing the degree of conflict among belief functions[J]. *Artificial Intelligence*, 2006, 5(1): 909-924.
- [22] 陈侠, 陈岩. 关于序区间偏好信息的群决策方法研究[J]. *系统工程学报*, 2011, 26(5): 614-619.  
(Chen X, Chen Y. Study on the method of ranking in group decision making based on ordinal interval preference information[J]. *J of Systems Engineering*, 2011, 26(5): 614-619.)

(责任编辑: 李君玲)