

单边 Lipschitz 非线性时滞系统的函数观测器设计

蔡秀珊, 王贞芸

(浙江师范大学 数理与信息工程学院, 浙江 金华 321004)

摘要: 基于线性矩阵不等式理论, 研究一类非线性时滞系统的函数观测器设计. 通过选取合适的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 得到函数观测器增益矩阵存在的充分条件, 并系统地提出函数观测器增益矩阵的设计方法. 仿真实例表明, 所设计的函数观测器是可行有效的.

关键词: 时滞系统; 单边 Lipschitz; 函数观测器; Lyapunov-Krasovskii 泛函; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Functional observer design for one-sided Lipschitz nonlinear systems with time-delay

CAI Xiu-shan, WANG Zhen-yun

(Mathematics, Physics and Information Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China.
Correspondent: CAI Xiu-shan, E-mail: xiushan@zjnu.cn)

Abstract: Based on the linear matrix inequality(LMI) theory, a functional observer design for one-sided Lipschitz nonlinear systems with time-delay is considered. Sufficient conditions of existence for gain matrices are given by choosing a suitable Lyapunov-Krasovskii functional. A systematic design method is presented for the gain matrices of functional observer. An example is provided to illustrate the effectiveness of the functional observer design.

Keywords: time-delay systems; one-sided Lipschitz; functional observer; Lyapunov-Krasovskii functional; linear matrix inequality

0 引言

非线性系统的观测器设计一直是控制领域研究的主题之一^[1]. 根据实际需要, 学者们提出了多种观测器的设计方法. 文献[2]对一类 Lipschitz 非线性系统提出了一种观测器的设计方法; 数学界将 Lipschitz 连续推广到单边 Lipschitz^[3]; 文献[4]提出了一种单边 Lipschitz 非线性系统的观测器设计方法; 文献[5]解决了一类单边 Lipschitz 非线性系统的降阶观测器的设计问题; 文献[6]对其进行了改进; 基于线性矩阵不等式理论, 文献[7]提出了单边 Lipschitz 非线性系统的状态观测器增益矩阵设计方法; 文献[8-9]对单边 Lipschitz 非线性系统观测器设计做了进一步研究; 文献[10]提出了单边 Lipschitz 非线性系统函数观测器的设计方法.

时滞现象在机械传输、化工、冶金、通信和网络控制系统等领域广泛存在, 时滞的存在使系统不

稳定、品质差、保守性大, 这些问题很早就引起了学者的关注^[11]. 文献[12]研究了控制项中含有时滞的线性系统的降维状态预测观测器设计; 文献[13]针对 Lipschitz 非线性时滞系统给出了一种新型函数观测器设计方法. 对于单边 Lipschitz 非线性时滞系统, 如何设计函数观测器尚未见报道.

本文针对单边 Lipschitz 非线性时滞系统, 构造了 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 基于线性矩阵不等式方法提出了观测器存在的充分条件, 并提出了函数维观测器增益矩阵的设计方法.

全文符号如下: $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 为向量内积; $(\cdot)^+$ 为向量范数; $\| \cdot \|$ 为矩阵的 Moore-Penrose 伪逆; 在对称矩阵 S 中, ‘*’ 表示所对应的对称矩阵分块.

1 系统描述与预备知识

考虑如下非线性时滞系统:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t - \tau) + \Phi(x, u),$$

收稿日期: 2014-11-07; 修回日期: 2015-02-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61374077); 浙江省新苗人才计划项目(2015R404050).

作者简介: 蔡秀珊(1966-), 女, 教授, 博士, 从事非线性系统的理论与应用等研究; 王贞芸(1989-), 女, 硕士生, 从事非线性系统的理论与应用的研究.

$$y(t) = Cx(t). \quad (1)$$

其中: 系统的输入、输出以及状态分别为 $x \in R^n$, $u \in R^m$, $y \in R^p$; $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{p \times n}$ 为系统中已知的实矩阵; $\Phi(x, u)$ 为关于 x, u 连续的非线性函数.

根据文献 [9] 给出单边 Lipschitz 和二次内部有界的定义.

定义 1 D 为包含原点的区域, 如果存在 $\rho \in R$, 使得对于 $\forall x_1, x_2 \in D$, 有

$$\langle \Phi(x_1, u^*) - \Phi(x_2, u^*), x_1 - x_2 \rangle \leq \rho \|x_1 - x_2\|^2, \quad (2)$$

则称非线性函数 $\Phi(x, u)$ 为单边 Lipschitz 函数, 其中 ρ 为单边 Lipschitz 常数.

定义 2 \bar{D} 为包含原点的闭区域, 对于 $\forall x_1, x_2 \in \bar{D}$, 如果存在 $\alpha, \beta \in R$, 使得

$$\begin{aligned} & (\Phi(x_1, u^*) - \Phi(x_2, u^*))^T (\Phi(x_1, u^*) - \Phi(x_2, u^*)) \leq \\ & \beta \|x_1 - x_2\|^2 + \langle \Phi(x_1, u^*) - \Phi(x_2, u^*), x_1 - x_2 \rangle, \quad (3) \end{aligned}$$

则称函数 $\Phi(x, u)$ 在区域 \bar{D} 上为二次内部有界.

2 函数观测器设计

对于非线性时滞系统 (1), 设计函数观测器形式

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Fz(t) + Ez(t - \tau) + Gy(t) + T\Phi(K^+w, u), \\ w(t) &= z(t) + Ny(t). \quad (4) \end{aligned}$$

其中: $z(t) \in R^r$, $0 < r \leq n$, $K \in R^{r \times n}$ 为给定矩阵; $F \in R^{r \times r}$, $E \in R^{r \times r}$, $G \in R^{r \times p}$, $T \in R^{r \times n}$, $N \in R^{r \times p}$ 为待定矩阵; $w(t)$ 为 $Kx(t)$ 的状态重构向量, 函数观测器设计的目的是使得 $w(t)$ 渐近收敛于 $Kx(t)$. 由观测器 (4) 和系统 (1) 可得观测误差

$$e(t) = w(t) - Kx(t), \quad (5)$$

则观测误差动态方程满足

$$\dot{e}(t) = \dot{z}(t) - (K - NC)\dot{x}(t). \quad (6)$$

将系统 (1) 和 (4) 代入 (6), 整理后可得

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= Fe(t) + Ee(t - \tau) + \\ & [F(K - NC) + GC - (K - NC)A]x(t) + \\ & [E(K - NC) - (K - NC)B]x(t - \tau) + \\ & [T\Phi(K^+w, u) - (K - NC)\Phi(x, u)]. \quad (7) \end{aligned}$$

若存在矩阵 F, E, G, T, N 满足条件

$$K - NC = T, \quad (8)$$

$$FT + GC = TA, \quad (9)$$

$$ET - TB = 0, \quad (10)$$

则误差动态方程 (7) 可表示为

$$\dot{e}(t) = Fe(t) + Ee(t - \tau) + T\Delta\Phi, \quad (11)$$

其中 $\Delta\Phi = \Phi(K^+w, u) - \Phi(x, u)$.

考虑到式 (8) 和 (9) 可表示为

$$\begin{bmatrix} N & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ I_n \end{bmatrix} = K, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} F & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ C \end{bmatrix} = TA, \quad (13)$$

由式 (12) 易知

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C \\ I_n \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} C \\ I_n \\ K \end{bmatrix}$$

成立, 则矩阵 N, T 存在一般解.

式 (13) 存在一般解的充分条件为

$$\text{rank} \begin{bmatrix} T \\ C \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} T \\ C \\ TA \end{bmatrix}. \quad (14)$$

定理 1 考虑系统 (1). 假设存在常数 ρ, α, β , 使得非线性函数 $\Phi(x, u)$ 满足条件 (2) 和 (3). 给定行满秩矩阵 $K \in R^{r \times n}$, 如果存在矩阵 E, T, N , 使得式 (8)、(9)、(10) 和 (14) 成立, 且存在矩阵 $P = P^T > 0$, $Q = Q^T > 0$, X 和正数 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, 使得线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \Omega + (\varepsilon_1\rho + \varepsilon_2\beta)\Gamma^T\Gamma & PE & A \\ E^TP & -Q & 0 \\ A^T & 0 & -\varepsilon_2I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

成立, 其中

$$\Omega = P(M_1 + XN_1) + (M_1 + XN_1)^T P + Q,$$

$$\Gamma = \Psi[I_r \ 0]^T Y, \quad Y \in R^{r \times r}, \quad \Psi \in R^{n \times n}$$

为可逆矩阵, 则函数观测器 (4) 的观测误差渐近收敛于零. 如果线性矩阵不等式 (15) 有可行解, 则矩阵 $P = P^T > 0$, $Q = Q^T > 0$, X 存在, 同时可解出矩阵

$$F = M_1 + XN_1, \quad G = M_2 + XN_2.$$

证明 对于给定 K 和 C , 当矩阵 N 和 T 满足式 (14) 时, 存在矩阵 F 和 G , 使得式 (9) 成立, 且存在矩阵 $X \in R^{r \times (r+p)}$, 使其一般解可表示为

$$[F \ G] = (TA)\Phi^+ + X(I_{r+p} - \Phi\Phi^+). \quad (16)$$

其中: $\Phi = \begin{bmatrix} T \\ C \end{bmatrix}$, Φ^+ 为 Φ 的伪逆. 令

$$\begin{cases} M_1 = (TA)\Phi^+ \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix}, \\ N_1 = (I_{r+p} - \Phi\Phi^+) \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix}; \\ M_2 = (TA)\Phi^+ \begin{bmatrix} 0 \\ I_p \end{bmatrix}, \\ N_2 = (I_{r+p} - \Phi\Phi^+) \begin{bmatrix} 0 \\ I_p \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (17)$$

则有

$$F = M_1 + XN_1, G = M_2 + XN_2.$$

取 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$V(e) = e(t)^T P e(t) + \int_{t-\tau}^t e(s)^T Q e(s) ds,$$

$$P = P^T > 0, Q = Q^T > 0, \tag{18}$$

则 $V(e)$ 沿着闭环系统轨线导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) = & \dot{e}(t)^T P e(t) + e(t)^T P \dot{e}(t) + \\ & e(t)^T Q e(t) - e(t-\tau)^T Q e(t-\tau) = \\ & e(t)^T (F^T P + P F + Q) e(t) + \Delta \Phi^T T^T P e(t) + \\ & e(t-\tau)^T E^T P e(t) + e(t)^T P E e(t-\tau) + \\ & e(t)^T P T \Delta \Phi + e(t-\tau)^T Q e(t-\tau) = \\ & \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t-\tau) \\ \Delta \Phi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Omega & P E & P T \\ * & -Q & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t-\tau) \\ \Delta \Phi \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{19}$$

若 K 为行满秩矩阵, 则 K 的伪逆为

$$K^+ = K^T (K K^T)^{-1},$$

由此可得

$$K(K^+ w - x) = w - Kx, \tag{20}$$

且存在可逆矩阵 $Y \in R^{r \times r}, \Psi \in R^{n \times n}$, 使得

$$K = Y^{-1} [I_r \ 0] \Psi^{-1},$$

由此可以推出

$$K^+ w - x = \Psi \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix} Y (w - Kx). \tag{21}$$

由于非线性函数 $\Phi(x, u)$ 满足条件 (2) 和 (3), 再由式 (20) 和 (21) 可知, 对于任意正数 ε_1 , 有

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 \left(e^T \rho Y^T \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix}^T \Psi^T \Psi \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix} Y e - \right. \\ \left. \Delta \Phi^T \Psi \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix} Y e \right) \geq 0, \end{aligned} \tag{22}$$

即

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t-\tau) \\ \Delta \Phi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \rho \Gamma^T \Gamma & 0 & -\frac{\Gamma^T}{2} \\ * & 0 & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t-\tau) \\ \Delta \Phi \end{bmatrix} \\ \geq 0, \end{aligned} \tag{23}$$

其中 $\Gamma = \Psi \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix} Y$.

对于任意正数 ε_2 , 有

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 \left(e^T \beta Y^T \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix}^T \Psi^T \Psi \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix} Y e + \right. \\ \left. e^T \alpha Y^T \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix}^T \Psi^T \Delta \Phi - \Delta \Phi^T \Delta \Phi \right) \geq 0, \end{aligned} \tag{24}$$

即

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t-\tau) \\ \Delta \Phi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \beta \Gamma^T \Gamma & 0 & -\frac{\alpha \Gamma^T}{2} \\ * & 0 & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t-\tau) \\ \Delta \Phi \end{bmatrix} \\ \geq 0. \end{aligned} \tag{25}$$

由式 (19)、(23) 和 (25) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) \leq \\ \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t-\tau) \\ \Delta \Phi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Theta & P E & \Lambda \\ E^T P & -Q & 0 \\ \Lambda^T & 0 & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t-\tau) \\ \Delta \Phi \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{26}$$

其中 $\Theta = \Omega + (\varepsilon_1 \rho + \varepsilon_2 \beta) \Gamma^T \Gamma$.

若存在矩阵 $P = P^T > 0, Q = Q^T > 0, X$ 以及正数 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, 使得线性矩阵不等式 (15) 成立, 则对于任意 $e(t) \neq 0$, 有

$$\dot{V}(e) < 0. \tag{27}$$

这表明当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e(t) \rightarrow 0$. 所以当 $t \rightarrow \infty$ 时, $w(t) \rightarrow Kx(t)$, 且矩阵 F 和 G 存在一般解, 即

$$F = M_1 + XN_1, G = M_2 + XN_2. \quad \square$$

定理 2 给定 K 和 C , 若有矩阵 $Z \in R^{r \times (r+p)}$, 使得 $T = J_2 + ZF_2$ 为行满秩, 则存在矩阵 N 和 E , 使得式 (8) 和 (10) 成立.

定理 2 表明了当 $T = J_2 + ZF_2$ 为行满秩时, 式 (8) 和 (10) 成立.

证明 对于给定 K 和 C , 取

$$\varphi = \begin{bmatrix} C \\ I_n \end{bmatrix},$$

其中 φ 为 φ^+ 的伪逆. 由式 (12) 易知

$$\text{rank} \varphi = \text{rank} \begin{bmatrix} \varphi \\ K \end{bmatrix}$$

成立, 因此式 (8) 的一般解为

$$[N \ T] = K \varphi^+ + Z(I_{p+n} - \varphi \varphi^+), \tag{28}$$

其中 Z 为 $r \times (n+p)$ 维矩阵. 令

$$\begin{cases} J_1 = (T \varphi^+) \begin{bmatrix} I_p \\ 0 \end{bmatrix}, \\ F_1 = (I_{p+n} - \varphi \varphi^+) \begin{bmatrix} I_p \\ 0 \end{bmatrix}; \\ J_2 = (T \varphi^+) \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix}, \\ F_2 = (I_{p+n} - \varphi \varphi^+) \begin{bmatrix} 0 \\ I_p \end{bmatrix}, \end{cases} \tag{29}$$

则有

$$N = J_1 + ZF_1, T = J_2 + ZF_2.$$

当 $T = J_2 + ZF_2 \in R^{r \times n}$ 为行满秩时, 矩阵 $Z \in R^{r \times (n+p)}$ 满足条件

$$\text{rank}(J_2 + ZF_2) = r, \quad (30)$$

由此可得 $T^+ = T^T(T^T T)^{-1}$ 为矩阵 T 的伪逆, 由式 (10) 可得

$$E = TBT^+, \quad (31)$$

即当矩阵 Z 满足式 (30) 时, 有 $N = J_1 + ZF_1, T = J_2 + ZF_2, E = TBT^+.$ \square

综上可得函数观测器 (4) 增益矩阵的设计步骤.

Step 1: 给定矩阵 $K \in R^{r \times n}$, 按式 (29) 计算 J_1, J_2, F_1, F_2 , 有 $N = J_1 + ZF_1, T = J_2 + ZF_2$, 其中 Z 为 $r \times (n+p)$ 维的任意矩阵.

Step 2: 验证矩阵 Z 是否满足式 (14). 如果满足, 则进行下一步, 否则返回 Step 1 重新选取.

Step 3: 验证矩阵 Z 是否满足式 (30), 使得 $T \in R^{r \times n}$ 为行满秩. 如果满足, 则进行下一步, 否则返回 Step 1 重新选取 Z .

Step 4: 按式 (31) 和 $T = J_2 + ZF_2$ 计算 E .

Step 5: 按式 (17) 计算 M_1, M_2, N_1, N_2 , 并按定理 1 求解线性矩阵不等式 (15).

Step 6: 若存在矩阵 $P, Q, X_1 = PX$ 和正数 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 满足线性矩阵不等式 (15), 则有

$$X = P^{-1}X, F = M_1 + XN_1, G = M_2 + XN_2.$$

3 仿真实例

考虑非线性时滞系统 (1), 其中

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 1 & 1 & -10 \\ 10 & -10 & 10 & 1 \\ 1 & -20 & 12 & 10 \\ 10 & 20 & -10 & -50 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi = [1 \ 21.6 \sin t \ 0 \ -x_4]^T,$$

易知 $\rho = 0, \beta = 10, \alpha = 9$ 可以使得非线性函数 $\Phi = [0 \ 21.6 \sin(t) \ 0 \ -x_4]^T$ 在 R^4 上满足条件 (2) 和 (3).

给定行满秩矩阵

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

由于 $\text{rank}(K) = 3 < 4$, 所设计的函数观测器为降维观测器, 取

$$Z = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 1 & 0.4 & 1 & 1 \\ -0.7 & 0 & 1 & -0.5 & -1 & 1 \\ 0.5 & 1.5 & 0 & -1 & -0.5 & -1 \end{bmatrix},$$

按定理 1 设计函数观测器, 可得

$$P = \begin{bmatrix} 3.7952 & 1.0578 & -1.5569 \\ 1.0578 & 0.6128 & -0.5671 \\ -1.5569 & -0.5671 & 0.8682 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 5.6832 & 0.3192 & -0.4825 \\ 0.3192 & 5.1017 & 0.5144 \\ -0.4825 & -0.5144 & 2.871 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} -49.3386 & -9.05 & 7.25 \\ 48.3793 & -47.10 & -11.65 \\ -75.8745 & -38.00 & -5.25 \end{bmatrix},$$

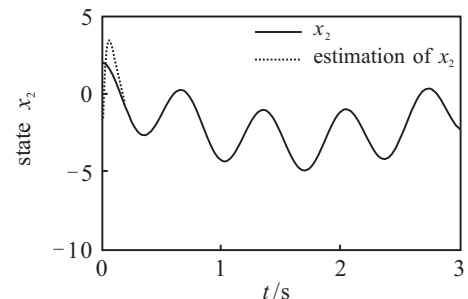
$$E = I_3,$$

$$G = \begin{bmatrix} 22.7146 & 30.9620 \\ 29.8527 & -31.0280 \\ 53.5811 & 47.4247 \end{bmatrix},$$

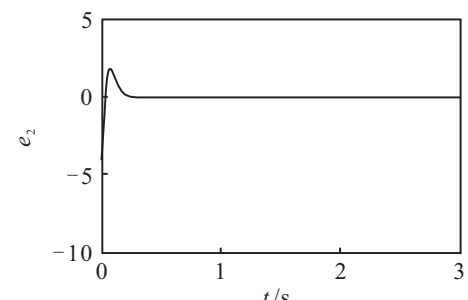
$$N = \begin{bmatrix} -0.25 & 0.30 \\ -0.85 & 0.25 \\ -0.25 & 0.75 \end{bmatrix},$$

$$T = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.70 & 0 & 0 \\ 0.85 & -0.25 & 0 & 1 \\ 0 & -0.75 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

当时滞 $\tau = 5$ 时, 状态 x_2, x_3 和 x_4 的实际值曲线、估计值曲线以及误差曲线如图 1~图 3 所示.

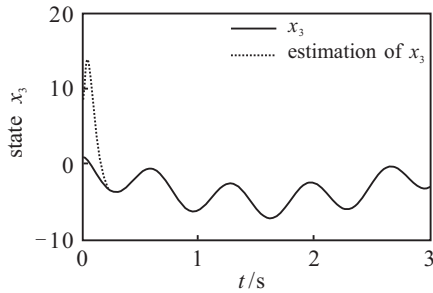


(a) 状态 x_2 的实际值和估计值

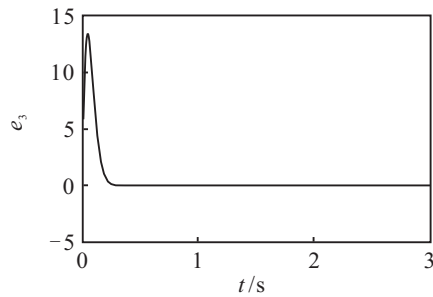


(b) 误差响应

图 1 降维状态 x_2 的实际值和估计值以及误差响应

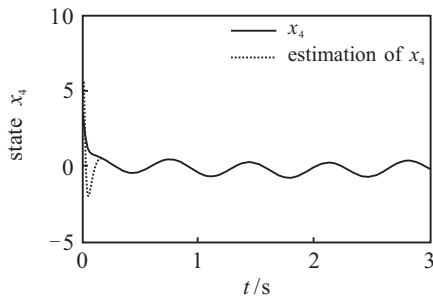


(a) 状态 x_3 的实际值和估计值

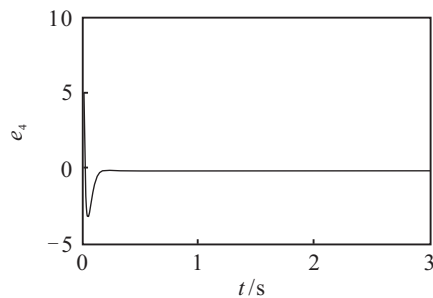


(b) 误差响应

图 2 降维状态 x_3 的实际值和估计值以及误差响应



(a) 状态 x_4 的实际值和估计值



(b) 误差响应

图 3 降维状态 x_4 的实际值和估计值以及误差响应

在图 1~图 3 中, 初始值为

$$x_2(0) = 2, x_3(0) = 1, x_4(0) = 3,$$

$$z_2(0) = -7, z_3(0) = 9, z_3(0) = 8.$$

图 1~图 3 表明, 估计值均以较快的速度收敛于实际值.

给定矩阵 $K = I_4$, 函数观测器 (4) 为全维观测器, 这里取

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -0.8 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

按上述方法设计函数观测器, 可得

$$P = \begin{bmatrix} 1.3314 & 0.2736 & -0.4977 & -0.0818 \\ 0.2736 & 0.9167 & -0.2184 & -0.0316 \\ -0.4977 & -0.2184 & 0.2523 & 0.0788 \\ -0.0818 & -0.0316 & 0.0788 & 0.1518 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 2.4274 & 0.1452 & -0.1708 & -0.0188 \\ 0.1452 & 2.1958 & -0.0783 & -0.0087 \\ -0.1708 & -0.0783 & 1.127 & 0.1652 \\ -0.1708 & -0.0087 & 0.1652 & 2.1277 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} -189.9204 & 227.0254 & 12.5 & 1.25 \\ -167.7391 & 40.6411 & 5.5 & -4.50 \\ -620.3985 & 492.5084 & 16.5 & 15.50 \\ 210.9286 & -84.6546 & -10.9 & -41.0 \end{bmatrix},$$

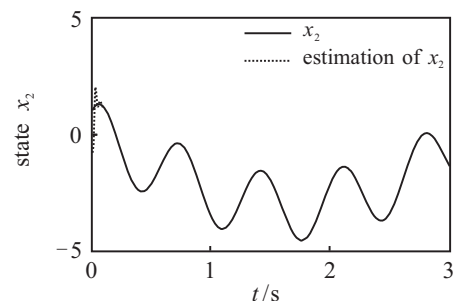
$$E = I_4,$$

$$G = \begin{bmatrix} -93.6377 & 105.1378 \\ -21.6205 & 182.1033 \\ -213.0542 & 495.4939 \\ 18.9773 & -196.7834 \end{bmatrix},$$

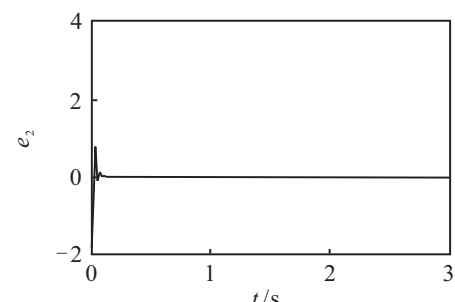
$$N = \begin{bmatrix} 1 & -1.25 \\ -0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 \\ 0.9 & 0 \end{bmatrix},$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 1.25 & 0 & 0 \\ 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0.5 & 1 & 0 \\ -0.9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

当时滞 $\tau = 5$ 时, 状态 x_2 和 x_4 的实际值曲线、估计值曲线以及误差曲线如图 4 和图 5 所示.



(a) 状态 x_2 的实际值和估计值



(b) 误差响应

图 4 全维状态 x_2 的实际值和估计值以及误差响应

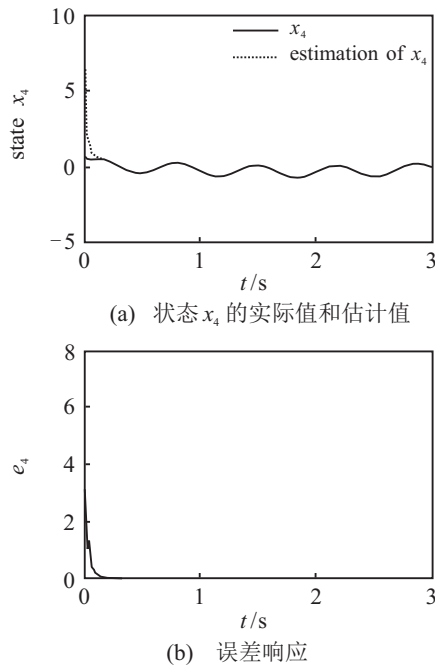


图 5 全维状态 x_4 的实际值和估计值以及误差响应

在图 4 和图 5 中, 初始值为

$$\begin{aligned} x_1(0) &= 1, x_2(0) = 1, x_3(0) = 1, \\ x_4(0) &= 1, z_1 = 6, z_2(0) = 5, \\ z_3(0) &= 5, z_3(0) = 3. \end{aligned}$$

图 4 和图 5 表明, 全维观测器比降维观测器略快收敛于实际值, 观测误差皆快速收敛于零。

4 结 论

本文基于线性矩阵不等式的方法研究了单边 Lipschitz 非线性时滞系统的函数观测器设计, 通过选取合适的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 获得了函数观测器误差渐近收敛的充分条件, 并提出了其增益矩阵的设计方法。仿真实例表明, 所设计的函数观测器不仅能估计系统的状态, 而且可使观测误差快速收敛到零。

参考文献(References)

- [1] Arcak M, Kokotovic P. Observer-based control of systems with slope-restricted nonlinearities[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(7): 1146-1151.
- [2] Ma Kemao, Ma Ping. Novel observer design method for Lipschitz nonlinear systems[J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(4): 644-646.
- [3] Hairer E, Norsett S P, Wanner G. Solving ordinary differential equations II: Stiff and DAE problems[M]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1993: 56-62.
- [4] Hu G. Observers for one-sided lipschitz non-linear systems[J]. IMA J of Mathematical Control and Information, 2006, 23(4): 395-401.
- [5] Xu M, Hu G, Zhao Y. Reduced-order observer design for one-sided Lipschitz nonlinear systems[J]. IMA J of Mathematical Control and Information, 2009, 26(3): 299-317.
- [6] Zhao Y, Tao J, Shi N Z. A note on observer design for one-sided Lipschitz nonlinear systems[J]. Systems & Control Letters, 2010, 59(1): 66-71.
- [7] Abbaszadeh M, Marquez H J. Nonlinear observer design for one-sided Lipschitz systems[C]. Proc of the American Control Conference. Baltimore: IEEE Press, 2010: 5285-5289.
- [8] Zhang W, Su H, Liang Y, et al. Nonlinear observer design for one-sided Lipschitz systems: An linear matrix inequality approach[J]. IET Control Theory and Applications, 2012(6): 1297-1303.
- [9] Zhang W, Su H S, Wang H W, et al. Full-order and reduced-order observers for one-sided Lipschitz nonlinear systems using Riccati equations[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2012, 349(10): 4968-4977.
- [10] 高虹, 蔡秀珊. 一类非线性系统的函数观测器设计[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(9): 1207-1210. (Gao H, Cai X S. Functional observer design for a class of nonlinear systems[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(9): 1207-1210.)
- [11] 唐功友. 时滞系统的降维状态预测观测器及预测控制器设计[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(2): 295-298. (Tang G Y. Design of reduced-order predictive state observer and predictive controller for systems with time-delay[J]. Control Theory & Applications, 2004, 21(2): 295-298.)
- [12] Gu K, Kharitonov V, Chen J. Stability of time-delay systems[M]. Boston: Birkhauser, 2003: 233-271.
- [13] 张悦, 杨洪金, 肇和平, 等. 时滞 Lipschitz 非线性系统观测器设计[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2011, 32(11): 1521-1524. (Zhang Y, Yang H J, Zhao H P, et al. Observer design for Lipschitz nonlinear systems with time-Delay[J]. J of Northeastern University: Natural Science, 2011, 32(11): 1521-1524.)

(责任编辑: 闫 妍)